Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster

Onder redactie van
Ir. J. Polman
Dr. ir. M.A. Salzmann

CIP-GEGEVENS KONINKLIJKE BIBLIOTHEEK, DEN HAAG

Handleiding

Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster/
onder red. van J. Polman, M.A. Salzmann;
[tek.: Faculteit der Geodesie]. – Apeldoorn : Kadaster. – Ill.
Met lit. opg., reg.
ISBN 90-803078-1-5 geb.
NUGI 841
Trefw.: kadaster / landmeetkunde

Vormgeving: Tel Design, Den Haag
Tekeningen: Faculteit der Geodesie, Delft
Zetwerk: GITC, Lemmer
Drukwerk: Koninklijke Wöhrmann, Zutphen
Uitgave: Kadaster, Apeldoorn

© Kadaster, Apeldoorn 1996

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze dan ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de rechthebbenden op het auteursrecht c.q. de uitgever van deze uitgave.

No part of this book may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without written permission from the publisher.

Dienst van het kadaster en de openbare registers
postbus 9046, 7300 GH Apeldoorn

Voorwoord

De Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster (HTW) is een leidraad voor de toepassing van geodetische methoden en technieken bij het Kadaster. De HTW richt zich vooral op de geometrische kwaliteitsbeheersing van de landmeetkundige werkprocessen en de landmeetkundige produkten bij het Kadaster en heeft dus het karakter van een kwaliteitshandboek.

De HTW zal door de uitvoerende medewerkers worden gebruikt als handleiding voor de wijze waarop de werkzaamheden moeten worden verricht. Dit geldt ook voor ingenieursbureaus die werkzaamheden verrichten voor het Kadaster en voor samenwerkingspartners. Voor de leidinggevenden is de HTW een hulpmiddel voor de controle op de kwaliteit van uitgevoerde werkzaamheden. Bij uitbestedingscontracten zal de HTW als referentie kunnen worden gebruikt, zowel bij de specificatie van een opdracht als bij de controle van opgeleverde produkten.

De voorliggende HTW'96 dient ter vervanging van de HTW'56 die jarenlang een standaardwerk is geweest op geodetisch gebied, zowel binnen het Kadaster als daarbuiten.

Ik wil tenslotte mijn grote waardering uitspreken voor alle betrokkenen bij het HTW-project. Zij hebben – op sommige momenten met twijfel of het allemaal wel zou lukken – een groots werk tot stand gebracht. Mijn dank gaat in de eerste plaats uit naar het projectteam, anders gezegd al degenen die onderzoek hebben gedaan, bijdragen hebben geleverd of anderszins aan dit resultaat hebben meegewerkt. In de tweede plaats wil ik de begeleidingscommissie noemen. Haar positief-kritische opstelling heeft ongetwijfeld in goede zin aan het eindresultaat bijgedragen. Tenslotte, maar eigenlijk allereerst wil ik de heren Bogaerts, Salzmann en Polman noemen. Zij hebben aan het gehele project inspirerend leiding gegeven of de eindredactie gevoerd. Jan Polman zelfs beide. Zonder hen was er geen HTW'96 geweest.

Mr. J.W.J. Besemer, voorzitter van de Raad van Bestuur van het Kadaster

Verantwoording

Op 14 september 1992 is tussen het Kadaster en de Faculteit der Geodesie van de Technische Universiteit Delft (TUD) een overeenkomst gesloten om in nauwe samenwerking een nieuwe Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster (HTW) te vervaardigen. Voor dit project werd een tweehoofdige projectleiding aangewezen bestaande uit prof.dr.ir. P.J.G. Teunissen, hoogleraar aan de TUD en ir. J. Polman, directeur in algemene dienst van het Kadaster. Teunissen was verantwoordelijk voor de technisch wetenschappelijke inbreng, terwijl Polman verantwoordelijk werd gesteld voor het project management en de praktijkinbreng.

Voor de duur van het project werden door het Kadaster ir. A.V. Hoekstra, beleidsmedewerker van het Kadaster en door de Faculteit der Geodesie dr.ir. M.A. Salzmann, toegevoegd onderzoeker aan de TUD, full-time beschikbaar gesteld.

De taak van Teunissen werd op 28 juni 1994 overgenomen door prof.dr.ir. M.J.M. Bogaerts, eveneens hoogleraar aan de TUD. Tevens kreeg Salzmann mede tot taak de projectleiding te ondersteunen door de technisch-inhoudelijke aspecten te coördineren.

Vanaf 1 september 1994 werd ir. F.A. van den Heuvel, universitair docent aan de TUD toegevoegd aan het projectteam. Bovendien werden in 1995 een tweetal medewerkers van de TUD ingeschakeld voor het uitwerken van deelteksten, te weten ir. H. Velsink, toegevoegd docent aan de TUD en tevens docent aan de Hogeschool Utrecht en ir. F. Kenselaar, universitair docent aan de TUD. Voorts werden reken- en onderzoeksopdrachten verstrekt aan de Faculteit der Geodesie en de Rijksdriehoeksmeting van het Kadaster.

Ter ondersteuning van de werkzaamheden van de projectgroep is een begeleidingsgroep ingesteld, bestaande uit de volgende personen: ir. P. van der Molen (voorzitter), ir. J. de Boer, dr.ir. F.J.J. Brouwer, ir. J.B. Ebbinge, ir. M.C. de Koster, ir. R.C. Neleman en ir. J.K.B. Sonnenberg. De begeleidingsgroep heeft bij de totstandkoming van de HTW een belangrijke adviserende rol gespeeld.

De HTW die thans voor u ligt is tot stand gekomen onder verantwoordelijkheid van de projectleiders Bogaerts en Polman. De eindredactie is verzorgd door Polman en Salzmann, die als eindverantwoordelijke auteurs moeten worden aangemerkt. Het merendeel van de teksten is geschreven door de genoemde projectmedewerkers in een goede onderlinge samenwerking. Een centrale rol is daarbij gespeeld door Salzmann die een belangrijke bijdrage heeft geleverd aan vele onderdelen van de HTW en die de onderlinge afstemming tussen de verschillende hoofdstukken heeft bewerkstelligd.

De HTW is het resultaat van teamwerk. Dit betekent dat niet kan worden aangegeven voor elk hoofdstuk wie daarvan de auteur is, omdat vaak meerdere medewerkers daarin een bijdrage hebben geleverd. Om de verschillende auteurs toch recht te doen wordt voor elk hoofdstuk vermeld wie daarin een aandeel heeft gehad.

Hoofdstuk 1 is verzorgd door Polman.
Hoofdstuk 2 is gezamenlijk geschreven door Polman en Salzmann.
Hoofdstuk 3 is grotendeels vervaardigd door Velsink met ondersteuning van Salzmann.
Hoofdstuk 4 is geschreven door Salzmann mede op basis van teksten van Teunissen.
Hoofdstuk 5 is tot stand gekomen in samenwerking tussen Salzmann en van den Heuvel, mede op basis van teksten van Polman.
Hoofdstuk 6 is gemaakt door Kenselaar mede op basis van teksten van Polman en Salzmann.
Hoofdstuk 7 is grotendeels geschreven door van den Heuvel mede op basis van teksten van Salzmann.
Hoofdstuk 8 is praktisch geheel van de hand van Hoekstra.
Hoofdstuk 9 tenslotte is geschreven door Salzmann mede op basis van teksten van Polman.

Delft, 1 februari 1996.

Inhoudsopgave

Hoofdstuk 1 Inleiding

1.1 Geschiedenis van de HTW 1
1.2 Doelstellingen en uitgangspunten van de HTW 3
1.3 Hoofdlijnen van de inhoud 4

Hoofdstuk 2 Geometrische kwaliteitsbeheersing

2.1 Inleiding 7
2.1.1 Overzicht van dit hoofdstuk 8
2.2 Structuur landmeetkundig proces 9
2.2.1 Geometrische kwaliteitsbeheersing 9
2.2.2 Wiskundig model 11
2.2.3 Landmeetkundig proces 12
2.2.4 Operationele probleembeschrijving 14
2.2.5 Modellering 16
2.2.6 Geodetische rekentechniek 17
2.2.7 Operationele resultaatbeschrijving 19
2.3 Het coördinatenstelsel van de Rijksdriehoeksmeting 20
2.3.1 Het net van de Rijksdriehoeksmeting 20
2.3.2 De stereografische projectie 23
2.3.3 Verband tussen coördinatenstelsel en terrein 26
2.3.4 Grondslagelementen 30
2.4 Geodetische referentiestelsels 34
2.4.1 Referentiestelsels 34
2.4.2 Relatie tussen RD, ETRS89 en WGS84 35
2.5 Kwaliteitsmodel van puntenvelden 39
2.5.1 Doelstellingen kwaliteitsmodel 40
2.5.2 Uitgangspunten bij de kwaliteitsbeschrijving van puntenvelden 41
2.5.3 Precisiebeschrijving van coördinaten 43
2.5.4 De implementatie van het kwaliteitsmodel 46
2.5.5 Parameterkeuze voor de precisiebeschrijving 48
2.6 Geometrische kwaliteit van landmeetkundige produkten 51
2.6.1 Produkten van het Kadaster 51
2.6.2 Vereiste kwaliteit van grondslag 57
2.6.3 Kenmerkende kwaliteit van detailpuntenvelden 58

Hoofdstuk 3 Mathematische geodesie

3.1 Inleiding 61
3.1.1 Notatie 62
3.1.2 Overzicht van dit hoofdstuk 65
3.2 Elementaire statistiek 66
3.2.1 Fouten 66
3.2.2 Stochastische variabelen 67
3.2.3 Simultane kansverdelingen en stochastische vectoren 70
3.2.4 Gewichten, gewichtscoëfficiënten, varianties en covarianties 72
3.2.5 Voortplantingswetten 74
3.2.6 Normale verdeling 75

3.2.7 χ^2-verdeling ... 78
3.2.8 F-verdeling ... 81
3.2.9 Standaard- en betrouwbaarheidsellipsen ... 82
3.3 Modelbegrip ... 84
3.3.1 Wiskundig model ... 86
3.3.2 Methode van de kleinste kwadraten ... 88
3.4 Vereffening ... 92
3.4.1 Model van waarnemingsvergelijkingen ... 92
3.4.2 Model van voorwaardevergelijkingen ... 104
3.4.3 Model van waarnemingsvergelijkingen met restricties ... 108
3.4.4 Gecorreleerde grootheden ... 110
3.5 Toetsing ... 113
3.5.1 Fouten in het model ... 116
3.5.2 Nul- en alternatieve hypothese ... 117
3.5.3 Toetsingsgrootheid en schatting van fouten ... 120
3.5.4 Toetsingscriterium ... 121
3.5.5 B-methode van toetsen ... 123
3.5.6 w-Toets ... 127
3.5.7 Twee- en drie-dimensionale toetsen ... 129
3.5.8 Algemene toets van het model ... 130
3.5.9 Toets op de significantie van onbekenden ... 133
3.6 Kwaliteitsbeschrijving ... 134
3.6.1 Geometrische kwaliteitsbeschrijving ... 134
3.6.2 Precisie ... 136
3.6.3 Betrouwbaarheid ... 143
3.6.4 Sterkteberekening ... 150

Hoofdstuk 4 Aansluiting
4.1 Inleiding ... 151
4.1.1 Het principe van aansluiting ... 152
4.1.2 Aansluiting van een netwerk aan een puntenveld ... 153
4.1.3 Bepaling van transformatieparameters ... 154
4.1.4 Een eenvoudig aansluitingsprobleem ... 155
4.1.5 Aansluitingsproblemen in de praktijk ... 156
4.1.6 Modellering van de aansluiting ... 157
4.1.7 Aansluitingsmethoden en aansluitingsprocedures ... 158
4.1.8 Kwaliteit van de aansluiting ... 162
4.1.9 Overzicht van dit hoofdstuk ... 163
4.2 Procesbeschrijving ... 163
4.3 Meetontwerp ... 165
4.3.1 Keuze van de aansluitingsmethode ... 165
4.3.2 Keuze van de aansluitingsprocedure ... 167
4.3.3 Keuze van het functiemodel ... 168
4.3.4 Keuze van het kansmodel ... 168
4.3.5 Aantal en ligging van de aansluitingspunten ... 169
4.3.6 Vuistregels voor de voorbewerking ... 170
4.3.7 Vuistregels voor de toetsing ... 170
4.4 Functiemodel ... 171
4.4.1 Notatie ... 171
4.4.2 Algemene vorm van het functiemodel ... 173
4.4.3 2D-Gelijkvormigheidstransformatie ... 175

	4.4.4	2D-Affiene transformatie	183
	4.4.5	Verband tussen 2D-affiene en 2D-gelijkvormigheids-transformatie	189
	4.4.6	3D-Gelijkvormigheidstransformatie	191
	4.4.7	Functiemodel bij de aansluiting van meer dan twee punten-velden	199
	4.5	**Kansmodel**	**202**
	4.5.1	Precisiebeschrijving van coördinaten	202
	4.5.2	Structuur van het kansmodel	203
	4.5.3	Keuze van de structuur en de parameters van de vervangings-matrix	204
	4.6	**Vereffening**	**205**
	4.6.1	Het aansluitingsmodel	206
	4.6.2	Aansluitingsprocedures	208
	4.6.3	De aansluitingsvereffening	211
	4.6.4	Rekenschema's	213
	4.6.5	Berekening van de variantiematrix van de coördinaten	220
	4.7	**Toetsing**	**221**
	4.7.1	Toetsing bij de aansluiting	221
	4.7.2	Modelfouten bij de aansluiting	222
	4.7.3	Toetsingsstrategie	223
	4.7.4	Toetsing tijdens de voorbewerking	224
	4.7.5	Toetsing tijdens de vereffening van de aansluitingspunten	225
	4.7.6	Afhandeling van gevonden fouten	229
	4.7.7	Betrouwbaarheid van de aansluiting	230
	4.8	**Coördinaatberekening**	**232**
	4.8.1	Interpolatie met behulp van een kunstmatrix	233
	4.9	**Kwaliteitsbeschrijving**	**234**
	4.9.1	Berekening van de variantiematrix van de coördinaten	235
	4.9.2	Precisie van de coördinaten bij de verschillende aansluitings-methoden	235
	4.9.3	Beschrijving van de precisie van de coördinaten	236
Hoofdstuk 5	**Grondslagmeting**		
	5.1	**Inleiding**	**239**
	5.1.1	Het proœs van grondslagmeting	241
	5.1.2	De vereffening van grondslagmetingen	242
	5.1.3	Overzicht van dit hoofdstuk	243
	5.2	**Overzicht van de methoden van grondslagmeting**	**244**
	5.2.1	De keuze voor een methode van grondslagmeting	244
	5.2.2	De verwerking van grondslagmetingen	245
	5.2.3	Terrestrische netwerken	247
	5.2.4	GPS-netwerken	249
	5.2.5	Gecombineerde terrestrische en GPS-netwerken	251
	5.2.6	Fotogrammetrische netwerken	253
	5.3	**Terrestrische grondslagmeting**	**254**
	5.3.1	Doelstelling en randvoorwaarden	254
	5.3.2	Procesbeschrijving	259
	5.3.3	Meetontwerp	262
	5.3.4	Functiemodel	271
	5.3.5	Kansmodel	273

	5.3.6	Sterkteberekening	276
	5.3.7	Voorbewerking	280
	5.3.8	Toetsing	281
	5.3.9	Coördinaatberekening	284
	5.3.10	Kwaliteitsbeschrijving	284
	5.3.11	Kwaliteitscontrole	285
	5.4	**GPS-grondslagmeting**	**286**
	5.4.1	Doelstelling en randvoorwaarden	287
	5.4.2	Procesbeschrijving	288
	5.4.3	Meetontwerp	291
	5.4.4	Functiemodel	298
	5.4.5	Kansmodel	301
	5.4.6	Sterkteberekening	303
	5.4.7	Voorbewerking	305
	5.4.8	Toetsing	307
	5.4.9	Coördinaatberekening	310
	5.4.10	Kwaliteitsbeschrijving	310
	5.4.11	Kwaliteitscontrole	311
	5.5	**Gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting**	**312**
	5.5.1	Doelstelling en randvoorwaarden	312
	5.5.2	Procesbeschrijving	313
	5.5.3	Meetontwerp	316
Hoofdstuk 6	**Detailmeting**		
	6.1	**Inleiding**	**321**
	6.1.1	Doel en uitgangspunten van detailmeting	322
	6.1.2	Het proces van detailmeting	323
	6.1.3	Detailmeting ten behoeve van gegevensinwinning	325
	6.1.4	Detailmeting ten behoeve van uitzetten	329
	6.1.5	Overzicht van dit hoofdstuk	332
	6.2	**Overzicht van de methoden van detailmeting**	**332**
	6.3	**Terrestrische detailmeting**	**334**
	6.3.1	Doelstelling en randvoorwaarden	334
	6.3.2	Procesbeschrijving	337
	6.3.3	Meetontwerp	340
	6.3.4	Functiemodel	354
	6.3.5	Kansmodel	363
	6.3.6	Sterkteberekening	369
	6.3.7	Voorbewerking	372
	6.3.8	Toetsing	376
	6.3.9	Coördinaatberekening	383
	6.3.10	Kwaliteitsbeschrijving	385
	6.3.11	Kwaliteitscontrole	387
	6.4	**Detailmeting met GPS**	**388**
	6.4.1	Doelstelling en randvoorwaarden	388
	6.4.2	Procesbeschrijving	390
	6.4.3	Meetontwerp	393
	6.5	**Groottebepaling**	**396**
	6.5.1	Doelstelling en randvoorwaarden	396
	6.5.2	Procesbeschrijving	399
	6.5.3	Meetontwerp	400

	6.5.4	Berekening van de oppervlakte en kwaliteitsbeschrijving	401
	6.5.5	Vergelijking en vaststelling van de grootte	403
	6.6	**Uitzetten**	**404**
	6.6.1	Doelstelling en randvoorwaarden	406
	6.6.2	Procesbeschrijving	407
	6.6.3	Meetontwerp	412
Hoofdstuk 7	**Fotogrammetrie**		
	7.1	**Inleiding**	**417**
	7.1.1	Overzicht van dit hoofdstuk	419
	7.2	**Overzicht van de luchtfotogrammetrie**	**419**
	7.2.1	Het fotogrammetrische produktieproces	419
	7.2.2	Principes van de luchtfotogrammetrie	422
	7.2.3	Scannen van luchtfoto's	434
	7.2.4	Meten in luchtfoto's en stereomodellen	437
	7.2.5	Het fotogrammetrische instrumentarium	439
	7.3	**Fotogrammetrische opname**	**440**
	7.3.1	Doelstelling en randvoorwaarden	440
	7.3.2	Procesbeschrijving	441
	7.3.3	Meetontwerp	442
	7.3.4	Kwaliteitscontrole	452
	7.4	**Triangulatie en blokvereffening**	**453**
	7.4.1	Doelstelling en randvoorwaarden	454
	7.4.2	Procesbeschrijving	454
	7.4.3	Meetontwerp	456
	7.4.4	Functiemodel	457
	7.4.5	Kansmodel	461
	7.4.6	Sterkteberekening	462
	7.4.7	Voorbewerking	463
	7.4.8	Toetsing	464
	7.4.9	Coördinaatberekening	466
	7.4.10	Kwaliteitsbeschrijving	466
	7.4.11	Kwaliteitscontrole	466
	7.5	**Fotogrammetrische kartering**	**467**
	7.5.1	Doelstelling en randvoorwaarden	468
	7.5.2	Procesbeschrijving	468
	7.5.3	Meetontwerp	470
	7.5.4	Functiemodel	471
	7.5.5	Kansmodel	472
	7.5.6	Sterkteberekening	472
	7.5.7	Voorbewerking	472
	7.5.8	Toetsing	473
	7.5.9	Coördinaatberekening	473
	7.5.10	Kwaliteitsbeschrijving	473
	7.5.11	Kwaliteitscontrole	474
	7.6	**Fotogrammetrische bijhouding**	**475**
	7.6.1	Doelstelling en randvoorwaarden	475
	7.6.2	Procesbeschrijving	475
	7.6.3	Meetontwerp	477
	7.6.4	Functiemodel	478
	7.6.5	Kansmodel	478

7.6.6 Sterkteberekening ... 478
7.6.7 Voorbewerking ... 478
7.6.8 Toetsing ... 479
7.6.9 Coördinaatberekening ... 479
7.6.10 Kwaliteitsbeschrijving ... 479
7.6.11 Kwaliteitscontrole ... 479
7.7 Naverkenning ... 479
7.7.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 482
7.7.2 Procesbeschrijving ... 482
7.7.3 Meetontwerp ... 484
7.7.4 Functiemodel ... 485
7.7.5 Kansmodel ... 485
7.7.6 Sterkteberekening ... 485
7.7.7 Voorbewerking ... 486
7.7.8 Toetsing ... 486
7.7.9 Coördinaatberekening ... 487
7.7.10 Kwaliteitsbeschrijving ... 487
7.7.11 Kwaliteitscontrole ... 487
7.8 Aansluiting ... 487
7.8.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 488
7.8.2 Procesbeschrijving ... 488
7.8.3 Meetontwerp ... 489
7.8.4 Functiemodel ... 490
7.8.5 Kansmodel ... 490
7.8.6 Sterkteberekening ... 491
7.8.7 Voorbewerking ... 491
7.8.8 Toetsing ... 491
7.8.9 Coördinaatberekening ... 492
7.8.10 Kwaliteitsbeschrijving ... 492
7.8.11 Kwaliteitscontrole ... 492

Hoofdstuk 8 Kaartvernieuwing
8.1 Inleiding ... 493
8.1.1 Uitgangspunten ... 494
8.1.2 Begrippenkader ... 495
8.1.3 Toepassingen ... 499
8.1.4 Benodigde gegevens ... 499
8.1.5 Bestaande werkmethoden ... 500
8.1.6 Overzicht van dit hoofdstuk ... 502
8.2 Het kaartvernieuwingsproces ... 503
8.2.1 Deelprocessen ... 504
8.2.2 Combinaties van deelprocessen ... 505
8.2.3 Beschrijving van deelprocessen ... 507
8.3 Algemene richtlijnen ... 515
8.3.1 Keuze van puntenvelden ... 515
8.3.2 Selectie van aansluitingspunten ... 516
8.3.3 Transformatie en foutopsporing ... 518
8.3.4 Keuze van deelprocessen na de voorbewerking ... 520
8.3.5 Selectie van aansluitingselementen ... 522
8.3.6 Vereffening van aansluitingselementen ... 522
8.3.7 Interpolatie van vrije punten ... 524

8.3.8 Lokale kaartverbetering ... 525
8.3.9 Nabewerking ... 526
8.4 Voorbewerking en transformatie ... 527
8.4.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 527
8.4.2 Procesbeschrijving ... 528
8.4.3 Meetontwerp ... 531
8.4.4 Functiemodel ... 532
8.4.5 Kansmodel ... 532
8.4.6 Rekenproces en foutopsporing ... 533
8.5 Vereffening van aansluitingspunten ... 536
8.5.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 536
8.5.2 Procesbeschrijving ... 536
8.5.3 Meetontwerp ... 538
8.5.4 Functiemodel ... 539
8.5.5 Kansmodel ... 540
8.5.6 Toetsing ... 541
8.5.7 Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving ... 542
8.6 Vereffening met aansluitingsrelaties ... 543
8.6.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 543
8.6.2 Procesbeschrijving ... 544
8.6.3 Meetontwerp ... 545
8.6.4 Controle van aansluitingsrelaties ... 547
8.6.5 Functiemodel ... 548
8.6.6 Kansmodel ... 550
8.6.7 Toetsing ... 550
8.6.8 Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving ... 551
8.7 Interpolatie van vrije punten ... 552
8.7.1 Doelstelling ... 552
8.7.2 Procesbeschrijving ... 553
8.7.3 Meetontwerp ... 554
8.7.4 Interpolatie en kwaliteitsbeoordeling ... 555
8.8 Lokale kaartverbetering ... 556
8.8.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 556
8.8.2 Procesbeschrijving ... 557
8.8.3 Meetontwerp ... 558
8.8.4 Controle van relaties ... 562
8.8.5 Functiemodel ... 563
8.8.6 Kansmodel ... 564
8.8.7 Toetsing ... 566
8.8.8 Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving ... 568
8.9 Nabewerking en kwaliteitscontrole ... 568
8.9.1 Doelstelling ... 568
8.9.2 Procesbeschrijving ... 569
8.9.3 Meetontwerp ... 570
8.9.4 Kwaliteitsbeschrijving ... 572
8.9.5 Kwaliteitscontrole ... 573

Hoofdstuk 9 Geometrische kwaliteitscontrole
9.1 Inleiding ... 575
9.1.1 Uitgangspunten van de geometrische kwaliteitscontrole ... 575
9.1.2 Kwaliteitscontrole van het proces ... 576

9.1.3 Kwaliteitscontrole van het produkt ... 577
9.1.4 Certificatie ... 577
9.1.5 Overzicht van dit hoofdstuk ... 578
9.2 Geometrische kwaliteitscontrole van produkten ... 578
9.2.1 Beoordeling van rekenresultaten ... 579
9.2.2 Onafhankelijke controle van eindprodukten ... 579
9.2.3 Visuele controle ... 582
9.3 Kaartverificatie ... 583
9.3.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 583
9.3.2 Procesbeschrijving ... 585
9.3.3 Meetontwerp ... 586
9.3.4 Functiemodel ... 589
9.3.5 Kansmodel ... 589
9.3.6 Sterkteberekening ... 590
9.3.7 Voorbewerking ... 591
9.3.8 Toetsing ... 591
9.3.9 Kwaliteitsbeschrijving ... 594
9.4 Vervorming van analoge kaarten ... 595
9.4.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 595
9.4.2 Procesbeschrijving ... 596
9.4.3 Meetontwerp ... 597
9.4.4 Functiemodel ... 599
9.4.5 Kansmodel ... 599
9.4.6 Sterkteberekening ... 601
9.4.7 Voorbewerking ... 601
9.4.8 Toetsing ... 601
9.4.9 Kwaliteitsbeschrijving ... 603
9.5 Kwaliteitsanalyse ... 603
9.5.1 Doelstelling en randvoorwaarden ... 603
9.5.2 Procesbeschrijving ... 605
9.5.3 Meetontwerp ... 606
9.5.4 Functiemodel ... 608
9.5.5 Kansmodel ... 608
9.5.6 Sterkteberekening ... 609
9.5.7 Voorbewerking ... 609
9.5.8 Toetsing ... 610
9.5.9 Kwaliteitsbeschrijving ... 612

Appendix A Datumtransformaties
A.1 Relatie tussen geografische en geocentrische coördinaten ... 614
A.2 Datumtransformatie van stelsel I naar stelsel II ... 615

Appendix B Terrestrische metingen
B.1 Elektronische afstandsmeting ... 617
B.2 Richtingsmeting ... 621

Appendix C Het Global Positioning System
C.1 Het principe van GPS ... 623
C.2 Relatieve plaatsbepaling ... 624
C.3 Code- en fasemeting ... 625
C.4 GPS-ontvangers ... 626

C.5 Basislijnberekening 627
C.6 Statische en kinematische meetmethoden 628
C.7 Precisie en betrouwbaarheid 629

Appendix D Digitaliseren van grafische informatie
D.1 Inleiding 633
D.2 Apparatuur en werkprocessen 633
D.3 Handmatig digitaliseren 634
D.4 Semi-automatisch digitaliseren 639
D.5 Scannen 640
D.6 Automatisch vectoriseren 647
D.7 Handmatig vectoriseren 650
D.8 Semi-automatisch vectoriseren 652

Literatuur 655

Verklarende woordenlijst 659

Lijst van afkortingen 673

Register 675

Vuistregels voor de uitvoering van werkzaamheden in de dagelijkse praktijk zijn in deze handleiding geaccentueerd door een gele band aan de paginarand. De vuistregels zijn doorgaans opgenomen in de paragrafen 'meetontwerp'.

1 Inleiding

De Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster (HTW) is bestemd voor degenen die belast zijn met de uitvoering van de geodetische taken van het Kadaster en is bedoeld als leidraad voor de toepassing van landmeetkundige methoden en technieken en voor de beheersing van de kwaliteit die daarbij wordt vereist. De voorliggende HTW'96 dient ter vervanging van de HTW'56 die jarenlang een standaardwerk is geweest op geodetisch gebied, zowel binnen het Kadaster als daarbuiten.

1.1 Geschiedenis van de HTW

Reeds spoedig na de invoering van het Kadaster in 1832 ontstond er behoefte aan hermeting van sommige gedeelten van het land, onder meer omdat vele oorspronkelijke plans op te kleine schaal waren gekarteerd, de nauwkeurigheid van het werk hier en daar te wensen overliet en het oorspronkelijke veldwerk niet bewaard is gebleven. Samenhang tussen de hermetingen, uitgevoerd in verschillende gemeenten, ontbrak echter meestal geheel. Evenals dit bij de oorspronkelijke kadastrering het geval is geweest, werkte men in iedere gemeente met een eigen lokaal stelsel van driehoeksmeting.

Het heeft vrij lang geduurd alvorens men tot het inzicht kwam, dat voor de werkzaamheden ter vernieuwing van het Kadaster, vooral wat de technische zijde betreft, een wetenschappelijk gefundeerde regeling noodzakelijk was, die eenheid in uitvoering en samenhang tussen de metingen in het gehele land waarborgde. In 1863 heeft de ingenieur-verificateur van het Kadaster, L.C.J.A. van Aken, een instructie opgesteld, waarin werd voorgeschreven bij wijze van proefneming een hermeting tot stand te brengen, waarbij de 'Meetkunstige beschrijving van het Koninkrijk der Nederlanden' tot grondslag van de meetwerkzaamheden zou dienen. Deze instructie zou als een voorloper van de HTW kunnen worden beschouwd.

Door de ontwikkeling van de wetenschap en de hermetingsresultaten in de praktijk was gebleken dat in de driehoeksmeting van Krayenhoff, verdicht door het secundaire net van de 'Meetkunstige beschrijving', onnauwkeurigheden aanwezig waren die noopten tot voorzichtigheid in het gebruik. Een nieuwe nauwkeurige driehoeksmeting voor het gehele land was inmiddels ter hand genomen en in het laatst van de negentiende eeuw werd de behoefte aan een leidraad ten behoeve van de vernieuwing van het kadaster sterk gevoeld. In 1898 kregen de toenmalige ingenieurs-verificateur van het kadaster opdracht nieuwe voorschriften voor de hermetingen te ontwerpen. Dit resulteerde in de eerste Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster (HTW), waarin vooral de ingenieur-verificateur van het kadaster, A.W.E. Kwisthout, een groot aandeel heeft gehad. Deze HTW van 1902 telde slechts 34 bladzijden met negen formulieren en een tekening.

Doch de landmeetkundige techniek stond niet stil. Er kwamen nieuwe instrumenten en werkmethoden, en de rekenmachine deed haar intrede bij het Kadaster. Bij hermetingen en andere meetwerkzaamheden van grotere omvang was weldra van uniformiteit geen sprake meer. In 1929 vond publikatie van de volledige uitkomsten der Rijksdriehoeksmeting plaats. Samenwerking tussen wetenschap en praktijk werd opnieuw nodig geacht.

Aan prof. J.M. Tienstra werd eind 1932 opdracht gegeven een nieuwe HTW te ontwerpen in samenwerking met de ingenieur-verificateur Th.L. Kwisthout en de landmeter P.J. Hamelberg. De door hem ontwikkelde theorieën op het gebied van waarnemingsrekening konden daarmee in praktijk worden gebracht. Het resultaat van de werkzaamheden was de tweede HTW van 1938, een royaal uitgevoerd boekwerk met vele toegevoegde formulieren en nomogrammen.

Ook na het uitkomen van dit boekwerk is de ontwikkeling van de kadastrale techniek voortgegaan. In 1950 kreeg prof. J.M. Tienstra opdracht samen met de landmeters D. de Groot en ir. F. Harkink een nieuwe HTW te ontwerpen. Na het overlijden van prof. Tienstra werd zijn opvolger, prof.ir. W. Baarda, uitgenodigd diens taak over te nemen. Deze kreeg daarmee de gelegenheid de door hem nader uitgewerkte theorie op het gebied van de waarnemingsrekening en puntsbepaling toe te passen. In 1956 kwam de door dit driemanschap, met medewerking van een aantal deskundigen, vervaardigde derde HTW gereed.

Deze HTW'56 is jarenlang een standaardwerk geweest voor landmeetkundig Nederland. De principiële gedachtengang in dit boek op het gebied van waarnemingsrekening en puntsbepaling heeft grote invloed gehad op de ontwikkeling van landmeetkundige methoden en technieken. Tot op de dag van vandaag zijn de behandelde principes van de precisiebeschrijving van puntenvelden nog toepasbaar. De HTW'56 werd vooral gekenmerkt door:

- een beeld van de theorie van de waarnemingsrekening op dat moment;
- een filosofie omtrent de toepassing van de waarnemingsrekening op kadastrale metingen;
- grote aandacht voor het ontwerpen van puntsbepalingsconstructies;
- veel ruimte voor meet- en rekenmethoden.

De betekenis van de HTW'56 verminderde echter na verloop van tijd als gevolg van de vele ontwikkelingen die in de loop der jaren in het landmeetkundige vakgebied hebben plaatsgevonden. Dit betrof met name:

- de instrumentele ontwikkelingen;
- de theoretische ontwikkelingen op het gebied van de mathematische geodesie;
- de praktische ontwikkelingen op het gebied van de puntsbepaling;
- de ontwikkelingen op het gebied van de automatisering en de rekentechniek.

Reeds in 1975 maakte de werkgroep 'Puntsbepaling' van de Nederlandse Vereniging voor Geodesie in haar aanbevelingen melding van de noodzaak om de moderne theorieën over precisie, toetsing en betrouwbaarheid te vertalen in handzame richtlijnen en voorschriften.

Medio 1982 werd door de Rijkscommissie voor Geodesie voorgesteld aan de Stichting Studiecentrum voor Vastgoedinformatie om een nieuw standaardboek te maken dat enerzijds bedoeld was als actualisering van de HTW'56 en anderzijds een aantal normen zou moeten bevatten voor de opzet en verwerking van metingen van meerdere instanties. Dit voorstel mondde uit in een vooronderzoek dat resulteerde in het rapport 'Naar een nieuwe HTW' van september 1983. Uiteindelijk werd besloten om een project te starten dat zou moeten leiden tot een nieuwe HTW. Dit gezamenlijke project van Kadaster, Meetkundige Dienst en TU-Delft ving aan in mei 1984 met de instelling van een begeleidingsgroep en een projectgroep. Aan dit project werd zo'n vier jaar gewerkt zonder uitzicht op resultaat. Belangrijkste oorzaak was dat onvoldoende capaciteit beschik-

baar werd gesteld. Bovendien bleek uiteindelijk geen overeenstemming te bereiken over opzet, doel en aanpak van de HTW. Uiteindelijk is besloten het project te beëindigen.

In 1992 is door de toenmalige hoofddirecteur van het Kadaster mr. J.W.J. Besemer gevraagd aan ir. J. Polman, directeur in Algemene Dienst bij het Kadaster, en prof.dr.ir. P.J.G. Teunissen, hoogleraar aan de Faculteit der Geodesie, gezamenlijk zorg te dragen voor een nieuwe HTW. Eind 1992 werd begonnen met de werkzaamheden. Medio 1994 heeft prof.dr.ir. M.J.M. Bogaerts, hoogleraar aan de Faculteit der Geodesie, de taak van prof. Teunissen overgenomen. Het resultaat van deze werkzaamheden ligt thans voor u in de vorm van de vierde HTW.

1.2 Doelstellingen en uitgangspunten van de HTW

In de opdracht voor het vervaardigen van een nieuwe Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster zijn de volgende eisen geformuleerd:

- De HTW moet op hanteerbare wijze inzicht geven in de actuele stand van zaken op het gebied van de mathematische geodesie en puntsbepalingstheorie.
- De HTW moet fungeren als handleiding voor de uitvoering van de landmeetkundige werkzaamheden van het Kadaster.
- De HTW moet fungeren als leidraad voor de beheersing van de geometrische kwaliteit van landmeetkundige methoden en technieken en van de te vervaardigen produkten.
- De HTW moet fungeren als referentiekader voor de uitbesteding van landmeetkundige werkzaamheden.

De HTW is dus bedoeld als handleiding voor degenen die belast zijn met de uitvoering van de landmeetkundige taken van het Kadaster en is een leidraad voor het toepassen van landmeetkundige methoden en technieken en de beheersing van de meetkundige kwaliteit die daarbij wordt vereist.

De theoretisch getinte hoofdstukken zijn gericht op HBO- en academisch niveau, de meer praktisch georiënteerde hoofdstukken zijn vooral bestemd voor het uitvoerend personeel op MBO-niveau. Hoewel de HTW in de eerste plaats een handboek is voor de uitvoering van kadastrale werkzaamheden is er naar gestreefd een algemeen bruikbaar handboek voor de kwaliteitsbeheersing van landmeetkundige werkzaamheden bij meerdere diensten en instellingen samen te stellen.

Bij het schrijven van de HTW zijn de volgende uitgangspunten en randvoorwaarden aangehouden:

- De HTW richt zich primair op de werkzaamheden die bij het Kadaster plaatsvinden en bij organisaties die nauw samenwerken met het Kadaster, zoals landmeetkundige ingenieursbureaus, gemeenten, nutsbedrijven, Rijkswaterstaat. Deze begrenzing wordt bepaald door het takenpakket van het Kadaster en de produkten waaraan het Kadaster een bijdrage levert of medeverantwoordelijkheid voor draagt.
- De HTW beperkt zich tot de technische werkzaamheden van het Kadaster en zijn omgeving. Specifiek gaat het daarbij om het op een verantwoorde wijze instandhouden van de geometrische infrastructuur ten behoeve van het verzamelen, beheren en gebruiken van geo-informatie. De administratieve taken van het Kadaster, zoals de eigendomsregistratie en het landinrichtingsproces, worden dus niet behandeld, evenmin als juridische, economische en sociale aspecten.
- De HTW zal met name handelen over het bewaken en beheren van de geometrische

kwaliteit van de verwerkingsprocessen, tussenprodukten en eindprodukten. De HTW is dus vooral een handboek voor geometrische kwaliteitsbeheersing en daarmee een onderdeel van het kwaliteitssysteem van het Kadaster. De HTW beperkt zich echter in het brede aandachtsveld van een kwaliteitssysteem tot het aspect geometrische kwaliteit. Alle andere aspecten van kwaliteitszorg worden niet of slechts zijdelings beschouwd.

- Onder geometrische kwaliteitsbeheersing wordt verstaan de beheersing van de kwaliteit van coördinaten van punten en puntenvelden. Deze gegevens liggen immers ten grondslag aan de landmeetkundige eindprodukten van het Kadaster. De geometrische kwaliteit van objecten, zoals lijnelementen en vlakelementen is daarvan in beginsel af te leiden.
- De methoden van de mathematische geodesie vormen de wetenschappelijke basis voor de HTW. Dit houdt in dat de kernbegrippen uit de mathematische geodesie worden behandeld en gehanteerd en dat de geodetische rekentechniek die daarop is gebaseerd, zoveel mogelijk wordt toegepast.
- Er wordt uitgegaan van het gebruik van computer-apparatuur en -programmatuur voor de landmeetkundige verwerkingsprocessen en voor het beheer en onderhoud van digitale kaarten en andere bestanden. Voor sommige processen zal programmatuur moeten worden ontwikkeld of herzien, omdat bestaande programmatuur niet aan de in de HTW beschreven voorwaarden voldoet.

Gezien de geformuleerde doelstellingen kan de HTW op verschillende manieren worden gebruikt:

- De HTW is normstellend, dat wil zeggen dat er eisen worden gesteld aan de geometrische kwaliteit van de produkten van het Kadaster. Hieruit worden normen afgeleid voor de geometrische kwaliteitsbeheersing van landmeetkundige processen.
- De HTW is een handleiding voor de dagelijkse landmeetkundige praktijk. Daartoe worden voor diverse processtappen vuistregels en richtlijnen gegeven. De HTW beschrijft, voorzover noodzakelijk, meet- en rekentechnieken die aan de technische processen ten grondslag liggen. Vooral de aspecten die van invloed zijn op de geometrische kwaliteit van het resultaat worden behandeld.
- De HTW geeft inzicht in de theorie die ten grondslag ligt aan de gegevensverwerking. Dit betekent echter niet dat de HTW een leerboek is voor mathematische geodesie. Voor een verdieping in deze materie zal men gebruik moeten maken van bestaande leerboeken of dictaten.

1.3 Hoofdlijnen van de inhoud

In hoofdstuk 2 wordt de basis gelegd voor de HTW. Ten behoeve van een systematische opzet van de kwaliteitsbeheersing van het produktieproces wordt allereerst de algemene structuur van het landmeetkundig proces geanalyseerd. Deze structuur staat tevens model voor de behandeling van de diverse produktieprocessen in de HTW. Vervolgens wordt het coördinatenstelsel van de Rijksdriehoeksmeting behandeld en wordt de functie en betekenis van dit stelsel beschreven voor de landmeetkundige praktijk. Bijzondere aandacht wordt geschonken aan de toepassing van grondslagelementen die bij uitstek een goede meetkundige relatie waarborgen tussen het terrein en de digitale kaart. Speciale aandacht wordt besteed aan de geodetische referentiestelsels die van belang zijn voor de kadastrale praktijk en met name voor de toepassing van GPS.
Van groot belang is de beschrijving van het kwaliteitsmodel dat voor de HTW is gekozen. Dit kwaliteitsmodel maakt het mogelijk de geometrische kwaliteit van punten en pun-

tenvelden te beschrijven. Het kwaliteitsmodel is tevens bedoeld als instrument voor de kwaliteitsbeheersing van landmeetkundige projecten en kadastrale produkten. In aansluiting op het kwaliteitsmodel wordt vervolgens de vereiste of kenmerkende kwaliteit van landmeetkundige produkten van het Kadaster beschreven.

In hoofdstuk 3 worden de grondslagen van de mathematische geodesie behandeld. Dit hoofdstuk is vooral bedoeld om inzicht te geven in de begrippen die van belang zijn voor de toepassing van de geodetische rekentechniek. Allereerst worden enkele basisbegrippen uit de elementaire statistiek besproken en wordt het modelbegrip nader toegelicht. Daarna volgt de behandeling van de vereffening volgens de methode van de kleinste kwadraten. De twee meest gebruikelijke oplossingsmethoden worden nader uitgewerkt: het model van waarnemingsvergelijkingen en het model van voorwaardevergelijkingen. Een essentieel onderdeel van dit hoofdstuk betreft de toetsing. De methode van de kleinste kwadraten maakt het mogelijk om eventuele meetfouten op te sporen en daarmee de betrouwbaarheid van de resultaten van een landmeetkundig project te waarborgen. Toetsing is dus bij uitstek van belang voor de geometrische kwaliteitsbeheersing. Tot slot worden in dit hoofdstuk de methoden behandeld voor de beschrijving van de geometrische kwaliteit van meetgegevens, rekenresultaten en puntenvelden.

In hoofdstuk 4 wordt een theoretische uitwerking gegeven van het onderwerp aansluiting. Aansluitingsmethoden hebben ten doel puntenvelden van verschillende oorsprong zodanig te koppelen dat ze gezamenlijk als één puntenveld kunnen worden beschouwd. Dit is van groot belang voor de huidige praktijk, omdat in het kader van bestandsopbouw en bijhouding voortdurend coördinatenbestanden met elkaar in verband moeten worden gebracht.

Hoofdstuk 5 handelt over grondslagmeting. Hierin worden de methoden behandeld voor de opbouw en bijhouding van een meetkundige grondslag. Zowel de traditionele methoden in de vorm van kringnetten en detailgrondslagen als de moderne technieken gebaseerd op GPS komen aan de orde.

In hoofdstuk 6 wordt de detailmeting behandeld. Het belangrijkste onderdeel betreft de terrestrische detailopname. Op vergelijkbare wijze als bij grondslagmeting wordt de opzet, verwerking en toetsing van detailmetingsprojecten behandeld. Dit onderdeel is van groot belang voor de dagelijkse praktijk van de meting van akteposten. In dit hoofdstuk wordt tevens aandacht besteed aan de grootteberekening van percelen. In de paragraaf over uitzetten tenslotte worden twee toepassingen behandeld: de grensuitzetting en het uitzetten van kavelgrenzen.

In hoofdstuk 7 wordt aandacht besteed aan de fotogrammetrie. Het gehele proces van de toepassing van fotogrammetrie voor de produktie en bijhouding van grootschalige topografische kaarten wordt behandeld: de fotogrammetrische opname, de triangulatie en blokvereffening, de fotogrammetrische kartering en de naverkenning. Voor elke produktiefase worden richtlijnen en vuistregels gegeven ten behoeve van de geometrische kwaliteitsbeheersing.

In hoofdstuk 8 komt de kaartvernieuwing aan de orde. Kaartvernieuwing is een algemeen begrip voor de diverse methoden waarbij een bestaande kaart geheel of gedeeltelijk wordt vervangen door een nieuw produkt. In dit hoofdstuk worden de methoden beschreven die kunnen worden gebruikt om kadastrale kaarten die niet voldoen aan de gestelde eisen op het vereiste kwaliteitsniveau te brengen. Op basis van een algemeen

model voor de aansluiting van puntenvelden met gebruikmaking van aanvullende meetgegevens worden verschillende toepassingsmogelijkheden nader uitgewerkt.

In hoofdstuk 9 wordt de geometrische kwaliteitscontrole van eindprodukten besproken. De methode van kaartverificatie wordt nader uitgewerkt, terwijl daarnaast ook aandacht wordt besteed aan de analyse van de vervorming van analoge kaarten en aan de kwaliteitsanalyse van bestaande kaartprodukten. Kaartverificatie is vooral van belang voor de beoordeling van de geometrische kwaliteit van opgeleverde produkten in het kader van uitbesteding.

2 Geometrische kwaliteitsbeheersing

2.1 Inleiding

In deze handleiding wordt de geometrische kwaliteitsbeheersing gerealiseerd langs twee sporen. In de eerste plaats wordt de beheersing van de kwaliteit van produkten en van puntenvelden in het bijzonder behandeld. Puntenvelden zijn bijvoorbeeld een digitale kaart (de kadastrale kaart of een grootschalige basiskaart) of een puntenveld van de grondslag (bijvoorbeeld de RD-punten). Voor de beschrijving van de kwaliteit van puntenvelden wordt een zogenaamd kwaliteitsmodel opgezet. Het kwaliteitsmodel is het instrument voor de *kwaliteitsbeheersing van het produkt*.
Daarnaast wordt de geometrische kwaliteit gewaarborgd door de kwaliteit van de landmeetkundige meet- en verwerkingsprocessen te beheersen. Een goede kwaliteitsbeheersing van een proces waarborgt in belangrijke mate de kwaliteit van het resultaat, dat wil zeggen het produkt. Per toepassing wordt daarom de *kwaliteitsbeheersing van het proces* beschreven.

Voor de opzet en uitvoering van de geometrische kwaliteitsbeheersing is een raamwerk nodig, bestaande uit:
- een theoretische basis voor de kwaliteitsbeschrijving en de gegevensverwerking;
- een structurering van de landmeetkundige processen;
- een definitie van het Nederlandse coördinatenstelsel;
- een modelmatige beschrijving van de kwaliteit van puntenvelden.

Voor een goed begrip van de geometrische kwaliteitsbeheersing van landmeetkundige processen en produkten is enige kennis van de onderliggende theorie noodzakelijk. Deze theorie omvat de mathematische geodesie en de aansluiting van puntenvelden welke beschreven worden in respectievelijk hoofdstuk 3 en hoofdstuk 4. De technieken en modellen uit de mathematische geodesie liggen ten grondslag aan de verwerking en kwaliteitscontrole van de meetgegevens en het kwaliteitsmodel. De aansluiting van puntenvelden wordt een steeds belangrijkere techniek door het toenemende gebruik van digitale kaarten. Voor de aansluiting is geen leerboek beschikbaar, en daarom wordt de aansluiting in deze handleiding apart behandeld.

In dit hoofdstuk wordt om te beginnen de structuur van landmeetkundige processen beschreven. De gekozen structuur maakt het mogelijk de beschrijving van de processen te standaardiseren. Hiermee wordt bereikt dat alle processen op dezelfde manier worden beschreven. De structurering is mogelijk doordat de verwerking van meetgegevens voor de verschillende meetmethoden grote overeenkomsten vertoont. In de HTW wordt de nadruk gelegd op een procesbeschrijving vanuit het oogpunt van de kwaliteitsbeheersing. Daarbij ligt de nadruk meer op het meetontwerp en de verwerking van meetgegevens dan op de meettechniek zelf.
Voor elke toepassing wordt in de diverse toepassingshoofdstukken de kwaliteit van het proces bewaakt op basis van de gekozen structurering. Voor de gebruiker worden per toepassing richtlijnen en vuistregels gegeven waarmee de kwaliteit van het proces kan worden beheerst.

De geometrie van puntenvelden wordt beschreven met behulp van coördinaten. De definitie van het coördinatenstelsel is hierbij van groot belang. In Nederland wordt gewerkt met het coördinatenstelsel van de Rijksdriehoeksmeting (RD) voor de ligging en met het Normaal Amsterdams Peil (NAP) voor de hoogte. Het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting vormt de meetkundige basis in deze handleiding. De definities van het RD-coördinatenstelsel worden gegeven. Door het toenemende gebruik van satelliet-plaatsbepalingsmethoden, met hun eigen coördinatenstelsels, is ook de relatie van het RD-stelsel met andere stelsels van belang.

In de landmeetkundige praktijk speelt het concept van verdichting een belangrijke rol. Nieuwe puntenvelden worden doorgaans in bestaande puntenvelden ingepast, waarbij de coördinaten van de bestaande punten niet wijzigen. Het concept van verdichting is gebaseerd op het principe van 'werken van groot naar klein'. Het netwerk van de Rijksdriehoeksmeting is de meetkundige grondslag op nationaal niveau. De gebruiker berekent coördinaten in het RD-stelsel door aan te sluiten aan grondslagpunten waarvan de coördinaten bekend zijn in het RD-stelsel. Daarmee vormt het puntenveld van grondslagpunten de geometrische basis van veel landmeetkundige produkten. De grondslagpunten zijn dan ook een belangrijk element in de geometrische kwaliteitsbeheersing.

De beschrijving van de geometrische kwaliteit van produkten moet eenvoudig en eenduidig zijn. Hiervoor wordt een zogenaamd kwaliteitsmodel opgezet, dat de geometrische kwaliteit van produkten beschrijft in termen van de relatieve precisie tussen punten. Het kwaliteitsmodel is gebaseerd op de technieken van de mathematische geodesie. Bij de beschrijving wordt een onderscheid gemaakt tussen grondslag en detailpuntenvelden. Detailpuntenvelden zijn bijvoorbeeld de punten van een bijhoudingsmeting of een digitale kaart.

Op basis van het kwaliteitsmodel wordt de kwaliteit van landmeetkundige produkten beschreven. Verder wordt voor de kadastrale produkten en voor grondslag de vereiste kwaliteit beschreven en wordt voor de detailpuntenvelden de kenmerkende kwaliteit beschreven.

2.1.1 Overzicht van dit hoofdstuk

De structuur van het landmeetkundig proces wordt beschreven in § 2.2. Deze structuur ligt ten grondslag aan de opzet van alle toepassingshoofdstukken.
Het coördinatenstelsel van de Rijksdriehoeksmeting wordt behandeld in § 2.3. Na een korte schets van de geschiedenis van het stelsel wordt de definitie van het stelsel gegeven. Vervolgens worden de relatie tussen het coördinatenstelsel en het terrein, het concept van de verdichting van de grondslag en de soorten grondslagpunten behandeld.
In § 2.4 wordt de relatie gelegd tussen het RD-stelsel en andere van belang zijnde coördinatenstelsels. Hierbij wordt voornamelijk aandacht besteed aan de relatie met het ETRS89-stelsel en het WGS84-stelsel, die voor satelliet-plaatsbepaling van groot belang zijn.
Paragraaf 2.5 is gewijd aan het kwaliteitsmodel van puntenvelden en de algemene filosofie die aan de geometrische kwaliteitsbeheersing in deze handleiding ten grondslag ligt. De concepten van de nabijheidsrelaties en de kwaliteitsbeschrijving worden beschreven op basis van de relatieve precisie van puntenvelden. Ook wordt aangegeven hoe het model in de praktijk kan worden geïmplementeerd en hoe het kan worden gebruikt.

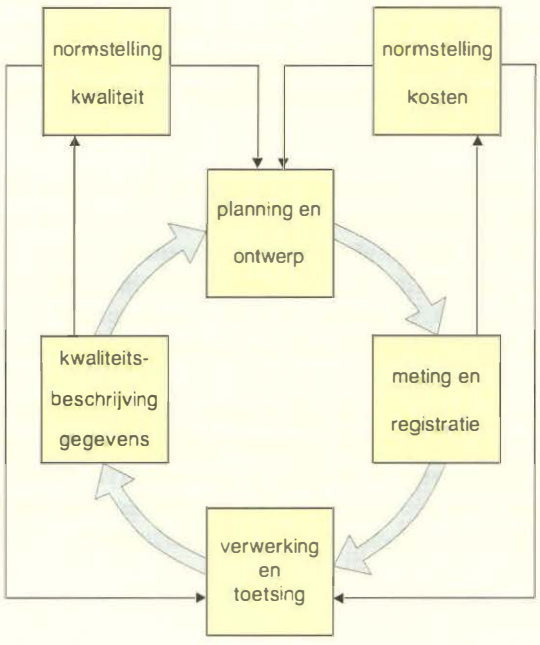
De geometrische kwaliteit van landmeetkundige produkten wordt behandeld in § 2.6. Voor produkten van het Kadaster wordt de vereiste kwaliteit beschreven. Voor grondslag kunnen ook algemene kwaliteitseisen worden geformuleerd. Van detailpuntenvelden tenslotte wordt de kenmerkende kwaliteit beschreven.

2.2 Structuur landmeetkundig proces

In deze paragraaf wordt vanuit een toepassingsgerichte invalshoek het algemene kader geschetst waarbinnen zich de in deze handleiding aan de orde komende landmeetkundige methoden en toepassingen afspelen.
Er wordt in algemene zin aandacht besteed aan enkele principes en uitgangspunten van geometrische kwaliteitsbeheersing en de daarbij behorende inschakeling van een wiskundig model.
Vervolgens wordt de algemene structuur van een landmeetkundig proces geanalyseerd vanuit het oogpunt van geometrische kwaliteitsbeheersing. Deze structuur maakt het mogelijk de diverse in deze handleiding behandelde landmeetkundige toepassingen steeds op dezelfde wijze uit te werken.

2.2.1 Geometrische kwaliteitsbeheersing

In figuur 2.1 is in beeld gebracht hoe de kwaliteitsbeheersing van geometrische processen in zijn werk gaat.



Figuur 2.1: Kwaliteitsbeheersing van geometrische processen.

Bij het opzetten van een meting is het uitgangspunt altijd dat een evenwicht moet worden gevonden tussen de vereiste kwaliteit van het eindprodukt en de kosten van de meting voor de vervaardiging van het eindprodukt. Kwaliteit en kosten zijn afhankelijk van elkaar. Vrijwel altijd gaat een verhoging van de kwaliteitseisen gepaard met een verhoging van de kosten van de meting. Omgekeerd leidt een verlaging van het beschikbare budget meestal tot een mindere kwaliteit van het eindprodukt.

Om zoveel mogelijk rekening te houden met het uitgangspunt dat de kosten van een meting moeten worden beheerst, zal bij het opstellen van kwaliteitseisen voor het eindprodukt het minimaal vereiste kwaliteitsniveau moeten worden aangegeven. Het bepalen van het minimaal vereiste kwaliteitsniveau betekent immers impliciet dat daarmee ook het minimale kostenniveau wordt beïnvloed. Planning en ontwerp van een meting worden derhalve primair bepaald door de gestelde minimale kwaliteitsnormen. In de praktijk blijkt het overigens niet altijd eenvoudig te zijn om de relatie tussen kwaliteit en kosten eenduidig vast te leggen. Bovendien worden de kosten niet alleen beïnvloed door de geometrische kwaliteitsaspecten, maar ook door andere kwaliteitseisen zoals volledigheid en actualiteit en door organisatorische factoren. Voor een goed inzicht in de problematiek van de geometrische kwaliteitsbeheersing is het echter essentieel, dat bij planning en ontwerp uitgegaan wordt van de gestelde kwaliteitsnormen en kostennormen.

Op basis van het meetontwerp wordt de meting uitgevoerd en worden de relevante gegevens voor het bepalen van de kwaliteit van de meetresultaten geregistreerd. De kosten van de meting kunnen worden vergeleken met de normstelling van de kosten.

Vervolgens kunnen de meetresultaten worden verwerkt met behulp van de beschikbare rekentechnieken en kunnen de meetresultaten worden beoordeeld en getoetst. De keuze van de toetsingsparameters houdt verband met de normstelling voor de kosten; immers mede op grond van deze keuze wordt de kans bepaald dat metingen opnieuw moeten worden verricht. De toetsing van de meetresultaten vindt plaats om te beoordelen of de vereiste kwaliteit is bereikt.

Het resultaat van de rekentechnische verwerking en toetsing leidt tot het beoogde eindresultaat in de vorm van een set coördinaten of daarvan afgeleide produkten met bijbehorende kwaliteitsparameters. Dit resultaat wordt beoordeeld aan de hand van de gestelde kwaliteitseisen. De gegevens die hier uit voortkomen zijn veelal weer uitgangspunt voor een volgende meting. Aldus is in figuur 2.1 het continu-proces tot uitdrukking gebracht dat inherent is aan het onderhoud en de vernieuwing van puntenvelden.

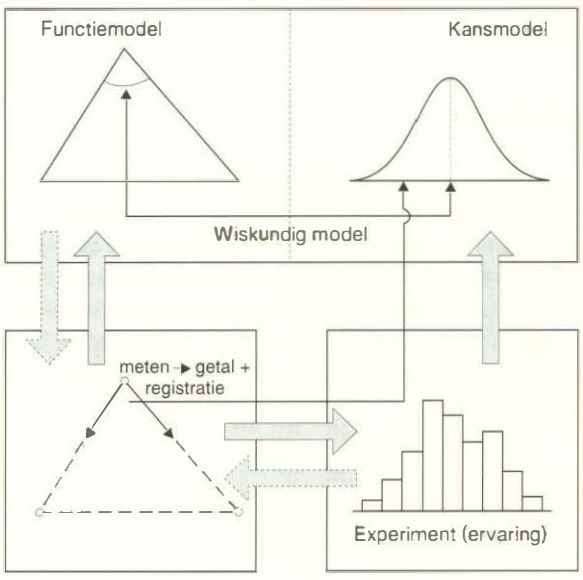
In deze handleiding wordt geen aandacht besteed aan kosten en kostennormen. Het is de taak van het management en de uitvoerende landmeetkundigen om bij elke opdracht steeds opnieuw de doelmatigheid van de meting te optimaliseren. Deze handleiding geeft wel, vanuit het oogpunt van geometrische kwaliteitsbeheersing, de nodige aanknopingspunten om het streven naar doelmatigheid te ondersteunen.

2.2.2 Wiskundig model

De mathematische geodesie is het vakgebied dat zich bezighoudt met de modellering, beschrijving en verwerking van meetuitkomsten. De technieken van de mathematische geodesie vormen een belangrijk instrument van de geometrische kwaliteitsbeheersing. De verwerking en toetsing van meetresultaten gebeurt met rekentechnieken die gebaseerd zijn op een modelmatige beschrijving van het meet- en verwerkingsproces. Deze beschrijving wordt het wiskundig model genoemd.

Het blijkt uit ervaring dat meetprocessen maar tot op zekere hoogte scherpe uitkomsten geven. De meetuitkomsten zijn altijd behept met een bepaalde mate van onzekerheid en soms is een meetresultaat fout, omdat er een misslag is gemaakt. Men kan trachten de onzekerheid van meetuitkomsten en meetfouten te elimineren door bijvoorbeeld betere meetinstrumenten te gebruiken, mensen beter op te leiden of de omstandigheden beter te beheersen. Toch zal er altijd een vorm van onzekerheid blijven bestaan. Daarom wordt in de landmeetkunde overtallig gemeten, dat wil zeggen dat er meer wordt gemeten dan strikt noodzakelijk is om een meetconstructie te bepalen. Deze overtalligheid maakt het opsporen van fouten tijdens de toetsing mogelijk.

Aan de hand van een eenvoudig voorbeeld wordt het opstellen van een wiskundig model nader toegelicht (figuur 2.2). Stel dat de onderlinge ligging van drie punten in het terrein beschreven moet worden, waarbij eventuele hoogteverschillen niet van belang zijn. Als de afstand tussen de punten niet te groot is, wordt de situatie goed genoeg beschreven door de projectie van de punten op een plat vlak te beschouwen. Voor de beschrijving van de onderlinge ligging van de punten kan dan de vlakke meetkunde worden gebruikt. Hierin is het begrip driehoek bekend, waarin de rekenkundige relaties tussen de hoeken en zijden van de driehoek zijn af te leiden. Als de punten in het terrein en hun onderlinge ligging beschreven worden door middel van een driehoek, dan is daarmee een wiskundig model gedefinieerd van de terreinsituatie. Dit wiskundig model voor de onderlinge ligging van drie terreinpunten wordt het *functiemodel* genoemd.



Figuur 2.2: De relaties tussen de metingen en het wiskundig model.

Wanneer nu de elementen van deze driehoek gemeten worden, betekent dit dat aan elk element een bepaalde waarde wordt toegekend als gevolg van een bepaalde meetprocedure. De ervaring leert dat herhaalde metingen van hetzelfde element niet steeds dezelfde uitkomst opleveren. Door het uitvoeren van een groot aantal metingen met een bepaald meetinstrument volgens een vaste meetprocedure (dit noemt men een *experiment*) kan de spreiding in de meetresultaten worden bepaald. Voor het beschrijven van het gedrag van de meetuitkomsten kan eveneens een wiskundig model worden gebruikt. Dit wordt het *kansmodel* genoemd.

Bij een meting speelt niet alleen de uitkomst als getal een rol, maar ook de bijkomende informatie zoals omtrent het meetinstrument, de meetprocedure, de waarnemer en de meetomstandigheden. Deze bijkomende informatie wordt *registratie* genoemd. De registratie is van belang om verband te leggen met vroegere experimenten, zodat een verantwoorde keuze van het kansmodel kan worden gemaakt. Tevens is dit van belang voor de kwaliteitsbeheersing.

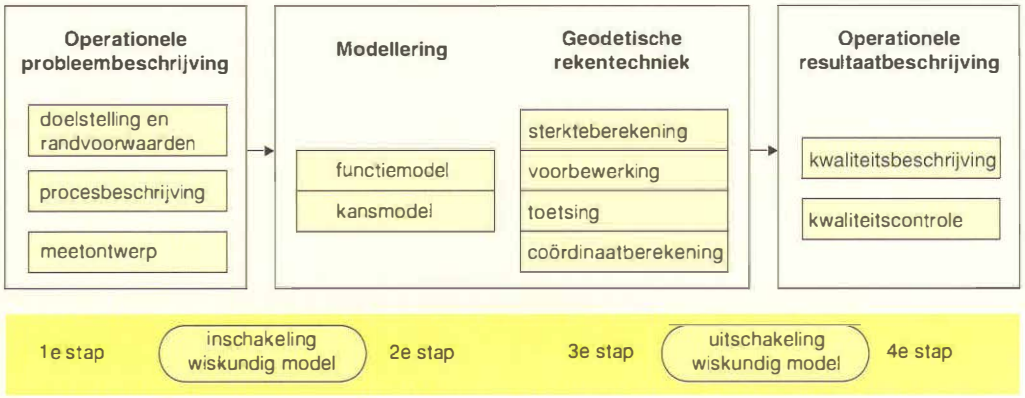
De keuze van een driehoek als functiemodel betekent dat als de drie hoeken van de driehoek gemeten zouden worden, de verwachting is dat de som van de drie hoeken gelijk is aan 200 gon. Voor individuele meetuitkomsten zal in het algemeen blijken dat de som van de feitelijk gemeten hoeken niet precies gelijk is aan 200 gon. Om nu toch tot een sluitend geheel te komen is een *vereffening* nodig.

Strikt genomen kan voor de bepaling van de vorm van een driehoek worden volstaan met het meten van slechts twee hoeken. De derde hoek is daarvan rekenkundig af te leiden. Meet men nu toch deze derde hoek dan is sprake van overtalligheid. Het verschil tussen de gemeten hoek en de berekende hoek kan worden verklaard door de te verwachten spreiding in de meetuitkomsten zoals beschreven in het kansmodel. Als dit verschil groter is dan verwacht mag worden op grond van het kansmodel dan is sprake van een modelfout, dat wil zeggen dat het wiskundig model niet past bij de opgemeten terreinsituatie. Het vereffeningsproces geeft aanwijzingen of er sprake is van modelfouten. Dit wordt de *toetsing* van de meetuitkomsten genoemd.

De relaties tussen terreinsituatie, meting, functiemodel en kansmodel zijn schematisch weergegeven in figuur 2.2.

2.2.3 Landmeetkundig proces

De praktische gang van zaken in een landmeetkundig meet- en verwerkingsproces is geschematiseerd in figuur 2.3. Deze structurering heeft ten doel alle in deze handleiding behandelde landmeetkundige processen steeds op eenzelfde wijze te benaderen vanuit het oogpunt van geometrische kwaliteitsbeheersing. Alhoewel in deze handleiding een heel scala van uiteenlopende methodieken en toepassingen wordt behandeld, is steeds een structurering van de problematiek volgens dit schema nagestreefd. Deze structurering van het landmeetkundig proces staat model voor de indeling van de toepassingsgerichte hoofdstukken in de HTW.



Figuur 2.3: Structurering van het landmeetkundig proces.

Kenmerkend voor deze structurering van het landmeetkundig proces is dat voor elke toepassing sprake is van vier stappen:

1 De operationele probleembeschrijving betreft het geheel aan doelstellingen en randvoorwaarden, een beschrijving van het meetproces en een overzicht van de vuistregels voor het ontwerpen van een meetproject (het zogenaamde meetontwerp). Op basis hiervan wordt de meting uitgevoerd.
2 Teneinde verwerking van de meetgegevens met behulp van geodetische rekentechnieken mogelijk te maken, worden de gegevens in een wiskundig model gebracht. Dit wordt het *inschakelen van het wiskundig model* of kortweg de *modellering* genoemd. De invoergegevens worden hierbij vertaald in een wiskundige probleembeschrijving, bestaande uit een functiemodel en een kansmodel.
3 De beschikbare gegevens kunnen nu worden verwerkt met de methoden van de geodetische rekentechniek. Dit betreft een eventuele voorbewerking van de metingen, de vereffening van de metingen, waarbij de kwaliteit van de metingen wordt getoetst, en de berekening van de onbekende coördinaten. Indien gewenst kan voorafgaand aan de feitelijke meting de sterkte van het meetontwerp worden berekend.
4 De modelmatige beschrijving van de kwaliteit van de resultaten zal vervolgens moeten worden beoordeeld op basis van de gestelde eisen en na goedkeuring worden vertaald in de vorm van kwaliteitsparameters. Dit wordt de *uitschakeling van het wiskundig model* genoemd. Indien gewenst kan de kwaliteit van de resultaten onafhankelijk in een aparte procesgang worden beoordeeld met behulp van methoden voor geometrische kwaliteitscontrole. Veelal worden de resultaten weer gebruikt als gegevens voor volgende toepassingen.

In deze structurering van het landmeetkundig proces worden drie aandachtspunten benadrukt die bij het gebruiken van deze handleiding essentieel zijn:

1 Het bepalen en beschrijven van kwaliteitsnormen van meetprocessen en produkten ten behoeve van de operationele probleembeschrijving en de operationele resultaatbeschrijving.
  Aan het beschrijven en bepalen van geometrische kwaliteitsnormen en kwaliteitseisen van landmeetkundige gegevens en produkten wordt met name aandacht besteed in § 2.5 en § 2.6. In § 2.5 wordt het kwaliteitsmodel beschreven dat als uitgangspunt geldt voor de HTW. In § 2.6 wordt de vereiste kwaliteit van landmeetkundige produkten beschreven. Bij de operationele probleembeschrijving wordt dit gebruikt om de kwaliteit van de bestaande gegevens te beschrijven. Ook voor de operationele resultaatbeschrijving is dit van belang. In de verschillende toepassingshoofdstukken wordt de kwaliteit van diverse meettechnieken beschreven ten behoeve van de operationele probleembeschrijving van een meetproject.
2 Het beschrijven van landmeetkundige processen en de daarbij behorende in- en uitschakeling van het wiskundig model.
  In deze handleiding wordt veel aandacht besteed aan de beschrijving van de landmeetkundige methoden en technieken die bij het Kadaster worden toegepast. Het gaat hier met name om de in- en uitschakeling van het wiskundig model. De inschake-

ling van het model betreft de gehele voorbereiding, opzet en uitvoering van de meting en het ordenen van de meetresultaten, zodanig dat deze kunnen worden verwerkt met de technieken van de geodetische rekentechniek. De uitschakeling van het model omvat de interpretatie van de resultaten van het verwerkingsproces en de beschrijving van de kwaliteit van de resultaten.

3 Het toepassen van de methoden van de mathematische geodesie, teneinde inzicht te verschaffen in de kwaliteit van metingen en meetresultaten.
De feitelijke verwerking op basis van het wiskundig model en de geodetische rekentechniek vindt in beginsel plaats met behulp van daartoe geëigende programmatuur. Het verwerkingsproces krijgt daardoor enigszins het karakter van een 'black box'. Om nu deze black box toch transparant te maken voor specialisten, ontwikkelaars van programmatuur en andere gebruikers, wordt in hoofdstuk 3 ingegaan op de grondslagen van de mathematische geodesie. Dit is ook de basis voor het ontwikkelen van nieuwe processen. In hoofdstuk 4 wordt het onderwerp aansluiting behandeld, waarin de toepassing van de mathematische geodesie op de onderlinge aansluiting van puntenvelden wordt uitgewerkt.
Daarnaast wordt in deze handleiding aandacht besteed aan het kiezen van de juiste parameters voor het rekenproces en aan het interpreteren van de resultaten van het rekenproces in de toepassingshoofdstukken. Dit geldt met name voor de uitvoering van de voorbewerking en de analyse van de resultaten van de toetsing.

De geometrische kwaliteitsaspecten spelen steeds een centrale rol. Dit behelst niet alleen een uniforme kwaliteitsbeschrijving van het eindprodukt waarmee een vergelijking tussen verschillende methodieken mogelijk wordt, maar ook de relatie tussen de vereiste kwaliteit van het eindprodukt en de inrichting van de verschillende deelprocessen. Hierdoor kan voor elke toepassing een optimale onderlinge afstemming van meetontwerp, meetprocedure en verwerkingsmethode plaatsvinden binnen de gestelde randvoorwaarden.

Voor een bepaalde toepassing kunnen verschillende methodieken in aanmerking komen. Voor elke toepassing, beschreven in de hoofdstukken 5 t/m 9, bepalen meetontwerp, meting en verwerkingsmethode de kwaliteit van het eindprodukt. Omgekeerd kunnen bij een methode, uitgaande van een gewenste kwaliteit van het eindprodukt, geschikte combinaties van meetontwerp, meting en verwerkingsmethode worden gekozen. De uiteindelijke keuze blijft echter aan de gebruiker, mede vanwege de noodzakelijke afweging tegen de randvoorwaarden.

De structurering van het landmeetkundig proces volgens figuur 2.3 staat in deze handleiding model voor de uniforme opbouw van de verschillende toepassingshoofdstukken. Daarom wordt in de volgende paragrafen elk onderdeel van dit schema nader toegelicht. De concrete uitwerking van de deelprocessen wordt per toepassing behandeld in de daarvoor bestemde hoofdstukken.

2.2.4 Operationele probleembeschrijving

Doelstelling en randvoorwaarden
Uitgaande van een doelstelling van een landmeetkundig project wordt een plan van aanpak gemaakt. Bij het maken van een plan moet rekening worden gehouden met randvoorwaarden. Onder randvoorwaarden wordt verstaan alles wat, door wat voor omstandigheden dan ook, van te voren vast ligt.

Daarbij kunnen enkele kanttekeningen worden geplaatst:
- Randvoorwaarden kunnen strijdig zijn. In dat geval moeten één of meer randvoorwaarden afgezwakt worden. Een voorbeeld hiervan is dat een te hoge kwaliteit wordt gevraagd voor een te lage prijs (voor een dubbeltje op de eerste rang willen zitten).
- Randvoorwaarden zijn niet allemaal even hard. In principe dient de onvermijdelijkheid van iedere randvoorwaarde ter discussie te worden gesteld. Een voorbeeld hiervan is dat als randvoorwaarde wordt gesteld dat een bepaald instrument met een lage kwaliteit wordt gebruikt, terwijl dit tot hogere kosten kan leiden dan wanneer een beter maar efficiënter apparaat wordt gebruikt (goedkoop is duurkoop).

Hieronder wordt een inventarisatie gegeven van mogelijke randvoorwaarden. Deze inventarisatie is niet uitputtend en kan per toepassingsgebied worden aangepast en uitgebreid.

Randvoorwaarden ten aanzien van *wat* gemeten wordt (doel):
- gegeven punten en puntenvelden met hun kwaliteitsbeschrijving;
- beperkende terreinomstandigheden;
- beperkte technische mogelijkheden van het instrumentarium.

Randvoorwaarden ten aanzien van *hoe* gemeten wordt (meting):
- gekozen meetmethode;
- beschikbaar instrumentarium;
- meettechniek;
- (automatische) registratie-mogelijkheden;
- personele mogelijkheden (kwalitatief en kwantitatief).

Randvoorwaarden ten aanzien van berekening en toetsing (verwerking):
- beschikbare rekenapparatuur;
- beschikbare programmatuur.

Randvoorwaarden ten aanzien van eindprodukt en kwaliteit (normstelling):
- vereiste kwaliteitsniveau;
- bijzondere vormen van het eindprodukt;
- kosten.

Procesbeschrijving
De procesbeschrijving omvat het gehele proces van meting tot resultaat, zodat de gebruiker direct een overzicht heeft van de consequenties van de keuze van de meet- en verwerkingsmethode op de volgorde binnen het meet- en verwerkingsproces. De procesbeschrijving omvat dus duidelijk meer dan de beschrijving van de gevolgde procedure bij de meting. Voor elke toepassing wordt een procesbeschrijving gegeven. Indien er voor een bepaalde toepassing uit verschillende methoden gekozen kan worden, wordt voor elke methode een procesbeschrijving gegeven.

Meetontwerp
Het ontwerp van de meting betreft de keuzes die moeten worden gemaakt omtrent wat wordt gemeten en hoe wordt gemeten. Het gaat hierbij vooral om het type waarnemingen, het ontwerp van de meetconstructies en de samenhang tussen de te verrichten waarnemingen. Daarbij speelt een belangrijke rol welke bestaande gegevens kunnen of moeten worden gebruikt. Bij het ontwerpen van een meetkundige grondslag werd het meetontwerp in de HTW'56 ook wel verkenning genoemd. Deze term wordt in de HTW echter niet meer gebruikt. Wel van toepassing blijft de term terreinverkenning, waarbij in het terrein wordt onderzocht of een meetontwerp ook daadwerkelijk is te realiseren.

Op instrumenteel gebied voltrekken zich de technische ontwikkelingen zeer snel. In deze handleiding worden daarom geen meetinstrumenten beschreven. De nadruk van de beschrijving ligt op de meetprocedure. Wel worden bij het meetontwerp, waar nodig, randvoorwaarden aan de technische mogelijkheden van het instrumentarium gesteld.

Het ontwerp van de meting levert de bouwstenen voor het opstellen van het functiemodel en het kansmodel. De keuze van het type waarnemingen, de onbekende parameters en de verwerkingsmethode bepalen de structuur van het functiemodel. De kwaliteit van het instrumentarium en de meetprocedure bepalen de kwaliteit van de waarnemingen. Op basis hiervan wordt een kansmodel van de waarnemingen opgesteld.

Het meetontwerp moet zodanig zijn dat het resultaat aan de vereiste kwaliteit voldoet. De kwaliteit wordt beschreven met de precisie en betrouwbaarheid van het resultaat. De precisie is afhankelijk van de gekozen meetmethode, het instrumentarium en de verwerkingsmethode. De betrouwbaarheid wordt gewaarborgd door een overtallige meetopzet. Door meer te meten dan strikt noodzakelijk is, kunnen fouten in waarnemingen worden opgespoord.
Bij het opzetten van een meting is het van belang een goed evenwicht te vinden tussen de keuze en omvang van de meting (doelmatigheid), de vereiste kwaliteit (doeltreffendheid) en de daaruit voortvloeiende kosten (zie ook figuur 2.1).

Het meetontwerp vindt in het algemeen plaats op basis van een aantal vuistregels. Dergelijke vuistregels zijn gebaseerd op de kwaliteitseisen. Vuistregels die betrekking hebben op het meetontwerp worden ontwerpregels genoemd. De ontwerpregels zijn tot stand gekomen op basis van de rekenkundige analyse (sterkteberekening) van verschillende, algemeen als goed ervaren, meetontwerpen uit de praktijk.

2.2.5 Modellering

Functiemodel
Het functiemodel beschrijft de wiskundige relatie tussen de waarnemingsgrootheden en de onbekenden. Voor het opstellen van het functiemodel moeten de waarnemingen en onbekenden worden gedefinieerd. Waarnemingen zijn bijvoorbeeld richtings- en afstandsmetingen of gedigitaliseerde coördinaten. Onbekenden zijn in het algemeen coördinaten van nieuwe punten, maar ook schaal- en oriënteringsonbekenden.

Op basis van de wiskundige relaties tussen waarnemingen en onbekenden worden zogenaamde waarnemingsvergelijkingen opgesteld. Het totaal van waarnemingsvergelijkingen beschrijft het functiemodel. In sommige situaties worden voor de gegevensverwerking zogenaamde voorwaardevergelijkingen opgesteld. Hierin wordt de wiskundige relatie tussen de verschillende waarnemingen tot uitdrukking gebracht zonder gebruik te maken van onbekenden. In hoofdstuk 3 wordt de methodiek van het opstellen van een functiemodel beschreven. Het functiemodel voor de verschillende toepassingen wordt nader uitgewerkt in de hoofdstukken 4 t/m 9.

Kansmodel
Het kansmodel beschrijft de stochastische eigenschappen van de waarnemingsgrootheden. De stochastische eigenschappen worden meestal beschreven met de spreiding van waarnemingsgrootheden. Een maat voor deze spreiding is bijvoorbeeld de standaardafwijking.

De keuze van het kansmodel is van groot belang voor de kwaliteitscontrole van het proces en de kwaliteitsbeschrijving van het resultaat. De kwaliteitscontrole tijdens de verwerking van de meetgegevens, de toetsing, is erg gevoelig voor de keuze van het kansmodel. De kwaliteitsbeschrijving van het resultaat is sterk afhankelijk van het gekozen kansmodel van de waarnemingsgrootheden.

Bij het gebruik van (digitale) kaarten en puntenvelden moet ook een kansmodel voor de coördinaten van de kaart worden opgesteld. Voor een homogeen puntenveld waarvan de herkomst bekend is, zijn hiervoor redelijk bruikbare modellen beschikbaar. Dit is bijvoorbeeld het geval bij een puntenveld van bestaande RD-punten. Lastiger is het om een kansmodel te ontwikkelen voor een niet-homogeen puntenveld waarvan niet duidelijk is hoe dit tot stand is gekomen. Denk aan een niet-hermeten kadastrale kaart die in een lange periode met behulp van verschillende methoden is bijgehouden. Het opstellen van kansmodellen voor bestaande puntenvelden wordt besproken in § 2.6, waarin de vereiste kwaliteit van landmeetkundige produkten en processen wordt behandeld.

2.2.6 Geodetische rekentechniek

De geodetische rekentechniek is de verzameling van technieken voor de sterkteberekening, de kwaliteitscontrole tijdens het verwerkingsproces (toetsing) en de berekening van de coördinaten. De gehele verwerking wordt ook wel de vereffening genoemd. De vereffening heeft de volgende oogmerken:

- het opsporen van eventuele (grove) fouten in de waarnemingen en het model;
- het wegwerken van tegenspraken tussen de waarnemingen;
- het berekenen van de onbekenden (meestal coördinaten);
- het bepalen van de geometrische kwaliteit van de berekende coördinaten.

De gegevensverwerking is gebaseerd op de methode van de kleinste-kwadraten vereffening. De grondslagen van de geodetische rekentechniek worden beschreven in hoofdstuk 3. Bij de gegevensverwerking worden in beginsel vier stappen onderscheiden.

Sterkteberekening
Voor de beoordeling van de kwaliteit van een meetontwerp kan een sterkteberekening worden uitgevoerd. Dit is een rekenkundige analyse van het meetontwerp voordat de feitelijke waarnemingen zijn gedaan. De precisie van de te berekenen coördinaten kan worden berekend in de vorm van een variantiematrix op basis van het meetontwerp en het daaruit af te leiden wiskundig model. De uit de variantiematrix afgeleide precisie kan worden vergeleken met de vereiste precisie van bepaalde grootheden. De (inwendige) betrouwbaarheid kan worden beoordeeld op grond van de grootte van de fouten die bij de toetsing kunnen worden gevonden (de grenswaarden). Daarnaast kan de invloed van fouten ter grootte van de grenswaarden op de onbekenden worden berekend (de uitwendige betrouwbaarheid).

In de praktijk vindt de sterkteberekening meestal niet plaats. Als namelijk het meetontwerp gebaseerd is op de ontwerpregels, voldoet de meetopzet al aan de kwaliteitseisen. Bij meetontwerpen waarbij afgeweken wordt van de ontwerpregels wordt aanbevolen een sterkteberekening uit te voeren. Op basis van het meetontwerp, al of niet aangepast op grond van de sterkteberekening, wordt vervolgens de meting uitgevoerd.

Voorbewerking
Alvorens de toetsing en de coördinaatberekening uit te voeren is het veelal wenselijk en praktisch een voorbewerking uit te voeren. Tijdens de voorbewerking worden grove fouten opgespoord en geëlimineerd en kunnen bijvoorbeeld onjuiste coderingen worden verbeterd. Daarnaast worden tijdens de voorbewerking benaderde waarden voor de onbekenden berekend. De berekening van benaderde waarden is noodzakelijk omdat de vergelijkingen in het functiemodel meestal niet-lineair zijn, terwijl de rekentechniek is gebaseerd op de aanname dat de modellen lineair zijn. Om de methodieken van de geodetische rekentechniek te kunnen gebruiken moeten de waarnemingsvergelijkingen gelineariseerd worden, en hiervoor zijn benaderde waarden nodig.

Toetsing
Bij de toetsing worden fouten in het waarnemingsmateriaal en eventuele andere modelfouten opgespoord. Toetsing is alleen mogelijk indien er meer waarnemingen beschikbaar zijn dan noodzakelijk voor de constructie van de meetopzet (dit heet de overtalligheid van de meetopzet). De berekening van de betrouwbaarheid tijdens de sterkteberekening geeft aan welke fouten en met welk succes fouten in de waarnemingen kunnen worden opgespoord. De toetsing wordt in beginsel in twee stappen uitgevoerd:
- toetsing van het vrije net;
- toetsing van de aansluitingspunten.

Bij de toetsing van het vrije net wordt alleen gebruik gemaakt van de uitgevoerde metingen conform het meetontwerp, zonder gebruik te maken van de gegeven punten. Essentieel hierbij is dat de inwendige kwaliteit van het meetontwerp wordt beoordeeld zonder daarbij de (eventueel storende) invloed van het bestaande puntenveld te betrekken. Bij de toetsing van de aansluitingspunten worden de waarnemingen gezamenlijk met de coördinaten van de gegeven punten vereffend. In deze stap wordt in het bijzonder naar fouten gezocht in het bestaande puntenveld.
De toetsing van het vrije net en de toetsing van de aansluitingspunten worden dikwijls ook eerste en tweede fase toetsing genoemd.

Coördinaatberekening
Na de toetsing worden de coördinaten van het nieuwe puntenveld berekend in het stelsel van de gegeven punten. Uit praktische overwegingen worden de coördinaten van de gegeven punten in het algemeen niet gewijzigd (er wordt daarom in de praktijk vaak gesproken van inpassing in het bestaande puntenveld in plaats van coördinaatberekening).

Het principe van de verwerking in de vier behandelde stappen is toepasbaar in vrijwel alle verwerkingsprocessen. Daarom is deze aanpak als leidraad gekozen voor deze handleiding. Het is echter ook mogelijk in concrete situaties één of meer van deze stappen over te slaan of sommige stappen in één rekengang te integreren. Voor een goed begrip van de rekenprocessen is deze benadering in vier stappen echter essentieel.

2.2.7 Operationele resultaatbeschrijving

In het kader van deze handleiding wordt alleen het technisch-landmeetkundig aspect van het eindprodukt beschouwd. Daarom wordt de behandeling van het eindprodukt en de bijbehorende kwaliteitsbeschrijving direct gericht op het standaard-eindprodukt van de technisch-landmeetkundige activiteiten, te weten de coördinaten van punten en puntenvelden.

Coördinaten van punten en puntenvelden met hun kwaliteitsbeschrijving
Als er andere grootheden als eindprodukt gewenst zijn dan coördinaten, dan zijn deze altijd te schrijven als functies van de coördinaten. De kwalitcitsbeschrijving van deze functies is vervolgens in beginsel af te leiden uit de kwaliteitsbeschrijving van de coördinaten door toepassing van de voortplantingswetten van de varianties en de grenswaarden. Voor de beschrijving van de resultaten van technisch-landmeetkundige activiteiten vormen de coördinaten als standaard-eindprodukt zodoende geen wezenlijke beperking.

In de praktijk zijn meestal niet alle in coördinaten bepaalde punten van belang, omdat zich hieronder ook hulppunten bevinden. Het eindprodukt betreft daarom veelal een deel van alle gemeten punten. Coördinaten met hun kwaliteitsbeschrijving vormen evenwel vrijwel nooit het volledige eindprodukt. Veelal maken zij hiervan wel deel uit (bepaling grondslagpunten, digitaal bestand), soms echter vormen zij slechts een tussenstap naar het eindprodukt (in geval van kaarten). Voor het vervaardigen van het volledige eindprodukt is naast de technisch-landmeetkundige informatie ook kartografische en thematische informatie nodig.

Voor het bepalen van een meetkundige grondslag is de administratieve component beperkt en is een aanvulling met identificatiegegevens van het punt meestal voldoende (wijze van verzekeren, naamgeving, aanmeting e.d.). In het geval van detailmeting is de benodigde informatie veel complexer om tot een digitale kaart als eindprodukt te komen. Behalve informatie over individuele punten is bijvoorbeeld ook de relatie tussen punten en de aard van de objecten van belang. Inwinning en registratie van deze informatie zal veelal tijdens de meting dienen te geschieden.

In deze handleiding beperken we ons tot de geometrische kwaliteitsaspecten van punten en puntenvelden. In § 2.5 wordt nader ingegaan op de wijze waarop de geometrische kwaliteit in de vorm van handzame parameters kan worden beschreven. Overige kwaliteitsaspecten als volledigheid en actualiteit worden niet in beschouwing genomen.

Geometrische kwaliteitscontrole
Als de geometrische kwaliteit van het proces is gewaarborgd door het uitvoeren van de voorgeschreven toetsingsprocedures, dan is kwaliteitscontrole van een gereedgekomen produkt niet strikt noodzakelijk. Niettemin is het wel gebruikelijk om een gereedgekomen produkt aan een onafhankelijke kwaliteitscontrole te onderwerpen. Vooral wanneer er sprake is van een opdrachtgever en een opdrachtnemer is het gewenst dat de opdrachtgever zelf controleert of het opgeleverde produkt aan de gestelde eisen voldoet. Op basis daarvan kan het produkt formeel worden geaccepteerd.
De verschillende mogelijkheden voor geometrische kwaliteitscontrole worden in hoofdstuk 9 besproken.

2.3 Het coördinatenstelsel van de Rijksdriehoeksmeting

2.3.1 Het net van de Rijksdriehoeksmeting

De primaire driehoeksmeting 1885 – 1904
In 1879 werd, op initiatief van de Koninklijke Academie van Wetenschappen, de Commissie voor Graadmeting en Waterpassing opgericht voor de voortzetting van de nauwkeurigheidswaterpassing en om een driehoeksmeting uit te voeren met voldoende nauwkeurigheid voor een Europese graadmeting. In de jaren 1885 tot 1904 werd het eerste-orde driehoeksnet gemeten. De noodzakelijke afstandsmeting werd afgeleid uit de basis bij Bonn (Duitsland), die in 1892 was gemeten door de Duitsers. Ter controle werd in 1913 bij Stroe een basismeting uitgevoerd. Het verschil met de afstand uit de basis bij Bonn was slechts 1 mm/km, daarom werden de resultaten van de basismeting bij Bonn niet gewijzigd. Voor de ligging van het net op de ellipsoïde werden de geografische lengte en breedte van Amersfoort en de oriëntering van het net bepaald. Op 13 punten, verspreid over Nederland, werden daartoe in de periode 1896 tot 1899 astronomische metingen uitgevoerd. Het net werd in drie gedeelten vereffend, een noordelijk deel, een zuidelijk deel en de zuidwesthoek. De resultaten van deze vereffening vormen de basis voor het coördinatenstelsel van de Rijksdriehoeksmeting, kortweg genoemd het RD-stelsel.

Secundaire en lagere orde metingen 1898 – 1928
Voor het praktische gebruik van het RD-stelsel, vooral ten behoeve van het Kadaster, werd in de jaren 1898 tot 1928 het eerste-orde net verdicht. In 1929 werd de publikatie 'Rechthoekige Coördinaten 1885 – 1928' uitgegeven, waarin 3732 driehoekspunten waren opgenomen. Daarvan waren 1548 punten verzekerd. Van de niet verzekerde punten was alleen de torenspits bekend.

Bijhoudingsdienst der Rijksdriehoeksmeting
In 1928 bleken al 290 punten van het net te zijn gesloopt of verplaatst, terwijl er vermoedelijk 75 punten waren verstoord door bijvoorbeeld restauratie. Daarom werd op 1 januari 1930 de Bijhoudingsdienst der Rijksdriehoeksmeting, kortweg RD, opgericht als onderdeel van het Kadaster. Deze dienst kreeg tot taak het oorspronkelijke net van punten in stand te houden en zo nodig nieuwe punten aan het net toe te voegen.

Na de tweede wereldoorlog stond de RD voor de taak de omvangrijke door de oorlog veroorzaakte schade te herstellen; bijna 500 torens waren beschadigd. Tevens werd de medewerking gevraagd voor de vereffening van een groot deel van Midden- en West-Europa, waartoe in de jaren na de oorlog nog een aantal astronomische metingen werd uitgevoerd. Uiteindelijk bleek de kwaliteit van het eerste-orde netwerk nog uitstekend. De omvang van het netwerk was echter onvoldoende, vooral in het noordoosten, waar het tot 30 km van de landsgrens verwijderd bleef. De verdichting van het puntenveld had in de steden geleid tot opeenhopingen van, vaak onafhankelijk van elkaar bepaalde, punten. Daarnaast waren er grote aantallen niet, of pas vele jaren na de bepaling, gecentreerde punten die als onbetrouwbaar moesten worden aangemerkt. Bovendien waren veel punten verloren gegaan. Dit alles was aanleiding om het net geheel te herzien.

Herziening van het net 1960 – 1978
Het eerste-orde net werd aan de landsgrenzen uitgebreid en aangesloten aan de netten van de ons omringende landen. De hiervoor gemeten verbindingsnetten werden aangesloten aan de reeds bestaande eerste-orde punten van het Nederlandse net. Het eerste-orde netwerk werd dus niet opnieuw vereffend. De oorspronkelijke bepalingswijze van

'secondaire punten van de eerste rang' werd nader onderzocht. Onnauwkeurige metingen werden opnieuw gemeten en nieuwe punten werden opgenomen in het zogenaamde tweede-orde driehoeksnet. Dit net werd aangesloten aan de eerste-orde punten en aan een beperkt aantal tussenpunten.
Ondertussen werd begonnen aan de uitdunning van de opeenhoping van punten in de steden. In overleg met de grotere gebruikers werd een keuze gemaakt uit de RD-punten die als derde-orde punten gehandhaafd moesten blijven. Deze punten hadden onderlinge afstanden van ongeveer 4 km. Een verdere verdichting was voorzien met kadastrale hoofdpunten, die door de provinciale diensten van het Kadaster zouden worden bepaald. Deze hoofdpunten maken inmiddels deel uit van het RD-puntenveld.

Als onderdeel van de herziening werden de coördinaten vastgesteld in een nieuw assenstelsel dat, in navolging van de Topografische Dienst, werd verkregen door een verschuiving van het oorspronkelijke stelsel over 155 en 463 km in westelijke respectievelijk zuidelijke richting. Dit had ten doel om te bewerkstelligen dat alle coördinaatgetallen positief zijn en dat de y-coördinaat altijd groter is dan de x-coördinaat.

De Rijksdriehoeksmeting, huidige taken
De naam Bijhoudingsdienst der Rijksdriehoeksmeting is inmiddels veranderd in Rijksdriehoeksmeting, een onderdeel van de eenheid Geodesie. De huidige taak heeft in eerste instantie betrekking op de instandhouding van het RD-puntenveld. Het RD-puntenveld bestaat uit ongeveer 6000 punten verspreid over Nederland, met een onderlinge afstand van ongeveer 2,5 km.

Steeds wordt getracht het verloren gaan van punten te voorkomen door zodanige vastleggingen aan te brengen, dat bij een verstoring het punt door middel van een lokale meting kan worden hersteld. Is de verstoring echter zodanig dat alle vastleggingen zijn verdwenen, dan wordt een punt opnieuw bepaald uitgaande van andere RD-punten. Alleen als hierbij de wijziging in de coördinaten van een stationspunt significant is ten opzichte van reeds gepubliceerde coördinaten, wordt tot wijziging van de publikatie overgegaan. Is de wijziging niet significant dan wordt deze alleen intern, binnen de RD, genoteerd.

Het resultaat van de bijhoudingsactiviteiten van de RD is een zo actueel mogelijk bestand van RD-punten, zowel wat betreft de coördinaten als wat betreft de overige gegevens zoals omschrijvingen. De wijzigingen worden gepubliceerd en voorzien van een jaartal. Het is voor gebruikers van belang de wijzigingen in de bij hun aanwezige publikatie te verwerken. Zo werkt men steeds met actuele gegevens.

Hoewel veel detailmetingen worden aangesloten aan grondslagelementen (in RD-coördinaten bekende punten van harde topografie zoals hoeken van gebouwen), moet rekening gehouden worden met een vermindering van de geometrische kwaliteit, omdat deze punten niet systematisch worden bijgehouden. Vooral bij de uitvoering van uitgestrekte projecten is een landelijk dekkend homogeen net van RD-punten noodzakelijk.

Publikatie
De gegevens van de RD worden gepubliceerd door middel van coördinatenlijsten en overzichtskaarten. De coördinatenlijsten bevatten per punt de plaatselijke benaming en andere algemene gegevens, een afbeelding en een lijst van de stationspunten met omschrijvingen en coördinaten. De overzichtskaarten zijn gebaseerd op de kaarten 1 : 50 000 van de Topografische Dienst.

Naast deze analoge publikatie zijn de gegevens ook in digitale vorm beschikbaar. De gegevens van de coördinatenlijsten, met uitzondering van de afbeeldingen, worden op diskette verspreid. De volledige publikatie is op CD-ROM verkrijgbaar.
De topografische bladen zijn ten behoeve van de abonnementen in vier kwadranten (A t/m D) verdeeld. Abonnementhouders hebben een abonnement op één of meerdere deelbladen. De abonnementhouders krijgen automatisch de wijzigingen toegestuurd van punten die liggen op de deelbladen van hun abonnement in analoge vorm en op diskette.

Het GPS-kernnet
Sinds 1987 maakt de RD intensief gebruik van het Global Positioning System (GPS). GPS-metingen worden uitgevoerd tussen RD-punten voor het onderhoud van het net. De aansluiting van GPS-metingen aan RD-punten levert echter problemen op. Voor zover het punt op een toren is gesitueerd schermt deze toren een gedeelte van de hemel af en hindert zo de ontvangst van satellietsignalen. Excentrische punten, ver van de toren, kunnen uitkomst bieden maar deze moeten dan met uitgebreide lokale metingen met de vastlegging in de toren verbonden worden.

Om het voor GPS-gebruikers mogelijk te maken op eenvoudige wijze aan te sluiten op het coördinatenstelsel van de RD is het GPS-kernnet gerealiseerd. Op een punt van het GPS-kernnet is de hemel vrij van obstakels en blijft dat ook naar verwachting voor langere tijd. Bovendien zijn de punten goed bereikbaar, het best per auto. Ze zijn gemakkelijk te vinden door de aanwezigheid van opvallende terreinkenmerken en de kans op verstoring is gering. De onderlinge afstanden van de kernnetpunten bedragen 10 à 15 km. Deze afstanden zijn zo gekozen dat een gebruiker van het RD-systeem met betrekkelijk eenvoudige GPS-apparatuur (enkel-frequentie ontvangers) naar omliggende kernnetpunten kan meten. Elk punt van het GPS-kernnet is ingemeten ten opzichte van de omliggende RD-punten. Zo is de verbinding met het bestaande netwerk gewaarborgd. De GPS-kernnetpunten worden op dezelfde wijze gepubliceerd als de andere RD-punten. Om ze te kunnen onderscheiden worden kernnetpunten op de overzichtskaarten van een rechthoekig kader voorzien. Op de coördinatenlijsten wordt naast de x- en y-coördinaten ook de hoogte boven NAP vermeld. Deze hoogte, die in centimeters wordt gegeven, is nodig om de ruimtelijke GPS-metingen aan te kunnen sluiten.

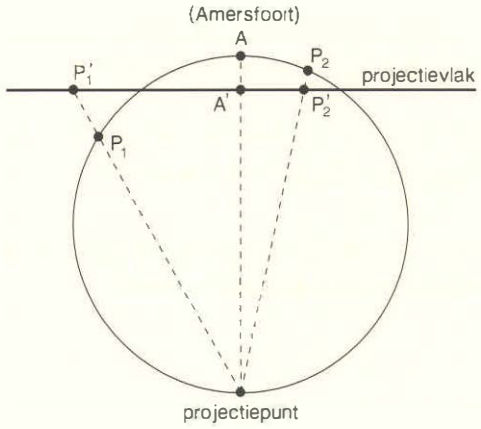
De punten van het GPS-kernnet zijn ook onderling verbonden door nauwkeurige GPS-metingen. Op deze manier is een homogeen puntenveld bepaald, van een zodanige kwaliteit dat elke GPS-gebruiker er zonder problemen op kan aansluiten. Het kernnet is aangesloten aan punten van het Europese referentiestelsel EUREF (EUropean REference Frame). Daardoor zijn van alle kernnet-punten ook coördinaten bekend in het Europese coördinatenstelsel ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989; zie ook § 2.4). Dit is van belang voor bijvoorbeeld grensoverschrijdend landmeetkundig werk en geografische informatiesystemen op Europese schaal.

Het actief GPS referentiesysteem (AGRS)
De bestaande referentienetwerken voor de planimetrie (RD-puntenveld inclusief het GPS-kernnet) en de hoogte (NAP-puntenveld) zijn passief. Dat wil zeggen dat een gebruiker metingen op of naar punten van het referentie-puntenveld moet verrichten om aan het RD- en NAP-stelsel te kunnen aansluiten. Voor bepaalde toepassingen is het wenselijk dat gebruik kan worden gemaakt van (een beperkt aantal) referentiepunten waar continu metingen worden verricht. In Nederland is een aantal referentiepunten uitgerust met permanent opererende GPS-ontvangers. Deze punten vormen de basis van het Actieve GPS Referentie Systeem (AGRS).

Het AGRS is opgezet in een samenwerkingsverband tussen het Kadaster, de Meetkundige Dienst van Rijkswaterstaat, de Faculteit der Geodesie van de TU-Delft en de Nederlandse Commissie voor Geodesie. Het AGRS bestaat uit 5 referentiestations en een centraal rekencentrum. Het rekencentrum draagt zorg voor de verspreiding en opslag van de metingen en daaruit afgeleide informatie aan de deelnemers.
Het AGRS wordt gebruikt voor de bewaking van de kwaliteit van het nationale referentiestelsel (zowel RD als NAP), de bepaling van nieuwe punten van het referentienetwerk en de kwaliteitscontrole van lokale actieve referentiestations en DGPS-diensten. Het AGRS wordt bijvoorbeeld gebruikt voor de bijhouding van het GPS-kernnet.
Bij het gebruik van het AGRS wordt de positie ten opzichte van het netwerk van AGRS-stations bepaald. De coördinaten van de AGRS-stations zijn bekend in het RD/NAP-stelsel en in het Europese ETRS89-stelsel.

2.3.2 De stereografische projectie

De voor de RD gebruikte kaartprojectie is een dubbelprojectie: eerst een conforme projectie van de ellipsoïde van Bessel naar een bol (de zogenaamde rekenbol) en daarna een conforme projectie van deze bol naar het platte vlak. De straal van de bol is gelijk aan de gemiddelde kromtestraal van de ellipsoïde in Amersfoort. De bol, met een kromtestraal R = 6382 644,576 m, raakt de ellipsoïde in het centrum van de projectie, het punt Amersfoort. Bij de conforme projectie van ellipsoïde naar bol veranderen de hoeken en afstanden, ook van de eerste-orde metingen, zo weinig dat dit ver binnen de nauwkeurigheid van de metingen blijft. Het tweede deel van de projectie omvat de stereografische projectie van bol naar plat vlak. Als projectievlak is een vlak gekozen, dat de bol snijdt op een afstand van ongeveer 1 22 km van het centrale punt Amersfoort. Het projectiepunt ligt diametraal tegenover het centrale punt aan de andere kant van de bol (zie figuur 2.4).



Figuur 2.4: Stereografische projectie: de punten P_1 en P_2 liggen op de rekenbol en worden als respectievelijk P_1' en P_2' afgebeeld in het kaartvlak.

De strenge formules voor de in Nederland gebruikte stereografische projectie zijn beschreven in [Strang van Hees, 1994]. In de praktijk wordt veel gewerkt met benaderingsformules die hieronder zijn weergegeven.

In de formules in deze paragraaf geven Δx, Δy, $\Delta\varphi$ en $\Delta\lambda$ de coördinaatverschillen aan met het centrale punt Amersfoort in respectievelijk rechthoekige en geografische coördinaten. Er moet daarom rekening worden gehouden met de volgende translaties:

$$\Delta x = x - 155\,000.00 \text{ m}$$
$$\Delta y = y - 463\,000.00 \text{ m}$$
$$\Delta\varphi = \varphi - 52°09'22.178''$$
$$\Delta\lambda = \lambda - 5°23'15.500''$$

Hierbij zijn x en y RD-coördinaten en φ en λ de geografische breedte en lengte op de ellipsoïde van Bessel.

Ten behoeve van een berekening in het platte vlak moeten de metingen eerst een correctie ondergaan. Voor richtingsmetingen is dit de overgang van boog naar koorde. Voor de meeste toepassingen is de richtingscorrectie te verwaarlozen. Bij afstanden wordt de correctie lijnvergroting genoemd. De correcties aan de waarnemingen ten gevolge van kaartprojectie worden behandeld in Appendix B.

Een gevolg van de kaartprojectie is een afwijking van de noordrichting in de kaart. Deze meridiaanconvergentie γ kan berekend worden met behulp van een polynoom:

$$\gamma = +\,1282.3383\Delta x + 33.6454\Delta x\Delta y + 0.7564\Delta x\Delta y^2 - 0.2521\Delta x^3 + 0.0173\Delta x\Delta y^3 - 0.0173\Delta x^3\Delta y \quad .$$

Hierin is γ de meridiaanconvergentie in mgon en zijn Δx en Δy uitgedrukt in lengte-eenheden van 100 km.

Transformatie van RD (x,y) naar geografische coördinaten (φ,λ)

$$\Delta\varphi = A_{01}\Delta y + A_{20}\Delta x^2 + A_{02}\Delta y^2 + A_{21}\Delta x^2\Delta y + A_{03}\Delta y^3 + A_{40}\Delta x^4 + A_{22}\Delta x^2\Delta y^2 + A_{04}\Delta y^4 + A_{41}\Delta x^4\Delta y + A_{23}\Delta x^2\Delta y^3 + A_{42}\Delta x^4\Delta y^2 + A_{24}\Delta x^2\Delta y^4$$

$$\Delta\lambda = B_{10}\Delta x + B_{11}\Delta x\Delta y + B_{30}\Delta x^3 + B_{12}\Delta x\Delta y^2 + B_{31}\Delta x^3\Delta y + B_{13}\Delta x\Delta y^3 + B_{50}\Delta x^5 + B_{32}\Delta x^3\Delta y^2 + B_{14}\Delta x\Delta y^4 + B_{51}\Delta x^5\Delta y + B_{33}\Delta x^3\Delta y^3 + B_{15}\Delta x\Delta y^5 \quad .$$

Hierin worden Δx en Δy in eenheden van 100 km uitgedrukt en $\Delta\varphi$ en $\Delta\lambda$ in seconden. De coëfficiënten voor de transformatie worden gegeven in tabel 2.1.

A_{01}	3236,0331637	B_{10}	5261,3028966
A_{20}	−32,5915821	B_{11}	105,9780241
A_{02}	−0,2472814	B_{12}	2,4576469
A_{21}	−0,8501341	B_{30}	−0,8192156
A_{03}	−0,0655238	B_{31}	−0,0560092
A_{22}	−0,0171137	B_{13}	0,0560089
A_{40}	0,0052771	B_{32}	−0,0025614
A_{23}	−0,0003859	B_{14}	0,0012770
A_{41}	0,0003314	B_{50}	0,0002574
A_{04}	0,0000371	B_{33}	−0,0000973
A_{42}	0,0000143	B_{51}	0,0000293
A_{24}	−0,0000090	B_{15}	0,0000291

Tabel 2.1: Coëfficiënten voor de transformatie van RD naar geografische coördinaten.

Transformatie van geografische coördinaten (φ,λ) naar RD (x,y)

$$\Delta x = C_{01}\Delta\lambda + C_{11}\Delta\varphi\Delta\lambda + C_{21}\Delta\varphi^2\Delta\lambda + C_{03}\Delta\lambda^3 + C_{31}\Delta\varphi^3\Delta\lambda + C_{13}\Delta\varphi\Delta\lambda^3 + C_{23}\Delta\varphi^2\Delta\lambda^3 + C_{41}\Delta\varphi^4\Delta\lambda + C_{05}\Delta\lambda^5$$

$$\Delta y = D_{10}\Delta\varphi + D_{20}\Delta\varphi^2 + D_{02}\Delta\lambda^2 + D_{12}\Delta\varphi\Delta\lambda^2 + D_{30}\Delta\varphi^3 + D_{22}\Delta\varphi^2\Delta\lambda^2 + D_{40}\Delta\varphi^4 + D_{04}\Delta\lambda^4 + D_{32}\Delta\varphi^3\Delta\lambda^2 + D_{14}\Delta\varphi\Delta\lambda^4 \quad .$$

Hierin worden $\Delta\varphi$ en $\Delta\lambda$ in eenheden van 10 000 sec uitgedrukt en Δx en Δy in eenheden van meters. De coëfficiënten van de transformatie zijn gegeven in tabel 2.2.

C_{01}	190066,98903	D_{10}	309020,31810
C_{11}	−11830,85831	D_{02}	3638,36193
C_{21}	−114,19754	D_{12}	−157,95222
C_{03}	−32,38360	D_{20}	72,97141
C_{31}	−2,34078	D_{30}	59,79734
C_{13}	−0,60639	D_{22}	−6,43481
C_{23}	0,15774	D_{04}	0,09351
C_{41}	−0,04158	D_{32}	−0,07379
C_{05}	−0,00661	D_{14}	−0,05419
		D_{40}	−0,03444

Tabel 2.2: Coëfficiënten voor de transformatie van geografische coördinaten naar RD.

Transformatie van RD-coördinaten naar andere referentiestelsels

In de praktijk heeft men naast RD-coördinaten soms ook te maken met coördinaten in andere stelsels. Het coördinatenstelsel dat gebruikt wordt op de Noordzee is ED50. Bij GPS-netwerken worden coördinaatverschillen in het WGS84-stelsel als waarnemingsgrootheden gebruikt. Bij werkzaamheden in Europees verband gebruikt men het ETRS89-stelsel. De transformatie van RD-coördinaten naar andere coördinatenstelsels wordt beschreven in § 2.4.

2.3.3 Verband tussen coördinatenstelsel en terrein

Eén van de hoofdtaken van het Kadaster is het in stand houden van een veld van coördinaatpunten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting. Dit stelsel vormt het referentiesysteem ten opzichte waarvan de ligging van vastgoedobjecten kan worden beschreven. Het puntenveld omvat de eerste-, tweede- en derde-orde punten, punten van het GPS-kernnet en hoofdpunten.

Niet de absolute ligging van punten en terreinobjecten ten opzichte van de oorsprong van het coördinatenstelsel is van belang, maar de *relatieve ligging* ten opzichte van nabijgelegen punten en terreinobjecten. De punten in het stelsel der Rijksdriehoeksmeting zijn daarbij een belangrijk hulpmiddel, omdat verwacht mag worden dat de onderlinge samenhang van nabijgelegen punten veel beter is dan de samenhang met de oorsprong van het stelsel en met verafgelegen punten. Het eenmaal gedefinieerde stelsel is dus van minder belang dan de feitelijke representatie van dat stelsel in de vorm coördinaten van punten in dat stelsel. *De geometrische kwaliteit van een punt wordt daarom steeds beschreven ten opzichte van één of meer punten in de omgeving van dat punt.*

Voor het dagelijks gebruik is het veld van RD-punten veelal te ijl. Voor het verrichten van situatiemetingen moet dit puntennet daarom worden verdicht door de gebruikers. *Daarbij geldt van oudsher als stelregel dat de eenmaal vastgestelde coördinaten van punten in principe ongewijzigd blijven terwille van de eenduidigheid.* Immers, wijziging van de coördinaten van een punt dat door andere gebruikers reeds is gebruikt, zal de samenhang met de door deze gebruiker bepaalde punten ernstig kunnen verstoren.

Verdichting van het puntenveld

De verdichting van het RD-puntenveld gebeurt in het algemeen in verdichtingsniveaus:

1 *Hoofdgrondslag*
  Het eerste niveau van de verdichting betreft het bepalen van nieuwe punten ten behoeve van grotere meetprojecten zoals een landinrichtingsproject, een GBKN-project, een kaartvernieuwingsproject of een groot uitbreidingsplan. Deze punten worden hoofdgrondslagpunten genoemd.
2 *Detailgrondslag*
  Op het tweede niveau worden punten bepaald ten behoeve van de directe terreinopname. Deze punten worden detailgrondslagpunten genoemd.
3 *Grondslagelementen*
  Het derde niveau heeft betrekking op de bepaling van zogenaamde grondslagelementen. Dit zijn punten van de harde topografie die goed en eenduidig zijn te identificeren en die geschikt zijn voor de aansluiting van nieuwe metingen.

Het onderscheid in niveaus betekent niet dat hiermee een strikte scheiding is aangebracht tussen de verschillende niveaus. Wel wordt hiermee duidelijk gemaakt dat bij de bepaling van nieuwe punten traditioneel altijd het principe 'van groot naar klein' is toegepast, waarbij punten op een lager niveau worden geïnterpoleerd tussen punten op een gelijkwaardig of hoger niveau.

Van belang is vast te stellen dat de coördinaten van alle punten, bepaald in de achtereenvolgende fasen en op verschillende tijdstippen, tezamen het RD-stelsel representeren. De coördinaten van deze punten zijn het resultaat van de verrichte waarnemingen en de gekozen rekenprocessen in de verschillende fasen. Herhaling van waarnemingen en rekenprocessen zou een andere concretisering van het RD-stelsel tot gevolg hebben

gehad. Het eenmaal gedefinieerde RD-stelsel, vastgelegd door de keuze van een oorsprong, schaal en oriëntering, heeft geen praktische betekenis meer. De in het RD-stelsel bepaalde coördinaten van punten hebben dit wel; zij hebben als functie nieuwe metingen aan te sluiten aan het geconcretiseerde RD-stelsel.

Het verband tussen het coördinatenstelsel en het terrein wordt gelegd door een goede vastlegging of verzekering van punten in het terrein. Door het systematisch verdichten van het puntenveld wordt nagestreefd dat deze punten een homogene afbeelding vormen van het coördinatenstelsel in het terrein. Het is echter onjuist om te denken dat daarmee het coördinatenstelsel gefixeerd is. Het puntenveld dat het coördinatenstelsel representeert varieert namelijk voortdurend als gevolg van het verdwijnen van punten en het toevoegen van nieuwe punten. *Het is dus niet realistisch om te veronderstellen dat het puntenveld dat aldus is ontstaan een homogene kwaliteit heeft en een grote duurzaamheid bezit.*

Aantasting homogeniteit

De praktijk leert dat als gevolg van een aantal oorzaken het homogene en stabiele karakter wordt aangetast.

In de eerste plaats moet de aantasting van de homogeniteit worden geweten aan de verstoring of verdwijning van punten. In de HTW'56 is voorgesteld de gevolgen hiervan te beperken door duurzame vaste punten te creëren. Deze zogenaamde hoofdpunten (niet te verwarren met het huidige begrip hoofdpunten!) zouden in bebouwd gebied met een onderlinge afstand van 250 m en in onbebouwd gebied op een afstand van 1000 m moeten worden gecreëerd. Alle andere coördinaatpunten werden als tijdelijk beschouwd. Deze hoofdpunten-filosofie is in de praktijk nimmer gerealiseerd, enerzijds in verband met de hoge kosten van realisatie en onderhoud van een dergelijk net, anderzijds vanwege het gebrek aan praktische bruikbaarheid met behulp van de toenmalige meetmethoden.

In de tweede plaats vond verdichting van het RD-puntenveld niet alleen plaats door het Kadaster, maar ook door andere gebruikers. Daarbij werd lang niet altijd onderling gebruik gemaakt van reeds bestaande coördinaatpunten.

In de derde plaats vond in het kader van grotere meetprojecten zoals hermeting, landinrichting en vervaardiging van de GBKN niet alleen een herziening van de kaart plaats, maar ook een vernieuwing van de grondslag. In de overgangsgebieden tussen nieuwe en oude kaartbladen ontstonden uiteraard inhomogeniteiten.

In de vierde plaats is een eenmaal bepaald puntenveld vaak aan erosie onderhevig door het niet altijd zorgvuldig aansluiten van nieuwe grondslagen aan bestaande punten en de opeenstapeling en doorwerking van meetafwijkingen als gevolg van het stochastisch karakter van waarnemingen.

In de vijfde plaats zijn in de verschillende fasen van verdichting en in de verschillende perioden van puntsbepaling niet-ontdekte modelfouten blijven zitten die de kwaliteit van grondslagpunten en de homogeniteit van puntenvelden hebben aangetast.

Kwaliteitsverbetering puntenveld

In verschillende situaties zal de kwaliteit en homogeniteit van een puntenveld kunnen worden verbeterd. Dat is met name het geval als in een gebied een nieuwe kaartvervaardiging plaatsvindt op basis van een nieuwe grondslag. Voorbeelden daarvan zijn de vervaardiging van een GBKN, de vervaardiging van nieuwe kaartbladen in gemeentelijke uitbreidingsplannen en de kaartvervaardiging in landinrichtingsprojecten. Ook in projecten voor kadastrale vernieuwing zal vaak nieuwe grondslag noodzakelijk zijn. Het is van belang bij deze projecten de gelegenheid aan te grijpen om het puntenveld drastisch te saneren en een nieuw homogeen puntenveld te creëren dat nog lange tijd mee kan. Immers, hoe beter de kwaliteit van het puntenveld, hoe minder storende tegenspraken ontstaan bij het inpassen van nieuwe meetprojecten.

Speciale aandacht wordt gevraagd voor de situatie dat een nieuw bepaald puntenveld aanmerkelijk beter van kwaliteit is dan het bestaande puntenveld. Dit komt in de praktijk van alledag zeer regelmatig voor. Ten aanzien van grondslagpunten bijvoorbeeld blijkt dat de relatieve precisie tussen punten, bepaald met GPS, beter is dan de relatieve precisie tussen punten van het RD-puntenveld. Desondanks worden de GPS-metingen ingepast in het RD-puntenveld. Bij detailmeting bestaat een soortgelijke situatie. De punten bepaald in een lokaal stelsel in een detailmeting-project worden ingepast in een bestaand puntenveld (digitale kaart) met een minder goede precisie. De oorspronkelijke meetuitkomsten en de coördinaten van het lokale stelsel worden wel bewaard in het zogenaamde reconstructiebestand ten behoeve van eventuele latere reconstructie in het terrein. Ook kunnen de gegevens uit het reconstructiebestand gebruikt worden bij latere kaartvernieuwingsprojecten.

Kwaliteitsbeheersing puntenveld

De gebruiker van coördinaten van bestaande punten in het RD-stelsel van alle niveaus zal zich er van bewust moeten zijn dat het puntenveld door de genoemde oorzaken geen homogene kwaliteit heeft en dat er tussen nabijgelegen punten discontinuïteiten kunnen bestaan. Het is dus steeds nodig te onderzoeken met behulp van de beschikbare toetsingsmethoden of de punten die men wil gebruiken voor de aansluiting van een nieuwe meting voldoen aan de gestelde eisen.

De berekening van coördinaten uit nieuwe metingen geschiedt in beginsel door de keuze van een aantal aansluitingspunten. Essentieel is dat men zich bij deze keuze beperkt tot kwalitatief goede punten, die voldoen aan de eisen die worden gesteld aan de precisie en de betrouwbaarheid.

RD-punten (inclusief de punten van het GPS-kernnet) zijn bij uitstek betrouwbare punten door de zorgvuldigheid waarmee ze zijn bepaald en worden beheerd. RD-punten dienen primair als aansluitingspunt voor grondslagmetingen. Daarmee worden hoofdgrondslagpunten en detailgrondslagpunten bepaald die een (tijdelijke) functie als aansluitingspunt hebben in het kader van een meetproject. Alle andere grondslagpunten hebben geen permanente functie als aansluitingspunt voor latere metingen.

Er zijn een aantal redenen om de functie van grondslagpunten te beperken tot het doel waarvoor ze zijn bestemd, namelijk het fungeren als aansluitingspunt voor metingen in een bepaald meetproject. Redenen voor deze keuze zijn:

- het beheer van deze, vaak ondergronds verzekerde, punten is niet effectief;
- het tijdrovende opsporen van oude grondslagpunten wordt voorkomen;
- de punten zijn vaak onregelmatig verdeeld over het gebied en bevinden zich vaak op plaatsen waar ze niet (meer) nodig zijn;
- de punten zijn minder geschikt voor dagelijks gebruik, omdat er veel te weinig zijn;
- het creëren van nieuwe grondslagpunten vanuit RD-punten is met moderne technieken snel en betrouwbaar te realiseren, zodat het in stand houden van oude punten overbodig is.

De levensduur van grondslagpunten kan zich niettemin over meerdere jaren uitstrekken, bijvoorbeeld bij de ontwikkeling van een uitbreidingsplan of bij landinrichtingsprojecten.

Grondslagpunten hebben dus een tijdelijke functie als aansluitingspunt voor nieuwe metingen en worden niet bewaard voor later gebruik.

Voor de inpassing van detailmetingen in het RD-stelsel worden als aansluitingspunt hetzij grondslagpunten gebruikt die voor het desbetreffende project zijn bepaald, hetzij bestaande punten die daarvoor geselecteerd zijn.
Het heeft grote praktische voordelen om te kiezen voor geselecteerde punten van de harde topografie als aansluitingspunt. Deze geselecteerde punten worden *grondslagelementen* genoemd. Grondslagelementen gebruikt men in plaats van grondslagpunten. Dit geldt niet in landelijk gebied, omdat daar onvoldoende harde topografie beschikbaar is om voldoende geschikte grondslagelementen te kunnen selecteren.

De permanente functie van aansluitingspunt wordt dus in beginsel vervuld door RD-punten enerzijds en grondslagelementen anderzijds. Het RD-stelsel wordt derhalve gerepresenteerd op twee niveaus:

- Het macro-niveau, bestaande uit RD-punten (inclusief kernnetpunten en hoofdpunten). Het beheer van dit niveau berust bij de Rijksdriehoeksmeting. RD-punten worden vooral gebruikt voor de aansluiting van grotere grondslagnetten en GPS-netten.
- Het micro-niveau, bestaande uit grondslagelementen. Dit zijn geselecteerde punten van de harde topografie die goed en eenduidig identificeerbaar zijn en die als aansluitingspunt dienen voor de inpassing van nieuwe metingen of puntenvelden. Grondslagelementen dienen voor het beheersen van de geometrische kwaliteit van digitale kaarten. Het beheer van dit niveau berust bij de directies van het Kadaster in de provincie al of niet in samenwerking met andere organisaties.

Er wordt onderscheid gemaakt tussen twee typen grondslagelementen: terrestrische grondslagelementen en grafische grondslagelementen.

Terrestrische grondslagelementen dienen als geometrische grondslag voor dagelijks gebruik. De terrestrische grondslagelementen komen tot stand als verdichting van het RD-puntenveld en behoren daardoor tot de categorie punten die het RD-stelsel concretiseren. Zij hebben een zodanige kwaliteit dat ze kunnen worden gebruikt voor de aansluiting van detailgrondslagen en detailmetingen. Terrestrische grondslagelementen hebben een permanente functie als meetkundige grondslag en vervangen de traditionele grondslagpunten.
Grafische grondslagelementen dienen als aansluitingspunt bij de inpassing van nieuwe metingen of puntenvelden in een reeds bestaande digitale kaart. De grafische grondslagelementen zijn geselecteerd uit de kaart en hebben in het algemeen een grafische precisie. Grafische grondslagelementen zijn dus geen punten van de meetkundige grondslag.
In § 2.3.4 zal nader worden ingegaan op de selectie, de bepaling en het gebruik van grondslagelementen.

Principe van inpassen door aansluiting aan een bestaand puntenveld
In deze handleiding wordt de aansluiting van nieuwe metingen aan bestaande puntenvelden steeds uitgevoerd in drie stappen:

1 *Vereffening van het vrije net*, waarbij de metingen worden getoetst (eerste fase kleinste-kwadraten vereffening).
2 *Toetsing van de aansluitingspunten* door middel van een aansluitingsvereffening (tweede fase kleinste-kwadraten vereffening).
3 *Coördinaatberekening* (tweede fase pseudo kleinste-kwadraten vereffening).

Deze aanpak is gebaseerd op de volgende gedachtengang. Eerst wordt de kwaliteit van het nieuwe meetproject getoetst zonder de storende invloeden die uit kunnen gaan van het bestaande puntenveld. Als de kwaliteit van de metingen in de eerste stap is gewaar-

borgd, worden de aansluitingspunten in de tweede stap gecontroleerd door middel van toetsing. Met de toetsing worden modelfouten in de aansluitingspunten van het bestaande puntenveld opgespoord. Bij geconstateerde fouten zal men moeten proberen de oorzaak van dergelijke modelfouten te vinden en te elimineren. Daarna vindt in de derde stap de definitieve berekening plaats van de coördinaten. De coördinaten van het bestaande puntenveld blijven daarbij vaak ongewijzigd. Dit kan echter tot gevolg hebben dat de geometrische kwaliteit van het nieuwe puntenveld wordt verslechterd. De eventueel optredende vervorming is afhankelijk van de toegepaste aansluitingsmethode en de precisie van het bestaande puntenveld.

Opnemen van puntenvelden zonder aansluiting aan een bestaand puntenveld
Het kan voorkomen dat het bestaande puntenveld van een zodanig slechte kwaliteit is dat het niet acceptabel wordt geacht om een nieuw bepaald puntenveld, dat in het algemeen een veel betere kwaliteit heeft, aan te sluiten aan het bestaande puntenveld. In dergelijke gevallen wordt het nieuw bepaalde puntenveld onvervormd opgenomen in de digitale kaart. Voorbeelden van dergelijke situaties zijn:

- De inpassing van een GBKN-project in een digitale kaart. In veel gevallen wordt het in het RD-stelsel gegeven GBKN-bestand in het digitale bestand opgenomen zonder aanpassing aan de omgeving. De omgeving wordt, indien nodig, aangepast aan het nieuwe puntenveld.
- Het opbouwen van een digitaal bestand in een nieuwbouwwijk of een stadsvernieuwingswijk. Het bestand in opbouw wordt aangesloten aan nieuw bepaalde grondslagpunten en wordt niet vervormd door aansluiting aan het aangrenzende gebied. Ook hier wordt het bestaande puntenveld, indien nodig, aangepast aan het nieuwe puntenveld.

Kenmerkend voor dit soort situaties is dat er inhomogeniteiten ontstaan in het grensgebied tussen het oude en het nieuwe puntenveld. Deze aanpak is in beginsel acceptabel als een geometrische kwaliteitsverbetering noodzakelijk wordt geacht en het bestaande puntenveld niet aan de gestelde eisen voldoet. Teneinde het gebrek aan consistentie en de inhomogeniteit die daarvan het gevolg is te herstellen zal het oude puntenveld uiteindelijk via één van de methoden van kaartvernieuwing moeten worden aangepast aan het kwalitatief betere nieuwe puntenveld (zie hoofdstuk 8).

2.3.4 Grondslagelementen

Gezien het grote belang van grondslagelementen zal nader worden ingegaan op de functie, de selectie en de bepaling van grondslagelementen. Grondslagelementen zijn *geselecteerde* punten van de harde topografie die als aansluitingspunt dienen bij de bijhouding van een digitale kaart. Het zijn eenvoudig te identificeren detailpunten. Ze vormen daardoor direct herkenbare punten van de digitale kaart. Er zijn twee typen grondslagelementen: terrestrische grondslagelementen en grafische grondslagelementen.
Het belangrijke verschil tussen terrestrische en grafische grondslagelementen is dat de terrestrische grondslagelementen tot stand komen door middel van een systematische verdichting van het RD-puntenveld met terrestrische meetmethoden. Grafische grondslagelementen worden geselecteerd uit de digitale kaart.

Doel en functie van grondslagelementen
Het primaire doel van grondslagelementen is het instandhouden van de geometrische kwaliteit van een digitale kaart. Terrestrische grondslagelementen hebben tevens als doel het in stand houden van een meetkundige grondslag.

De functie van grondslagelementen bij het beheersen van de geometrische kwaliteit van digitale kaarten is drieledig. Ten eerste wordt de betrouwbaarheid van de aansluiting bij de bijhouding gewaarborgd. Er treden bij de aansluiting minder problemen op, omdat steeds van dezelfde, kwalitatief goede, grondslagelementen gebruik wordt gemaakt. Ten tweede blijft de samenhang tussen de punten in de kaart (de zogenaamde nabijheidsrelaties) in de loop van de tijd gehandhaafd door het gebruik van grondslagelementen. Grondslagelementen vormen als het ware het skelet van de digitale kaart. Ten derde kunnen grondslagelementen een rol spelen bij de verbetering van een digitale kaart.

Betrouwbaarheid van de aansluiting bij de bijhouding
Een belangrijke stap in het bijhoudingsproces is de aansluiting van het lokale stelsel van een meting aan de bestaande digitale kaart. Toetsing van de aansluitingspunten is hierbij noodzakelijk om de betrouwbaarheid van het bestand te controleren. Er vanuit gaande dat het lokale stelsel bij de vrije net vereffening voldoende is gecontroleerd, levert de aansluitingsvereffening een goede controle op de aansluitingspunten. Als het lokale stelsel niet voldoende is gecontroleerd, dient de toetsing van de aansluitingspunten voor de controle van de coördinaten van de aansluitingspunten in beide puntenvelden. Betrouwbare aansluitingspunten zijn in beide gevallen van groot belang. Immers, het verwerpen van de aansluiting op grond van de toetsing maakt het nodig de oorzaak daarvan op te sporen. Het opsporen en herstellen van dergelijke aansluitingsproblemen is vaak tijdrovend, terwijl het negeren van problemen (bijvoorbeeld het eenvoudig verwijderen van problematische aansluitingspunten) leidt tot kwaliteitsverlies van de digitale kaart.

Het is verleidelijk om bij de aansluiting van nieuwe metingen gebruik te maken van alle geschikte punten van de harde topografie in de nabijheid van de meting. Deze punten hebben immers dezelfde precisie als geselecteerde grondslagelementen. Probleem is echter dat de betrouwbaarheid van de punten van de harde topografie niet tevoren bekend is. De produktiemethoden voor digitale bestanden met een grafische precisie, zoals fotogrammetrische kartering en digitaliseren, bieden immers geen echt goede mogelijkheden voor toetsing, zodat de vereiste betrouwbaarheid voor aansluitingspunten niet vast staat.
Het waarborgen van de geometrische kwaliteit van de digitale kaart is praktisch te realiseren door zoveel mogelijk gebruik te maken van dezelfde aansluitingspunten. Van de grondslagelementen is de betrouwbaarheid verzekerd. Grondslagelementen, die reeds in een eerder stadium als aansluitingspunt zijn gebruikt, zijn immers kwalitatief in orde bevonden door middel van toetsing van de aansluiting.

Samenhang van het puntenveld
Door tijdens de bijhouding zoveel mogelijk gebruik te maken van grondslagelementen, zorgt men er tevens voor dat de samenhang tussen de punten van de digitale kaart blijft bestaan. Een belangrijke eis die aan een digitale kaart wordt gesteld is een goede relatieve precisie van nabijgelegen punten. Aan deze eis kan worden voldaan door in het meetontwerp rekening te houden met de samenhang tussen nabijgelegen punten. Door het gebruik van steeds dezelfde grondslagelementen wordt bereikt dat de verschillende bijhoudingsmetingen toch met elkaar in verband worden gebracht. Grondslagelementen zorgen dus voor samenhang tussen punten, opgemeten in verschillende bijhoudingsronden en zijn daarmee een belangrijk hulpmiddel voor het instandhouden van de nabijheidsrelaties. Het gebruik van grondslagelementen waarborgt een goede relatieve precisie tussen punten in de digitale kaart.

Verbetering van de digitale kaart
In gebieden met digitale kaarten met een grafische precisie kan men gebruik maken van grondslagelementen met een terrestrische precisie. Punten die tijdens de bijhouding met behulp van terrestrische detailmeting worden bepaald hebben dan na aansluiting een precisie die overeenkomt met die van terrestrische grondslagelementen. Op deze wijze wordt de geometrische kwaliteit van een digitale kaart tijdens het bijhoudingsproces verbeterd. Deze methode is vooral geschikt in gebieden waar veel mutaties zijn te verwachten zoals stedelijke gebieden.

Selectie van grondslagelementen
Alleen punten die aan bepaalde eisen voldoen kunnen als grondslagelementen worden geselecteerd. In principe zijn alle punten van de harde topografie selecteerbaar. De selectie van grafische grondslagelementen behoeft niet vooraf en eenmalig te geschieden, maar vindt plaats op het moment dat ze nodig zijn. Deze selectie is dus een voortdurend proces dat plaats vindt in het kader van de bijhouding van de digitale kaart.
De selectie van terrestrische grondslagelementen vindt plaats als onderdeel van de verdichting van de meetkundige grondslag of als onderdeel van de daarmee samenhangende terrestrische detailmeting.

Vuistregels voor de selectie van grondslagelementen:

- De punten maken bij voorkeur deel uit van de harde topografie (gebouwen en kunstwerken). Bij het ontbreken daarvan kan men kunstmatige grondslagelementen vormen (bijvoorbeeld in landelijk gebied).
- De punten zijn goed idealiseerbaar.
- De punten zijn eenduidig identificeerbaar, dat wil zeggen dat er geen enkel misverstand mag bestaan over de interpretatie van het grondslagelement.
- De punten zijn duurzaam, dat wil zeggen dat verwacht mag worden dat zij nog jarenlang als grondslagpunt dienst kunnen doen.
- De punten moeten voldoen aan bepaalde precisie-eisen (zie § 2.6).

Ligging en dichtheid van grondslagelementen
Een algemene norm voor de dichtheid van het puntenveld van grondslagelementen is niet te geven. Het aantal grondslagelementen in een bepaald gebied is een afgeleide van de behoefte aan aansluitingspunten voor de bijhouding. Dit is steeds afhankelijk van de lokale omstandigheden.
In gebieden waar wel reeds grondslagelementen aanwezig zijn, wordt zoveel mogelijk gebruik gemaakt van de in aanmerking komende grondslagelementen. Uit doelmatigheidsoverwegingen zal men voor bijhoudingsmetingen in de praktijk gebruik willen maken van grondslagelementen in de nabijheid van het te meten gebied en op een voor de betreffende meting geschikte plaats. Dit kan betekenen dat men bij het opzetten van een bijhoudingsmeting constateert dat het aantal geschikte grondslagelementen onvoldoende is, hetzij omdat het puntenveld van grondslagelementen te ijl is, hetzij omdat de punten niet op een geschikte plaats liggen. In dat geval kan men punten van de harde topografie als nieuw grondslagelement selecteren op basis van de selectiecriteria.

Uit oogpunt van de beheersing van de betrouwbaarheid is het gewenst het aantal grondslagelementen te beperken en de betrouwbaarheid daarvan te waarborgen.

Bepaling van grondslagelementen

De bepaling van *grafische* grondslagelementen bestaat uit de volgende stappen:

1 Selectie van de grondslagelementen op basis van de selectie-eisen. Grafische grondslagelementen worden geselecteerd uit de digitale kaart als onderdeel van de bijhouding.
2 Aanmeting van de punten die als grondslagelement zijn geselecteerd. De meting is een onderdeel van de detailmeting. De grondslagelementen worden gecontroleerd aangemeten. Bij uitbreiding van het aantal grondslagelementen moeten zo mogelijk ook bestaande grafische grondslagelementen worden aangemeten.
3 Toetsing van de aansluitingspunten.
4 Klassering van de geselecteerde punten als grafisch grondslagelement na aanvaarding van de toetsing van de aansluitingspunten.

De bepaling van *terrestrische* grondslagelementen bestaat uit de volgende stappen:

1 Selectie van de grondslagelementen op basis van de selectie-eisen. Terrestrische grondslagelementen worden geselecteerd bij de verdichting van de meetkundige grondslag (veelal bij de meting van een detailgrondslag).
2 Aanmeting van de grondslagelementen. Hiervoor worden de methoden van de terrestrische grondslagmeting gebruikt. De grondslagelementen moeten gecontroleerd worden aangemeten.
3 Vereffening van het (detail-)grondslagnetwerk en toetsing van het vrije netwerk.
4 Aansluiting van het vrije netwerk aan bestaande punten (dit kunnen al bestaande terrestrische grondslagelementen zijn). De toetsing van de aansluitingspunten is een onderdeel van de aansluiting.
5 Klassering van de geselecteerde punten als terrestrisch grondslagelement na aanvaarding van de toetsing van het vrije net en de aansluitingspunten.

Richtlijnen voor het gebruik van grondslagelementen

Voor het gebruik van grondslagelementen gelden de volgende richtlijnen:

- In het kader van de bijhouding moeten pas nieuwe grondslagelementen geselecteerd worden, indien er in de directe nabijheid niet voldoende geschikte grondslagelementen aanwezig zijn.
- Wanneer in het terrein wordt geconstateerd dat grondslagelementen zijn verdwenen of dat ze niet meer aan de gestelde eisen voldoen, moet dit worden geregistreerd. Vooral dit laatste is van groot belang. Als bijvoorbeeld een gevel van een huis wordt vernieuwd dan is het hoekpunt van het betreffende huis dat in het verleden als grondslagelement heeft gediend niet meer bruikbaar als grondslagelement. Het voldoet immers niet meer aan het criterium van eenduidige identificeerbaarheid.
- Bestaande grondslagelementen die bij de toetsing van de aansluitingsvereffening worden verworpen, moeten niet zonder meer worden verwijderd. De betrouwbaarheid van deze punten is immers in een eerder stadium reeds vastgesteld. Eerst dient gepoogd te worden de oorzaak van de verwerping op te sporen. Als duidelijk wordt dat één van de grondslagelementen niet is te handhaven, dient dit punt expliciet te worden verwijderd. Mocht blijken dat in een bepaald gebied de aansluitingsvereffeningen structureel tot verwerping leiden dan is er aanleiding te veronderstellen dat het puntenveld zodanig is gedegenereerd dat de vereiste precisie niet meer aanwezig is. De precisieparameters zullen dan moeten worden aangepast en in overeenstemming moeten worden gebracht met de werkelijkheid. Een en ander is aanleiding om in het betreffende gebied tot kaartvernieuwing over te gaan.

2.4 Geodetische referentiestelsels

In de landmeetkundige praktijk wordt voornamelijk gewerkt met coördinaten in het RD-stelsel en het NAP-stelsel. Voor sommige toepassingen zijn echter ook andere referentiestelsels van belang. Dit geldt met name voor de referentiestelsels ED50, WGS84 en ETRS89. Op de Noordzee wordt ED50 gebruikt. Het GPS-systeem maakt gebruik van het WGS84-stelsel. ETRS89 wordt gebruikt voor het uitwisselen of vergelijken van geometrische gegevens in Europees verband en is nauw gerelateerd aan WGS84. De verschillende stelsels worden kort besproken in § 2.4.1. Voor sommige toepassingen is het nodig de relatie tussen deze stelsels en het RD-stelsel te kennen. De transformatie tussen twee referentiestelsels wordt gerealiseerd met behulp van een *datumtransformatie*. De datumtransformatie wordt beschreven in Appendix A. In de praktijk is vooral de datumtransformatie belangrijk tussen het RD/NAP-stelsel en het ETRS89-stelsel, welke in § 2.4.2 wordt behandeld.

2.4.1 Referentiestelsels

RD (Bessel)
In de dagelijkse praktijk wordt onder het RD-stelsel verstaan het coördinatenstelsel in het kaartvlak. Aan deze coördinaten ligt naast een kaartprojectie ook een keuze voor een referentiestelsel ten grondslag. Het RD-stelsel is gebaseerd op de Bessel-ellipsoïde van 1841. Het stelsel wordt daarom ook wel aangeduid als RD (Bessel). In § 2.3.1 is geschetst hoe de oorsprong, de oriëntering en de schaal van het RD-stelsel zijn gekozen.

ED50
Tot en met de tweede wereldoorlog bestond er in Europa op het gebied van referentiestelsels een versnipperde situatie. Ieder land had zijn eigen nationale driehoeksmeting. Daarom werd in 1945 begonnen met het aan elkaar rekenen van deze nationale stelsels. Zo ontstond een Europees stelsel onder de naam European Datum 1950 (ED50). Door de inhomogeniteit van de nationale systemen heeft dit ED50 vele onnauwkeurigheden. Nadien zijn nog vele nieuwe Europese vereffeningen uitgevoerd onder verantwoordelijkheid van de RETrig (Réseau Européenne Trigonometrique), een subcommissie van de International Association of Geodesy (IAG). Voor werkzaamheden op de Noordzee wordt ED50 nog steeds gebruikt als officieel coördinatenstelsel (in ED50 zijn onder andere de concessiegrenzen aangegeven). De transformatie tussen RD en ED50 wordt behandeld in [Strang van Hees, 1994].

WGS84
Het World Geodetic System 1984 (WGS84) is het referentiestelsel waar het GPS-systeem gebruik van maakt. De baancoördinaten van de GPS-satellieten worden berekend in WGS84. Deze coördinaten worden afgeleid van de coördinaten van vijf over de aardbol verspreid liggende volgstations, waarvan de coördinaten zijn vastgelegd in WGS84. De absolute positie die met een GPS-ontvanger wordt verkregen of de basislijncomponenten die uit GPS-metingen worden afgeleid, zijn daardoor gegeven in het WGS84-stelsel.

ETRS89
In mei 1989 vond onder leiding van de IAG subcommissie EUREF (EUropean REference Frame) een Europese GPS-campagne plaats. De resultaten hiervan waren duidelijk beter dan de voorgaande RETrig oplossingen. De coördinaten werden berekend in het

(aard-vaste) WGS84-stelsel. Het is echter bekend dat de aardkorst in beweging is. Daarom is het European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89) gedefinieerd op de Europese plaat. Het bewegen van de Europese plaat heeft dus geen gevolgen voor de ETRS89-coördinaten. Voor alle praktische landmeetkundige toepassingen is ETRS89 gelijk te stellen aan WGS84, omdat de invloed van de plaatbeweging voor deze toepassingen verwaarloosbaar is. Het ETRS89-stelsel is inmiddels als het Europese referentiestelsel geaccepteerd. De in diverse EUREF-campagnes bepaalde punten representeren gezamenlijk het ETRS89-stelsel. Voor alle (West-)Europese landen is de relatie tussen het nationale referentiestelsel en ETRS89 bepaald. Hierdoor is ETRS89 uitermate geschikt voor de uitwisseling van coördinaten in Europees verband. In Nederland is het EUREF-netwerk verdicht met behulp van GPS-metingen. Deze punten vormen samen met de Nederlandse EUREF-punten het zogenaamde NEtherlands REference Frame (NEREF).

2.4.2 Relatie tussen RD, ETRS89 en WGS84

De relatie tussen RD en ETRS89 is van belang bij de internationale uitwisseling van geometrische gegevens en mogelijkerwijs bij grensoverschrijdend landmeetkundig werk. De relatie tussen RD, ETRS89 en WGS84 is van belang bij GPS-metingen. Uit GPS-basislijnmetingen worden coördinaatverschillen in het WGS84-stelsel berekend (de zogenaamde basislijncomponenten). Van de aansluitingspunten (meestal punten van het GPS-kernnet) zijn de coördinaten bekend in het RD-stelsel (voor de ligging) en in het NAP-stelsel (voor de hoogte). Op basis van de achtereenvolgende EUREF-en NEREF-campagnes is de relatie tussen RD/NAP en ETRS89 vastgelegd, en daarmee de relatie tussen RD/NAP met WGS84. Voor de landmeetkundige praktijk zijn namelijk ETRS89 en WGS84 aan elkaar gelijk.

In het bijzonder wordt in deze paragraaf de procedure beschreven en worden de transformatieparameters gegeven voor de transformatie van RD/NAP-coördinaten naar ETRS89-coördinaten en omgekeerd. Onderdeel van deze procedure is een datumtransformatie, welke wordt beschreven in Appendix A. De procedure en de parameters worden ook gebruikt voor de transformatie tussen RD/NAP-coördinaten en WGS84-coördinaten.
De subcommissie NEREF van de Nederlandse Commissie voor Geodesie is verantwoordelijk voor de bepaling en publikatie van de transformatieparameters voor het RD/NAP-stelsel. De gepubliceerde parameters zijn geldig voor heel Nederland met een precisie van ongeveer 10 cm.

De gepubliceerde parameters voor de datumtransformatie worden gebruikt bij het omzetten van een coördinatenbestand, gegeven in RD, naar ETRS89 of omgekeerd. De gepubliceerde parameters worden ook gebruikt voor de transformatie van de resultaten

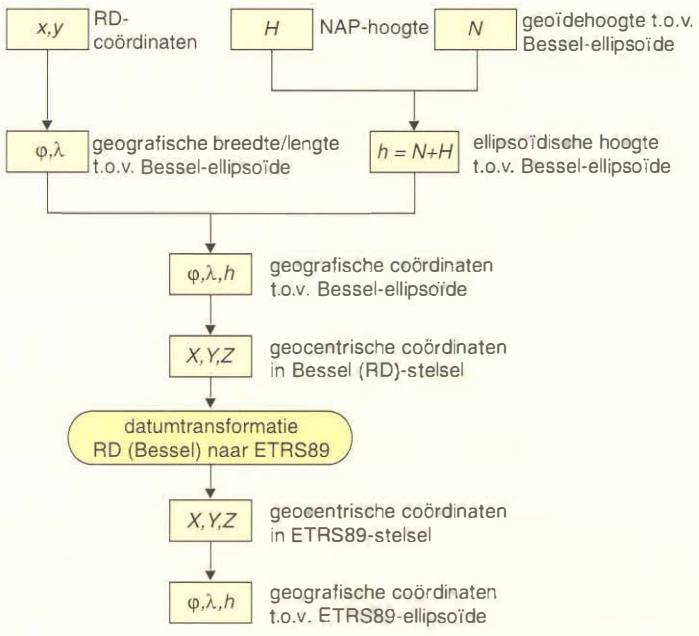
	RD (Bessel)	ETRS89 (GRS80)
a [m]	6377 397,155	6378 137
$e^2 \cdot 10^3$	6674 372	6694 380
$1/f$	299,1528128	298,257222101

Tabel 2.3: Parameters van de Bessel- en de GRS80-ellipsoïde.

van GPS-metingen, als onvoldoende wordt aangesloten aan punten van het GPS-kernnet (bijvoorbeeld aan 1 of 2 punten) en toch coördinaten bepaald moeten worden in RD. Daarnaast is het gebruik van de gepubliceerde transformatieparameters nodig bij de precieze bepaling van orthometrische hoogteverschillen met GPS. Voor de bepaling van deze hoogten moet men de gepubliceerde Bessel-geoïde van Nederland gebruiken. De Bessel-geoïde is berekend met behulp van de gepubliceerde transformatieparameters nadat de geoïde is bepaald ten opzichte van ETRS89.
Bij de verdichting van de grondslag met GPS-metingen wordt doorgaans geen gebruik gemaakt van de gepubliceerde transformatieparameters, als wordt aangesloten aan een voldoende aantal punten van het GPS-kernnet. De relatie tussen de basislijncomponenten (in het WGS84-stelsel) en de coördinaten van de kernnetpunten (in het RD/NAP-stelsel) wordt bewerkstelligd door in het functiemodel transformatieparameters als onbekenden op te nemen. Deze parameters beschrijven de lokale relatie tussen beide stelsels, maar kunnen afwijken van de gepubliceerde transformatieparameters. De berekende parameters zijn immers afhankelijk van de gebruikte aansluitingspunten.

De RD-coördinaten zijn gedefinieerd ten opzichte van de Bessel-ellipsoïde. De referentie-ellipsoïde van ETRS89 is GRS80 (Geodetic Reference System 1980). Voor landmeetkundige toepassingen komt de GRS80-ellipsoïde overeen met de ellipsoïde van WGS84. De parameters van de referentie-ellipsoïdes van RD en ETRS89 zijn gegeven in tabel 2.3 (zie ook Appendix A).

Transformatie van RD naar ETRS89
Figuur 2.5 toont de procedure voor de transformatie van RD-coördinaten en NAP-hoogten naar geografische coördinaten ten opzichte van de ETRS89-ellipsoïde.



Figuur 2.5: Procedure voor de transformatie van RD/NAP- naar ETRS89-coördinaten.

Voor de transformatie van RD/NAP naar ETRS89 moet men beschikken over:

- De relatie tussen de RD-coördinaten en de geografische coördinaten ten opzichte van de Bessel-ellipsoïde. De formules voor de transformatie van RD-coördinaten naar geografische coördinaten zijn gegeven in § 2.3.2. De afwijkingen van deze transformatie zijn kleiner dan 0.2 mm.
- De ellipsoïdische hoogte van de punten ten opzichte van de Bessel-ellipsoïde (deze is de som van de NAP-hoogte en de geoïdehoogte). De NAP-hoogte van punten is bekend of wordt verkregen door middel van waterpassing. De geoïde boven de Bessel-ellipsoïde is gegeven en daarmee kan de geoïdehoogte van een punt worden berekend als de ligging van dat punt bekend is. Hiervoor is een rekenprogramma beschikbaar dat te verkrijgen is bij de Meetkundige Dienst van de Rijkswaterstaat.
- De parameters van de datumtransformatie van het RD (Bessel)-stelsel naar het ETRS89-stelsel.

Voor toepassingen waar men slechts is geïnteresseerd in de geografische breedte en lengte, mag de geoïdehoogte gelijk gekozen worden aan $N = 0$, als de geoïdehoogte niet berekend kan worden. De formules voor het omrekenen van geografische naar geocentrische coördinaten en omgekeerd, en de formules voor de datumtransformatie zijn gegeven in Appendix A.

De parameters van de datumtransformatie zijn gegeven in de tabellen 2.4-2.6. In termen van Appendix A komt het ETRS89-stelsel overeen met stelsel II en komt het RD(Bessel)-stelsel overeen met stelsel I. Er worden twee varianten van de datumtransformatie beschreven: één met een rotatie ten opzichte van het middelpunt van de ellipsoïde en één ten opzichte van het centrale punt Amersfoort. Deze laatste variant verdient de voorkeur.

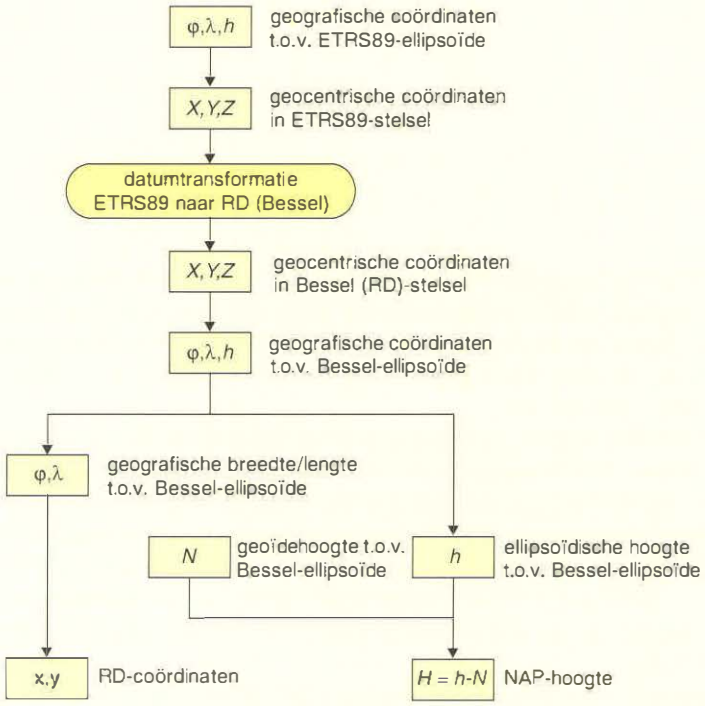
De parameters voor een rotatie om het middelpunt van de ellipsoïde zijn gegeven in tabel 2.4. Voor een rotatie uitgevoerd ten opzichte van het centrale punt Amersfoort zijn de parameters gegeven in tabel 2.5. De coördinaten van het punt Amersfoort ten opzichte van de Bessel-ellipsoïde zijn gegeven in tabel 2.6.

translaties			rotaties			schaal
t_x [m]	t_y [m]	t_z [m]	α [rad·10^{-6}]	β [rad·10^{-6}]	γ [rad·10^{-6}]	δ
+565,040	+49,910	+465,840	+1,9848	−1,7439	+9,0587	+4,0772·10^{-6}

Tabel 2.4: Transformatieparameters van RD(Bessel) naar ETRS89 met rotaties ten opzichte van het middelpunt van de ellipsoïde.

translaties			rotaties			schaal
t_x [m]	t_y [m]	t_z [m]	α [rad·10^{-6}]	β [rad·10^{-6}]	γ [rad·10^{-6}]	δ
+593,032	+26,000	+478,741	+1,9848	−1,7439	+9,0587	+4,0772·10^{-6}

Tabel 2.5: Transformatieparameters van RD(Bessel) naar ETRS89 met als rotatiepunt Amersfoort.



Figuur 2.6: Procedure voor de transformatie van ETRS89- naar RD/NAP-coördinaten.

Transformatie van ETRS89 naar RD

De procedure voor de transformatie van geografische coördinaten ten opzichte van de ETRS89-ellipsoïde naar RD-coördinaten en NAP-hoogten is gegeven in figuur 2.6.

Voor de transformatie van ETRS89 naar RD moet men beschikken over:

- De parameters van de datumtransformatie van het ETRS89-stelsel naar het RD (Bessel)-stelsel.
- De relatie tussen de geografische coördinaten ten opzichte van de Bessel-ellipsoïde en de RD-coördinaten (zie § 2.3.2).
- De geoïdehoogte van een punt ten opzichte van de Bessel-ellipsoïde, indien men van dat punt een NAP-hoogte wil berekenen.

De formules voor het omrekenen van geografische naar geocentrische coördinaten en omgekeerd, en de formules voor de datumtransformatie zijn gegeven in Appendix A.

geografische coördinaten van Amersfoort in RD(Bessel)		
φ [deg]	λ [deg]	*h* [m]
52°,156160556 52°09'22,178"	5°,387638889 5°23'15,500"	0,0

geocentrische coördinaten van Amersfoort in RD(Bessel)		
X' [m]	*Y'* [m]	*Z'* [m]
3903 453,148	368 135,313	5012 970,306

Tabel 2.6: Coördinaten van het centrale punt Amersfoort ten opzichte van de Bessel-ellipsoïde.

De parameters van de datumtransformatie zijn gegeven in de tabellen 2.7-2.9. In termen van Appendix A komt het RD(Bessel)-stelsel overeen met stelsel II en het ETRS89-stelsel met stelsel I. Er wordt onderscheid gemaakt tussen een rotatie om het middelpunt van de ellipsoïde en het centrale punt Amersfoort. De tweede variant verdient de voorkeur.
De parameters voor een rotatie om het middelpunt van de ellipsoïde zijn gegeven in tabel 2.7. Voor een rotatie uitgevoerd ten opzichte van het centrale punt Amersfoort zijn de parameters gegeven in tabel 2.8. De geocentrische coördinaten van het punt Amersfoort zijn gegeven in tabel 2.9.

translaties			rotaties			schaal
t_x [m]	t_y [m]	t_z [m]	α [rad·10^{-6}]	β [rad·10^{-6}]	γ [rad·10^{-6}]	δ
−565,036	−49,914	−465,839	−1,9848	+1,7439	−9,0587	−4,0772·10^{-6}

Tabel 2.7: Transformatieparameters van ETRS89 naar RD(Bessel) met rotaties ten opzichte van het middelpunt van de ellipsoïde.

translaties			rotaties			schaal
t_x [m]	t_y [m]	t_z [m]	α [rad·10^{-6}]	β [rad·10^{-6}]	γ [rad·10^{-6}]	δ
−593,032	−26,000	−478,741	−1,9848	+1,7439	−9,0587	−4,0772·10^{-6}

Tabel 2.8: Transformatieparameters van ETRS89 naar RD(Bessel) met als rotatiepunt Amersfoort.

geocentrische coördinaten van Amersfoort in ETRS89		
X' [m]	Y' [m]	Z' [m]
3904 046,180	368 161,313	5013 449,047

Tabel 2.9: Geocentrische coördinaten van het centrale punt Amersfoort in het ETRS89-stelsel.

2.5 Kwaliteitsmodel van puntenvelden

De HTW dient als basis en leidraad voor de geometrische kwaliteitsbeheersing van landmeetkundige produkten en produktieprocessen. Daarbij spelen puntenvelden een belangrijke rol, ofwel als meetkundige component van een eindprodukt (bijvoorbeeld een digitale kaart), ofwel als onderdeel van een produktieproces (bijvoorbeeld een fotogrammetrische kartering). Een *puntenveld* is een verzameling van punten waarvan de coördinaten bekend zijn in één coördinatenstelsel. In deze paragraaf wordt een modelmatige aanpak behandeld voor de beschrijving van de geometrische kwaliteit van puntenvelden. Deze aanpak wordt het *kwaliteitsmodel* genoemd.
Het kwaliteitsmodel speelt een belangrijke rol bij de vervaardiging, bijhouding en het gebruik van coördinatenbestanden en is daarom een essentieel onderdeel van de HTW. Het kwaliteitsmodel levert een belangrijk *instrument* voor het kwantificeren en beheersen van de geometrische kwaliteit van puntenvelden.

2.5.1 Doelstellingen kwaliteitsmodel

Het kwaliteitsmodel is zodanig opgezet dat op een praktische en efficiënte wijze de kwaliteit van een puntenveld kan worden beschreven. Er is voor gekozen de geometrische kwaliteit te beschrijven op basis van de coördinaten van punten. In een puntenveld wordt de onderlinge ligging van punten beschreven met behulp van coördinaten. Coördinaten worden verkregen als resultaat van landmeetkundige berekeningen en processen (bijvoorbeeld digitalisering). Het kwaliteitsmodel beschrijft de geometrische kwaliteit van punten ten opzichte van hun omgeving, ofwel de kwaliteit van de relatieve ligging van punten. Het kwaliteitsmodel maakt gebruik van de in hoofdstuk 3 beschreven theorie voor de precisie- en betrouwbaarheidsbeschrijving van landmeetkundige netwerken en puntenvelden.

De geometrische kwaliteit bestaat uit de componenten *precisie* en *betrouwbaarheid*. De precisie modelleert de spreiding van coördinaten ten gevolge van de doorwerking van toevallige afwijkingen in de waarnemingsgrootheden (bijvoorbeeld meetruis) in het meet- en verwerkingsproces. De betrouwbaarheid beschrijft de gevoeligheid voor afwijkingen in de coördinaten ten gevolge van onontdekte fouten in de waarnemingsgrootheden.

De doelmatigheid van het kwaliteitsmodel wordt bereikt door de geometrische kwaliteit te beschrijven met behulp van een beperkt aantal parameters. In de praktijk wordt voornamelijk informatie gebruikt over de relatieve ligging van punten (bijvoorbeeld bij de bepaling van de oppervlakte van percelen of het ontlenen van maten aan de kaart). Men is dus vooral geïnteresseerd in de geometrische kwaliteit van de onderlinge ligging van punten. Het kwaliteitsmodel is derhalve gebaseerd op de beschrijving van de *relatieve precisie* van de coördinaten van punten.
De betrouwbaarheid van de coördinaten van een puntenveld wordt voornamelijk bepaald door de ontstaanswijze en de bijhouding van een puntenveld. Voor de verschillende meet- en verwerkingsprocessen worden richtlijnen gegeven in de diverse toepassingshoofdstukken. Indien men overeenkomstig deze richtlijnen werkt is de betrouwbaarheid gewaarborgd en kan worden volstaan met de precisie voor de beschrijving van de geometrische kwaliteit van een puntenveld. De expliciete beschrijving van de betrouwbaarheid van punten en puntenvelden blijft daarom achterwege.

Gebruik van het kwaliteitsmodel
Het gebruik van het kwaliteitsmodel is in vier categorieën te verdelen:

1 *Beschrijving van de kwaliteit*
Het model maakt het mogelijk de geometrische kwaliteit van de coördinaten van een puntenveld te beschrijven. De kwaliteit van puntenvelden wordt gekarakteriseerd met behulp van parameters van het model.
2 *Standaardisatie van de kwaliteitsbeschrijving*
Met het model wordt een standaardisatie tot stand gebracht voor de kwaliteitsbeschrijving van coördinaten. Dit maakt de uitwisseling van kwaliteitsgegevens mogelijk.
3 *Kwaliteitsbeheersing bij de bijhouding*
De bijhouding van een puntenveld wordt gerealiseerd door een deelveld van nieuwe punten aan te sluiten aan het bestaande puntenveld. Bij de aansluiting van puntenvelden moet het kansmodel van de aansluitingspunten worden opgesteld. Het kwaliteitsmodel is de basis voor dit kansmodel. Hoe beter de kwaliteit van de aansluitingspunten gemodelleerd kan worden, hoe beter de aansluitingspunten getoetst kunnen worden en hoe beter de kwaliteit van het puntenveld gewaarborgd wordt bij de bijhouding.

4 *Beoordeling van de kwaliteit*
Het kwaliteitsmodel kan worden worden bij de beoordeling van de kwaliteit van een puntenveld. De kwaliteit van een puntenveld wordt dan vergeleken met de kwaliteit zoals die op basis van het kwaliteitsmodel wordt geëist voor gelijksoortige puntenvelden.

2.5.2 Uitgangspunten bij de kwaliteitsbeschrijving van puntenvelden

Het kwaliteitsmodel moet bruikbaar zijn voor alle soorten puntenvelden. In de HTW wordt echter om praktische redenen onderscheid gemaakt tussen twee soorten puntenvelden, namelijk grondslag en detailpuntenvelden:

- *Grondslag*
  Het puntenveld van de grondslag omvat het RD-puntenveld, punten van hoofdgrondslagnetten, punten van detailgrondslagnetten en terrestrische grondslagelementen (zie § 2.3.3 en § 2.3.4).
- *Detailpuntenvelden*
  Alle overige puntenvelden worden gerangschikt onder de detailpuntenvelden, die de topografische of kadastrale situatie beschrijven. Detailpuntenvelden maken onder andere deel uit van de GBKN, de kadastrale kaart in digitale vorm, fotogrammetrisch vervaardigde digitale kaarten (al dan niet naverkend), gedigitaliseerde kaarten, lokale stelsels uit bijhoudingsmetingen en grafische grondslagelementen.

Aan de vervaardiging en bijhouding van de grondslag worden strenge eisen gesteld. Grondslag is derhalve (bijna altijd) van een zeer goede geometrische kwaliteit, waarbij de kwaliteit ook goed gekwantificeerd kan worden. De geometrische kwaliteit van de grondslag is een functie van de kwaliteit van het meet- en verwerkingsproces.

De geometrische kwaliteit van detailpuntenvelden is wisselend, deels omdat gebruik gemaakt wordt van bestaande detailpuntenvelden, deels omdat de eisen aan het vervaardigings- en bijhoudingsproces verschillen per toepassing. De geometrische kwaliteit van een detailpuntenveld is naast het meet- en verwerkingsproces mede afhankelijk van de detailpunten zelf. Het ene detailpunt kan in het terrein nu eenmaal beter worden aangewezen (geïdealiseerd) dan het andere.

Als resultaat van het (landmeetkundig) meet- en verwerkingsproces worden coördinaten van punten bepaald. Het ligt daarom voor de hand de geometrische kwaliteit op basis van coördinaten te beschrijven, mede omdat de coördinaten ook gebruikt worden om de relatieve ligging van punten te beschrijven. De kwaliteitsbeschrijving is niet objectgericht. Een kwaliteitsbeschrijving van objecten kan worden afgeleid uit de kwaliteitsbeschrijving van de coördinaten van de samenstellende punten van een object. Een eenduidig model voor de geometrische kwaliteitsbeschrijving van objecten is niet voorhanden.

Bij de opbouw van een puntenveld en het gebruik van geometrische informatie ontleend aan een puntenveld wordt doorgaans rekening gehouden met de *nabijheidsrelaties*. Deze beschrijven de samenhang tussen nabijgelegen punten. Zo zijn bijvoorbeeld de hoekpunten van een huis nauw aan elkaar gerelateerd. Bij de vervaardiging en de bijhouding van een puntenveld kunnen de nabijheidsrelaties gewaarborgd worden door in het meetontwerp rekening te houden met de samenhang tussen punten.

De precisiebeschrijving met behulp van het kwaliteitsmodel is slechts geldig onder de aanname dat de betrouwbaarheid wordt gewaarborgd tijdens de vervaardiging en bijhouding van puntenvelden. De precisie beschrijft de kwaliteit van (de coördinaten van) een puntenveld bij afwezigheid van modelfouten. Als bij de vervaardiging en bijhouding van puntenvelden de betrouwbaarheid wordt gewaarborgd, mag men ervan uitgaan dat er geen (grote) modelfouten in het model aanwezig zijn. De betrouwbaarheid wordt gewaarborgd door allereerst het meetontwerp zodanig op te zetten dat er op modelfouten kan worden getoetst. Vervolgens moet men bij de verwerking ook daadwerkelijk op modelfouten toetsen. Indien bij de vervaardiging en bijhouding de betrouwbaarheid voldoende is, is de kwaliteitsbeschrijving met behulp van precisiekenmerken een goede en voldoende weergave van de kwaliteit van een puntenveld.
In de diverse toepassingshoofdstukken worden richtlijnen en ontwerpregels gegeven om de betrouwbaarheid voor de verschillende meet- en verwerkingstechnieken te waarborgen. *De betrouwbaarheid van puntenvelden wordt impliciet gewaarborgd door de betrouwbaarheid van de processen van de vervaardiging en bijhouding te beheersen.* Het kwaliteitsmodel van puntenvelden beschrijft de betrouwbaarheid van coördinaten dus niet expliciet.

Voorbeelden
Aan de hand van twee voorbeelden wordt geïllustreerd hoe de betrouwbaarheid tijdens het meet- en verwerkingsproces wordt gewaarborgd en hoe de kwaliteit vervolgens met behulp van de precisie wordt beschreven. De voorbeelden betreffen de grondslag en de bijhouding.

Voor grondslagnetwerken bestaan strenge ontwerpregels. Uitgangspunt is dat het meetontwerp zo goed moet zijn dat fouten in een grondslagnetwerk opgemerkt en opgespoord kunnen worden. Dit geldt zowel voor fouten in het grondslagnetwerk zelf als voor fouten in de aansluitingspunten. In het verwerkingsproces wordt getoetst op deze fouten. Daarmee is de betrouwbaarheid van de grondslag gewaarborgd. Vervolgens wordt de kwaliteit van de grondslag beschreven met behulp van de relatieve precisie tussen de grondslagpunten.

Tijdens de bijhouding worden het reconstructiebestand en de digitale kaart bijgewerkt. Uitgangspunt voor het meetontwerp van een kadastrale meting is dat de kadastrale situatie reconstrueerbaar is en dat de meting gecontroleerd wordt uitgevoerd. Het meetontwerp bevat daarom overtalligheid. De meting wordt als vrij net berekend en getoetst. De opname van elementen van de topografie mag daarentegen vaak wel ongecontroleerd worden uitgevoerd: hier wordt een slechte betrouwbaarheid geaccepteerd. Voor de inpassing van de bijhoudingsmeting in de bestaande kaart bestaan eveneens ontwerpregels. Deze betreffen het aantal en de ligging van de aansluitingspunten, de zogenaamde grondslagelementen. Bij de inpassing wordt getoetst op fouten in de grondslagelementen. Hiermee wordt de betrouwbaarheid van de bijhouding van het detailpuntenveld gewaarborgd. De kwaliteit van de punten van de bijgewerkte kaart wordt beschreven met de berekende relatieve precisie tussen de punten na aansluiting en met een maat voor de idealisatie van het betreffende detailpunt. De kwaliteit van de punten van het reconstructiebestand wordt beschreven met de relatieve precisie vóór aansluiting.

2.5.3 Precisiebeschrijving van coördinaten

Het kwaliteitsmodel beschrijft de kwaliteit van een puntenveld op basis van de relatieve precisie van coördinaten. De precisiebeschrijving is gebaseerd op de punt- en idealisatieprecisie en wordt uitgevoerd met zogenaamde kunstmatrices.

Operationele definitie van coördinaten
In de wiskunde zijn coördinaten getallen die de ligging van een punt ten opzichte van een assenstelsel weergeven. In de landmeetkunde is deze definitie echter niet compleet, omdat coördinaten bij landmeetkundige rekenprocessen niet alleen getallen zijn, maar ook stochastische grootheden, die uit waarnemingsgrootheden zijn afgeleid. Behalve de getalwaarde (coördinaatgetal) zijn ook de stochastische eigenschappen (precisie) van coördinaten van belang.

Nu zijn coördinaten in feite niet meer dan een praktisch hulpmiddel om de informatie die uit landmeetkundige waarnemingen wordt afgeleid te ordenen en te representeren, bijvoorbeeld in de vorm van een kaart. Probleem is echter dat de stochastische eigenschappen van coördinaten altijd worden bepaald door de waarnemingsgrootheden die daaraan ten grondslag liggen en door het stelsel waarin de coördinaten zijn berekend. De relatie van de coördinaten met de oorspronkelijke waarnemingen wordt in het algemeen na afronding van een bepaald meetproject verbroken, terwijl ook de relatie met het stelsel waarin ze worden berekend niet wordt vastgelegd. De ontstaanswijze van punten en puntenvelden wordt dus niet geregistreerd.

De representatie van een puntenveld door middel van coördinaten is pas mogelijk als een keuze van het coördinatenstelsel is gemaakt. Het is daarom van belang hoe het coördinatenstelsel operationeel wordt gedefinieerd (zie § 2.3).

In de landmeetkunde bevatten de metingen soms te weinig informatie om de coördinaten van de aangemeten punten in een operationeel gedefinieerd coördinatenstelsel te bepalen. Dit is bijvoorbeeld het geval bij de opname van de kadastrale situatie voor het bijhouden van het reconstructiebestand. In dergelijke gevallen moet men voor de berekening van de coördinaten een rekenbasis kiezen. Men rekent dan in een zogenaamd *lokaal stelsel* of vrij net, waarvan de coördinaten van de punten bepaald worden ten opzichte van de rekenbasis. De rekenbasis kiest men zodanig dat het minimale aantal coördinaten wordt vastgehouden om de coördinaatberekening mogelijk te maken. Voor een kadastraal veldwerk wordt het stelsel operationeel gedefinieerd door voor de coördinaten van twee punten waarden te kiezen. Deze gekozen coördinaten worden niet stochastisch verondersteld. Een dergelijk stelsel noemt men een schrankingsstelsel (S-stelsel) en de punten van de rekenbasis worden de schrankingsbasis genoemd. De variantiematrix van de coördinaten in een S-stelsel beschrijft de precisie van de coördinaten van de punten in het lokale stelsel ten opzichte van de punten van de schrankingsbasis.

Vaak bevat het meetontwerp wel voldoende informatie om coördinaten te berekenen. Als men bijvoorbeeld de coördinaten van een punt in het RD-stelsel wil bepalen, meet men dit punt in ten opzichte van aansluitingspunten in de omgeving. Van de aansluitingspunten zijn coördinaten in het RD-stelsel bekend. De aansluitingspunten zorgen voor een operationele definitie van het coördinatenstelsel, in dit geval het RD-stelsel. Bij een digitaliseertafel wordt het coördinatenstelsel bijvoorbeeld bepaald door het instrument. De keuze van de aansluitingspunten (of het instrumentarium) legt ook de operationele definitie van het coördinatenstelsel vast. Bij de aansluiting aan een bestaand puntenveld is dus meestal geen expliciete keuze van een rekenbasis noodzakelijk.

Puntprecisie en idealisatieprecisie

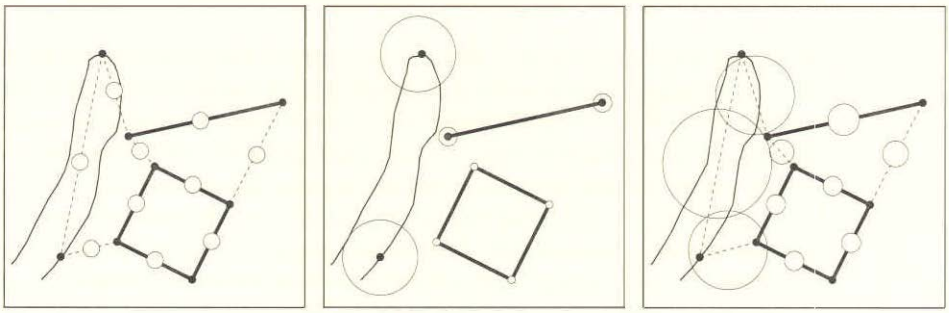
Bij de precisiebeschrijving wordt onderscheid gemaakt tussen de relatieve precisie van coördinaten ten gevolge van hun ontstaanswijze (de puntprecisie) en de idealisatie.

De *puntprecisie* beschrijft de relatieve precisie van coördinaten van punten als resultaat van het totale meet- en verwerkingsproces (dat het meetontwerp, de meting, de vereffening en de coördinaatberekening omvat).

De *idealisatieprecisie* is de precisie waarmee in het terrein een punt kan worden aangewezen. Dit noemt men in de praktijk het idealiseren van een punt. Goed idealiseerbare punten zijn bijvoorbeeld hoeken van huizen; slecht te idealiseren punten zijn het midden of de kant van een sloot. De idealisatieprecisie is onafhankelijk van het gevolgde meet- en verwerkingsproces en is een absoluut precisiekenmerk van een punt.

Voorbeeld

In figuur 2.7 worden de puntprecisie en de idealisatieprecisie geïllustreerd. De precisie wordt weergegeven met standaardcirkels (de cirkels zijn niet op schaal getekend). De puntprecisie is afstandsonafhankelijk verondersteld (a) waardoor de relatieve ellipsen allemaal even groot zijn. Dit is bijvoorbeeld het geval als het puntenveld door middel van fotogrammetrische kartering is ontstaan. De idealisatieprecisie (b) is verschillend voor verschillende soorten punten. Hoeken van huizen kunnen beter geïdealiseerd worden dan de kant van een sloot. In de figuur is dit duidelijk zichtbaar. De relatieve precisie tussen de punten tenslotte is een functie van de puntprecisie en de idealisatieprecisie (c). Tussen twee goed idealiseerbare punten wordt de relatieve precisie voornamelijk bepaald door de puntprecisie; tussen twee slecht idealiseerbare punten is de invloed van de idealisatieprecisie zeer groot.



(a) puntprecisie (b) idealisatieprecisie (c) resulterende relatieve precisie

Figuur 2.7: Puntprecisie, idealisatieprecisie en resulterende relatieve precisie tussen punten.

Kunstmatrices

De precisie van coördinaten van puntenvelden wordt beschreven met variantiematrices. De variantiematrix van de coördinaten wordt berekend tijdens de vereffening (zie hoofdstuk 3). Het aantal elementen van een variantiematrix is echter ook voor kleinere puntenvelden al zeer aanzienlijk. Daarom wordt de variantiematrix gemodelleerd met een kunstmatige matrix, die beschreven kan worden met een beperkt aantal parameters. Een dergelijke matrix heet een *kunstmatrix*. Een kunstmatrix kan nooit meer zijn dan een goede benadering van de echte (berekende) variantiematrix. Als een kunstmatrix wordt gebruikt in plaats van een berekende variantiematrix, spreekt men van een *ver-*

vangingsmatrix. Als men met behulp van een kunstmatrix een bovengrens voor de precisie van een puntenveld beschrijft, spreekt men van een *criteriummatrix*. In de HTW wordt de kunstmatrix voornamelijk gebruikt als vervangingsmatrix.

Er worden twee soorten kunstmatrices gebruikt, namelijk de diagonaalmatrix en de Baarda-Alberda matrix. Voor beide matrices geldt dat de relatieve precisie beschreven kan worden met relatieve puntstandaardcirkels. Met kunstmatrices wordt de relatieve precisie beschreven, die is opgebouwd uit de puntprecisie en de idealisatieprecisie. De Baarda-Alberda kunstmatrix is gebaseerd op de aanname dat de puntprecisie van het puntenveld *homogeen* is en dat de relatieve precisie tussen twee punten slechts afhankelijk is van hun onderlinge afstand. Bij de diagonaalmatrix veronderstelt men dat de coördinaten van punten ongecorreleerd zijn. De structuur en de kenmerken van de vervangingsmatrices worden aan de hand van de variantiematrix van twee punten in een tweedimensionaal puntenveld behandeld.

De idealisatieprecisie is een kenmerk van een punt en wordt daarom voor elk punt afzonderlijk gespecificeerd. De idealisatieprecisie heeft betrekking op de coördinaatcomponenten x en y van een punt. Als parameter voor de idealisatieprecisie wordt doorgaans de standaardafwijking (of als alternatief de variantie) gebruikt waarmee het punt kan worden geïdealiseerd. De standaardafwijking wordt voor een punt i aangeduid als $\bar{d}_i$.

Baarda-Alberda matrix
Bij de Baarda-Alberda matrix wordt de (afstandsafhankelijke) covariantie ten gevolge van de puntprecisie gemodelleerd per coördinaatcomponent (x of y). De covariantie is een lineaire functie van de afstand. Er wordt geen correlatie tussen de x- en y-coördinaten verondersteld. De Baarda-Alberda matrix heeft de volgende structuur:

	x_i	x_j	y_i	y_j
x_i	$d^2 + \bar{d}_i^2$	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$	0	0
x_j	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$	$d^2 + \bar{d}_j^2$	0	0
y_i	0	0	$d^2 + \bar{d}_i^2$	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$
y_j	0	0	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$	$d^2 + \bar{d}_j^2$

De parameters c_0 en c_1 modelleren de puntprecisie. De parameter c_0 beschrijft de *afstandsonafhankelijke* covariantie tussen de punten. De parameter c_1 beschrijft de *afstandsafhankelijke* component (l_{ij} is de afstand tussen de punten i en j). Men moet altijd de parameter c_1 specificeren. De parameter c_0 kan worden gespecificeerd, maar mag ook de waarde 0 toegekend krijgen. De parameter d^2 is een grootheid die nodig is om de kunstmatrix aan de eigenschappen van een variantiematrix te laten voldoen. In de toepassingshoofdstukken worden richtlijnen voor de keuze van d^2 gegeven. Voor de beschrijving van de relatieve precisie van coördinaten heeft deze parameter geen betekenis.

De relatieve precisie kan worden gerepresenteerd met de relatieve standaardellips (zie § 3.6). Uitgaande van de kunstmatrix is er sprake van een cirkel. Voor de Baarda-Alberda matrix is de straal r van deze relatieve standaardcirkel tussen de punten i en j:

$$r = \sqrt{\bar{d}_i^2 + \bar{d}_j^2 + 2c_0 + 2c_1 l_{ij}} \quad [\text{cm}] \quad .$$

Hierbij zijn de eenheden van de parameters c_0, c_1, $\bar{d}_i^2$ en $\bar{d}_j^2$ respectievelijk cm^2, cm^2/km, cm^2 en cm^2 en is de afstand l_{ij} uitgedrukt in km.

Diagonaalmatrix
Bij de diagonaalmatrix zijn de coördinaten ongecorreleerd. De diagonaalmatrix heeft de volgende structuur:

	x_i	x_j	y_i	y_j
x_i	$c_0 + \bar{d}_i^2$	0	0	0
x_j	0	$c_0 + \bar{d}_j^2$	0	0
y_i	0	0	$c_0 + \bar{d}_i^2$	0
y_j	0	0	0	$c_0 + \bar{d}_j^2$

De parameter c_0 beschrijft de puntprecisie en is bij twee-dimensionale puntenvelden gelijk voor zowel de x- als de y-component. De idealisatieprecisie wordt toegekend per punt (of klasse van punten).

Voor de diagonaalmatrix is de straal van de relatieve standaardcirkel tussen de punten i en j:

$$r = \sqrt{\bar{d}_i^2 + \bar{d}_j^2 + 2c_0} \quad [\text{cm}] \quad .$$

De parameter c_0 kan per deelveld worden toegekend. Het is ook mogelijk en praktisch de puntprecisie per punt te specificeren.
In de praktijk kan het voorkomen dat een puntenveld uit verscheidene deelvelden bestaat. Een puntenveld is immers niet altijd in één keer integraal tot stand gekomen. In dat geval wordt het puntenveld inhomogeen genoemd. Deze inhomogeniteit kan beschreven worden door parameters voor de puntprecisie per deelveld toe te kennen. Dit vereist wel dat de deelvelden als zodanig zijn te herkennen.

2.5.4 De implementatie van het kwaliteitsmodel

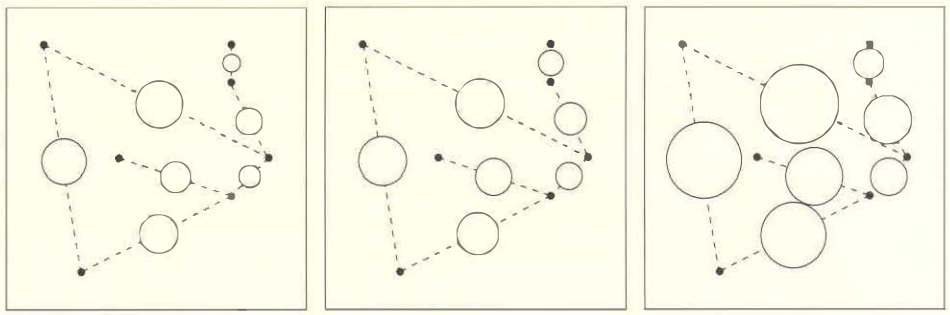
Het kwaliteitsmodel wordt geïmplementeerd door de relatieve precisiebeschrijving van coördinaten. Daarbij wordt onderscheid gemaakt tussen de modellering van de precisie van grondslag en die van detailpuntenvelden. De parameterkeuze voor de precisiebeschrijving in het kwaliteitsmodel wordt behandeld in § 2.5.5.

Precisiebeschrijving van de grondslag
De grondslag komt tot stand door een systematische verdichting van het RD-net met terrestrische grondslagnetwerken of GPS-netten. Bij de verdichting wordt de ligging van grondslagpunten vastgelegd ten opzichte van de reeds bestaande grondslag. Het meetontwerp en de manier van aansluiting zorgen ervoor dat de relatieve precisie van grondslagpunten een functie is van de afstand. Dit is een specifiek kenmerk van de grondslag.

De puntprecisie van punten van de grondslag wordt daarom gemodelleerd met behulp van een Baarda-Alberda matrix. De afstandsafhankelijke parameter van deze matrix maakt het mogelijk voor de grondslag de nabijheidsrelaties te modelleren. Het meetontwerp van grondslagnetten is vergaand gestandaardiseerd en daarom kunnen de parameters van de kunstmatrix in overeenstemming met het soort grondslag worden gekozen. Indien de grondslagnetten zijn opgebouwd conform de ontwerpregels, hoeft de puntprecisie niet te worden berekend.

De punten van een grondslagnetwerk zijn verzekerd en hebben met uitzondering van de terrestrische grondslagelementen een te verwaarlozen idealisatieprecisie. Terrestrische grondslagelementen hebben een idealisatieprecisie die overeenkomt met die van punten van de harde topografie.

Voorbeeld
In figuur 2.8 wordt de puntprecisie geïllustreerd voor een willekeurig puntenveld. Daarbij zijn verschillende combinaties van afstandsafhankelijke (gemodelleerd met de parameter c_1) en afstands*on*afhankelijke (gemodelleerd met de parameter c_0) componenten van de puntprecisie gebruikt. De getalwaarden van de parameters zijn niet van belang; het gaat om de vergelijking van de verschillende situaties. Als de puntprecisie geen afstands*on*afhankelijke component heeft, is $c_0 = 0$.



(a) afstandsafhankelijke puntprecisie kleine c_1; $c_0 = 0$.

(b) puntprecisie opgebouwd uit twee componenten; kleine c_1; kleine c_0.

(c) afstandsafhankelijke puntprecisie grote c_1; $c_0 = 0$.

Figuur 2.8: Puntprecisie voor een puntenveld van de grondslag voor verschillende combinaties van afstandsafhankelijke en afstandsonafhankelijke componenten van de puntprecisie.

Uit de figuur blijkt dat een afstands*on*afhankelijke component een grote invloed heeft op de puntprecisie van twee dicht bij elkaar gelegen punten (vergelijk (a) en (b)). Bij de grotere afstanden overheerst de afstandsafhankelijke component. De invloed van de afstand op de puntprecisie kan goed gemodelleerd worden met de c_1-parameter (vergelijk (a) en (c)), waarbij in geval (c) de parameter die de afstandsafhankelijke correlatie beschrijft groter is gekozen dan in geval (a).

Precisiebeschrijving van detailpuntenvelden
De punten van een digitale kaart en andere digitale bestanden kenmerken zich door het feit dat het geïdealiseerde punten betreft. Dit wordt gemodelleerd door middel van de idealisatieprecisie. Daarnaast komen detailpuntenvelden veelal tot stand met behulp van meettechnieken waarbij de relatieve precisie tussen punten vrijwel afstandsonafhankelijk is (bijvoorbeeld digitalisering of fotogrammetrie). Bij bestaande detailpuntenvelden is vaak weinig bekend over de relatieve precisie van de coördinaten.

Door de aansluiting aan de grondslag krijgt een detailpuntenveld over grotere afstanden de relatieve precisie van de grondslag. Lokaal overheersen echter de idealisatieprecisie en de precisie van de meettechniek samen de relatieve precisie van de grondslag. Er is dan sprake van een constante (en dus afstands*on*afhankelijke) relatieve precisie. Daar-

om wordt in het kwaliteitsmodel aangenomen dat de relatieve precisie van punten in een detailpuntenveld afstands*on*afhankelijk is.
In het algemeen geldt dat, hoe meer de relatieve precisie afstandsonafhankelijk is en hoe groter de variantie ten gevolge van de idealisatie, hoe beter een diagonaalmatrix de precisie beschrijft. Bovendien is momenteel een diagonaalmatrix de enige praktisch hanteerbare keuze voor grote detailpuntenvelden.
Een diagonaalmatrix zal niet altijd de nabijheidsrelaties tussen punten goed beschrijven. De nabijheidsrelaties worden in de praktijk gewaarborgd door de ontwerpregels zodanig op te zetten dat in het meetontwerp rekening wordt gehouden met de nabijheidsrelaties. (Bij bijhoudingsmetingen wordt bijvoorbeeld aangesloten aan nabijgelegen grondslagelementen en worden kortgesloten maten meevereffend.)

Per punt moet een parameter voor de puntprecisie en een parameter voor de idealisatieprecisie kunnen worden gespecificeerd. Dit betekent dat de parameters per punt of per groep van punten worden toegekend en opgeslagen. De gespecificeerde parameters hebben betrekking op alle coördinaten van een punt (x, y en/of H).
Aan het model mag alleen informatie worden ontleend over de relatieve precisie tussen (coördinaten van) punten in een begrensd gebied. Bij een begrensd gebied moet aan een gebied gedacht worden ter grootte van maximaal een vierkante kilometer.

De idealisatieprecisie is gekoppeld aan het soort punt en wordt daarom in principe aan elk punt afzonderlijk toegekend. Voor de beschrijving van de idealisatieprecisie wordt gebruik gemaakt van een klasse-indeling.

De puntprecisie kan bij de vervaardiging en bijhouding van een detailpuntenveld worden berekend. De berekende puntprecisie heeft betrekking op de precisie na aansluiting. Indien de puntprecisie wordt berekend kan deze *per punt* worden toegekend.
Indien in het detailpuntenveld onderscheid kan worden gemaakt in deelvelden (bijvoorbeeld omdat de ontstaansgeschiedenis van het puntenveld bekend is) kan de puntprecisie *per deelveld* (of per categorie punten) worden toegekend. Ook hier moet de puntprecisie na aansluiting gespecificeerd worden.
Bij bestaande puntenvelden of puntenvelden waarvan de puntprecisie onbekend is, zal veelal een parameter toegekend worden voor de puntprecisie voor het *gehele detailpuntenveld*. De puntprecisie wordt dan gekozen overeenkomstig die van gelijksoortige puntenvelden.
Voor de beschrijving van de puntprecisie mag men gebruik maken van een klasse-indeling.

2.5.5 Parameterkeuze voor de precisiebeschrijving

De relatieve precisie tussen punten wordt in het kwaliteitsmodel beschreven met ten hoogste drie parameters. Het kwaliteitsmodel bevat parameters voor:
- de beschrijving van de afstands*on*afhankelijke covariantie tussen punten (c_0);
- de beschrijving van de afstandsafhankelijke covariantie tussen punten (c_1);
- de beschrijving van de idealisatieprecisie per punt ($\overline{d}_i$).

De parameters c_0 en c_1 worden per (deel-)veld of per punt toegekend. De idealisatieprecisie wordt per punt toegekend. De specificatie van de factor d^2 van de Baarda-Alberda matrix wordt behandeld in de afzonderlijke toepassingshoofdstukken.

Parameterkeuze voor de grondslag

Voor punten van de grondslag wordt als puntprecisie van het puntenveld de *precisie van het soort grondslag* toegekend. Voor grondslag wordt in de regel een Baarda-Alberda matrix als vervangingsmatrix gebruikt. Uitzonderingen zijn de puntenvelden van de terrestrische grondslagelementen en de punten van de hoogte bij de drie-dimensionale puntenvelden, waarvoor een diagonaalmatrix wordt gebruikt. In het algemeen wordt voor de grondslag de puntprecisie niet opgeslagen, omdat daarvoor per soort grondslag normen worden gesteld voor de parameters. Indien punten van de grondslag deel uitmaken van een detailpuntenveld, worden in het betreffende bestand voor deze punten wel parameters voor de puntprecisie opgeslagen.

Punten van de grondslag zijn meestal verzekerd en krijgen (met uitzondering van de terrestrische grondslagelementen) geen idealisatieprecisie toegekend.

Voor de beschrijving van de relatieve precisie worden slechts de parameters c_0 en c_1 gebruikt. De straal van de relatieve standaardcirkel tussen twee punten van de grondslag is:

$$r = \sqrt{2c_0 + 2c_1 l_{ij}} \quad .$$

In § 2.6 worden de waarden van de parameters van het kwaliteitsmodel voor de verschillende soorten grondslag gegeven.

Grondslag met een inhomogene precisie

Het kan voorkomen dat een vervangingsmatrix moet worden opgesteld voor een puntenveld dat is samengesteld uit verschillende soorten grondslag. In dat geval wordt in de vervangingsmatrix veiligheidshalve de grootste c_1-parameter gebruikt als parameter voor de puntprecisie. Deze keuze is in zoverre gebrekkig omdat voor grotere afstanden binnen het puntenveld van de grondslag de parameter c_1 behorende bij het hoogste orde net het beste de relatieve precisie beschrijft (kleinste c_1), terwijl voor kleinere afstanden binnen het puntenveld de grootste c_1 het beste de relatieve precisie beschrijft.

Parameterkeuze voor detailpuntenvelden

De precisiebeschrijving van detailpuntenvelden is zodanig opgebouwd dat de puntprecisie en de idealisatieprecisie in beginsel worden opgeslagen *per punt*. De precisie wordt gemodelleerd met een diagonaalmatrix.

Bij de vervaardiging of bijhouding van detailpuntenvelden kan blijken dat de daadwerkelijk gerealiseerde (relatieve) precisie beter of slechter is dan de kenmerkende of vereiste (relatieve) precisie van gelijksoortige puntenvelden. In dat geval moet altijd de werkelijke puntprecisie worden geregistreerd. Indien in een bepaald gebied de werkelijke precisie slechter is dan het criterium voor dat puntenveld, is er sprake van *degeneratie* van de kwaliteit van het puntenveld.

Puntprecisie

In sommige gevallen volgt de puntprecisie uit de berekeningen. Voor detailpuntenvelden wordt in dat geval de variantie per punt of per deelveld voor de puntprecisie *na* aansluiting toegekend zoals die volgt uit het meet- en rekenproces. In alle andere gevallen wordt de puntprecisie gespecificeerd per (deel-)veld op basis van het soort detailpuntenveld. De puntprecisie wordt dan beschreven met de parameter c_0 van gelijksoortige detailpuntenvelden. De parameter c_0 wordt per punt opgeslagen. Parameterwaarden voor detailpuntenvelden worden gegeven in § 2.6.

Detail puntenvelden met een inhomogene precisie

Indien het puntenveld met behulp van overwegend één meettechniek tot stand is gekomen, wordt de parameter c_0 overeenkomstig die van gelijksoortige detailpuntenvelden gekozen. Voor het geval er onderscheid gemaakt kan worden tussen verschillende deelvelden, worden per deelveld parameters c_0 gekozen overeenkomstig die van gelijksoortige detailpuntenvelden. Indien er bij inhomogene puntenvelden geen (goed) onderscheid kan worden gemaakt tussen de verschillende deelvelden, wordt de parameter c_0 gekozen overeenkomstig die van het qua precisie slechtste deelpuntenveld.

Klasse-indeling voor de puntprecisie

Het is mogelijk de puntprecisie met behulp van een klasse-indeling te specificeren. Er bestaat geen standaard klasse-indeling voor de puntprecisie. Indien men gebruik wil maken van een klasse-indeling moet een zodanige indeling worden gekozen dat een voldoende differentiatie mogelijk is (het aantal klassen moet groot genoeg zijn; voor landmeetkundige toepassingen lijkt een aantal van 5 klassen het absolute minimum). Bovendien mag de klasse-indeling niet naar boven begrensd zijn.
Bij het gebruik van een klasse-indeling maakt men bij de *beschrijving*, *uitwisseling* en *beoordeling* van kwaliteitsgegevens gebruik van de *bovengrens* van een klasse voor de puntprecisie. Bij de *bijhouding* en *uitbreiding* van een bestand wordt voor de aansluiting het *gemiddelde* van de klasse gebruikt.

Idealisatieprecisie

Voor de idealisatieprecisie wordt gebruik gemaakt van de klasse-indeling in tabel 2.10. In de tabel wordt de standaardafwijking $\overline{d}$ van de idealisatie gegeven.

klasse	klasse-indeling idealisatie ([cm])	standaardafwijking idealisatie ([cm])	
		beschrijving uitwisseling beoordeling	aansluiting
grenssteen, muur (harde topografie)	0 - 2	2	1
kant verharding, straatmeubilair, put	1 - 3	3	2
hek	2 - 5	5	3.5
heg, greppel	5 - 10	10	7.5
sloot	10 - 20	20	15
niet geklasseerde punten	> 20	32	20

Tabel 2.10: Klasse-indeling voor de idealisatieprecisie en standaardafwijkingen voor de idealisatie voor de verschillende toepassingen van het kwaliteitsmodel.

Bij de *beschrijving*, *uitwisseling* en *beoordeling* van kwaliteitsgegevens wordt gebruik gemaakt van de *bovengrens* van een klasse voor de idealisatieprecisie. Bij de *bijhouding* en *uitbreiding* van een bestand wordt bij de aansluiting het *gemiddelde* van de idealisatieprecisie van een bepaalde klasse gebruikt.

De idealisatieprecisie wordt beschreven met de variantie van de idealisatie (deze parameter wordt voor een punt i aangeduid als $\overline{d}_i^2$) of de standaardafwijking van de idealisatie ($\overline{d}_i$).
In de praktijk kan de klasse-indeling voor de idealisatieprecisie gekoppeld worden aan de objectclassificatie. De idealisatieprecisie van een punt is dan gekoppeld aan de objectcodering van het punt, respectievelijk het object waartoe het punt behoort.

2.6 Geometrische kwaliteit van landmeetkundige produkten

Landmeetkundige produkten worden beschouwd als puntenvelden als het gaat om de beschrijving van de geometrische kwaliteit. Het betreft zowel puntenvelden van de grondslag (bijvoorbeeld terrestrische grondslagelementen) als detailpuntenvelden (bijvoorbeeld kadastrale of topografische kaarten).
De vereiste kwaliteit van puntenvelden wordt geformuleerd in termen van de *relatieve precisie tussen de punten* van een puntenveld. De betrouwbaarheid van de punten wordt gewaarborgd door eisen te stellen aan het *proces* van de bijhouding en vervaardiging. De eisen aan de betrouwbaarheid worden behandeld bij de afzonderlijke meet- en verwerkingsprocessen in de toepassingshoofdstukken. De beschrijving van de vereiste kwaliteit is daarmee in overeenstemming met het kwaliteitsmodel.

De vereiste kwaliteit voor de landmeetkundige produkten van het Kadaster wordt beschreven in § 2.6.1. Daartoe wordt een overzicht gegeven van deze produkten. Voor zover mogelijk zijn de kwaliteitseisen die aan deze kadastrale produkten worden gesteld vertaald in termen van het kwaliteitsmodel.
Vervolgens wordt de vereiste kwaliteit van grondslag beschreven in § 2.6.2. Voor de overige landmeetkundige produkten, waaronder detailpuntenvelden, wordt in § 2.6.3 een overzicht gegeven van de *kenmerkende* kwaliteit. In veel gevallen zal immers de vereiste kwaliteit tot stand komen op basis van overeenstemming tussen de opdrachtgever en de opdrachtnemer.

2.6.1 Produkten van het Kadaster

De landmeetkundige produkten van het Kadaster worden beschreven met een aanduiding van de geometrische kwaliteit zoals die uit de regelgeving tot dusver is af te leiden. Daarbij wordt ook een beschrijving in termen van het kwaliteitsmodel gegeven.

De Kadasterwet beschrijft de volgende landmeetkundige taken van het Kadaster:
- het vervaardigen, houden en bijwerken van kadastrale kaarten en daaraan ten grondslag liggende bescheiden;
- het in stand houden van een net van coördinaatpunten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting;
- het verstrekken van inlichtingen omtrent gegevens verkregen in het kader van de vervulling van de opgedragen taken.

Daarnaast heeft het Kadaster een belangrijk aandeel in de vervaardiging en de bijhouding van de grootschalige basiskaart van Nederland (GBKN) en speelt het Kadaster een essentiële rol bij de uitvoering van landmeetkundige werkzaamheden in de landinrichting.

Kenmerkend voor het kwaliteitsbeheer van de geometrische informatie over kadastrale grenzen is de *scheiding tussen het reconstructiebestand en de kadastrale kaart.*
Het reconstructiebestand bevat lokale stelsels met een terrestrische precisie (veldwerken, coördinatenlijsten, dan wel de digitale variant hiervan) waarmee kadastrale grenzen in het terrein kunnen worden gereconstrueerd. Bij de bijhouding wordt het lokale stelsel ingepast in de kadastrale kaart, waardoor de oorspronkelijke terrestrische nauwkeurigheid verloren gaat. Het aangesloten puntenveld krijgt een grafische nauwkeurigheid, die karakteristiek is voor de kadastrale kaart. Er wordt daarom voor de precisiebeschrijving van detailpunten een strikte scheiding gemaakt tussen het reconstructiebestand en de kadastrale kaart.

Het Kadaster levert de volgende landmeetkundige produkten:
- kadastrale kaart;
- kadastraal veldwerk;
- grootte van kadastrale percelen;
- grootschalige basiskaart van Nederland, veelal in nauwe samenwerking met nutsbedrijven, gemeenten en waterschappen;
- coördinaatpunten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting.

De produkten in het kader van de landinrichting worden niet expliciet besproken, omdat de eisen die daaraan worden gesteld zijn afgeleid van bovengenoemde kadastrale produkten.

Kadastrale kaart
De kadastrale kaart bevat de perceelsgewijze indeling van het Nederlandse grondgebied. De inhoud van de kadastrale kaart wordt gevormd door:
- kadastrale percelen met perceelsnummers, voorzien van een markering als er sprake is van zogenaamde deelpercelen en met toekomstige grenzen in gevallen waarin een kaartje bij de akte wordt ingeschreven;
- bebouwing, zowel hoofdgebouwen als bijgebouwen, volgens de specificaties van de norm-GBKN en voorzien van huisnummers;
- straatnamen en namen van wegen en waterlopen.

De coördinaten van de punten in dit bestand zijn, voorzover het vernieuwde kaartbladen betreft, bepaald in het RD-stelsel met een in het algemeen grafische precisie. In niet-hermeten gebieden zijn de coördinaten primair in lokale coördinatenstelsels bepaald met een meestal onbekende kwaliteit. Door A-D conversie is soms een globale aansluiting aan het RD-stelsel bewerkstelligd, doch er heeft geen kwaliteitsverbetering plaatsgevonden. Door inpassing op de GBKN zijn in veel gebieden de niet-hermeten kaarten aangesloten aan het RD-stelsel en zijn de grenzen aangepast aan de topografie. Dit heeft een zekere, maar niet kwantificeerbare kwaliteitsverbetering opgeleverd, waardoor de kwaliteit van dergelijke kaarten meestal niet (goed) beschreven kan worden.

De kadastrale kaart wordt voortdurend geactualiseerd op grond van de overdracht van gedeeltelijke percelen dan wel een verandering in de aard van de bebouwing. De nieuwe grenzen en gebouwen worden door de landmeter opgemeten teneinde de nieuwe perceelsgrenzen meetkundig vast te leggen, de nieuwe percelen te kunnen vormen en de kadastrale kaart bij te houden.
Voor niet-hermeten kaarten zijn de kaartschalen 1 : 5000, 1 : 2500 en 1 : 1250 gebruikt. Bij de aanleg van nieuwe kaartbladen worden de uitgifteschalen 1 : 2000 (landelijk gebied), 1 : 1000 (bebouwd gebied) en 1 : 500 (dicht stedelijk gebied) toegepast.

De kadastrale kaart wordt gebruikt voor:
- unieke identificatie van kadastrale percelen ten behoeve van de rechtszekerheid;
- kadastrale perceelsvorming;
- grootteberekening van percelen;
- afbeelding van vorm en ligging van kadastrale percelen;
- reconstructie van kadastrale grenzen;
- het verschaffen van een ingang op de kadastrale registratie;
- informatievoorziening aan particulieren;
- informatievoorziening aan gemeenten ten behoeve van planning, inrichting en beheer;
- belastingheffing door gemeenten en waterschappen;
- informatievoorziening aan andere overheden.

Vereiste kwaliteit van de kadastrale kaart
Als norm voor de vereiste kwaliteit geldt:
- De coördinaten van de punten van de kadastrale kaart zijn gegeven in het RD-stelsel.
- De kadastrale kaart is een digitale kaart.
- De afbeelding van grenzen en gebouwen geschiedt met een grafische precisie, en wel zodanig dat de lengte van de halve lange as van de relatieve standaardellips tussen twee punten op de kadastrale kaart ten gevolge van de puntprecisie kleiner of gelijk is aan $\sqrt{2} \times 20$ cm voor bebouwd en stedelijk gebied en $\sqrt{2} \times 40$ cm voor landelijk gebied. (Dit komt overeen met ± 28 cm in bebouwd/stedelijk gebied en ± 57 cm in landelijk gebied.)

In termen van het kwaliteitsmodel is de vereiste kwaliteit van de kadastrale kaart:
- kadastrale kaart in bebouwd en stedelijk gebied: $c_0 = 400\ \text{cm}^2$;
- kadastrale kaart in landelijk gebied: $c_0 = 1600\ \text{cm}^2$.

Voor de idealisatieprecisie wordt de in § 2.5.5 gegeven tabel gehanteerd.

Voor grafische grondslagelementen in de kadastrale kaart gelden de selectie-eisen van § 2.3.4. De puntprecisie van grafische grondslagelementen in de kadastrale kaart is ten minste:
- grafische grondslagelementen in bebouwd en stedelijk gebied: $c_0 = 400\ \text{cm}^2$;
- grafische grondslagelementen in landelijk gebied: $c_0 = 1600\ \text{cm}^2$.

Terrestrische grondslagelementen zijn geen kartografische elementen maar onderdeel van de meetkundige grondslag, waarvoor de kwaliteitseisen afzonderlijk worden behandeld.

De geometrische kwaliteit van het bestaande (digitale) kadastrale kaartenbestand is zeer divers. De feitelijke kwaliteit is voor de verschillende categorieën als volgt te kenschetsen:
- De kwaliteit van niet-hermeten plans is in het algemeen slecht en niet te kwantificeren ten gevolge van het ontbreken van normen op de ontstaansdatum en de effecten van langdurige bijhouding.
- De kwaliteit van de hermeten plans voldoet veelal aan bovengenoemde eisen. De effecten van bijhouding over een langere periode zijn onbekend.
- De kwaliteit van grafisch geconverteerde plans is matig. De afbeelding van gebouwen voldoet aan de vereisten en de afbeelding van grenzen door herkartering voldoet aan de vereisten, de afbeelding van grenzen door vergelijking met bestaande topografie voldoet echter vaak niet aan de gestelde eisen en de kwaliteit van de afbeelding van overige grenzen is onbekend.

Het kadastrale veldwerk

Het kadastrale veldwerk is volgens de Kadasterwet: 'een document waarop de landmeter een relaas van zijn bevindingen noteert inzake de aanwijzing van de nieuwe grens, dat mede de door de meting verkregen gegevens bevat'. Het heeft dus het karakter van een 'proces-verbaal van de meting'. Voor deze handleiding is van belang dat de metingen die in het kader van de bijhouding van de kadastrale kaart worden verricht voor de meetkundige vastlegging van nieuwe kadastrale grenzen worden genoteerd op het kadastrale veldwerk.

Aangezien bij het gebruik van moderne meettechnieken de metingen veelal in digitale vorm worden vastgelegd en bewaard, beperkt het kadastrale veldwerk zich niet alleen tot gegevens die rechtstreeks op het veldwerk zijn genoteerd, maar worden daaronder ook begrepen de in digitale vorm geregistreerde metingen en de daaruit berekende coördinaten. Deze coördinaten zijn in het algemeen berekend in een lokaal coördinatenstelsel en worden bewaard in een reconstructiebestand.

De gegevens van het kadastrale veldwerk worden gebruikt voor:

- de bijhouding van de kadastrale kaart;
- de vorming en groottebepaling van nieuwe kadastrale percelen;
- de reconstructie van kadastrale grenzen in het terrein;
- informatievoorziening aan andere overheden en particulieren.

Vereiste kwaliteit van het kadastrale veldwerk

De vereiste kwaliteit van de meetkundige gegevens van het kadastrale veldwerk wordt vooral bepaald door de reconstructiedoelstelling. Punten van grenzen en opstallen moeten zodanig worden ingemeten dat zij met een precisie *overeenkomstig hun idealisatieprecisie* worden bepaald. Dat wil zeggen dat de puntprecisie bij de meting ten minste gelijk moet zijn aan de idealisatieprecisie van de betrokken punten. Dit betekent dat de lengte van de halve lange as van de relatieve standaardellips tussen twee punten i en j ten gevolge van de puntprecisie en de idealisatieprecisie kleiner moet zijn dan $\sqrt{2\bar{d}_i^2 + 2\bar{d}_j^2}$, waarbij $\bar{d}_i^2$ en $\bar{d}_j^2$ de varianties zijn van de idealisatieprecisie van respectievelijk punt i en punt j. De geëiste relatieve precisie geldt binnen het lokale stelsel en omvat de puntprecisie *en* de idealisatieprecisie. Waarden voor de idealisatieprecisie worden gegeven in § 2.5.5 (voorzover grenspunten samenvallen met de topografie).

Bij grenzen die niet samenvallen met de topografie is de vereiste precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie van de terreinobjecten ten opzichte waarvan de grens wordt uitgezet. Bij het gebruik van afpalingsmateriaal (grensstenen, buizen) is de vereiste precisie echter gelijk aan de idealisatieprecisie van het afpalingsmateriaal.

Het meetontwerp van het kadastrale veldwerk moet zodanig zijn dat de metingen gecontroleerd zijn. Er moet voor worden gezorgd dat de relatieve precisie tussen grenspunten en duurzame terreinpunten goed is, zodat de reconstructie van de grenzen ook over langere termijn gewaarborgd is.

Grootte van kadastrale percelen

Voor de bijhouding van de kadastrale registratie is het noodzakelijk de grootte van kadastrale percelen te bepalen. Dit geschiedt op basis van de bijhoudingsmetingen die worden verricht voor de meetkundige vastlegging van kadastrale grenzen.

In het algemeen worden bij de bepaling van de grootte van een nieuw perceel de oude grenzen niet aan een grensonderzoek onderworpen. Grafische grootteberekening, c.q. grootteberekening op basis van de omtrekscoördinaten in het digitale bestand wordt voldoende nauwkeurig geacht. Alleen indien de omtrek van percelen (grotendeels) nieuw is, moet de grootte uit meetgetallen kunnen worden bepaald.

Vereiste kwaliteit van de groottebepaling

Voor de groottebepaling van een perceel is een tolerantie gedefinieerd ten opzichte van de kadastrale grootte van dat perceel. Het verschil tussen de berekende en de kadastrale grootte van een perceel moet kleiner zijn dan de tolerantie. Als de tolerantie wordt overschreden vindt een redresberekening plaats.

Redressering van de groottes vindt plaats als het absolute verschil tussen de berekende en kadastrale grootte groter is dan tweemaal de standaardafwijking van de berekende oppervlakte. Als de standaardafwijking niet wordt (of kan worden) berekend gelden voor de redressering de volgende toleranties (uitgedrukt in centi-aren):

- voor bebouwde gebieden is de tolerantie $5\sqrt{a}$ centi-are;
- voor landelijke gebieden is de tolerantie $10\sqrt{a}$ centi-are.

Hierbij is a de grootte van het perceel, uitgedrukt in aren.

Grootschalige Basis Kaart van Nederland (GBKN)

De grootschalige basiskaart van Nederland (GBKN) is een raamkaart op grote schaal in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting. De GBKN heeft een zodanige topografische inhoud dat deze de basis kan zijn voor aanvullingen die worden gewenst door degenen die de kaart gebruiken voor de uitvoering van hun werkzaamheden. De GBKN is een gemeenschappelijk produkt van het Kadaster en andere gebruikers zoals gemeenten en nutsbedrijven, en wordt beheerd door een (daarvoor opgerichte) rechtspersoon. Het Kadaster is derhalve één van de gebruikers van de GBKN. Aangezien de GBKN een belangrijk hulpmiddel is bij de uitvoering van primaire kadastrale taken, zoals de bijhouding en vernieuwing van kadastrale kaarten en het verrichten van landmeetkundige werkzaamheden in het kader van de landinrichting, wordt de GBKN in de HTW behandeld als een kadastraal produkt.

De GBKN wordt structureel in digitale vorm vervaardigd, beheerd en bijgehouden. Er zijn meerdere produktspecificaties gedefinieerd voor de GBKN. Twee veelgebruikte specificaties zijn:

- *Nuts-GBKN*. De nuts-GBKN geeft uitsluitend informatie over het wegpatroon (tot ca. 35 m uit het hart van de weg), in dit geval de voorgevels van bebouwing, topografische grenzen, straatnamen en huisnummers. Deze kaart wordt met de methoden van de terrestrische detailmeting vervaardigd.
- *Norm-GBKN*. De norm-GBKN bevat ook topografische elementen buiten het wegpatroon (inclusief de achtergevels van de bebouwing). Deze kaart wordt op basis van fotogrammetrische detailmeting vervaardigd.

Als uitgifteschalen hanteert men 1 : 500, 1 : 1000 of 1 : 2000, afhankelijk van het gebied en van de gebruikers. De GBKN wordt in hoofdzaak gebruikt voor:

- vernieuwing van kadastrale kaarten;
- registratie van liggingsgegevens van kabels en leidingen;
- planning, inrichting en beheer van vastgoed;
- landinrichting.

Het kwaliteitsbeheer van de GBKN, inclusief het beheer van de geometrische kwaliteit, kan zowel bij het Kadaster als bij andere instanties, zoals gemeenten en nutsbedrijven berusten. Het beheer van de geometrische informatie over gebouwen is daarbij cruciaal, omdat vrijwel alle gebruikers van de GBKN hun gegevens relateren aan gebouwen.

Vereiste kwaliteit van de norm-GBKN

De afbeelding van gebouwen en topografie geschiedt met een grafische precisie, en wel zodanig dat de lengte van de halve lange as van de relatieve standaardellips tussen twee punten op de GBKN ten gevolge van de puntprecisie kleiner is dan $\sqrt{2} \times 20$ cm voor bebouwd en stedelijk gebied en $\sqrt{2} \times 40$ cm voor landelijk gebied.

In termen van het kwaliteitsmodel is de vereiste kwaliteit van de norm-GBKN:

- in bebouwd en stedelijk gebied: $c_0 = 400$ cm^2;
- in landelijk gebied: $c_0 = 1600$ cm^2.

Voor de idealisatieprecisie wordt de in § 2.5.5 gegeven tabel gehanteerd.

Voor grafische grondslagelementen in de GBKN gelden de selectie-eisen van § 2.3.4. De puntprecisie van grafische grondslagelementen in de GBKN is ten minste:

- grafische grondslagelementen in bebouwd en stedelijk gebied: $c_0 = 400$ cm^2;
- grafische grondslagelementen in landelijk gebied: $c_0 = 1600$ cm^2.

Vereiste kwaliteit van de nuts-GBKN

De inmeting van gebouwen en topografie geschiedt met een terrestrische precisie. Dit heeft tot gevolg dat de lengte van de halve lange as van de relatieve standaardellips tussen twee punten op deze kaart ten gevolge van de puntprecisie na aansluiting kleiner is dan $\sqrt{2} \times 6$ cm in zowel bebouwd als landelijk gebied.

In termen van het kwaliteitsmodel wordt de kenmerkende kwaliteit van de nuts-GBKN uitgedrukt als $c_0 = 36$ cm^2. Voor de idealisatieprecisie wordt tabel 2.10 uit § 2.5.5 gehanteerd.
Voor de selectie van grondslagelementen gelden de eisen van § 2.3.4. Voor de puntprecisie van grondslagelementen in de nuts-GBKN geldt als kenmerkende kwaliteit $c_0 = 25$ cm^2.

Coördinaatpunten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting

Het coördinatenstelsel van de Rijksdriehoeksmeting is bedoeld als meetkundige basis voor de kaartvervaardiging in Nederland. Vrijwel alle kaartgebruikers in Nederland maken gebruik van dit stelsel.

De gebruikers kunnen naar behoefte het puntenveld van de Rijksdriehoeksmeting verdichten. Daardoor ontstaan zogenaamde grondslagpunten. Deze grondslagpunten kunnen door het aanbrengen van een duurzame verzekering een permanent karakter krijgen. Het verdient echter aanbeveling detailpunten die eenduidig en nauwkeurig kunnen worden geïdentificeerd in het terrein, zoals hoeken van gebouwen, als grondslagpunten te gebruiken. Indien deze punten tot stand komen door een verdichting van het puntenveld van de Rijksdriehoeksmeting, spreekt men van terrestrische grondslagelementen (zie § 2.3.4). Deze terrestrische grondslagelementen vormen het laagste niveau voor de representatie van het RD-stelsel. Het beheer van de terrestrische grondslagelementen berust bij de provinciale directies van het Kadaster of bij andere instanties, zoals gemeenten.

Kenmerkende kwaliteit van het puntenveld van de Rijksdriehoeksmeting

Aangezien het beheer van het RD-puntenveld de verantwoordelijkheid is van de Rijksdriehoeksmeting, is voor deze punten de specificatie van de kenmerkende kwaliteit maatgevend. De punten van het RD-puntenveld zijn goed verzekerde punten, waarvan de idealisatieprecisie verwaarloosbaar is. Voor de beschrijving van de kwaliteit volstaat daarom de puntprecisie. De punten van het GPS-kernnet kunnen als twee- of driedimensionaal punt gebruikt worden.

De kenmerkende kwaliteit van het puntenveld van de Rijksdriehoeksmeting is voor de verschillende soorten punten:

- eerste-orde RD-punten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}3\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- tweede-orde RD-punten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}5\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- derde-orde RD-punten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- hoofdpunten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 2{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van het GPS-kernnet (twee-dimensionaal) $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van het GPS-kernnet (drie-dimensionaal)
  - planimetrie (x,y): $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
  - hoogte (H): $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$.

Voor punten van het GPS-kernnet kan ook gebruik worden gemaakt van een beschrijving van de puntprecisie met een diagonaalmatrix. In dat geval geldt:

- punten van het GPS-kernnet (twee-dimensionaal)
  - planimetrie (x,y): $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$.
- punten van het GPS-kernnet (drie-dimensionaal)
  - planimetrie (x,y) en hoogte (H): $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Vereiste kwaliteit van de terrestrische grondslagelementen

Terrestrische grondslagelementen zijn goed idealiseerbare detailpunten en hebben een idealisatieprecisie voor punten van de harde topografie (zie tabel 2.10 in § 2.5.5). De selectie-eisen zijn beschreven in § 2.3.4. De terrestrische grondslagelementen moeten worden ingemeten overeenkomstig het meetontwerp van de grondslagmeting.

De bovengrens voor de puntprecisie van de terrestrische grondslagelementen is $c_0 = 25{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$. Dit betekent dat de halve lange as van de relatieve standaardellips tussen twee terrestrische grondslagelementen ten gevolge van de puntprecisie kleiner of gelijk moet zijn aan $\sqrt{2} \times 5$ cm. Deze eis geldt tussen punten in een gebied met een omvang van een vierkante kilometer. Voor de volledige beschrijving van de relatieve precisie tussen twee terrestrische grondslagelementen moet daarnaast de idealisatieprecisie in rekening worden gebracht.

2.6.2 Vereiste kwaliteit van grondslag

De grondslag dient als geometrische basis voor de vervaardiging en bijhouding van puntenvelden. Aan het ontwerp van de grondslag worden daarom strikte eisen gesteld. Grondslag komt tot stand als verdichting van het bestaande puntenveld van de grondslag. Het meetontwerp van een grondslagnet moet zodanig zijn dat de opsporing mogelijk is van fouten in het netwerk *en* van fouten in de bestaande punten van de grondslag. De foutopsporing moet bij de meting en verwerking door middel van toetsing uitgevoerd worden. Door eisen te stellen aan het meetontwerp, de verwerking en de toetsing wordt de betrouwbaarheid van de grondslag bij de verdichting expliciet onderzocht. In hoofdstuk 5 worden ontwerpregels en vuistregels gegeven voor de verwerking van grondslagnetten. De betrouwbaarheid van punten van de grondslag is impliciet gewaarborgd door deze aanpak.

De vereiste kwaliteit van de grondslag wordt beschreven door middel van de vereiste puntprecisie van het vrije grondslagnet. De puntprecisie van punten van de grondslag moet voldoen aan de volgende criteria:

Twee-dimensionale grondslag

- punten van GPS-grondslagnetten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van terrestrische hoofdgrondslagnetten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 2{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- paspunten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 2{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van detailgrondslagnetten $c_0 = 2{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 5{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- terrestrische grondslagelementen $c_0 = 25{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

De kenmerkende kwaliteit van detailgrondslagen is afhankelijk van de wijze van centreren op de richtpunten. Kenmerkende waarden zijn:

- detailgrondslag met centrering m.b.v. statief $c_0 = 0{,}5\ \text{cm}^2$; $c_1 = 5{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- detailgrondslag met centrering m.b.v. reflectorstok $c_0 = 2{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 5{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Drie-dimensionale grondslag

- punten van GPS-grondslagnetten

  planimetrie: $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;

  hoogte: $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$.

Er kan ook gebruik worden gemaakt van een beschrijving van de puntprecisie met een diagonaalmatrix. In dat geval geldt voor punten van GPS-grondslagnetten:

planimetrie (x,y) en hoogte (H): $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Voor de bepaling van paspunten voor de fotogrammetrie geldt:

planimetrie: $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 2{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;

hoogte uit kaart: $c_0 = 1600{,}0\ \text{cm}^2$;

hoogte uit GPS: $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$.

Bij de bepaling van paspunten met behulp van GPS gelden de eisen voor drie-dimensionale GPS-grondslagnetten.

2.6.3 Kenmerkende kwaliteit van detailpuntenvelden

Voor detailpuntenvelden is het moeilijk de vereiste kwaliteit te beschrijven. De vereiste kwaliteit is namelijk sterk afhankelijk van de doelstelling en het gebruik van het betreffende detailpuntenveld. Bij detailpuntenvelden kan men een onderscheid maken in drie klassen, afhankelijk van de bron van de gegevens:

- detailpuntenvelden uit terrestrische detailmeting (de zogenaamde lokale stelsels);
- detailpuntenvelden uit fotogrammetrische detailmeting;
- (deel-)puntenvelden van een digitale of gedigitaliseerde kaart.

Voor deze puntenvelden wordt een kenmerkende kwaliteit beschreven. Uitgangspunt hierbij is de vereiste kwaliteit van de digitale kaart zoals beschreven bij de produkten kadastrale kaart, veldwerk en GBKN.

Puntenvelden uit terrestrische detailmeting

- lokale stelsels uit tachymetrie $c_0 = 9\ cm^2$;
- lokale stelsels aangesloten aan terrestrische grondslagelementen $c_0 = 36\ cm^2$;
- lokale stelsels aangesloten aan grafische grondslagelementen
  bebouwd en stedelijk gebied: $c_0 = 400\ cm^2$;
  landelijk gebied: $c_0 = 1600\ cm^2$.

Puntenvelden uit fotogrammetrische detailmeting

- fotogrammetrische stereo-kartering (fotoschaal 1:3000) $c_0 = 100\ cm^2$;
- fotogrammetrische stereo-kartering (fotoschaal 1:6000) $c_0 = 225\ cm^2$;
- fotogrammetrische mono-kartering (fotoschaal 1:3000) $c_0 = 400\ cm^2$;
- fotogrammetrische mono-kartering (fotoschaal 1:6000) $c_0 = 1600\ cm^2$.

De kenmerkende precisie van de mono-kartering is voornamelijk afhankelijk van de hoogteverschillen in het terrein. In vlak terrein kan voor objecten op maaiveld-hoogte de bovenstaande kenmerkende kwaliteit worden gerealiseerd.

(Deel-)Puntenvelden van een digitale kaart

- kadastrale kaart uit digitalisering (bron: 1:1000 hermeten) $c_0 = 400\ cm^2$;
- kadastrale kaart uit digitalisering (bron: 1:2000 hermeten) $c_0 = 1600\ cm^2$.

Voor overige puntenvelden, bijvoorbeeld afkomstig van niet-hermeten kaarten, zijn geen parameterwaarden gekozen. Deze zijn geheel afhankelijk van de kwaliteit van het bronmateriaal die meestal onbekend is en van het kaartvernieuwingsproces dat is toegepast. In hoofdstuk 9 wordt behandeld op welke wijze de kwaliteit van een kaart of puntenveld kan worden geanalyseerd.

3 Mathematische geodesie

3.1 Inleiding

De theoretische basis voor de geometrische kwaliteitsbeheersing wordt gevormd door het vakgebied van de mathematische geodesie, ook wel waarnemingsrekening genoemd. Dit vakgebied houdt zich bezig met de analyse en verwerking van meetuitkomsten en kan worden beschouwd als een speciale tak van de mathematische statistiek. Bij de ontwikkeling van de theorie van de mathematische geodesie hebben de hoogleraren Tienstra en Baarda een grote rol gespeeld. Door hun baanbrekende werk is deze theorie praktisch toepasbaar gemaakt voor vele terreinen van de geodesie en de landmeetkunde. De HTW'56 is daarvan een goed voorbeeld. De wetenschappelijke resultaten van hun werkzaamheden staan internationaal bekend als de 'Delftse school'. De door de hoogleraar Teunissen nader uitgewerkte theorie staat model voor de HTW'96.

In dit hoofdstuk wordt een overzicht gegeven van de mathematische geodesie teneinde de begrippen en principes van dit vakgebied inzichtelijk te maken. Ook de meest essentiële rekensystemen worden behandeld. Alleen die onderwerpen worden besproken die voor een goed begrip van de overige hoofdstukken van de HTW noodzakelijk zijn. Dit hoofdstuk is echter ook geschreven als een samenhangend geheel dat los van de andere hoofdstukken kan worden gelezen om kennis te nemen van het vakgebied van de mathematische geodesie. Het is echter geen volledige en uitputtende behandeling van dit vakgebied en kan dus ook niet worden beschouwd als een leerboek. Voor een meer omvattende en diepgravende behandeling van de mathematische geodesie wordt verwezen naar de betreffende leer- en studieboeken.

Alvorens de mathematische geodesie in dit hoofdstuk te behandelen wordt in een inleidende paragraaf een aantal begrippen uit de *mathematische statistiek* toegelicht. Dit is noodzakelijk omdat in de mathematische geodesie uitgebreid gebruik wordt gemaakt van deze begrippen. Vervolgens worden in dit hoofdstuk de behandelde onderwerpen van de mathematische geodesie onderverdeeld in vier aspecten:

1 Het *modelbegrip* is fundamenteel en de vertaling van een geodetisch probleem naar een goed model is de start van elk proces van vastlegging van geo-gerelateerde informatie. Bij het gebruik van wiskundige modellen wordt onderscheid gemaakt tussen waarnemingsgrootheden en onbekenden. De waarnemingsgrootheden zijn een wiskundige beschrijving van de waarnemingen. De onbekenden zijn de variabelen waarvan men de waarde wil berekenen. In de geodesie zijn de onbekenden veelal coördinaten. Het wiskundige model bestaat uit twee componenten. Het functiemodel beschrijft de functionele relaties tussen de waarnemingsgrootheden en de onbekenden. In de geodesie is het functiemodel meestal niet-lineair. Het kansmodel beschrijft de stochastische eigenschappen van de waarnemingsgrootheden. Omdat op basis van het wiskundige model de berekeningen worden uitgevoerd, wordt dit model ook wel het rekenmodel genoemd.
2 In de geodesie worden veelal meer waarnemingen gedaan dan strikt noodzakelijk is om de onbekenden in het model te kunnen berekenen. Het model bevat overtalligheid om bij de verwerking van de waarnemingen fouten te kunnen opsporen. Om ondanks de overtalligheid en de spreiding van de waarnemingen toch eenduidige waarden voor de onbekenden te berekenen, wordt een *vereffening* uitgevoerd. De

vereffening is gebaseerd op de waarnemingen en het wiskundige model. Voor de vereffening van de waarnemingen wordt in de HTW uitsluitend gebruik gemaakt van de methode van de kleinste kwadraten. Tijdens een vereffening worden waarden (schattingen) voor de schatters van de onbekenden berekend. De vereffening volgens de methode van de kleinste kwadraten levert schatters op met de kleinste spreiding en is rekentechnisch zeer efficiënt.

3 De *toetsing* dient om afwijkingen van het model op te sporen. De opsporing van fouten is mogelijk als er sprake is van overtalligheid in het model. De toetsing kan worden beschouwd als de kwaliteitscontrole van de vereffening en vormt daarmee een belangrijk onderdeel van de kwaliteitsbeheersing van landmeetkundige verwerkingsprocessen. Bij de toetsing is het vooral van belang op een systematische wijze naar modelfouten te zoeken. Hiervoor zijn procedures ontwikkeld, waarvan de B-methode van toetsen de bekendste is.

4 De geometrische kwaliteit van het resultaat wordt beschreven met de precisie en de betrouwbaarheid. Deze *kwaliteitsbeschrijving* is gekoppeld aan het in § 2.5 beschreven kwaliteitsmodel van puntenvelden.

In dit hoofdstuk wordt de behandelde theorie veelvuldig geïllustreerd met voorbeelden. Een voorbeeld is herkenbaar aan zijn aanhef en wordt afgesloten met het symbool ■.

3.1.1 Notatie

In de HTW en zeker ook in dit hoofdstuk wordt veel gebruik gemaakt van wiskundige en statistische technieken. Hierbij wordt een zoveel mogelijk eenduidige notatie gehanteerd, die in deze paragraaf nader wordt toegelicht. De paragraaf wordt afgesloten met een lijst van letters en symbolen die regelmatig in de HTW voorkomen en die vrijwel steeds dezelfde betekenis hebben.

Alle stochastische variabelen worden gekenmerkt door een *onderstreping* van de letter waarmee de stochastische variabele wordt weergegeven. Een stochastische variabele kan, zoals overigens iedere variabele, elke waarde aannemen uit een verzameling van waarden, bijvoorbeeld de verzameling van alle reële getallen. Elk van deze mogelijke waarden wordt een *realisatie* van de variabele genoemd. Een stochastische variabele wordt onderstreept, maar een realisatie niet.
In het wiskundige model zijn de waarnemingsgrootheden stochastische grootheden. De realisatie van een waarnemingsgrootheid is een waarneming. Een stochastische variabele, die wordt berekend als afgeleide grootheid van één of meer waarnemingsgrootheden en die bedoeld is om de waarde van een modelonbekende te berekenen, wordt een *schatter* genoemd. Als waarnemingen in de formule van een schatter worden ingevuld, wordt een realisatie van de schatter verkregen. Dit wordt een *schatting* genoemd. Deze begrippen zijn in tabel 3.1 samengebracht.

variabele – *onderstreept*	een enkele waarde – *niet onderstreept*
stochastische variabele	realisatie
waarnemingsgrootheid	waarneming
schatter	schatting

Tabel 3.1: Notatieconventies voor stochastische variabelen en hun realisaties.

De waarnemingsgrootheden in het wiskundige model worden weergegeven als $\underline{y}$ en de onbekenden als x. Zodra echter op grond van waarnemingsgrootheden een schatter voor x wordt afgeleid, wordt deze schatter wél onderstreept en aangeduid als $\underline{\hat{x}}$, waarbij het dakje boven de x aangeeft, dat het een schatter betreft. Vervolgens wordt een bepaalde realisatie, dat wil zeggen een schatting van $\underline{\hat{x}}$ berekend. Een schatting wordt zonder onderstreping als $\hat{x}$ geschreven.

De verwachtingswaarde $E\{\underline{y}\}$ van een stochastische variabele, in dit geval een waarnemingsgrootheid, wordt beschouwd als een parameter in het model, vergelijkbaar met de onbekenden in het model. De verwachtingswaarden zijn slechts bij uitzondering exact bekend en worden daarom veelal als onderdeel van de vereffening geschat. Zo zijn de vereffende waarnemingsgrootheden $\underline{\hat{y}}$ schatters voor de verwachtingswaarden van de waarnemingsgrootheden, $E\{\underline{y}\}$. In tabel 3.2 zijn de verschillende beschreven begrippen samengevat.

	waarnemingsgrootheden	onbekenden
stochastische vector	$\underline{Y}$	–
realisatie	$\underline{y}$ (waarneming)	–
modelparameter	$E\{\underline{y}\}$ (verwachtingswaarde)	x
schatter	$\underline{\hat{Y}}$	$\underline{\hat{X}}$
schatting	$\underline{\hat{y}}$	$\hat{x}$

Tabel 3.2: Notatieconventies voor waarnemingsgrootheden en onbekenden.

In de HTW wordt gebruik gemaakt van de vector-matrixrekening. Daarbij worden *matrices* door middel van hoofdletters weergegeven en *vectoren* door middel van kleine letters. Ook de variabelen die niet een vector of een matrix weergeven, maar slechts een enkele waarde vertegenwoordigen, de zogenaamde scalaire grootheden, worden door middel van kleine letters weergegeven. Voor de vector-matrixrekening wordt verwezen naar de leer- en studieboeken over vector- en matrixrekening en over lineaire algebra.

Lijst van veel gebruikte letters en symbolen
In de hierna volgende lijst wordt met een punt bedoeld, dat op de plaats van de punt verschillende letters of symbolen kunnen voorkomen, bijvoorbeeld $E\{.\}$ kan zijn $E\{\underline{y}\}$ of $E\{\Delta\underline{y}\}$. Bij elke letter of symbool wordt verwezen naar de paragraaf waarin de betekenis van de letter of het symbool wordt geïntroduceerd.

Latijns alfabet

A	modelmatrix waarmee de lineaire verbanden tussen de waarnemingsgrootheden en de onbekenden in het model van waarnemingsvergelijkingen worden beschreven (§ 3.4.1)
a	halve lange as van de standaardellips (§ 3.2.9)
$a(.)$	één of meer functies van de tussen haakjes staande grootheden, waarmee het niet-lineaire model van waarnemingsvergelijkingen wordt opgesteld (§ 3.4.1)

a_0	constante term bij het model van waarnemingsvergelijkingen (§ 3.4.1)
$\boldsymbol{B}$	modelmatrix waarmee de lineaire voorwaarden van het model van voorwaardevergelijkingen worden beschreven (§ 3.4.2)
b	aantal voorwaarden (§ 3.4.2) of halve korte as van de standaardellips (§ 3.2.9)
$b(.)$	één of meer functies van de tussen haakjes staande grootheden, waarmee het niet-lineaire model van voorwaardevergelijkingen wordt opgesteld (§ 3.4.2)
b_0	constante term bij het model van voorwaardevergelijkingen (§ 3.4.2)
C	matrix waarmee de verbanden tussen de waarnemingsgrootheden en de modelfouten worden beschreven (§ 3.5.2)
c	vector waarmee het verband tussen de waarnemingsgrootheden en een enkele veronderstelde fout wordt beschreven (§ 3.5.6)
c_0	parameter van de Baarda-Alberda matrix (§ 3.6.2)
c_1	parameter van de Baarda-Alberda matrix (§ 3.6.2)
$D\{.\}$	dispersie (variantie) van een stochastische vector (§ 3.2.4)
$\overline{d}$	standaardafwijking van de idealisatie (§ 3.6.2)
$E\{.\}$	verwachtingswaarde van een stochastische vector (§ 3.2.2)
e	toevallige afwijkingen (§ 3.2.1 en § 3.4.1)
$\hat{e}$	kleinste-kwadraten residuen (§ 3.4.1)
H_0	nulhypothese (§ 3.5.2)
H_a	alternatieve hypothese (§ 3.5.2)
k_α	kritieke waarde voor een toets met onbetrouwbaarheidsdrempel α (§ 3.5.4)
m	aantal waarnemingsgrootheden (§ 3.4.1)
n	aantal onbekenden (§ 3.4.1)
$P(.)$	kans op het optreden van de tussen haakjes staande gebeurtenis (§ 3.2.6)
Q	variantiematrix, waarbij de onderindex aangeeft op welke grootheid de variantiematrix betrekking heeft; bijvoorbeeld: Q_y is de variantiematrix van $\underline{y}$ (§ 3.2.4)
q	dimensie van de modelfout en aantal vrijheidsgraden van een toets (§ 3.5.2)
$\hat{r}$	reciproque residuen (§ 3.5.3)
T	toetsingsgrootheid (§ 3.5.3)
t	sluitterm in het model van voorwaardevergelijkingen (§ 3.4.2)
v	toetsingsgrootheid voor de toetsing van de significantie van onbekenden (§ 3.5.9)
w	toetsingsgrootheid voor één-dimensionale w-toetsen (§ 3.5.6)
x	onbekenden (§ 3.4.1)
$\nabla\hat{x}$	uitwendige betrouwbaarheidsvector (§ 3.6.3)
$\underline{y}$	waarnemingen (§ 3.4.1)
∇y	grenswaardevector van de waarnemingen (§ 3.6.3)

Grieks alfabet

α (alfa)	onbetrouwbaarheidsdrempel (§ 3.5.4)
γ (gamma)	onderscheidingsvermogen (§ 3.5.5)
λ (lambda)	niet-centraliteitsparameter (§ 3.5.5)
$\nabla\sqrt{\lambda_x}$	verstoringsfactor (§ 3.6.3)

$\sqrt{\lambda_y}$	genormaliseerde grenswaarde (§ 3.6.3)
μ (mu)	verwachtingswaarde, midwaarde (§ 3.2.2)
ϱ (rho)	correlatiecoëfficiënt (§ 3.2.3)
σ (sigma)	standaardafwijking (§ 3.2.2)
σ^2	variantie (§ 3.2.2)
0 (theta)	oriëntering van de standaardellips (§ 3.2.9)

Symbolen

∇ (nabla)	fout (§ 3.5.2)
Δ (delta)	differentie (verschil) van een waarde en zijn benaderde waarde, bijvoorbeeld $\Delta x = x - x^0$
$\triangleq$	'per definitie gelijk aan'
$\hat{\cdot}$	bijvoorbeeld als $\hat{x}$: schatting van x
$\underline{\hat{\cdot}}$	bijvoorbeeld als $\underline{\hat{x}}$: schatter van x
$\bar{\cdot}$	bijvoorbeeld als $\bar{x}$: gemiddelde van x
0	als bovenindex; bijvoorbeeld x^0: benaderde waarde van x
T	als bovenindex; bijvoorbeeld A^T: getransponeerde van A
−1	als bovenindex; bijvoorbeeld A^{-1}: inverse van A

Overige notaties

$(m \times n)$-matrix	een matrix van m rijen en n kolommen
m-vector	een vector met m elementen
$\underline{x} \sim N(0,Q)$	de stochastische variabele $\underline{x}$ is verdeeld als een normale verdeling met als vector van verwachtingswaarden de nulvector en Q als variantiematrix (§ 3.2.6)
$\underline{x} \sim \chi^2(q)$	de stochastische variabele $\underline{x}$ is verdeeld als een chi-kwadraat verdeling met q vrijheidsgraden (§ 3.2.7)

3.1.2 Overzicht van dit hoofdstuk

Om te beginnen worden in § 3.2 enkele begrippen uit de elementaire statistiek behandeld, die ten grondslag liggen aan de mathematische geodesie. Er wordt ingegaan op het begrip stochastische grootheid en verschillende kansverdelingen worden behandeld.
In § 3.3 wordt aandacht besteed aan het modelbegrip dat aan de verwerking van geodetische waarnemingen ten grondslag ligt en aan de inschakeling en uitschakeling van het wiskundige model. Bovendien wordt het principe van de kleinste kwadraten vereffening geïntroduceerd.
De vereffening van de waarnemingen wordt beschreven in § 3.4. De modellen waarop de vereffening worden gebaseerd, zijn onder andere het model van waarnemingsvergelijkingen en het model van voorwaardevergelijkingen. Tevens komen de linearisatie van niet-lineaire modellen en de iteratieve vereffening met behulp van gelineariseerde modellen aan de orde.
Als onderdeel van de vereffening wordt de toetsing uitgevoerd. De toetsing wordt in § 3.5 behandeld. Bijzondere aandacht wordt besteed aan de toetsingsprocedure.
Tenslotte komt de kwaliteitsbeschrijving aan de orde in § 3.6. De concepten van precisie en betrouwbaarheid worden toegelicht en in verband gebracht met het kwaliteitsmodel van puntenvelden.

3.2 Elementaire statistiek

3.2.1 Fouten

Het meten van grootheden om daarmee posities en vormen van objecten op het aardoppervlak of de vorm van het aardoppervlak zelf te bepalen, staat centraal in de geodesie. Alberda [1990] definieert meten als volgt: *Meten is het volgens bepaalde regels toevoegen van een getal aan een object of een theoretisch begrip.* Als een rode draad loopt door alle werkzaamheden van de geodeet het besef dat *elke* meting waarnemingen oplevert die afwijken van de gezochte waarde. Deze fouten en afwijkingen kunnen in drie categorieën worden onderverdeeld: grove fouten, systematische fouten en toevallige afwijkingen.

1 *Grove fouten* zijn fouten die ontstaan door een defect in het instrumentarium of door nalatigheid, onzorgvuldigheid of tijdelijk gebrek aan concentratie van de waarnemer of van degene die de metingen verwerkt. Een waarnemer kan bijvoorbeeld bij een richtingsmeting op het verkeerde punt richten, hij kan een meetband verkeerd aflezen, hij kan bij het intoetsen van een waarneming twee cijfers verwisselen. Vroeger was een overheersende bron van fouten het maken van schrijf- en overschrijffouten. Dit is aanzienlijk teruggedrongen sinds steeds meer metingen op digitale wijze worden ingewonnen en verwerkt met slechts minimale of zelfs geen inmenging van een menselijke waarnemer.
   Dit betekent echter niet, dat er geen grove fouten meer worden gemaakt. De waarnemer moet in het algemeen nog wel een automatisch geregistreerde waarneming voorzien van coderingen. De instrumenten, prisma's, baken enzovoorts moeten nog steeds op het juiste punt worden gezet en gehorizonteerd worden en blijven. Bij de verwerking van de waarnemingen moeten digitale bestanden worden geconverteerd, samengevoegd en weer worden gesplitst. Bij het rekenen moeten de meetgegevens en andere benodigde gegevens met de juiste datum en tijd worden gebruikt. En zo zijn er vele stappen door menselijk ingrijpen uit te voeren, zodat er voldoende gelegenheden zijn voor het maken van grove fouten.
   Grove fouten worden ook wel aangeduid als *blunders* of *misslagen*.
2 *Systematische fouten* zijn fouten die worden veroorzaakt door een systematiek, waarvoor gecorrigeerd kan worden als de vorm en grootte van de systematiek bekend is. Neem bijvoorbeeld het geval dat een meetband een keer gebroken is geweest en gerepareerd, waarbij de meetband bij vergissing een stukje korter is geworden. Alle met deze meetband gemeten afstanden zullen systematisch te lang zijn. Als de fout bekend is, kunnen de gemeten afstanden ervoor worden gecorrigeerd door van elke afstand een term af te trekken.
   Evenzo kan men zich voorstellen, dat een meetband evenredig met de temperatuur van de omgeving in geringe mate langer wordt. Op een warme dag zullen dus afstanden systematisch te kort worden gemeten. Als de mate waarin de meetband langer wordt, bekend is, kan men elke gemeten afstand corrigeren door deze met een factor te vermenigvuldigen.
   Er zijn ook systematische fouten die minder eenvoudig zijn te corrigeren, bijvoorbeeld doordat elke waarnemer en elk instrument eigenschappen heeft die systematische fouten kunnen veroorzaken.
3 *Toevallige afwijkingen* zijn de afwijkingen die resteren als de grove en systematische fouten zijn verwijderd. Deze resterende afwijkingen hebben geen systematisch karakter; zij zijn willekeurig, toevallig. Met een ander woord noemt men dit *stochastische afwijkingen*. De toevallige afwijkingen te zamen worden aangeduid als de aanwezige *ruis*.

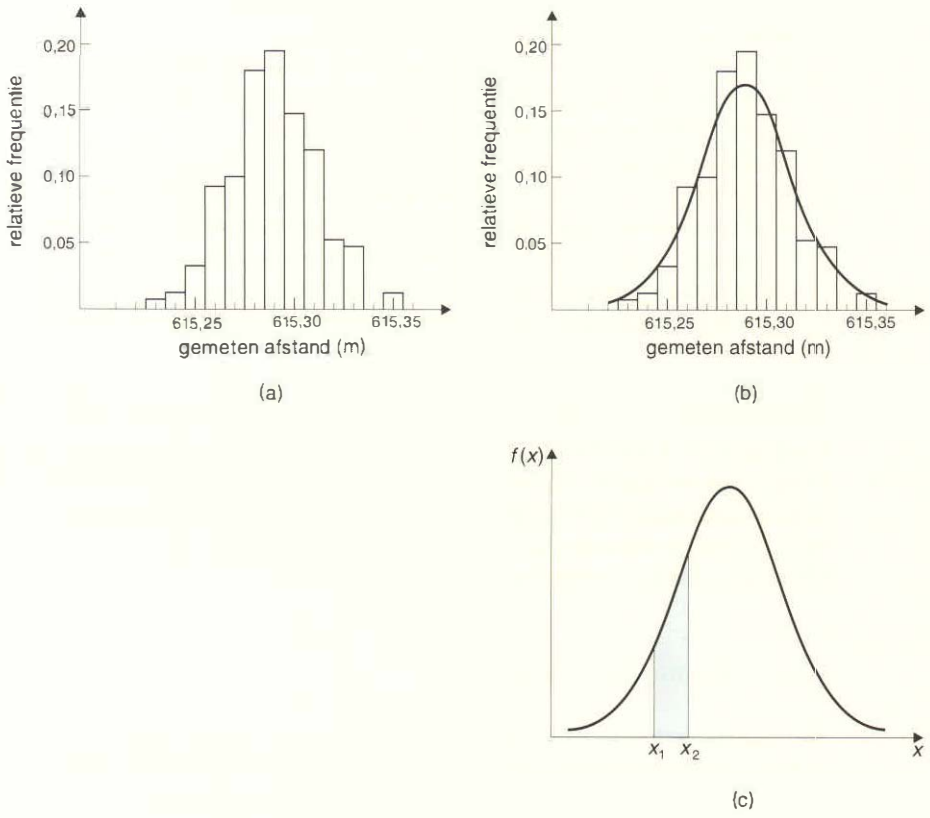
Het is belangrijk in te zien dat aan deze toevallige afwijkingen niet is te ontkomen. Om dit te begrijpen is het goed terug te gaan naar de definitie van Alberda van meten: een getal wordt toegevoegd aan een object of theoretisch begrip. Dit betekent derhalve dat een object in de werkelijkheid – een hoek van een huis, een piket, een torenspits – wordt vertaald naar een theoretisch begrip zoals een punt. De werkelijkheid wordt derhalve weergegeven door een *model*. Dit proces wordt wel aangeduid als *idealiseren*. Bij elke nieuwe meting zal de waarnemer opnieuw idealiseren, maar het is onmogelijk dat elke keer op exact dezelfde wijze te doen. Of om het anders te zeggen: de hoek van een huis wordt in het model weergegeven door een punt, maar is niet een punt. Het is derhalve onmogelijk te zeggen dat het punt exact, afwijkingsloos wordt aangemeten: de hoek van het huis wordt aangemeten.
Daarnaast speelt natuurlijk mee, dat elke meting beïnvloed wordt door de omstandigheden, waaronder wordt gemeten: temperatuur, luchtdruk, vochtigheid, humeur van de waarnemer enzovoorts. Nooit zullen alle omstandigheden bij een nieuwe meting exact hetzelfde kunnen zijn en derhalve zal geen meting hetzelfde zijn, maar bepaald worden door toevallige invloeden van dat moment.
Tenslotte speelt mee dat elke meting, die in cijfers wordt uitgedrukt, op een zeker aantal cijfers wordt afgerond. Als men de lengte van de voorgevel van een huis in tienden van millimeters afleest, zal bij een volgende meting gewis een andere waarde voor de millimeters en de tienden van millimeters worden afgelezen. Als men de lengte echter in meters afleest, zal bij een volgende meting zeker hetzelfde getal worden afgelezen, maar blijft men in het ongewisse over de decimeters, centimeters enzovoorts.

Grove fouten en systematische fouten worden wel *modelfouten* genoemd in tegenstelling tot de toevallige afwijkingen. Immers het model gaat ervan uit, dat er geen grove en systematische fouten zijn gemaakt. Er wordt bijvoorbeeld aangenomen, dat de waarnemingen zorgvuldig zijn verricht en dat met de meter als afstandseenheid is gemeten. Als nu de waarnemer een waarneming verkeerd noteert of de meting van zijn meetband niet voor de temperatuursinvloeden corrigeert, dan wordt niet aan de eisen van het model voldaan: er worden modelfouten gemaakt.

3.2.2 Stochastische variabelen

Het begrip *stochastische variabele* of *stochastische grootheid* speelt een centrale rol in de mathematische geodesie. In deze paragraaf zal nader op dit begrip worden ingegaan. Met een variabele, stochastisch of niet, wordt in de wiskunde een veranderlijke grootheid aangeduid die verschillende waarden kan aannemen. De verzameling van alle waarden die de variabele kan aannemen, wordt het domein van de variabele genoemd. Een aaneengesloten deelverzameling van het domein heet een interval. Voor een stochastische variabele is voor elk interval van het domein de *kans* bekend, dat de variabele een waarde in dat interval zal aannemen.
Het begrip *kans* of *waarschijnlijkheid* wordt verhelderd door het te relateren aan een histogram dat voor een stochastische variabele kan worden getekend. Een histogram kan worden getekend als een voldoende groot aantal waarden voor de stochastische variabele is bepaald. Het domein van de variabele wordt in intervallen van gelijke grootte onderverdeeld en per interval wordt bepaald hoeveel waarden er in vallen. Dit aantal, de zogenaamde *frequentie*, wordt gedeeld door het totale aantal waarden en levert aldus de *relatieve frequentie* voor het betreffende interval. In figuur 3.1a is een histogram getekend van een groot aantal waarnemingen van een zekere afstand. Voor elk interval is een kolom getekend met een oppervlakte die evenredig is met de relatieve frequentie van dat

interval. Stel nu, dat een antwoord wordt gezocht op de vraag wat de kans is, dat een nieuwe waarneming van de afstand in een zeker interval zal vallen. Aannemelijk is, dat de nieuwe waarneming eerder in een interval met een hoge kolom zal vallen; daar zijn immers vele andere ook al terecht gekomen. De oppervlakte van een kolom is aldus een indicatie van de kans dat een waarneming in dat interval zal vallen. Dat betekent, dat kans en relatieve frequentie verwante begrippen zijn. De relatieve frequenties zijn getallen tussen 0 en 1. De som van alle relatieve frequenties is 1, vergelijkbaar met een kans van 100%. In de wiskunde wordt de kans meestal ook aangegeven als een getal tussen 0 en 1, en niet als een percentage tussen 0% en 100%.



Figuur 3.1: Benadering van een histogram door een functie.

Uit praktische en theoretische overwegingen wordt er meestal naar gestreefd het histogram van een stochastische variabele te benaderen door een vloeiend verlopende continue functie. Het histogram wordt dus vertaald in een wiskundig model. In figuur 3.1b is dit geïllustreerd.

Een kolom uit het histogram wordt bij een continue functie vervangen door de oppervlakte tussen de horizontale as en de grafiek van de functie, in figuur 3.1c gearceerd weergegeven. De continue functie wordt beschreven door een of ander functievoorschrift $f(x)$ dat aan een waarde x op de horizontale as een functiewaarde $f(x)$ toevoegt. Deze functiewaarde is *niet* de kans van x, omdat de kans is gedefinieerd als de opper-

vlakte onder de grafiek van de functie en niet als de functie zelf. De functiewaarde $f(x)$ heet de *kansdichtheid* van x. De functie zelf wordt de *kansdichtheidsfunctie* of de *kansverdeling* genoemd. Bij het histogram was de oppervlakte van een kolom evenredig met de relatieve frequentie en de som van de relatieve frequenties was 1. Daarom wordt van een kansverdeling $f(x)$ geëist, dat alle functiewaarden groter dan nul zijn (anders ontstaan er negatieve kansen) en dat de totale oppervlakte onder de grafiek van de functie gelijk aan 1 is. Wiskundig wordt dit laatste geformuleerd als:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \quad .$$

Belangrijk is de constatering, dat een kansverdeling een modelmatige benadering is van een histogram. Het histogram geeft een betere beschrijving van de werkelijkheid, maar een kansverdeling is veel beter praktisch hanteerbaar. Het is dus *niet* zo, dat de kansverdeling een weergave is van de ideale werkelijkheid en dat het histogram maar een povere afspiegeling daarvan is.

Een stochastische variabele kan blijkens het voorgaande worden gezien als een variabele waarbij een kansverdeling hoort. Een stochastische variabele zal van een gewone variabele zijn te onderscheiden, doordat er een streepje onder staat (bijvoorbeeld $\underline{x}$ duidt een stochastische variabele aan).
Om een kansverdeling te karakteriseren wordt vaak gebruik gemaakt van de *verwachtingswaarde* en de *standaardafwijking*.
Bij een kansverdeling is vrijwel altijd een centrum te vinden waar zich de waarden bevinden, die met meer kans dan de overige waarden worden aangenomen. De verwachtingswaarde van een stochastische variabele is de wiskundige definitie van dit centrum en wordt geschreven als $E\{\underline{x}\}$, waar de E afkomstig is van het woord 'Expectatio' (Latijn voor verwachting). De wiskundige definitie van de verwachtingswaarde van een stochastische variabele $\underline{x}$ is:

$$E\{\underline{x}\} = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx \quad .$$

Voor de verwachtingswaarde wordt ook de naam *midwaarde* gehanteerd, meestal aangegeven met de Griekse letter μ.
Als men steekproefsgewijs een aantal waarden x_i van een stochastische variabele heeft verzameld, kan men op verschillende manieren trachten een schatting voor de verwachtingswaarde te verkrijgen. De meest gebruikte manier is de berekening van het gemiddelde:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad ,$$

waarbij n het aantal waarden is dat men heeft verzameld.
In het algemeen zullen de grootste kansdichtheden rond de verwachtingswaarde optreden, terwijl naar de staarten toe de kansdichtheden kleiner worden. Hoe sneller de kansdichtheden afnemen, des te meer zullen de waarden van een steekproef vlak in de buurt van de verwachtingswaarde terecht komen. Het is daarom interessant te weten wat de *spreiding* of de *dispersie* van de kansverdeling is. Een maat voor de spreiding is de *variantie*, die wiskundig wordt gedefinieerd als:

$$D\{\underline{x}\} = E\{(\underline{x} - E\{\underline{x}\})^2\} \quad .$$

Met $D\{\underline{x}\}$ wordt de variantie van de stochastische variabele $\underline{x}$ aangeduid (met de D van Dispersie). De grootheid μ is de verwachtingswaarde van $\underline{x}$. De wortel uit de variantie is de *standaardafwijking*, meestal aangegeven met de Griekse letter σ. De variantie $D\{\underline{x}\}$ wordt doorgaans geschreven als σ_x^2.
Als men steekproefsgewijs een aantal waarden x_i van een stochastische variabele heeft verzameld, kan met de volgende formule een schatting voor de standaardafwijking worden bepaald:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad ,$$

met:

- $\hat{\sigma}$ de schatting van de standaardafwijking σ;
- n het aantal waarden x_i;
- $\bar{x}$ het gemiddelde van de waarden x_i.

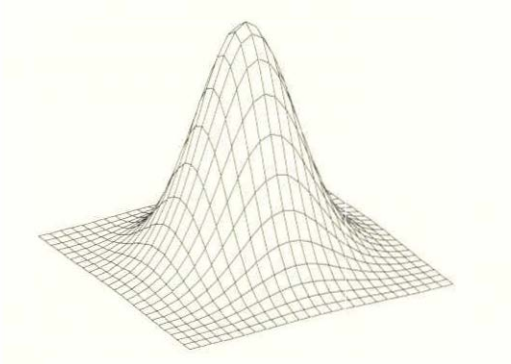
3.2.3 Simultane kansverdelingen en stochastische vectoren

In de geodesie wordt zelden een meting beperkt tot het uitvoeren van slechts één waarneming. In het algemeen worden vele waarnemingen gedaan van verschillende stochastische grootheden, waarbij elke waarneming beschouwd wordt als één waarde van telkens een andere stochastische variabele. Als bijvoorbeeld met een tachymeter vanuit een opstelpunt de afstanden worden bepaald naar twee andere punten, dan zal elk van de afstanden als een aparte stochastische variabele worden beschouwd. Voor elk van beide stochastische variabelen is slechts één waarde beschikbaar. Bij elke stochastische variabele hoort een kansverdeling, maar het is nu ook interessant te weten in welke mate de twee variabelen elkaar onderling beïnvloeden. Daarom worden de twee variabelen *tegelijk* (met een ander woord *simultaan*) beschouwd door een *simultane kansverdeling* te definiëren. Als de twee stochastische variabelen worden aangeduid als $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$, is de simultane kansverdeling een functie van twee variabelen:

$$\underline{y} = f(\underline{x}_1, \underline{x}_2) \quad .$$

Een voorbeeld van een dergelijke functie is in figuur 3.2 weergegeven. Uit de simultane kansverdeling zijn de afzonderlijke kansverdelingen van $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ af te leiden. Deze kansverdelingen worden de *marginale kansverdelingen* van $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ genoemd.
Een belangrijke vraag die kan worden gesteld is of twee stochastische variabelen onderling stochastisch afhankelijk zijn. Twee stochastische variabelen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ zijn dan en slechts dan *stochastisch onafhankelijk* van elkaar als geldt:

$$f(\underline{x}_1, \underline{x}_2) = f(\underline{x}_1) f(\underline{x}_2) \quad ,$$



Figuur 3.2: Simultane kansverdeling van twee variabelen.

waarbij $f(\underline{x}_1, \underline{x}_2)$ de simultane kansverdeling is en waarbij $f(\underline{x}_1)$ en $f(\underline{x}_2)$ de marginale kansverdelingen van $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ zijn.

Nauw verwant met het begrip stochastische afhankelijkheid is het begrip *correlatie*. Om dit begrip te definiëren wordt gebruik gemaakt van het begrip *covariantie*. Dit begrip wordt wiskundig als volgt gedefinieerd:

$$D\{\underline{x}_1,\underline{x}_2\} = E\{(\underline{x}_1 - E\{\underline{x}_1\})(\underline{x}_2 - E\{\underline{x}_2\})\} \quad ,$$

met:

$D\{\underline{x}_1,\underline{x}_2\}$ de covariantie tussen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$;
$E\{.\}$ de operator waarmee de verwachtingswaarde wordt bepaald.

De covariantie tussen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ wordt meestal aangegeven met behulp van de Griekse letter σ:

$$D\{\underline{x}_1,\underline{x}_2\} = \sigma_{x_1x_2} \quad .$$

De covariantie tussen $\underline{x}_1$ en *zichzelf* komt overeen met de variantie van $\underline{x}_1$ en dus geldt:

$$\sigma_{x_1x_1} = \sigma^2_{x_1} \quad .$$

Als van de beide stochastische variabelen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ steekproefsgewijs waarden worden bepaald, dan kan de schatting van de covariantie tussen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ worden berekend als:

$$\hat{\sigma}_{x_1x_2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{((x_1)_i - \bar{x}_1)((x_2)_i - \bar{x}_2)}{n-1} \quad ,$$

met:

$(\underline{x}_1)_i, (\underline{x}_2)_i$ de i-de waarde van $\underline{x}_1$ respectievelijk $\underline{x}_2$;
$\bar{x}_1, \bar{x}_2$ het gemiddelde van $\underline{x}_1$ respectievelijk $\underline{x}_2$;
n het aantal waarden van $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$.

Uit de definitie van de covariantie volgt dat $\sigma_{x_1x_2} = \sigma_{x_2x_1}$. Als de covariantie tussen twee stochastische variabelen een positief getal is, heten de twee variabelen *positief gecorreleerd*, als de covariantie negatief is *negatief gecorreleerd*. Als de covariantie nul is, zijn de beide variabelen *niet gecorreleerd* of *ongecorreleerd*.
Om de correlatie te beschrijven wordt ook vaak gebruik gemaakt van de *correlatiecoëfficiënt* die als volgt is gedefinieerd:

$$\varrho_{x_1x_2} = \frac{\sigma_{x_1x_2}}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}} \quad ,$$

met:

$\varrho_{x_1x_2}$ de correlatiecoëfficiënt tussen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$;
$\sigma_{x_1x_2}$ de covariantie tussen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$;
σ_{x_1} de standaardafwijking van $\underline{x}_1$;
σ_{x_2} de standaardafwijking van $\underline{x}_2$.

De correlatiecoëfficiënt kan waarden tussen –1 en +1 aannemen. Als de correlatiecoëfficiënt 0 is, is er geen correlatie; als de coëfficiënt –1 of +1 is, is er sprake van volledige negatieve, respectievelijk positieve correlatie. Volledige correlatie wil zeggen, dat er niet

een 'los' stochastisch verband is tussen de beide stochastische variabelen, maar dat er een strikt wiskundig verband bestaat. Dit betekent, dat als van de ene variabele een waarde bekend is, de waarde van de andere variabele exact uitgerekend kan worden.

Als twee stochastische variabelen stochastisch onafhankelijk van elkaar zijn, zijn de variabelen niet gecorreleerd. Het omgekeerde is echter niet altijd het geval. Als er geen correlatie is, zijn de variabelen niet noodzakelijk stochastisch onafhankelijk. Als de kansverdelingen van de variabelen echter normale verdelingen zijn (zie § 3.2.6) impliceert het ontbreken van correlatie wel altijd stochastische onafhankelijkheid.

Het is gebruikelijk de stochastische variabelen die simultaan worden beoordeeld middels een simultane kansverdeling samen te nemen in een vector, een zogenaamde *stochastische vector*. Een stochastische vector is derhalve een vector van stochastische variabelen, waarbij een simultane kansverdeling hoort.

3.2.4 Gewichten, gewichtscoëfficiënten, varianties en covarianties

Bij de vereffening die in § 3.4 aan de orde zal komen, spelen de gewichten die aan de verschillende waarnemingen worden gegeven een belangrijke rol. Daar zal blijken, dat de beste vereffening plaatsvindt door gewichten te kiezen op grond van de varianties en covarianties van de waarnemingsgrootheden. In deze paragraaf wordt getoond welke relaties er bestaan tussen varianties, covarianties, gewichtscoëfficiënten en gewichten.

Bij twee stochastische variabelen zijn er twee varianties te definiëren en is er één covariantie die de correlatie tussen de beide variabelen beschrijft. Bij drie variabelen zijn er drie varianties, en nu drie covarianties: de covariantie tussen de eerste en tweede variabele, tussen de eerste en de derde, en tussen de tweede en de derde. Bij n stochastische variabelen zijn er n varianties en $\frac{1}{2}n(n-1)$ covarianties.
Een n-tal stochastische variabelen $\underline{x}_i$ $(i = 1,\cdots,n)$ wordt samengenomen in een vector $\underline{x}$:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \vdots \\ \underline{x}_n \end{bmatrix} .$$

Het is gebruikelijk de varianties en covarianties van en tussen de elementen van deze vector op te nemen in een matrix, waarbij de varianties op de hoofddiagonaal staan en de covarianties de niet-hoofddiagonaalelementen vormen. Deze matrix heet de *variantiematrix* en ziet er voor een n-dimensionale vector $\underline{x}$ als volgt uit:

$$D\{\underline{x}\} = Q_x = \begin{bmatrix} \sigma^2_{x_1} & \sigma_{x_1x_2} & \cdots & \sigma_{x_1x_n} \\ \sigma_{x_2x_1} & \sigma^2_{x_2} & \cdots & \sigma_{x_2x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{x_nx_1} & \sigma_{x_nx_2} & \cdots & \sigma^2_{x_n} \end{bmatrix} ,$$

met:

$\sigma_{x_ix_j}$ de covariantie tussen de stochastische variabele $\underline{x}_i$ en de stochastische variabele $\underline{x}_j$ (voor $i, j = 1,\cdots,n; i \neq j$);

$\sigma^2_{x_i}$ de variantie van de stochastische variabele $\underline{x}_i$ (voor $i = 1,\cdots,n$).

Variantiematrices worden aangeduid met de letter Q, waarbij de onderindex aangeeft op welke stochastische vector de matrix betrekking heeft. De variantiematrix is een symmetrische matrix omdat $\sigma_{x_i x_j} = \sigma_{x_j x_i}$. Als alle variabelen in de vector $\underline{x}$ onderling niet gecorreleerd zijn, hebben alle covarianties de waarde nul en is de variantiematrix een diagonaalmatrix.
De elementen van de variantiematrix zijn vaak zeer kleine getallen. Vanuit rekenkundig oogpunt kan het dan voordelig zijn (alle elementen van) de variantiematrix te delen door een constante factor, de zogenaamde *variantiefactor*, weergegeven als σ^2. Het resultaat is de *matrix van gewichtscoëfficiënten* G_x:

$$G_x = \frac{1}{\sigma^2} Q_x \quad .$$

Op de hoofddiagonaal van de matrix van gewichtscoëfficiënten staan de hoofdgewichtscoëfficiënten, de overige elementen van de matrix zijn de kruisgewichtscoëfficiënten. Ten behoeve van de numerieke stabiliteit van de vereffeningsberekeningen wordt soms gewerkt met de matrix van gewichtscoëfficiënten in plaats van de variantiematrix. Voor de vereffening geldt dat de berekende onbekenden en de vereffende waarnemingen onafhankelijk zijn van de variantiefactor. Dit betekent, dat voor een goede vereffening de matrix van gewichtscoëfficiënten nauwkeurig bekend moet zijn, maar dat de precieze waarde van de variantiefactor niet van belang is. Voor de toetsing en de kwaliteitsbeschrijving, zoals die in respectievelijk § 3.5 en § 3.6 worden behandeld, is de waarde van de variantiefactor wél van wezenlijk belang om tot verantwoorde resultaten te komen en moeten de berekeningen dus wel met de variantiematrix worden uitgevoerd.

De *gewichtsmatrix* W_x is gedefinieerd als de inverse van de matrix van gewichtscoëfficiënten:

$$W_x = G_x^{-1} \quad .$$

De relaties tussen de variantiematrix, de matrix van gewichtscoëfficiënten en de gewichtsmatrix zijn:

$$Q_x = \sigma^2 G_x = \sigma^2 W_x^{-1} \quad .$$

In de HTW wordt er steeds van uitgegaan, dat de variantiefactor σ^2 gelijk aan 1 is, zodat geldt:

$$Q_x = G_x \quad .$$

Er wordt dus geen praktisch onderscheid gemaakt tussen de matrix van gewichtscoëfficiënten en de variantiematrix.

Tussen twee vectoren $\underline{x}$ en $\underline{y}$ kunnen covarianties worden gedefinieerd, die worden samengevat in een *covariantiematrix* Q_{xy}:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \vdots \\ \underline{x}_n \end{pmatrix} , \quad \underline{y} = \begin{pmatrix} \underline{y}_1 \\ \underline{y}_2 \\ \vdots \\ \underline{y}_m \end{pmatrix} ; \quad D\{\underline{x},\underline{y}\} = Q_{xy} = \begin{pmatrix} \sigma_{x_1 y_1} & \sigma_{x_1 y_2} & \cdots & \sigma_{x_1 y_m} \\ \sigma_{x_2 y_1} & \sigma_{x_2 y_2} & \cdots & \sigma_{x_2 y_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{x_n y_1} & \sigma_{x_n y_2} & \cdots & \sigma_{x_n y_m} \end{pmatrix} ,$$

met:

n het aantal stochastische variabelen in de vector $\underline{x}$;
m het aantal stochastische variabelen in de vector $\underline{y}$;
$\sigma_{x_i y_j}$ de covariantie tussen de stochastische variabele $\underline{x}_i$ en de stochastische variabele $\underline{y}_j$ ($i = 1,\cdots,n; j = 1,\cdots,m$).

Terwijl de eerder genoemde matrices steeds vierkante matrices waren, geldt dat niet noodzakelijk voor de covariantiematrix.
Analoog aan de covariantiematrix bestaat er een matrix van kruisgewichtscoëfficiënten:

$$Q_{xy} = \sigma^2 G_{xy} \quad .$$

De elementen van een variantiematrix of een covariantiematrix hebben in het algemeen een dimensie (eenheid). Als een vector $\underline{x}$ waarnemingsgrootheden bevat die afstanden vertegenwoordigen, is de eenheid van alle elementen van de vector bijvoorbeeld de meter (m). De variantiematrix bevat dan elementen met als dimensie m^2. Als de variantiematrix gedeeld wordt door een variantiefactor blijven de dimensies bij de matrix van gewichtscoëfficiënten en is de *variantiefactor dimensieloos*.

3.2.5 Voortplantingswetten

Metingen moeten meestal bewerkt en gecombineerd worden voordat de beoogde resultaten worden verkregen. Het is dus zaak de doorwerking van de stochastische eigenschappen van de oorspronkelijke waarnemingen op de uiteindelijke resultaten te bepalen. Deze doorwerking wordt de *voortplanting* van de stochastische eigenschappen genoemd. Meestal blijven de berekeningen beperkt tot de *voortplanting van de verwachtingswaarden* en de *voortplanting van de varianties en covarianties*. Daarnaast is de *voortplanting van fouten* van belang.
Het is niet mogelijk om voor elk willekeurig verband tussen de waarnemingen en de beoogde eindresultaten aan te geven hoe de voortplanting van de genoemde eigenschappen zal plaatsvinden. Voor lineaire verbanden is dit wel altijd mogelijk. De betreffende formules worden onderstaand gegeven. Als de verbanden niet-lineair zijn, dienen zij eerst via een geschikte linearisatie tot lineaire verbanden te worden omgevormd (zie § 3.4.1).

Uitgangspunt voor de volgende formules is een n-vector $\underline{x}$ die via een lineaire vectorfunctie wordt omgezet in een m-vector $\underline{u}$:

$$\underset{m\times 1}{\underline{u}} = \underset{m\times n}{U}\ \underset{n\times 1}{\underline{x}} + \underset{m\times 1}{u_0} \quad ,$$

waarbij de lineaire verbanden worden beschreven met de $(m \times n)$-matrix U en de m-vector u_0 van constante termen.
De variantiematrices van $\underline{x}$ en $\underline{u}$ worden aangegeven als Q_x en Q_u. De vector van verwachtingswaarden van de elementen van $\underline{x}$ wordt aangegeven als $E\{\underline{x}\}$ en analoog gebeurt dit voor $\underline{u}$:

$$E\{\underline{x}\} = \begin{pmatrix} E\{\underline{x}_1\} \\ E\{\underline{x}_2\} \\ \vdots \\ E\{\underline{x}_n\} \end{pmatrix} \quad ; \quad E\{\underline{u}\} = \begin{pmatrix} E\{\underline{u}_1\} \\ E\{\underline{u}_2\} \\ \vdots \\ E\{\underline{u}_m\} \end{pmatrix} \quad .$$

Eventuele fouten die in $\underline{x}$ zijn gemaakt en doorwerken in $\underline{u}$ worden aangegeven als δx respectievelijk δu:

$$\delta x = \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \vdots \\ \delta x_n \end{bmatrix} \quad ; \quad \delta u = \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \delta u_2 \\ \vdots \\ \delta u_m \end{bmatrix} \quad .$$

De volgende *voortplantingswetten* zijn geldig:

$$\underset{m\times 1}{\underline{u}} = \underset{m\times n}{U}\ \underset{n\times 1}{\underline{x}} + \underset{n\times 1}{u_0} \rightarrow \begin{cases} Q_u = U\,Q_x\,U^T & ; \\ E\{\underline{u}\} = U\,E\{\underline{x}\} + u_0 & ; \\ \delta u = U\,\delta x & . \end{cases}$$

Ten aanzien van de covarianties tussen een m-vector $\underline{u}$ en een k-vector $\underline{v}$, die beide lineair van een n-vector $\underline{x}$ afhangen, kunnen de volgende formules worden opgeschreven:

$$\left.\begin{aligned} \underset{m\times 1}{\underline{u}} &= \underset{m\times n}{U}\ \underset{n\times 1}{\underline{x}} + \underset{m\times 1}{u_0} \\ \underset{k\times 1}{\underline{v}} &= \underset{k\times n}{V}\ \underset{n\times 1}{\underline{x}} + \underset{k\times 1}{v_0} \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} Q_{uv} = U\,Q_x\,V^T \\ Q_{vu} = V\,Q_y\,U^T = (Q_{uv})^T \end{cases}$$

waarbij Q_{uv} de covariantiematrix is tussen de vectoren $\underline{u}$ en $\underline{v}$.

3.2.6 Normale verdeling

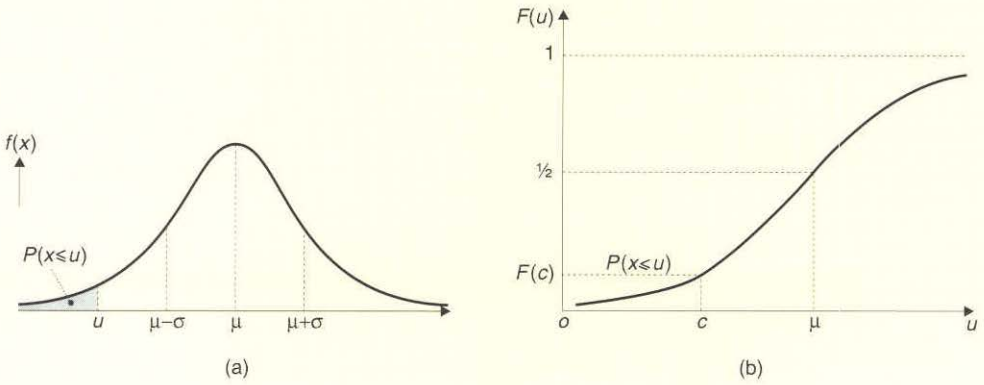
Van alle kansverdelingen is de *normale verdeling* of *verdeling van Gauss-Laplace* de meest gebruikte. Van veel waarnemingen die uit geodetische metingen volgen, is het aannemelijk, dat het stochastische gedrag goed door een normale verdeling wordt beschreven. De kansverdeling (of kansdichtheidsfunctie) $f(\underline{x})$ van de normale verdeling is door het volgende functievoorschrift gedefinieerd (zie figuur 3.3a):

$$f(\underline{x}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\underline{x}-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad ,$$

met:

$\underline{x}$	de stochastische variabele, gedefinieerd op het domein $-\infty$ tot $+\infty$;
μ	de verwachtingswaarde van $\underline{x}$;
σ	de standaardafwijking van $\underline{x}$;
$\exp\{x\}$	gelijk aan e^x, de basis van de natuurlijke logaritmen (met $e = 2{,}71828\ldots$).

De kansdichtheidsfunctie is symmetrisch rond de verwachtingswaarde $x = \mu$ en kent twee buigpunten bij de waarden $x = \mu - \sigma$ en $x = \mu + \sigma$.



Figuur 3.3: Normale verdeling: (a) kansdichtheidsfunctie; (b) cumulatieve verdelingsfunctie.

De kans dat $\underline{x}$ een waarde aanneemt kleiner dan een zekere waarde u wordt berekend door de oppervlakte onder de kromme voor het betreffende interval te berekenen:

$$P(-\infty < \underline{x} \leqq u) = \int_{-\infty}^{u} f(\underline{x})\, dx \quad ,$$

waarin P de kans aangeeft (van het Latijnse 'Probabilitas').
De waarde van u zelf kan ook tussen $-\infty$ en $+\infty$ variëren, waarmee een functie $F(u)$ ontstaat, de zogenaamde *cumulatieve verdelingsfunctie* van $\underline{x}$ (zie figuur 3.3b):

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} f(\underline{x})\, dx \quad .$$

Met behulp van deze functie kan eenvoudig de kans worden berekend dat $\underline{x}$ in een zeker interval valt, immers:

$$P(u_1 < \underline{x} < u_2) = F(u_2) - F(u_1) \quad .$$

De functie $F(u)$ is niet in een eenvoudige gesloten vorm op te schrijven. Niet alle functies voor elke willekeurige waarde van de parameters μ en σ zijn getabelleerd, maar alleen die voor $\mu = 0$ en $\sigma = 1$. De normale verdeling met $\mu = 0$ en $\sigma = 1$ heet de *standaardnormale verdeling*. Elke normaal verdeelde stochastische variabele $\underline{x}$ met een verwachtingswaarde μ en een standaardafwijking σ is te transformeren in een stochastische variabele $\underline{z}$ die standaardnormaal verdeeld is. Daartoe wordt $\underline{z}$ gedefinieerd als:

$$\underline{z} = \frac{\underline{x} - \mu}{\sigma} \quad .$$

Een tabel van de cumulatieve verdeling van de standaardnormale verdeling kan in de meeste statistiekboeken worden gevonden.

Voorbeeld
Een stochastische variabele $\underline{x}$ is normaal verdeeld met een verwachtingswaarde $\mu = 6$ en een standaardafwijking $\sigma = 2$. Gevraagd wordt de kans te berekenen, dat x tussen 5 en 9 ligt.
De variabele wordt daartoe eerst getransformeerd in een variabele $\underline{z}$, die standaardnormaal verdeeld is:

$$\underline{z} = \frac{x - 6}{2} \quad .$$

De grenzen van het gevraagde interval worden op dezelfde wijze getransformeerd:

$$5 \rightarrow \frac{5-6}{2} = -0{,}5 \quad ;$$

$$9 \rightarrow \frac{9-6}{2} = 1{,}5 \quad .$$

De gevraagde kans wordt daarmee:

$$P(5 < \underline{x} < 9) = P(-0{,}5 < \underline{z} < 1{,}5) =$$
$$F(1{,}5) - F(-0{,}5) = 0{,}9332 - 0{,}3085 = 0{,}6247 \ (= 62\%) \quad .$$

■

De standaardafwijking geeft een indicatie van de grootte van de afwijkingen die de waarden kunnen krijgen ten opzichte van de verwachtingswaarde. Het is goed mogelijk, dat de stochastische variabele $\underline{x}$ een waarde aanneemt die groter is dan $\mu + \sigma$ of kleiner dan $\mu - \sigma$. Aan deze mogelijkheid is een kans te koppelen. De kans, dat $\underline{x}$ groter is dan $\mu + \sigma$ is gelijk aan de kans, dat $\underline{x}$ kleiner is dan $\mu - \sigma$. Dit volgt uit de symmetrie van de normale verdeling. Voor verschillende veelvouden van de standaardafwijking is in tabel 3.3 de kans gegeven dat een normaal verdeelde grootheid $\underline{x}$ in een bepaald interval valt.

interval	kans
$\mu - 1\sigma < \underline{x} < \mu + 1\sigma$	0,6826 (68,26%)
$\mu - 1{,}5\sigma < \underline{x} < \mu + 1{,}5\sigma$	0,8664 (86,64%)
$\mu - 2\sigma < \underline{x} < \mu + 2\sigma$	0,9544 (95,44%)
$\mu - 2{,}5\sigma < \underline{x} < \mu + 2{,}5\sigma$	0,9876 (98,76%)
$\mu - 3\sigma < \underline{x} < \mu + 3\sigma$	0,9972 (99,72%)

Tabel 3.3: Kans dat een normaal verdeelde grootheid in een bepaald interval ligt.

Uit tabel 3.3 volgt dat als een steekproef van 100 waarden wordt genomen van de variabele $\underline{x}$, er slechts ongeveer 68 'binnen de standaardafwijking' zullen vallen. Eveneens blijkt dat ongeveer 95% van de waarden in een interval van tweemaal de standaardafwijking rond de verwachtingswaarde zullen vallen.

Als verscheidene normaal verdeelde variabelen simultaan worden beschouwd, wordt de simultane kansverdeling aangeduid als een *multivariate normale verdeling*. Voor de multivariate normale verdeling geldt de volgende kansdichtheidsfunctie $f(\underline{x})$:

$$f(\underline{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}(\det Q_x)^{1/2}} \exp\{-\frac{1}{2}(\underline{x} - \mu)^T Q_x^{-1} (\underline{x} - \mu)\} \quad ,$$

met:

$\underline{x}$	de vector van stochastische variabelen;
n	het aantal elementen van de vector $\underline{x}$;
μ	de vector van verwachtingswaarden van $\underline{x}$;
Q_x	de variantiematrix van $\underline{x}$;
$\det Q_x$	de determinant van Q_x.

Een bijzonder geval van de multivariate normale verdeling is de *bivariate normale verdeling* die betrekking heeft op twee simultaan beschouwde stochastische variabelen. Voor de bivariate normale verdeling van twee stochastische variabelen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ kan de kans worden berekend, dat een waarnemingsgreep (x_1, x_2) in een zeker twee-dimensionaal gebied valt, gedefinieerd door een interval voor $\underline{x}_1$ en een interval voor $\underline{x}_2$. Deze kans wordt berekend via bovenstaande kansdichtheidsfunctie en door gebruik te maken van de χ^2-verdeling, die in § 3.2.7 aan de orde komt. Als er sprake is van een multivariate normale verdeling van n stochastische variabelen, wordt eveneens via de χ^2-verdeling de kans berekend, dat een waarnemingsgreep $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ in een n-dimensionaal gebied valt. In § 3.2.9 wordt hier nader op ingegaan.

Dat een vector $\underline{x}$ een multivariate normale verdeling heeft met vector van verwachtingswaarden μ en variantiematrix Q_x, wordt als volgt genoteerd:

$$\underline{x} \sim N(\mu, Q_x) \quad .$$

Ter afsluiting van deze paragraaf wordt opgemerkt, dat een lineaire functie van normaal verdeelde stochastische variabelen opnieuw een normaal verdeelde stochastische variabele is.

3.2.7 χ^2-Verdeling

Laat de n stochastische variabelen $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \cdots, \underline{x}_n$ standaardnormaal verdeeld en stochastisch onafhankelijk van elkaar zijn. De som $\chi^2(n)$ van de kwadraten van deze variabelen:

$$\underline{\chi}^2(n) = \underline{x}_1^2 + \underline{x}_2^2 + \cdots + \underline{x}_n^2$$

heeft als kansverdeling een χ^2-verdeling. De χ^2-verdeling wordt in de HTW veelvuldig gebruikt. Bij toetsing wordt namelijk gebruik gemaakt van grootheden die kwadratische vormen zijn van normaal verdeelde grootheden. De functiewaarden van de χ^2-verdeling hangen alleen af van het aantal stochastisch onafhankelijke variabelen, waaruit de som $\chi^2(n)$ is opgebouwd. Dit aantal n wordt het aantal *vrijheidsgraden* genoemd. In figuur 3.4 is voor verschillende vrijheidsgraden de kansdichtheidsfunctie van de χ^2-verdeling getekend. Voor kleine waarden van n is te zien dat de χ^2-verdeling sterk a-symmetrisch is, terwijl voor grotere waarden van n de verdeling gaat lijken op een normale verdeling.

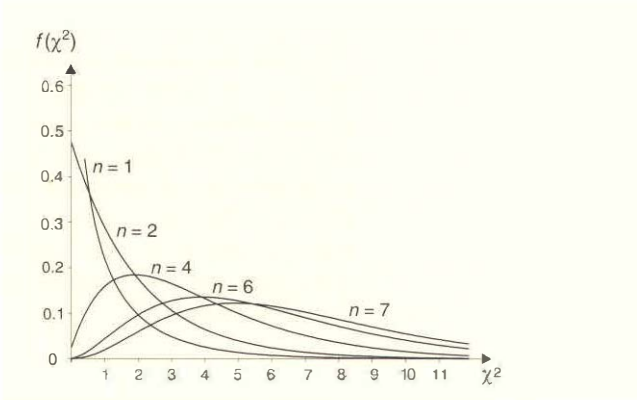
Voor de verwachtingswaarde en de variantie van $\underline{\chi}^2(n)$ geldt:

$$\mu_{\chi^2} = E\{\underline{\chi}^2(n)\} = n \quad ;$$
$$\sigma^2_{\chi^2} = E\{(\underline{\chi}^2(n) - \mu_{\chi^2})^2\} = 2n \quad .$$

Ook voor de χ^2-verdeling is een cumulatieve verdelingsfunctie $F(u)$ te bepalen, waarmee de kans wordt berekend, dat $\underline{\chi}^2(n)$ een waarde aanneemt kleiner of gelijk aan een zekere waarde u:

$$F(u) = \int_0^u f(x)\,dx \quad .$$

Hierbij is $f(x)$ de kansdichtheidsfunctie van de χ^2-verdeling.



Figuur 3.4: De kansdichtheidsfunctie van de χ^2-verdeling voor verschillende vrijheidsgraden n.

Vaak wordt gevraagd om de waarde $\chi^2_\alpha(n)$ waarvoor geldt:

$$P(\underline{\chi}^2(n) \geqq \chi^2_\alpha(n)) = \alpha \quad ,$$

waar voor α bijvoorbeeld 0,05 (5%), 0,01 (1%) of 0,001 (1‰) wordt genomen. Hiervoor kan ook worden geschreven:

$$P(\underline{\chi}^2(n) \geqq \chi^2_\alpha(n)) = 1 - P(\underline{\chi}^2(n) < \chi^2_\alpha(n)) \quad ,$$

waarbij de laatste kans met de cumulatieve verdeling kan worden bepaald.
Een tabel, waarin voor verschillende waarden van α en verschillende vrijheidsgraden n de waarde van $\chi^2_\alpha(n)$ wordt gegeven, kan in de meeste statistiekboeken worden gevonden.

Dat een stochastische variabele $\underline{h}$ een χ^2-verdeling met n vrijheidsgraden heeft, wordt als volgt genoteerd:

$$\underline{h} \sim \chi^2(n) \quad .$$

Ook als de n variabelen $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \cdots, \underline{x}_n$ *niet* standaardnormaal (maar wel normaal) en *niet* stochastisch onafhankelijk zijn, is er een afgeleide grootheid te bepalen die een χ^2-verdeling heeft. Als namelijk n stochastische variabelen $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \cdots, \underline{x}_n$ (samen een vector $\underline{x}$ vormend) normaal verdeeld zijn met verwachtingswaarden $\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n$ (samen een vector μ vormend) en met varianties en covarianties beschreven door een matrix Q_x, dat wil zeggen:

$$\underset{n\times 1}{\underline{x}} \sim N(\underset{n\times 1}{\mu}, \underset{n\times n}{Q_x}) \quad ,$$

dan heeft de kwadratische vorm:

$$\underline{h} = (\underline{x} - \mu)^T Q_x^{-1} (\underline{x} - \mu)$$

een χ^2-verdeling:

$$\underline{h} \sim \chi^2(n) \quad .$$

De χ^2-verdeling heet ook wel de *centrale* χ^2*-verdeling*, omdat er ook een niet-centrale χ^2-verdeling bestaat. Daarvan wordt gebruik gemaakt in de volgende variant van het zojuist gestelde. Als de n elementen van een vector $\underline{x}$ normaal verdeeld zijn met als vector van verwachtingswaarden μ en met varianties en covarianties beschreven door een matrix Q_x, dat wil zeggen:

$$\underset{n\times 1}{\underline{x}} \sim N(\underset{n\times 1}{\mu}, \underset{n\times n}{Q_x}) \quad ,$$

dan heeft de kwadratische vorm:

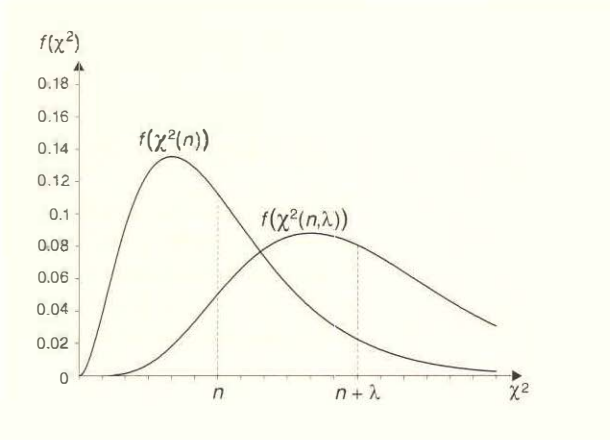
$$\underline{h} = \underline{x}^T Q_x^{-1} \underline{x}$$

een niet-centrale χ^2-verdeling:

$$\underline{h} \sim \underline{\chi}^2(n,\lambda) \quad ,$$

met de *niet-centraliteitsparameter* λ:

$$\lambda = \mu^T Q_x^{-1} \mu \quad .$$



Figuur 3.5: De centrale en de niet-centrale χ^2-verdeling.

De verwachtingswaarde van de niet-centrale χ^2-verdeling is afhankelijk van het aantal vrijheidsgraden en van de grootte van de niet-centraliteitsparameter:

$$E\{\underline{\chi}^2(n,\lambda)\} = n + \lambda \quad .$$

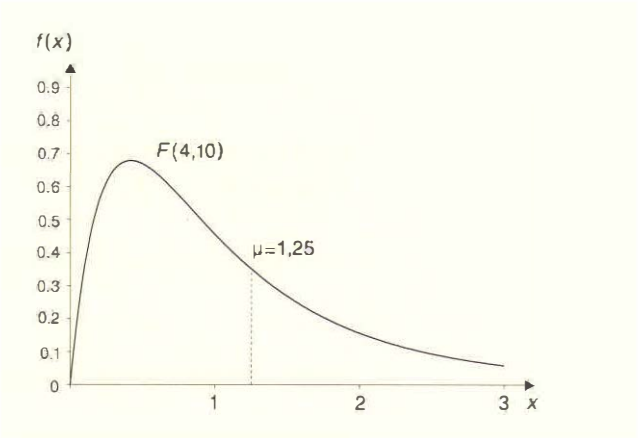
In figuur 3.5 is de grafiek van een niet-centrale χ^2-verdeling getekend. Ter vergelijking is de bijbehorende centrale χ^2-verdeling eveneens weergegeven.

Als een stochastische variabele $\underline{x}$ een standaardnormale verdeling heeft, dan heeft het kwadraat een χ^2-verdeling met één vrijheidsgraad. Ook het omgekeerde is geldig:

$$\underline{x} \sim N(0,1) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{x}^2 \sim \chi^2(1) \quad .$$

3.2.8 F-verdeling

Als twee onafhankelijke schattingen beschikbaar zijn van de standaardafwijking van een normale verdeling, kan het al dan niet significant verschillen van beide standaardafwijkingen getoetst worden middels een toets waarbij gebruik wordt gemaakt van de *F-verdeling*. De F-verdeling wordt hier ingeleid door uit te gaan van twee stochastische variabelen $\underline{u}$ en $\underline{v}$, die stochastisch onafhankelijk van elkaar zijn en die beide een χ^2-verdeling hebben met m respectievelijk n vrijheidsgraden:



Figuur 3.6: De F-verdeling.

$$\underline{u} \sim \chi^2(m) \quad ;$$
$$\underline{v} \sim \chi^2(n) \quad .$$

De stochastische variabele $\underline{F}(m,n)$, gedefinieerd volgens:

$$\underline{F}(m,n) \triangleq \frac{\underline{u}/m}{\underline{v}/n}$$

heeft een F-verdeling met de twee parameters m en n, die de vrijheidsgraden van de verdeling vertegenwoordigen. In figuur 3.6 is een voorbeeld van een F-verdeling weergegeven voor een variabele $\underline{u}$ met 4 en een variabele $\underline{v}$ met 10 vrijheidsgraden.
De verwachtingswaarde van de F-verdeling is:

$$E\{\underline{F}(m,n)\} = \frac{n}{n-2} \quad .$$

Als de waarde van n naar oneindig nadert, nadert de verdeling van $\underline{F}(m,n)$ naar die van $\underline{\chi}^2(m)$ gedeeld door m:

$$\underline{F}(m,\infty) = \frac{\underline{\chi}^2(m)}{m} \quad .$$

De stochastische variabele $\underline{F}(m,n)$ is gebaseerd op de variabelen $\underline{u}$ en $\underline{v}$, die op hun beurt ieder de som vormen van de kwadraten van variabelen die standaardnormaal verdeeld zijn. Daarmee vindt de F-verdeling ook zijn basis in normaal verdeelde variabelen. Als derhalve standaardafwijkingen worden geschat van niet-normale verdelingen, kan de F-verdeling *niet* voor de toetsing daarvan worden aangewend.

Er bestaat ook een *niet-centrale F-verdeling*. Veronderstel dat $\underline{v}$ gelijk als hierboven een centrale χ^2-verdeling heeft, maar dat $\underline{u}$ een niet-centrale χ^2-verdeling heeft met een niet-centraliteitsparameter λ:

$$\underline{u} \sim \chi^2(m,\lambda) \quad ;$$
$$\underline{v} \sim \chi^2(n) \quad ,$$

en dat $\underline{u}$ en $\underline{v}$ opnieuw onderling stochastisch onafhankelijk zijn. De stochastische variabele $\underline{F}(m,n)$ gedefinieerd volgens:

$$\underline{F}(m,n) \triangleq \frac{\underline{u}/m}{\underline{v}/n}$$

heeft nu een niet-centrale F-verdeling met vrijheidsgraden m en n en een niet-centraliteitsparameter λ. De verwachtingswaarde van de niet-centrale F-verdeling is:

$$E\{\underline{F}(m,n,\lambda)\} = \frac{n}{n-2}\left(1+\frac{\lambda}{m}\right) \quad .$$

3.2.9 Standaard- en betrouwbaarheidsellipsen

Twee stochastische variabelen $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ zijn normaal verdeeld met verwachtingswaarden μ_1 en μ_2 en met de variantiematrix Q:

$$Q = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \quad .$$

Als gezocht wordt naar die waarden van $\underline{x}_1$ en $\underline{x}_2$ waarvoor de kansverdeling een zekere waarde c aanneemt, blijken de gezochte waarden op een ellips te liggen. Immers, gezocht wordt naar die waarden waarvoor geldt:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi(\det Q)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T Q^{-1}(x-\mu)\right\} = c \quad .$$

Deze vergelijking is ook te schrijven als:

$$(x-\mu)^T Q^{-1}(x-\mu) = k^2 \quad .$$

met k een constante waarde. Dit is de vergelijking van een ellips. Door de waarde van k^2 te variëren van 0 tot $+\infty$ ontstaat een familie van ellipsen met alle hetzelfde centrum, het punt (μ_1,μ_2). De ellips waarvoor geldt $k = 1$ heet de *standaardellips*.

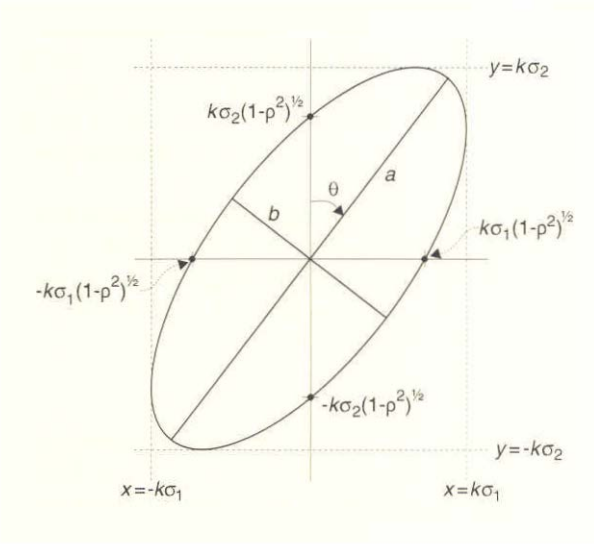
Om de ellips te tekenen worden in een rechthoekig assenstelsel x_1 en x_2 op respectievelijk de x- en y-as uitgezet. Het is handig de oorsprong van het coördinatenstelsel in het middelpunt van de ellips te leggen, dat wil zeggen $\mu_1 = \mu_2 = 0$. De halve lange as a en de halve korte as b van de ellips en het argument θ van de halve lange as, gerekend met de klok meegaand vanaf de y-as, worden berekend met de volgende formules:

$$a^2 = \frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2} + \left(\frac{(\sigma_1^2-\sigma_2^2)^2}{4} + \sigma_{12}^2\right)^{1/2} \quad ;$$

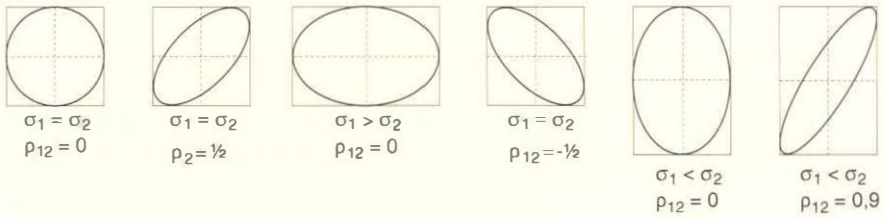
$$b^2 = \frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2} - \left(\frac{(\sigma_1^2-\sigma_2^2)^2}{4} + \sigma_{12}^2\right)^{1/2} \quad ;$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_2^2-\sigma_1^2} \quad .$$

Het juiste kwadrant van 2θ is te bepalen met behulp van het teken van de teller $2\sigma_{12}$ en het teken van de noemer $(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)$.
De ellips ligt binnen een rechthoek, die wordt bepaald door de vier lijnen $x = -k\sigma_1$, $x = k\sigma_1$, $y = -k\sigma_2$, $y = k\sigma_2$. In figuur 3.7 is dit geïllustreerd. De wijze waarop de ellips binnen deze rechthoek ligt, wordt bepaald door de correlatiecoëfficiënt ϱ_{12} (zie § 3.2.3). Dit is voor verschillende waarden van ϱ_{12} en σ_1 en σ_2 geïllustreerd in figuur 3.8.
De waarden van a^2 en b^2 van de standaardellips zijn gelijk aan de eigenwaarden van de matrix Q en de richtingen van de assen komen overeen met de eigenvectoren.



Figuur 3.7: Standaardellips.



Figuur 3.8: Vorm en oriëntering van de ellips voor verschillende waarden van ϱ_{12}, σ_1 en σ_2.

Gevraagd kan worden naar de *kans dat een punt* (x_1,x_2) *binnen de standaardellips valt*. Dit wordt als volgt berekend. De kwadratische vorm:

$$\underline{h} = (\underline{x} - \mu)^T Q^{-1} (\underline{x} - \mu)$$

heeft een χ^2-verdeling:

$$\underline{h} \sim \chi^2(n) \quad .$$

Alle punten binnen de ellips $k = 1$ hebben een waarde voor k^2 die kleiner is dan 1. Gezocht wordt derhalve de volgende kans:

$$P(\underline{h} < 1) \quad .$$

Omdat $\underline{h}$ een χ^2-verdeling heeft, is deze kans met behulp van de cumulatieve verdeling van de χ^2-verdeling te bepalen. Het resultaat is 0,3935 (39%). Omgekeerd kan de vraag worden gesteld, welke waarde k^2 moet hebben om een ellips te krijgen waarbinnen de punten met een kans van 95% zullen vallen. Gezocht wordt dus de ellips waarvoor geldt:

$$P(\underline{h} < k^2) = 0{,}95 \quad .$$

Deze ellips heet de *95%-betrouwbaarheidsellips*. Met behulp van de χ^2-verdeling wordt de waarde van $k^2 = 6$ ($k = 2{,}45$) voor deze 95%-betrouwbaarheidsellips berekend. Dit betekent, dat de halve lange as en de halve korte as van de ellips 2,45 keer zo lang zijn als de halve lange en korte as van de standaardellips. (Voor het één-dimensionale geval geldt voor een 95%-betrouwbaarheids*interval* dat $k = 1{,}96$; vergelijk tabel 3.3).

Als niet twee, maar drie stochastische variabelen $\underline{x}_1, \underline{x}_2$ en $\underline{x}_3$ worden beschouwd, kan op gelijke wijze een familie van *ellipsoïden* worden bepaald. Ook nu wordt de *standaard-ellipsoïde* bepaald door de waarde $k = 1$. De kans dat een punt (x_1, x_2, x_3) binnen deze ellipsoïde valt is gelijk aan:

$$P(\underline{\chi}^2(3) < 1) \quad .$$

Uit de cumulatieve verdeling van de χ^2-verdeling volgt een waarde van 0,1987 (20%). De standaardellipsoïde is derhalve een 20%-betrouwbaarheidsellipsoïde. De waarde van k^2 die hoort bij een 95%-betrouwbaarheidsellipsoïde is $k^2 = 7{,}81$ ($k = 2{,}79$).
De drie loodrecht op elkaar staande assen van de ellipsoïde (de zogenaamde hoofd-assen) hebben ieder een halve lengte die overeenkomt met de wortel uit één van de drie eigenwaarden van de variantiematrix Q. De richtingen van de assen worden bepaald door de eigenvectoren van Q. Deze grootheden kunnen berekend worden met algoritmen uit de numerieke analyse.

Voor meer dan drie stochastische variabelen kunnen op analoge wijze zogenaamde *hyperellipsoïden* worden gedefinieerd. Bij n stochastische variabelen wordt gesproken van een *n-dimensionale hyperellipsoïde*. De lengten en de richtingen van de hoofdassen worden ook nu bepaald door de eigenwaarden en eigenvectoren van de variantiematrix Q.

3.3 Modelbegrip

Om plaats en vorm van objecten te bepalen worden metingen uitgevoerd. Men is bijvoorbeeld geïnteresseerd in de oppervlakte van een perceel en meet daartoe met een elektronische tachymeter de hoekpunten van een perceel op. Vanuit de metingen berekent men de coördinaten van alle hoekpunten. Vervolgens berekent men met behulp van de coördinaten de oppervlakte van het perceel. In het algemeen is men niet geïnteresseerd in de metingen zelf, maar alleen in een afgeleide grootheid. In het genoemde voorbeeld is dit de oppervlakte van het perceel.

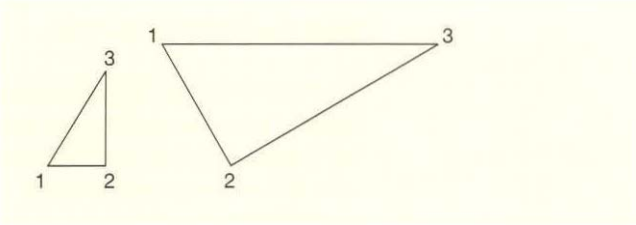
De gezochte grootheden worden in de mathematische geodesie aangeduid als de onbekende parameters of kortweg als de *onbekenden*. De metingen worden de *waarnemingen* genoemd. Een waarneming, beschouwd als stochastische variabele, noemt men een *waarnemingsgrootheid*. Een waarneming is een realisatie van een waarnemingsgrootheid. De notatie van deze grootheden is behandeld in § 3.1.1.
De relaties tussen waarnemingsgrootheden en onbekenden en de stochastische eigenschappen van de waarnemingsgrootheden worden beschreven met een *wiskundig model*. Het wiskundige model wordt ook wel het rekenmodel genoemd.

Veel grootheden in de geodesie hebben te maken met vorm- en plaatsbepaling. Zulke grootheden zijn meestal te schrijven als een functie van coördinaten. Vandaar dat veel opgaven in de geodesie gaan over de berekening van coördinaten uit waarnemingen. De onbekenden zijn dan coördinaten en de waarnemingen zijn bijvoorbeeld richtings- en afstandsmetingen, of gewaterpaste hoogteverschillen, of op een foto aangemeten punten.

Het is aan te bevelen altijd meer metingen uit te voeren dan strikt noodzakelijk is voor de berekening van de onbekenden. Daarvoor zijn twee belangrijke redenen. Ten eerste leveren de extra metingen een controle om zo groot mogelijke zekerheid te hebben over de juistheid van het verkregen resultaat. Ten tweede kan de gezochte grootheid met een betere precisie worden berekend als er meer metingen zijn. Het aantal waarnemingen dat meer gemeten wordt dan strikt noodzakelijk is om de onbekenden te bepalen, noemt men de *overbepaaldheid* of *overtalligheid* van het probleem.

Voorbeeld
Voor de bepaling van de afstand tussen twee punten volstaat het eenmaal meten met behulp van bijvoorbeeld een meetband. Als nu driemaal onafhankelijk dezelfde afstand wordt gemeten, dan is de overtalligheid twee. Is één van de drie metingen duidelijk fout, dan zal dit meteen opvallen, omdat hij sterk afwijkt van de andere twee gemeten afstanden. De overtalligheid zorgt dus voor een betere foutopsporing. Logischerwijs wordt de afstand tussen de beide punten geschat als het gemiddelde van de drie gemeten afstanden. Het berekende gemiddelde zal waarschijnlijk een betere schatting zijn van de afstand tussen de twee punten dan elk van de drie afstanden afzonderlijk. De overbepaaldheid zorgt derhalve voor een preciezer resultaat.
De vector y bestaat in dit geval uit drie waarnemingen: de drie gemeten afstanden. De vector x bestaat uit één onbekende: de afstand tussen de beide punten. ■

Voorbeeld
Om de vorm van een driehoek vast te leggen volstaan twee hoeken (merk op, dat twee driehoeken die dezelfde vorm hebben, of wel conform zijn, een verschillende grootte kunnen hebben, zie figuur 3.9). Als nu drie hoeken worden gemeten is er een overtalligheid van één.



Figuur 3.9: Bepaling van de vorm van een driehoek.

De vector y bestaat in dit geval uit drie waarnemingen: de drie gemeten hoeken.
De vector x bestaat uit twee onbekenden: twee van de drie hoeken. Het voorbeeld laat zien, dat de vastlegging van de vorm van een driehoek de vrijheid laat te kiezen welke twee hoeken daarvoor worden gebruikt. ■

Nadat een wiskundig model is opgesteld, kunnen met behulp van de technieken van de mathematische geodesie schattingen worden berekend voor de onbekenden. In de HTW wordt daartoe gebruik gemaakt van de methode van de kleinste kwadraten. De principes van deze methode worden behandeld in § 3.3.2.

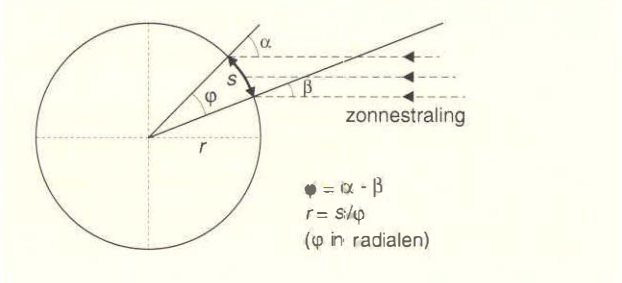
3.3.1 Wiskundig model

Bij de vereffening van waarnemingen en de schatting van onbekenden, zoals dat in § 3.4 aan de orde komt, wordt gebruik gemaakt van een *wiskundig model*. Het wiskundige model beschrijft de relaties tussen de waarnemingsgrootheden en de onbekenden, en de stochastische eigenschappen van de waarnemingsgrootheden. Het wiskundige model wordt gebruikt voor de beschrijving van de werkelijkheid, bijvoorbeeld: de aarde is een bol en de omtrek van de aarde kan worden gemeten met een standaardafwijking van 1 km. Het model laat meestal de nodige vrijheid om te bepalen wat de onbekenden zijn. Om de grootte van de bol vast te leggen is de bepaling van de straal voldoende, maar ook de omtrek voldoet daarvoor, of de doorsnede.
De koppeling van het model aan de werkelijkheid is een aparte stap. Als voorbeeld kan de beschrijving van de vorm van de aarde dienen.

Voorbeeld
Al door de Grieken in de oudheid werd verondersteld, dat de aarde een bol is. In de zeventiende eeuw kwam de gedachte op, dat de omwentelingsellipsoïde een betere beschrijving van de vorm van de aarde zou kunnen zijn. Zowel de bol als de omwentelingsellipsoïde zijn een model voor de vorm van de aarde. Beide zijn als model intern consistent. Uit de wiskunde weet men bijvoorbeeld precies hoe de oppervlakte van een bol wordt berekend als de straal bekend is. Evenzo kan de oppervlakte van een omwentelingsellipsoïde worden berekend als de lengte van de lange as en de afplatting bekend zijn.
Welk model beter is hangt van de toepassing af: een kartograaf die de vormen van de continenten wil projecteren op een plat vlak om er een klein kaartje van te maken, heeft er geen belang bij een ingewikkeld model zoals de omwentelingsellipsoïde te hanteren; hij gebruikt de bol als model. Voor een geodeet die GPS-metingen wil combineren met waterpasmetingen en daarbij een zo hoog mogelijke precisie wil bereiken, is zelfs het model van de omwentelingsellipsoïde niet voldoende; hij zal de geoïde als model voor de vorm van de aarde hanteren. ■

Het besluit om een bepaald wiskundig model te gebruiken als beschrijving van de werkelijkheid wordt aangeduid als de *inschakeling* van het model. Veronderstel dat intern in het model op grond van berekeningen of redeneringen een conclusie wordt getrokken. Als die conclusie geldig wordt verklaard voor de overeenkomstige grootheden in de werkelijkheid, spreekt men over de *uitschakeling* van het model. De in- en uitschakeling van het model zijn belangrijke stappen in de structurering van het landmeetkundige proces, zoals dat in § 2.2.3 is geschetst.

Voorbeeld (vervolg)
Rond het jaar 240 voor Christus deed de Griek Eratosthenes een poging om de straal van de aarde te bepalen. Als model van de aarde gebruikte hij de bol. Hij beredeneerde dat het voldoende moest zijn de afstand tussen twee punten op dezelfde meridiaan (of een andere grote cirkel) te bepalen, evenals de hoeken waaronder de zonnestralen tegelijk in elk van de beide punten het aardoppervlak bereiken, om de straal van de aarde te kunnen berekenen.



Figuur 3.10: Opzet van het experiment van Eratosthenes.

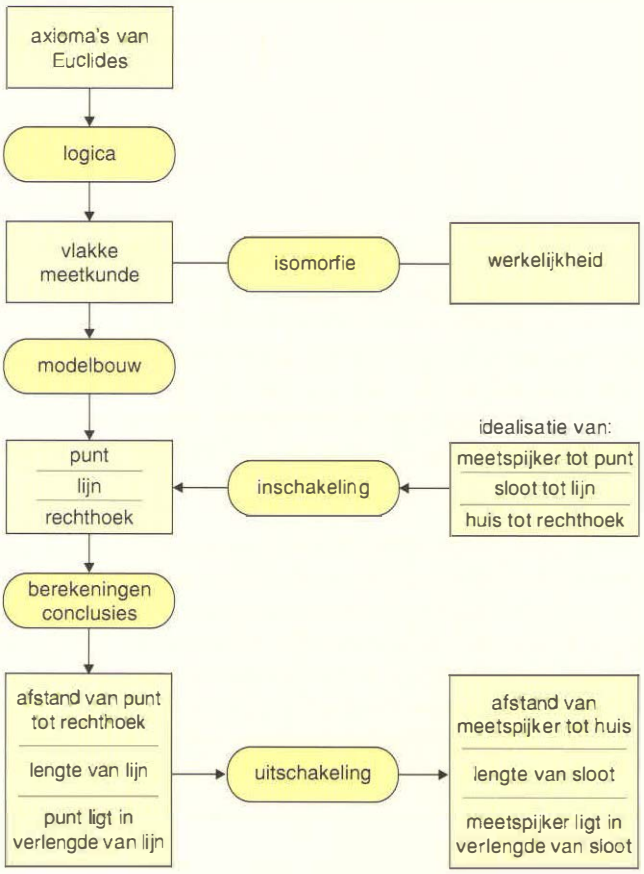
Op het moment, dat men de gemeten afstand gelijk stelt aan een afstand langs de meridiaan van een bol en het verschil tussen de gemeten hoeken gelijk stelt aan het verschil in geografische breedte van beide punten, schakelt men het model in (zie figuur 3.10).
Uit de metingen kan men, uitgaande van het model van de bol, de straal van de bol bepalen. Men kan ook de oppervlakte van de bol bepalen. Als men nu de conclusie trekt, dat de berekende straal en oppervlakte de straal en de oppervlakte van de aarde zijn, dan schakelt men het model uit. ■

Voor het gebruik van de juiste terminologie bij de inschakeling van modelparameters is zorgvuldigheid geboden. In het voorgaande voorbeeld kan men bijvoorbeeld stellen, dat de berekende waarde voor de straal van de aarde een *schatting* is. Maar kan men zeggen, dat het een schatting is van de *werkelijke waarde* (de 'ware waarde') van die straal? Neen, het begrip straal is immers een begrip uit een model, dat de werkelijkheid redelijk *beschrijft*, maar niet de werkelijkheid *is*. Dat het niet de werkelijkheid is, blijkt uit het feit, dat in de vorm van de omwentelingsellipsoïde een beter model van de aarde voorhanden is. Dit model kent voor punten op verschillende breedtegraden verschillende stralen en niet één.

De in- en uitschakeling van wiskundige modellen is zelf onderwerp van wiskundige theorieën. Met name de waarschijnlijkheidsrekening speelt hierbij een belangrijke rol.
Veronderstel dat bij de inschakeling van een model gezegd wordt, dat uitgevoerde metingen overeenkomen met afstanden tussen punten in een plat vlak. Het platte vlak, de punten daarin en de afstanden daartussen zijn modelgrootheden. De waarschijnlijkheidsrekening wordt erbij betrokken door te stellen, dat de uitgevoerde metingen realisaties zijn van stochastische variabelen, waarvoor als kansdichtheidsfunctie de normale verdeling wordt aangenomen. De stochastische variabelen en de kansdichtheidsfunctie zijn grootheden uit een model, dat gebaseerd is op de waarschijnlijkheidsrekening. De verwachtingswaarde en de standaardafwijking van deze normale verdeling zijn parameters in het model. Dit onderdeel van het wiskundige model wordt aangeduid als het *kansmodel*. De functionele relaties tussen de waarnemingsgrootheden en de onbekenden worden aangeduid als het *functiemodel*.

De gedachtengang die ten grondslag ligt aan het proces van de in- en uitschakeling van een wiskundig model is weergegeven in figuur 3.11. Als voorbeeld wordt een situatie uit de landmeetkunde gebruikt.

Het startpunt is de wiskunde. De meeste onderdelen van de wiskunde zijn axiomatisch opgebouwd. Dat wil zeggen, dat de wiskundige stellingen met behulp van de logica worden afgeleid uit een aantal axioma's. Axioma's zijn *zonder bewijs* aangenomen stellingen of basisgegevens. Een wiskundig model wordt met behulp van een dergelijke axiomatische wiskunde beschreven. Het model is intern *consistent* en op grond van dat model kunnen conclusies worden getrokken en voorspellingen worden gedaan. Een belangrijke vraag is echter of het model ook een goede beschrijving is van de werkelijkheid om ons heen. Pas als dat het geval is kunnen we de conclusies en voorspellingen toepassen op de werkelijkheid. In het geval van de detailmeting wordt de vlakke meetkunde, die gebaseerd is op de axioma's van Euclides, gebruikt.



Figuur 3.11: Het modelbegrip en de in- en uitschakeling van het model.

De mate van overeenstemming tussen model en werkelijkheid wordt wel aangeduid als de mate van *isomorfie* tussen beide (isomorf is Grieks voor gelijkvormig). Het model van de landmeetkunde kan worden opgebouwd op basis van de vlakke meetkunde. Het wiskundige model kan worden ingeschakeld door de objecten in het terrein te beschrijven als meetkundige grootheden. Dit noemt men de *idealisatie* van terreinelementen. Op basis van het wiskundige model worden de berekeningen uitgevoerd. Als resultaat krijgt men bijvoorbeeld berekende coördinaten van punten, waaruit afstanden tussen punten kunnen worden afgeleid. Bij de uitschakeling van het model worden de berekende grootheden weer in verband gebracht met de objecten zoals die in het terrein bestaan.

3.3.2 Methode van de kleinste kwadraten

Metingen worden uitgevoerd om informatie te krijgen over grootheden waarin men is geïnteresseerd. Om de metingen te verwerken tot de gewenste informatie is het allereerst van belang een geschikt wiskundig model te kiezen. De keuze van dit model splitst zich in de keuze van het functiemodel aan de ene kant en het kansmodel aan de andere kant.
Onderstaand wordt eerst ingegaan op de mogelijkheden om het wiskundige model te formuleren. Vervolgens wordt bekeken, hoe het wiskundige model wordt gebruikt voor de berekening van vereffende waarnemingen en schattingen voor de onbekenden. Tenslotte wordt toegelicht waarom de methode van de kleinste kwadraten onder de vereffeningsmethoden een vooraanstaande plaats inneemt.

Voor de wiskundige beschrijving van het functiemodel zijn er verschillende mogelijkheden. Twee belangrijke methoden zijn het *model van voorwaardevergelijkingen* en het *model van waarnemingsvergelijkingen.*

Model van voorwaardevergelijkingen
Het model van voorwaardevergelijkingen legt vast welke relaties er bestaan tussen waarnemingsgrootheden, ofwel aan welke voorwaarden de waarnemingsgrootheden behoren te voldoen. De waarnemingsgrootheden zijn stochastische variabelen zodat de daadwerkelijk uitgevoerde waarnemingen niet precies aan de voorwaarden voldoen: er zijn *sluittermen* (*tegenspraken*). Het model van voorwaardevergelijkingen wordt ook wel het *eerste standaardvraagstuk* genoemd.

Voorbeeld
Drie in het terrein aanwezige punten vormen een driehoek waarvan de drie hoeken door een landmeter worden gemeten. Naar verwachting zullen de drie gemeten hoeken bij elkaar opgeteld 200 gon opleveren. Dit is de voorwaarde die volgens het model van voorwaardevergelijkingen in wiskundige vorm moet worden opgeschreven. Laat de drie hoeken worden weergegeven door de variabelen $\underline{\alpha}_1$, $\underline{\alpha}_2$ en $\underline{\alpha}_3$ en de verwachtingswaarde van bijvoorbeeld $\underline{\alpha}_1$ als $E\{\underline{\alpha}_1\}$. De voorwaardevergelijking luidt dan:

$$E\{\underline{\alpha}_1\} + E\{\underline{\alpha}_2\} + E\{\underline{\alpha}_3\} = 200 \text{ gon} \quad .$$

Als voor de hoeken de volgende waarden worden gemeten:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 46{,}12 \text{ gon} \\ \alpha_2 &= 83{,}48 \text{ gon} \\ \alpha_3 &= 72{,}15 \text{ gon} \quad , \end{aligned}$$

dan geldt voor de som:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 201{,}75 \text{ gon} \quad ,$$

waardoor de sluitterm gelijk is aan 1,75 gon. ■

Model van waarnemingsvergelijkingen
In het model van waarnemingsvergelijkingen komen naast de waarnemingsgrootheden ook onbekenden voor. Het aantal onbekenden wordt zodanig gekozen, dat de onbekenden net voldoende zijn om het voorliggende probleem eenduidig te beschrijven. Het aantal onbekenden is derhalve gelijk aan het minimale aantal waarnemingen dat nodig is om het probleem op te lossen. Het model van waarnemingsvergelijkingen wordt opgesteld door de verwachtingswaarde van elke waarnemingsgrootheid op te schrijven als een functie van de onbekenden. Daardoor ontstaan evenveel waarnemingsvergelijkingen als er waarnemingsgrootheden zijn. Het model van waarnemingsvergelijkingen wordt ook wel het *tweede standaardvraagstuk* genoemd.

Voorbeeld (vervolg)
Om de vorm van de driehoek vast te leggen is het voldoende de grootte van twee van de drie hoeken te kennen. Deze hoeken worden aangeduid als de twee onbekenden x_1 en x_2, overeenkomend met de verwachtingswaarden van de variabelen $\underline{\alpha}_1$ en $\underline{\alpha}_2$. De volgende waarnemingsvergelijkingen kunnen dan worden opgeschreven:

$$\begin{aligned} E\{\underline{\alpha}_1\} &= x_1 \\ E\{\underline{\alpha}_2\} &= x_2 \\ E\{\underline{\alpha}_3\} &= 200 - x_1 - x_2 \quad . \end{aligned}$$ ■

Een formulering volgens het model van voorwaardevergelijkingen kan altijd worden omgeschreven tot een formulering volgens het model van waarnemingsvergelijkingen, tenminste als de voorwaardevergelijkingen lineair zijn in de waarnemingsgrootheden. Ook de omgekeerde weg is altijd mogelijk in het geval van lineaire waarnemingsvergelijkingen. Op de wiskundige formuleringen van beide modellen wordt in § 3.4.1 en § 3.4.2 nader ingegaan.

Het blijkt niet altijd mogelijk te zijn de wiskundige relaties in de vorm van één van beide zojuist genoemde modellen te gieten. Een veel voorkomende situatie is, dat niet elke waarnemingsgrootheid apart als functie van de onbekenden geschreven kan worden, maar dat dit slechts mogelijk is voor een combinatie van verschillende waarnemingsgrootheden te zamen. In dat geval is er sprake van een *gemengd model*. Op dit model wordt niet nader ingegaan.
Een andere veel voorkomende situatie is, dat een schrijfwijze volgens het model van waarnemingsvergelijkingen wel mogelijk is, maar dat bovendien de onbekenden aan nog extra voorwaarden dienen te voldoen, die los staan van de uitgevoerde waarnemingen. Deze extra voorwaarden worden aangeduid als *restricties* op de onbekenden. Een dergelijk model wordt een *model van waarnemingsvergelijkingen met restricties* genoemd. Op dit model wordt in § 3.4.3 ingegaan.

Naast de formulering van het functiemodel is het van belang dat het kansmodel goed wordt geformuleerd. Dit betekent, dat voor alle waarnemingsgrootheden gezamenlijk wordt aangegeven welke kansverdeling het stochastische gedrag beschrijft. In het algemeen kan voor geodetische metingen worden aangenomen, dat een multivariate normale verdeling het stochastische gedrag voldoende juist beschrijft (zie § 3.2.6). Deze kansverdeling is vrijwel volledig bepaald als men de variantiematrix kent; alleen de verwachtingswaarden van de waarnemingsgrootheden zijn onbekend en deze tracht men door de vereffening te bepalen.

Voor veel geodetische toepassingen wordt vereist dat de uitgevoerde metingen zichzelf kunnen controleren. Bovendien moet vaak een zo nauwkeurig mogelijk resultaat worden bereikt. Daarom zal men meer metingen uitvoeren dan strikt noodzakelijk is om de onbekenden te bepalen. Deze extra metingen zorgen voor *overtalligheid*. De overtalligheid is er de oorzaak van, dat men voorwaardevergelijkingen kan formuleren. Bij het model van waarnemingsvergelijkingen zorgt de overtalligheid er voor, dat er meer waarnemingsvergelijkingen zijn dan onbekenden.

De kern van de vereffening van waarnemingen is, dat aan de waarnemingen zodanige correcties worden toegekend, dat de gecorrigeerde waarnemingen exact aan de modelvergelijkingen voldoen. De gecorrigeerde waarnemingen worden aangeduid als de *vereffende waarnemingen*. Men bereikt met de vereffening, dat de sluittermen van alle voorwaardevergelijkingen nul worden: de vereffende waarnemingen zijn *consistent* met het model. Voor verdere berekeningen is deze consistentie van belang. Bovendien zullen de vereffende waarnemingsgrootheden een betere precisie hebben dan de gemeten waarnemingsgrootheden, tenminste als het model juist is en een goede vereffeningsmethode wordt gebruikt.
Als men het model van waarnemingsvergelijkingen hanteert zullen gelijktijdig met de bepaling van de vereffende waarnemingen ook schattingen worden verkregen voor de onbekenden in het model.

Voor de vereffening wordt gebruik gemaakt van de *methode van de kleinste kwadraten*. Hoewel de waarnemingen in het algemeen niet exact aan de modelvergelijkingen (voorwaardevergelijkingen of waarnemingsvergelijkingen) zullen voldoen, zullen de sluittermen of afwijkingen ook weer niet heel groot zijn. Men zal er bij de vereffening dan ook naar streven de toe te kennen correcties zo klein mogelijk te houden. De methode van de kleinste kwadraten in zijn meest eenvoudige vorm eist nu, dat de correcties zó worden gekozen, dat de som van de kwadraten van de correcties (de zogenaamde *kwadratische som* van de correcties) zo klein mogelijk is. Het minimaliseren van de kwadratische som van de correcties heeft de methode van de kleinste kwadraten zijn naam gegeven. Men zou ook op andere manieren de correcties zo klein mogelijk kunnen houden, bijvoorbeeld door te eisen, dat de som van de absolute waarden van de correcties zo klein mogelijk is; of door te eisen, dat de grootste toe te kennen correctie zo klein mogelijk is. Dat de keuze voor de kwadratische som echter erg logisch is, wordt met onderstaand voorbeeld geïllustreerd.

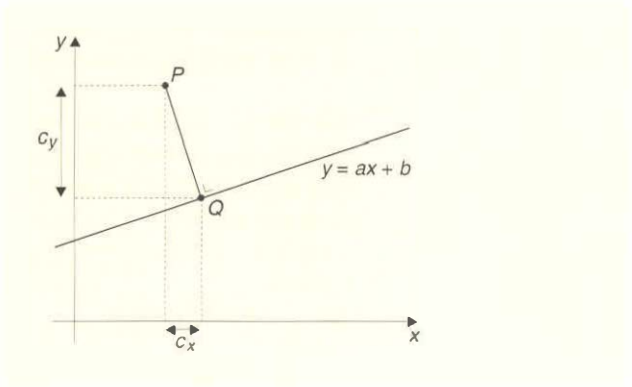
Voorbeeld

Stel dat twee grootheden x en y onderling een lineair verband hebben:

$$y = ax + b \quad .$$

Hier zijn de waarden voor a en b exact bekend. Voor zowel x als y wordt een waarde gemeten. De gemeten waarden voldoen niet exact aan het lineaire verband, maar wijken er iets van af. Er is derhalve sprake van een sluitterm t:

$$t = y - ax - b \quad .$$



Figuur 3.12: Het principe van de kleinste kwadraten.

In figuur 3.12 is de lijn getekend, die het lineaire verband tussen x en y weergeeft. Bovendien is het punt P getekend, dat de waargenomen waarden voor x en y weergeeft. De vereffening van x en y houdt in, dat aan zowel x als y zodanige correcties worden toegekend, dat het punt P verplaatst wordt en op de getekende lijn komt te liggen. Het lijkt logisch het punt zo weinig mogelijk te verplaatsen. Het punt op de lijn, dat het dichtst bij het gemeten punt P ligt is het punt Q. Noem de correcties die aan x en y moeten worden toegekend c_x respectievelijk c_y. Voor de afstand PQ geldt volgens Pythagoras:

$$PQ = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} \quad .$$

Deze formule zegt, dat de afstand PQ wordt berekend door de wortel uit de kwadratische som van de correcties te nemen. Het punt Q representeert de vereffende waarnemingen en dit punt wordt zo gekozen, dat de afstand tot P zo klein mogelijk is, omdat de kwadratische som van de correcties zo klein mogelijk moet zijn. ■

De kwadratische som van de correcties kan in wiskundige vorm eenvoudig worden opgeschreven. Laat $c_1, c_2, \cdots, c_m$ de correcties zijn die aan m waarnemingen moeten worden toegekend. De kwadratische som wordt geschreven als:

$$\sum_{i=1}^{m} c_i^2 = c_1^2 + c_2^2 + \ldots + c_m^2 \quad .$$

Voor deze uitdrukking is ook een schrijfwijze met vectoren mogelijk. Laat de vector c alle correcties bevatten:

$$c = (c_1, c_2, \cdots, c_m)^T \quad ,$$

waar de bovenindex T aanduidt dat de vector getransponeerd is. De kwadratische som kan nu worden geschreven als:

$$\sum_{i=1}^{m} c_i^2 = c^T c \quad .$$

Deze wiskundige notatie wordt hier ingevoerd, omdat de methode van de kleinste kwadraten nog iets kan worden verfijnd, waarbij deze notatie handig kan worden gebruikt. De verfijning bestaat hieruit, dat niet alle waarnemingsgrootheden een even groot gewicht hoeven te hebben. Het gewicht wordt daarbij meestal bepaald door de precisie waarmee de waarnemingen worden uitgevoerd: hoe beter de precisie, hoe groter het gewicht. Om bij de vereffening met deze gewichten rekening te houden, wordt niet de kwadratische som $c^T c$, maar de *gewogen kwadratische som* $c^T W c$ geminimaliseerd, waarbij W de gewichtsmatrix is (zie § 3.2.4).

Eén van de voordelen van de methode van de kleinste kwadraten is, dat ook voor de toetsing van de verkregen resultaten en voor de beschrijving van de kwaliteit van de verkregen resultaten standaardprocedures beschikbaar zijn. Deze komen in § 3.5 en § 3.6 aan de orde.

3.4 Vereffening

Voor de uitvoering van een vereffening moeten eerst een functiemodel en een kansmodel worden opgesteld. In de volgende paragrafen wordt een drietal mogelijke functiemodellen behandeld. In § 3.4.1 komt het model van waarnemingsvergelijkingen aan de orde, zowel de lineaire als de gelineariseerde variant, in § 3.4.2 volgt het model van voorwaardevergelijkingen en in § 3.4.3 wordt het model van waarnemingsvergelijkingen met restricties ten aanzien van de onbekenden behandeld. Ter vereenvoudiging van het op te stellen model is het soms mogelijk het model niet met alle originele waarnemingsgrootheden te vormen, maar gebruik te maken van een deelverzameling of van afgeleide grootheden. Daarbij spelen de zogenaamde gecorreleerde grootheden een rol, die in § 3.4.4 aan de orde komen.

3.4.1 Model van waarnemingsvergelijkingen

Het opstellen van het model van waarnemingsvergelijkingen begint met vast te stellen hoeveel en welke onbekenden in het model voorkomen. De onbekenden zijn de variabele grootheden binnen het wiskundige model dat het op te lossen probleem beschrijft. Meestal zijn de onbekenden, of een deel daarvan, de grootheden waar het uiteindelijk om te doen is. Zo zullen in veel geodetische probleemstellingen coördinaten als onbekenden optreden.
Vaak zullen behalve deze onbekenden ook nog onbekenden in het model aanwezig zijn, die niet van belang zijn voor het eindresultaat, maar die wel nodig zijn voor de modelbeschrijving. Men kan bijvoorbeeld denken aan onbekende instrumentele constanten, waarvan men de waarde met behulp van de metingen kan bepalen. Een ander voorbeeld vormen de oriënteringsonbekenden bij richtingsmeting.

Het model van waarnemingsvergelijkingen wordt opgesteld door de verwachtingswaarde van elke waarnemingsgrootheid te schrijven als een functie van de onbekenden. Merk op dat dit merkwaardig kan lijken, omdat men geneigd is de onbekenden op te schrijven als een functie van de (bekende) waarnemingsgrootheden. In het algemeen is het verband tussen de verwachtingswaarden van de waarnemingsgrootheden $\underline{y}$ en de onbekenden x niet lineair. De functie die dit verband beschrijft wordt aangegeven met de letter a:

$$E\{\underline{y}\} = a(x) \quad .$$

Met $E\{\underline{y}\}$ wordt de vector van verwachtingswaarden van de elementen van de vector $\underline{y}$ bedoeld. Merk op dat de functie $a(x)$ een *vectorfunctie* is, die een vector x omzet in een vector $E\{\underline{y}\}$. De vergelijking kan expliciet in de elementen van de vectoren worden uitgeschreven:

$$E\{\underline{y}\} = a(x) \quad \begin{cases} E\{\underline{y}_1\} = a_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ E\{\underline{y}_2\} = a_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ \qquad\qquad \vdots \\ E\{\underline{y}_m\} = a_m(x_1, x_2, \cdots, x_n) \end{cases} ,$$

met:

$\underline{y}_1, \underline{y}_2, \cdots, \underline{y}_m$	de elementen van de vector $\underline{y}$;
$x_1, x_2, \cdots, x_n$	de elementen van de vector x;
$a_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)$	functies die voor elke keuze van de elementen $x_1, x_2, \cdots, x_n$ een waarde voor $E\{\underline{y}_i\}$ geven (i loopt van 1 tot en met m);
m	het aantal waarnemingsgrootheden;
n	het aantal onbekenden.

Als het verband tussen de verwachtingswaarden van de waarnemingsgrootheden en de onbekenden lineair is, kan het verband als volgt worden geschreven:

$$E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \quad .$$

In dit geval stelt de letter A een matrix voor, die *modelmatrix* wordt genoemd (een andere gebruikte naam is *coëfficiëntenmatrix*). De vector a_0 is een vector van constante termen. Het uitschrijven van deze vergelijking in de elementen van de vectoren en matrices levert het volgende resultaat:

$$E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \quad \begin{cases} E\{\underline{y}_1\} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + a_{10} \\ E\{\underline{y}_2\} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n + a_{20} \\ \qquad\qquad\qquad \vdots \\ E\{\underline{y}_m\} = a_{m1}x_n + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n + a_{m0} \end{cases} ,$$

met:

$\underline{y}_1, \underline{y}_2, \ldots, \underline{y}_m$	de elementen van de vector $\underline{y}$;
$x_1, x_2, \ldots, x_n$	de elementen van de vector x;
$a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{mn}$	de elementen van de matrix A;
$a_{10}, a_{20}, \ldots, a_{m0}$	de elementen van de vector a_0.

Het *oplossen van het model* houdt in, dat gezocht wordt naar zo goed mogelijke waarden voor de onbekenden en naar zo goed mogelijke vereffende waarnemingen met als voorwaarde, dat de geschatte onbekenden en de vereffende waarnemingen aan de bovenstaande modelvergelijkingen voldoen. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van de methode van de kleinste kwadraten. Deze methode geeft zowel voor lineaire als niet-lineaire modellen een oplossing. Niet-lineaire modellen worden eerst gelineariseerd waarna de oplossingsmethode voor lineaire modellen wordt toegepast.

Voor de formulering van het lineaire model van waarnemingsvergelijkingen zijn drie varianten mogelijk:

$$E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \quad ;$$
$$\underline{y} = Ax + a_0 + \underline{e} \quad ;$$
$$\underline{\hat{y}} = A\underline{\hat{x}} + a_0 \quad .$$

De eerste variant zegt, dat verwacht wordt dat de waarnemingsgrootheden voldoen aan de wiskundige relaties, zoals die volgen uit de matrix A. De tweede variant zegt, dat de werkelijk uitgevoerde waarnemingen altijd toevallige afwijkingen zullen vertonen ten opzichte van de verwachtingswaarden. De toevallige afwijkingen vormen te zamen de vector $\underline{e}$. De derde variant tenslotte zegt, dat er voor gezorgd moet worden dat de vereffende waarnemingen aan het wiskundige model voldoen.
Door in de tweede variant voor x de schatter $\underline{\hat{x}}$ in te vullen ontstaat nog een vierde variant:

$$\underline{y} = A\underline{\hat{x}} + a_0 + \underline{\hat{e}} \quad .$$

De vector $\underline{\hat{e}}$ bevat de zogenaamde *residuen*. De residuen zijn het verschil tussen de waarnemingsgrootheden en de vereffende waarnemingsgrootheden. Als de schatting plaatsvindt via de methode van de kleinste kwadraten spreekt men van de *kleinste-kwadraten residuen* $\underline{\hat{e}}$. De residuen $\underline{\hat{e}}$ zijn gelijk aan de correcties $\underline{c}$ uit § 3.3.2, maar hebben een tegengesteld teken.

Onderstaand wordt eerst aangegeven hoe een niet-lineair model wordt gelineariseerd. Daarna volgen de formules voor de oplossing van een lineair en een gelineariseerd model volgens de methode van de kleinste kwadraten.

3.4.1.1 Gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen

De niet-lineaire vorm van het model van waarnemingsvergelijkingen wordt als volgt geschreven:

$$E\{\underline{y}\} = a(x) \quad .$$

Linearisatie van de vector $E\{\underline{y}\}$ naar de elementen van de vector x vindt plaats via ontwikkeling in een Taylorreeks. Daartoe worden eerst de volgende grootheden gedefinieerd, waarbij met x^0 de vector van benaderde waarden voor de onbekenden wordt aangeduid:

$$
\begin{aligned}
y^0 &\triangleq a(x^0) \quad ; \\
\Delta\underline{y} &\triangleq \underline{y} - a(x^0) \\
&= \underline{y} - y^0 \quad ; \\
E\{\Delta\underline{y}\} &= E\{\underline{y} - a(x^0)\} \\
&= E\{\underline{y}\} - a(x^0) \\
&= E\{\underline{y}\} - y^0 \quad ; \\
\Delta x &\triangleq x - x^0 \quad .
\end{aligned}
$$

Linearisatie van het model van waarnemingsvergelijkingen geeft dan het volgende model:

$$E\{\Delta\underline{y}\} = \delta_x a(x^0)\Delta x \quad ,$$

waarin $\delta_x a(x^0)$ de matrix is, die de partiële afgeleiden bevat van m niet-lineaire functies, samengevoegd in de vectorfunctie $a(x)$, naar n onbekenden. Deze onbekenden vormen de vector x, waarbij voor de onbekenden de benaderde waarden x^0 zijn ingevuld.

Het gelineariseerde model uitgeschreven in de elementen van de vectoren en matrices luidt:

$$
E\{\Delta\underline{y}\} = \delta_x a(x^0)\Delta x \;\Rightarrow\; \left\{
\begin{aligned}
E\{\Delta\underline{y}_1\} &= \left(\frac{\delta a_1}{\delta x_1}\right)^0 \Delta x_1 + \left(\frac{\delta a_1}{\delta x_2}\right)^0 \Delta x_2 + \ldots + \left(\frac{\delta a_1}{\delta x_n}\right)^0 \Delta x_n \\
E\{\Delta\underline{y}_2\} &= \left(\frac{\delta a_2}{\delta x_1}\right)^0 \Delta x_1 + \left(\frac{\delta a_2}{\delta x_2}\right)^0 \Delta x_2 + \ldots + \left(\frac{\delta a_2}{\delta x_n}\right)^0 \Delta x_n \\
&\vdots \\
E\{\Delta\underline{y}_m\} &= \left(\frac{\delta a_m}{\delta x_1}\right)^0 \Delta x_1 + \left(\frac{\delta a_m}{\delta x_2}\right)^0 \Delta x_2 + \ldots + \left(\frac{\delta a_m}{\delta x_n}\right)^0 \Delta x_n
\end{aligned}
\right.
$$

met:

- $\Delta\underline{y}_i$ de elementen van de vector $\Delta\underline{y}$ (met $i = 1, 2, \cdots, m$);
- $\frac{\delta a_i}{\delta x_j}$ de partiële afgeleide van a_i naar x_j (met $i = 1, 2, \cdots, m$ en $j = 1, 2, \cdots, n$);
- $(.)^0$ waarde van de partiële afgeleide, berekend uit de benaderde waarden van de onbekenden x^0;
- Δx_j de elementen van de vector Δx (met $j = 1,2,\cdots,n$);
- m het aantal waarnemingsgrootheden;
- n het aantal onbekenden.

De gelineariseerde vergelijkingen hebben precies dezelfde vorm als het lineaire model als de volgende verwisselingen plaatsvinden:

$$
\begin{aligned}
\underline{y} &\rightarrow \Delta\underline{y} \quad ; \\
x &\rightarrow \Delta x \quad ; \\
A &\rightarrow \delta_x a(x^0) \quad ; \\
a_0 &\rightarrow 0 \quad .
\end{aligned}
$$

Om de vereffening volgens de methode van de kleinste kwadraten te kunnen uitvoeren moet men nog de variantiematrix van $\Delta \underline{y}$ kennen. Hiervoor geldt:

$$\begin{aligned} D\{\Delta \underline{y}\} &= D\{\underline{y} - a(x^0)\} \\ &= D\{\underline{y}\} \\ &= Q_y \quad . \end{aligned}$$

De variantiematrix van $\Delta \underline{y}$ is dus gelijk aan de variantiematrix Q_y van de waarnemingsgrootheden $\underline{y}$.

Om met het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen te kunnen werken moet men beschikken over benaderde waarden voor de onbekenden x en voor de waarnemingen y. De benaderde waarden voor de onbekenden x kunnen in beginsel willekeurig worden gekozen, als ze maar niet ál te ver van de verwachtingswaarden van x afliggen. De benaderde waarden voor de waarnemingen y worden *niet* willekeurig gekozen, maar volgen uit de vergelijking:

$$y^0 = a(x^0) \quad .$$

Men drukt dit ook wel uit door te zeggen, dat de benaderde waarden van de waarnemingen *consistent zijn met het model*.
Voor meer ingewikkelde vereffeningsproblemen kan het vinden van geschikte benaderde waarden voor de onbekenden soms moeilijk zijn; er moeten vaak aparte berekeningen voor worden uitgevoerd. Bij een onjuiste keuze van benaderde waarden is het risico aanwezig, dat geen convergentie plaatsvindt bij de iteratie (zie § 3.4.1.4).

3.4.1.2 Oplossing van het lineaire model van waarnemingsvergelijkingen

Het lineaire model van waarnemingsvergelijkingen wordt in de HTW doorgaans geschreven in de volgende vorm:

$$E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad ,$$

met:

$\underline{y}$	de m-vector van waarnemingsgrootheden;
A	de $(m \times n)$-modelmatrix;
x	de n-vector van onbekenden;
a_0	de m-vector van constante termen;
Q_y	de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden;
m	het aantal waarnemingsgrootheden;
n	het aantal onbekenden.

De schatters van de onbekenden $\underline{\hat{x}}$, vereffende waarnemingsgrootheden $\underline{\hat{y}}$ en kleinstekwadraten residuen $\underline{\hat{e}}$ worden volgens de methode van de kleinste kwadraten als volgt berekend:

$$\underline{\hat{x}} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} (\underline{y} - a_0) \quad ;$$
$$\underline{\hat{y}} = A\underline{\hat{x}} + a_0 \quad ;$$
$$\underline{\hat{e}} = \underline{y} - \underline{\hat{y}} \quad .$$

De matrix $A^T Q_y^{-1} A$ wordt de normaalmatrix genoemd.

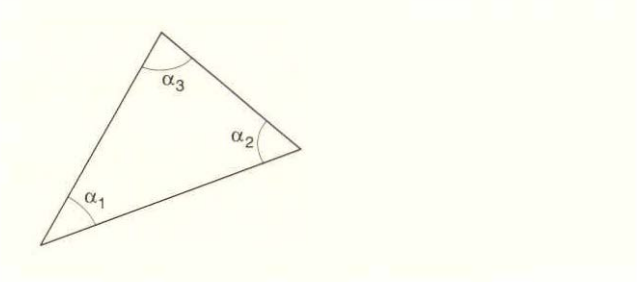
Als er meer waarnemingen zijn dan onbekenden ($m > n$) is er sprake van *overtalligheid*. Als het aantal waarnemingsgrootheden gelijk is aan het aantal onbekenden ($m = n$) is er geen overtalligheid en valt er niets te vereffenen. Wiskundig betekent dit, dat de matrix A vierkant is en dat de schatting voor x verkregen kan worden via de oplossing van n vergelijkingen met n onbekenden. Dit wordt uitgedrukt in de eenvoudige formule:

$$\underline{\hat{x}} = A^{-1}\underline{y} \quad .$$

Voorbeeld

In de driehoek, afgebeeld in figuur 3.13, zijn de drie hoeken α_1, α_2 en α_3 gemeten. De waarnemingen zijn:

$$y = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50.50 \\ 70.00 \\ 78.00 \end{pmatrix} \text{ gon} \quad .$$



Figuur 3.13: Bepaling van de vorm van een driehoek.

Gevraagd wordt naar de kleinste-kwadraten schatting van de grootte van de hoeken α_1 en α_2. Daarbij is voor de variantiematrix de eenheidsmatrix genomen ($Q_y = I_3$).
Definieer de vector van onbekenden x als:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \quad .$$

De vector van waarnemingsgrootheden $\underline{y}$ en de vector van constante termen a_0 worden gedefinieerd als:

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} \underline{y}_1 \\ \underline{y}_2 \\ \underline{y}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\alpha}_1 \\ \underline{\alpha}_2 \\ \underline{\alpha}_3 \end{pmatrix} \; ; \; a_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \text{ gon} \end{pmatrix} \quad .$$

Het aantal waarnemingen is derhalve drie ($m = 3$) en het aantal onbekenden is twee ($n = 2$). In het model van waarnemingsvergelijkingen wordt elke waarnemingsgrootheid uitgeschreven als functie van de onbekenden:

$$E\{\underline{y}_1\} = x_1 \quad ;$$
$$E\{\underline{y}_2\} = x_2 \quad ;$$
$$E\{\underline{y}_3\} = -x_1 - x_2 + 200 \quad .$$

In matrixvorm:

$$E\{\underline{y}\} = A\,x + a_0 \quad ;$$

$$E\left\{\begin{pmatrix}\underline{y}_1\\ \underline{y}_2\\ \underline{y}_3\end{pmatrix}\right\} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 200\end{pmatrix} .$$

De oplossing wordt berekend als:

$$\underline{\hat{x}} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} (\underline{y} - a_0) \quad .$$

Met $Q_y^{-1} = I_3$ geldt $A^T Q_y^{-1} = A^T$ en wordt:

$$A^T A = \begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix} \; ; \; (A^T A)^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix} \; ;$$

$$A^T(y - a_0) = \begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix}50{,}50\\ 70{,}00\\ 78{,}00\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 200\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}172{,}50\\ 192{,}00\end{pmatrix} \; ;$$

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T (y - a_0) = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}172{,}50\\ 192{,}00\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}51{,}00\\ 70{,}50\end{pmatrix} \text{ gon} \; ;$$

$$\hat{y} = A\hat{x} + a_0 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}51{,}00\\ 70{,}50\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 200\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}51{,}00\\ 70{,}50\\ 78{,}50\end{pmatrix} \text{ gon} \; ;$$

$$\hat{e} = y - \hat{y} = \begin{pmatrix}50{,}50\\ 70{,}00\\ 78{,}00\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}51{,}00\\ 70{,}50\\ 78{,}50\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-0{,}50\\ -0{,}50\\ -0{,}50\end{pmatrix} \text{ gon} \quad .$$

Met behulp van de kleinste-kwadraten vereffening zijn daarmee schattingen berekend voor de onbekenden, de waarnemingen en de kleinste-kwadraten residuen. ■

3.4.1.3 Oplossing van het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen

Laat het gelineariseerde functiemodel worden geschreven als:

$$E\{\Delta\underline{y}\} = \delta_x a(x^0)\Delta x \quad ; \quad D\{\Delta\underline{y}\} = Q_y \quad ,$$

met:

$\Delta\underline{y}$	de m-vector van toeslagen op de waarnemingsgrootheden;
y^0	de m-vector van benaderde waarnemingen;
x^0	de n-vector van benaderde waarden van de onbekenden;
$\delta_x a(x^0)$	de $(m \times n)$-modelmatrix;
Δx	de n-vector van toeslagen op de benaderde waarden van de onbekenden;
Q_y	de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden;
m	het aantal waarnemingsgrootheden;
n	het aantal onbekenden.

De schatter voor x wordt volgens de methode van de kleinste kwadraten berekend als:

$$Q_{\hat{x}} = ((\delta_x a(x^0))^T Q_y^{-1} \delta_x a(x^0))^{-1} \quad ;$$
$$\Delta\underline{\hat{x}} = Q_{\hat{x}} (\delta_x a(x^0))^T Q_y^{-1} \Delta\underline{y} \quad ;$$
$$\underline{\hat{x}} = x^0 + \Delta\underline{\hat{x}} \quad .$$

De vereffende waarnemingsgrootheden en de kleinste-kwadraten residuen worden berekend door de niet-lineaire vergelijkingen te gebruiken:

$$\underline{\hat{y}} = a(\underline{\hat{x}}) \quad ;$$
$$\underline{\hat{e}} = \underline{y} - \underline{\hat{y}} \quad .$$

Voorbeeld
De oplossing van een niet-lineair vereffeningsprobleem volgens het model van waarnemingsvergelijkingen wordt onderstaand in een aantal stappen onderverdeeld en toegelicht. Het betreft een voorwerp dat vanuit rust versneld wordt voortbewogen met een versnelling van $a = 0{,}5$ m/s^2. Als het voorwerp start in punt $p = 0$, dan is zijn positie op tijdstip t:

$$p(t) = \tfrac{1}{2}at^2 = \tfrac{1}{4}t^2 \quad .$$

Laat nu op zeker tijdstip t de positie p worden waargenomen. Zowel t als p zijn waarnemingen en worden als y_1 en y_2 aangeduid:

$$y_1 = t \quad ;$$
$$y_2 = p \quad .$$

Als waarnemingen worden geregistreerd:

$$y_1 = 2 \text{ sec.} \quad ;$$
$$y_2 = 2 \text{ m} \quad .$$

Voor het opstellen van het model van waarnemingsvergelijkingen wordt het tijdstip t gekozen als de onbekende x:

$$E\{\underline{y}_1\} = x$$
$$E\{\underline{y}_2\} = \tfrac{1}{4}x^2 \quad .$$

Duidelijk is, dat het hier voor $\underline{y}_2$ een niet-lineaire relatie betreft. De vereffening is onderstaand in twaalf stappen toegelicht.

Stap 1
Schrijf de waarnemingsgrootheden op als niet-lineaire functies van de onbekenden: dit geeft de niet-lineaire waarnemingsvergelijkingen:

$$E\{\underline{y}\} = a(x) \quad .$$

Stap 1

$$E\{\underline{y}_1\} = x$$
$$E\{\underline{y}_2\} = \tfrac{1}{4}x^2$$

Stap 2
Differentieer elke waarnemingsgrootheid naar de onbekenden:

$$dy = \delta_x a(x)\, dx \quad .$$

Stap 2

$$dy_1 = 1.dx$$
$$dy_2 = \tfrac{1}{2}x\, dx$$

Stap 3
Vervang de differentialen door stochastische differenties en vervang de onbekenden door hun benaderde waarden:

$$E\{\Delta\underline{y}\} = \delta_x a(x^0)\Delta x \quad .$$

Stap 3

$$E\{\Delta\underline{y}_1\} = \Delta x$$
$$E\{\Delta\underline{y}_2\} = \tfrac{1}{2}x^0\Delta x$$

Stap 4
Kies benaderde waarden voor de onbekenden.

Stap 4

$$x^0 = 2$$

Stap 5
Bepaal de modelmatrix van de waarnemingsvergelijkingen:

$$\delta_x a(x^0) \quad .$$

Stap 5

$$\delta_x a(x^0) = \begin{pmatrix} 1 \\ \tfrac{1}{2}x^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Stap 6
Bereken benaderde waarden voor de waarnemingen met behulp van de niet-lineaire waarnemingsvergelijkingen:

$$y^0 = a(x^0) \quad .$$

Stap 6

$$y_1^0 = 2$$
$$y_2^0 = \tfrac{1}{4}(x^0)^2 = 1$$

Stap 7
Bepaal de vector van te vereffenen waarnemingen:

$$\Delta y = y - y^0 \quad .$$

Stap 7

$$\Delta y_1 = 2 - 2 = 0$$
$$\Delta y_2 = 2 - 1 = 1$$

Stap 8
Bepaal de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden Q_y. De eenheid van de standaardafwijkingen moet gelijk zijn aan die van de waarnemingen zelf.

Stap 8

$$Q_y = I_2$$

Stap 9
Bereken de onbekenden volgens de methode van de kleinste kwadraten:

$$Q_{\hat{x}} = ((\partial_x a(x^0))^T Q_y^{-1} \partial_x a(x^0))^{-1} \quad ;$$
$$\Delta\hat{x} = Q_{\hat{x}}(\partial_x a(x^0))^T Q_y^{-1} \Delta y \quad ;$$
$$\hat{x} = x^0 + \Delta\hat{x} \quad .$$

Stap 9

$$Q_{\hat{x}} = ((1\ \ 1)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix})^{-1} = 0{,}5$$

$$\Delta\hat{x} = 0{,}5(1\ \ 1)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0{,}5$$

$$\hat{x} = x^0 + \Delta\hat{x} = 2 + 0{,}5 = 2{,}5$$

Stap 10
Bepaal de vereffende waarnemingen volgens de *niet-lineaire* waarnemingsvergelijkingen:

$$\hat{y} = a(\hat{x}) \quad .$$

Stap 10

$$\hat{y}_1 = \hat{x} = 2{,}5$$
$$\hat{y}_2 = \tfrac{1}{4}(\hat{x})^2 = 1{,}5625$$

Stap 11
Bepaal de kleinste-kwadraten residuen:

$$\hat{e} = y - \hat{y} \quad .$$

Stap 11

$$\hat{e}_1 = 2 - 2{,}5 = -0{,}5$$
$$\hat{e}_2 = 2 - 1{,}5625 = -0{,}4375$$

Stap 12
Gebruik de kleinste-kwadraten residuen om te toetsen of de waarnemingen fouten of te grote afwijkingen bevatten. Voor een nadere beschrijving van de toetsing wordt verwezen naar § 3.5.

Stap 12
–

Tenslotte
Het kan wenselijk zijn na stap 9 niet verder te gaan met stap 10, maar eerst de eerste 9 stappen te herhalen (iteratie) met de berekende waarden voor de onbekenden als nieuwe benaderde waarden totdat aan een zeker iteratiecriterium wordt voldaan. In de volgende paragraaf wordt hierop nader ingegaan. ■

3.4.1.4 Iteratie

Bij niet-lineaire modellen vindt de vereffening plaats via gelineariseerde waarnemingsvergelijkingen. In de linearisatie is gebruik gemaakt van de reeksontwikkeling van Taylor. Dit betekent, dat een restterm in de reeksontwikkeling is verwaarloosd. Daardoor is de berekende oplossing voor de onbekenden in het algemeen niet exact de juiste. Door middel van iteratie van het rekenproces met steeds betere benaderde waarden kan men steeds dichter bij de gewenste exacte oplossing komen.

De iteratieprocedure wordt beschreven aan de hand van het volgende niet-lineaire model van waarnemingsvergelijkingen:

$$E\{\underline{y}\} = a(x) \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad .$$

De waarnemingen y en de benaderde waarden van de onbekenden x^0 zijn gegeven. Op basis van dit model kan een iteratieve kleinste-kwadraten vereffening worden uitgevoerd. In de iteratieprocedure worden na elke iteratiestap nieuwe, verbeterde waarden voor de onbekenden berekend. De iteratieprocedure wordt net zolang voortgezet totdat

de nieuwe benaderde waarden weinig afwijken van de voorgaande waarden. In dat geval *convergeert* de oplossing.
De iteratieprocedure wordt beschreven in het navolgende rekenschema. De rekenstappen worden aangegeven met een teller i voor het aantal iteraties. Voor de eerste berekeningsstap geldt $i = 0$. Na twee berekeningsstappen is er dus sprake van één iteratie. In het rekenschema worden de onbekenden aangeduid als x en hun berekende waarde als $\hat{x}^i$, waarbij de bovenindex i het aantal uitgevoerde iteraties aangeeft.

Iteratieprocedure

1 Uitgangssituatie, waarbij beschikbaar zijn:
- benaderde waarden voor de onbekenden x^0;
- waarnemingen y.

$i = 0$.

2 Berekening van de benaderde waarnemingen en de toeslagen op de waarnemingen:

$$y^i = a(x^i) \quad ; \quad \Delta y^i = y - y^i \quad .$$

3 Opstelling van gelineariseerde modelmatrix $\delta_x a(x^i)$.

4 Berekening van de onbekenden:

$$Q^i_{\hat{x}} = ((\delta_x a(x^i))^T Q_y^{-1} \delta_x a(x^i))^{-1} \quad ;$$
$$\Delta\hat{x}^{i+1} = Q^i_{\hat{x}} (\delta_x a(x^i))^T Q_y^{-1} \Delta y^i \text{ (geschatte toeslagen op de onbekenden);}$$
$$\hat{x}^{i+1} = x^i + \Delta\hat{x}^{i+1} \text{ (geschatte onbekenden).}$$

5 Als $(\Delta\hat{x}^{i+1})^T (Q^i_{\hat{x}})^{-1} \Delta\hat{x}^{i+1} > \varepsilon$ (met ε het convergentiecriterium):
- begin van de volgende iteratiestap: $i = i + 1$;
- keuze verbeterde benaderde waarden: $x^i = \hat{x}^i$;
- ga naar stap 2 (uitvoering volgende iteratiestap).

6 Berekening van de kleinste-kwadraten schatting van de onbekenden en de variantiematrix van de onbekenden:

$$\hat{x} = \hat{x}^{i+1} \quad ;$$
$$Q_{\hat{x}} = Q^i_{\hat{x}} \quad .$$

De iteratieprocedure wordt gestopt als het verschil tussen de berekende benaderde waarden in twee berekeningsstappen kleiner is dan het zogenaamde *convergentiecriterium* ε. Gebruikelijke waarden voor dit criterium zijn $\varepsilon = 10^{-5}$ of $\varepsilon = 10^{-6}$. Merk op dat na één berekening nog niet is te bepalen of er sprake is van convergentie. Daarvoor zijn minimaal twee berekeningen, en dus één iteratie nodig. Als er bijvoorbeeld vier iteraties zijn uitgevoerd, heeft men vijf berekeningen achter de rug!
Als de oorspronkelijke benaderde waarden redelijk goed zijn, zal al na één of slechts enkele iteraties de oplossing convergeren. Hoe beter de benaderde waarden van de onbekenden zijn, hoe minder iteratiestappen hoeven te worden uitgevoerd.
In de praktijk komt het soms voor dat de oplossing niet convergeert. Dit kan bijvoorbeeld het gevolg zijn van slecht gekozen benaderde waarden of blunders (zoals verwisse-

lingen van puntnummers bij een netwerkvereffening). Daarom wordt naast het convergentiecriterium doorgaans ook een bepaald aantal iteraties als stopcriterium gehanteerd.

Men kan de vraag stellen of na iedere iteratiestap een toetsing van de waarnemingen moet plaatsvinden. Daarvoor moeten twee situaties worden onderscheiden.

1 Iteratie is noodzakelijk, omdat de benaderde waarden x^0 te slecht waren. Toetsing moet dan pas plaatsvinden als alle iteratieslagen zijn doorlopen.
2 Aan het convergentiecriterium wordt na één iteratie niet voldaan, omdat er fouten in de waarnemingen zitten. In dit geval moet de toetsing al na één berekening worden uitgevoerd om de fouten op te sporen. Eerst itereren zorgt voor een te veel 'uitsmeren' van de fouten over de andere waarnemingen, zodat de fout niet meer goed is op te sporen.

Bij de opsporing van fouten in de waarnemingen kan vaak profijtelijk gebruik worden gemaakt van de vector Δy, die de verschillen bevat tussen de waarnemingen en de benaderde waarden voor de waarnemingen. Relatief grote waarden voor één of meer elementen van de vector Δy zijn vaak een indicatie voor fouten in de bijbehorende waarnemingen.

3.4.1.5 Bepaling van de variantiematrices

In § 3.4.1.2 en § 3.4.1.3 is beschreven hoe voor het lineaire respectievelijk het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen een oplossing voor de onbekenden wordt berekend. Daarbij is de berekening van de vector $\underline{\hat{x}}$, dat wil zeggen de vector met de schatters van de onbekenden, uitgewerkt en vervolgens de berekening van $\underline{\hat{y}}$, de vector van vereffende waarnemingsgrootheden en de berekening van $\underline{\hat{e}}$, de vector van kleinstekwadraten residuen.
Voor de beschrijving van de *kwaliteit* van de berekeningsresultaten is het noodzakelijk de precisie te bepalen en wel in de vorm van varianties en covarianties (zie ook § 3.6). De formules voor de berekening van de variantiematrices van $\underline{\hat{x}}$, $\underline{\hat{y}}$ en $\underline{\hat{e}}$ worden afgeleid door de voortplantingswetten toe te passen op de formules voor de berekening van $\underline{\hat{x}}$, $\underline{\hat{y}}$ en $\underline{\hat{e}}$. In de formules voor de varianties en covarianties wordt uitgegaan van de formulering van het model van waarnemingsvergelijkingen in de volgende vorm:

$$E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad ,$$

met:

$\underline{y}$	de m-vector van waarnemingsgrootheden;
A	de $(m \times n)$-modelmatrix;
x	de n-vector van onbekenden;
a_0	de m-vector van constante termen;
Q_y	de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden;
m	het aantal waarnemingsgrootheden;
n	het aantal onbekenden.

De resultaten van de toepassing van de voortplantingswet van de varianties op de vereffeningsformules zijn:

$Q_{\hat{x}} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1}$ $(n \times n)$-variantiematrix van de onbekenden;

$Q_{\hat{y}} = A Q_{\hat{x}} A^T$ $(m \times m)$-variantiematrix van de vereffende waarnemingsgrootheden;

$Q_{\hat{e}} = Q_y - Q_{\hat{y}}$ $(m \times m)$-variantiematrix van de kleinste-kwadraten residuen.

De schatters van de onbekenden en de kleinste-kwadraten residuen correleren niet, zodat:

$$Q_{\hat{x}\hat{e}} = 0 \quad .$$

3.4.2 Model van voorwaardevergelijkingen

Het functiemodel kan worden opgesteld door uit te gaan van de relaties die tussen de waarnemingsgrootheden gelden. Er is dan sprake van een *model van voorwaardevergelijkingen*. Het model legt de voorwaarden tussen de waarnemingsgrootheden vast. In een driehoek moet bijvoorbeeld gelden dat de som van de drie hoeken 200 gon is. Als de drie hoeken door een landmeter gemeten zouden worden, dan zal de som van de drie gemeten hoeken niet precies 200 gon zijn. De rest die overblijft wordt aangeduid als de *sluitterm*. Grove of systematische fouten kunnen een oorzaak van sluittermen zijn, maar ook toevallige afwijkingen. Omdat de geformuleerde verbanden slechts een model zijn van de werkelijkheid en er nooit volledige overeenstemming is tussen model en werkelijkheid, zijn toevallige, stochastische afwijkingen tussen werkelijkheid en model onvermijdelijk.
In deze paragraaf komt de wiskundige formulering aan de orde van het model van voorwaardevergelijkingen.

Het verband tussen de waarnemingsgrootheden wordt in het vervolg aangeduid als een *voorwaarde*. Omdat de voorwaarde wordt geformuleerd als onderdeel van een wiskundig model, wordt hij opgeschreven als een verband tussen de verwachtingswaarden van de waarnemingsgrootheden. Het aantal voorwaarden in het wiskundige model wordt aangegeven met de letter b. De waarnemingsgrootheden zelf worden samengenomen in een vector $\underline{y}$. In het algemeen zijn de voorwaarden niet lineair. Een stelsel van niet-lineaire voorwaarden wordt als volgt genoteerd:

$$b(E\{\underline{y}\}) = 0 \quad .$$

Met $E\{\underline{y}\}$ wordt de vector van verwachtingswaarden van de elementen van de vector $\underline{y}$ bedoeld. Merk op dat de functie $b(E\{\underline{y}\})$ een *vector* is, die evenveel elementen bevat als er verbanden (voorwaarden) tussen de elementen van $E\{\underline{y}\}$ zijn. De vergelijking kan expliciet in de elementen van de vectoren worden uitgeschreven:

$$b(E\{\underline{y}\}) = 0 \quad \begin{cases} b_1(E\{\underline{y}_1\}, E\{\underline{y}_2\}, \cdots, E\{\underline{y}_m\}) = 0 \\ b_2(E\{\underline{y}_1\}, E\{\underline{y}_2\}, \cdots, E\{\underline{y}_m\}) = 0 \\ \vdots \\ b_b(E\{\underline{y}_1\}, E\{\underline{y}_2\}, \cdots, E\{\underline{y}_m\}) = 0 \end{cases} ,$$

met:

$E\{\underline{y}_1\},E\{\underline{y}_2\},\cdots,E\{\underline{y}_m\}$	de elementen van de vector $E\{\underline{y}\}$;
$b_i(y_1,y_2,\cdots,y_m)$	functies van m variabelen $y_1,y_2,\cdots,y_m$ (i loopt van 1 tot en met b, met b het aantal voorwaarden);
m	het aantal waarnemingsgrootheden.

Als de voorwaarden tussen de verwachtingswaarden van de waarnemingsgrootheden lineair zijn, wordt het verband als volgt geschreven:

$$B^T E\{\underline{y}\} - b_0 = 0 \quad .$$

In dit geval stelt de letter B een matrix voor, die *modelmatrix* wordt genoemd (een andere gebruikte naam is *coëfficiëntenmatrix*). Om hier niet terzake doende redenen wordt in de formule niet de matrix B, maar diens getransponeerde B^T gebruikt. De vector b_0 is een vector van constante termen. Het uitschrijven van deze vergelijking in de elementen van de vectoren en matrices levert het volgende resultaat:

$$B^T E\{\underline{y}\} - b_0 = 0 \quad \begin{cases} b_{11}E\{\underline{y}_1\} + b_{12}E\{\underline{y}_2\} + \cdots + b_{1m}E\{\underline{y}_m\} - b_{10} = 0 \\ b_{21}E\{\underline{y}_1\} + b_{22}E\{\underline{y}_2\} + \cdots + b_{2m}E\{\underline{y}_m\} - b_{20} = 0 \\ \vdots \\ b_{b1}E\{\underline{y}_1\} + b_{b2}E\{\underline{y}_2\} + \cdots + b_{bm}E\{\underline{y}_m\} - b_{b0} = 0 \end{cases} ,$$

met:

$E\{\underline{y}_1\},E\{\underline{y}_2\},\cdots,E\{\underline{y}_m\}$	de elementen van de vector $E\{\underline{y}\}$;
$b_{11},b_{12},\cdots,b_{bm}$	de elementen van de matrix B^T;
$b_{10},b_{20},\cdots,b_{b0}$	de elementen van de vector b_0.

Het oplossen van het model houdt in, dat gezocht wordt naar zo goed mogelijk vereffende waarnemingen met als eis, dat ze aan de bovenstaande modelvergelijkingen voldoen. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van de methode van de kleinste kwadraten. Omdat het gelineariseerde model van voorwaardevergelijkingen in de HTW geen toepassing vindt, blijft de behandeling ervan hier achterwege.

Voor de formulering van het lineaire model van voorwaardevergelijkingen zijn drie varianten mogelijk:

$$B^T E\{\underline{y}\} - b_0 = 0 \quad ;$$
$$B^T \underline{y} - b_0 = \underline{t} \quad ;$$
$$B^T \underline{\hat{y}} - b_0 = 0 \quad .$$

De eerste variant zegt dat wordt verwacht, dat de waarnemingsgrootheden voldoen aan de voorwaarden, zoals die volgen uit de matrix B. De tweede variant zegt dat de werkelijk uitgevoerde waarnemingen altijd toevallige afwijkingen zullen vertonen ten opzichte van de verwachtingswaarden. De toevallige afwijkingen veroorzaken een *vector van sluittermen* of *tegenspraken*, $\underline{t}$. De derde variant tenslotte zegt dat er voor wordt gezorgd, dat de vereffende waarnemingen zodanig zijn, dat die wel aan de voorwaarden voldoen.
De vereffende waarnemingsgrootheden ontstaan door van de oorspronkelijke waarne-

mingsgrootheden $\underline{y}$ de schatters van de toevallige afwijkingen, de *kleinste-kwadraten residuen* $\underline{\hat{e}}$ af te trekken:

$$\underline{\hat{y}} = \underline{y} - \underline{\hat{e}} \quad .$$

Door dit in de derde variant voor $\underline{\hat{y}}$ in te vullen en vervolgens de tweede variant te gebruiken, ontstaat nog een vierde variant:

$$B^T\underline{\hat{e}} = \underline{t} \quad .$$

Het model van voorwaardevergelijkingen is nauw verbonden met het model van waarnemingsvergelijkingen. Elk probleem dat in de vorm van een model van waarnemingsvergelijkingen kan worden geformuleerd, kan ook als model van voorwaardevergelijkingen worden geschreven. De vereffeningsresultaten volgens de methode van de kleinste kwadraten zijn voor beide modellen identiek. Het verband tussen beide modellen komt tot uitdrukking in de relaties:

$$B^TA = 0 \quad ; \quad B^Ta_0 = b_0 \quad ,$$

die gelden voor elke matrix B^T en vector b_0 van een model van voorwaardevergelijkingen en de bijbehorende matrix A en vector a_0 van het model van waarnemingsvergelijkingen.

3.4.2.1 Oplossing van het lineaire model van voorwaardevergelijkingen

Het model van voorwaardevergelijkingen wordt doorgaans opgeschreven in de volgende vorm:

$$B^TE\{\underline{y}\} - b_0 = 0 \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad ,$$

met:

$\underline{y}$	de m-vector van waarnemingsgrootheden;
B^T	de $(b \times m)$-modelmatrix;
b_0	de b-vector van constante termen;
Q_y	de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden;
b	het aantal voorwaarden;
m	het aantal waarnemingsgrootheden.

De schatters van de kleinste-kwadraten residuen $\underline{\hat{e}}$ en de vereffende waarnemingsgrootheden $\underline{\hat{y}}$ worden volgens de methode van de kleinste kwadraten berekend als:

$$\begin{aligned}
\underline{t} &= B^T\underline{y} - b_0 \quad ; \\
Q_t &= B^TQ_yB \quad ; \\
\underline{\hat{e}} &= Q_yBQ_t^{-1}\underline{t} \quad ; \\
\underline{\hat{y}} &= \underline{y} - \underline{\hat{e}} \quad .
\end{aligned}$$

Hierbij is $\underline{t}$ de vector van sluittermen.

Voorbeeld
Uitgangspunt is het voorbeeld dat in § 3.4.1.2 is behandeld, waarbij in een driehoek drie hoeken zijn gemeten: $\alpha_1 = 50{,}50$ gon, $\alpha_2 = 70{,}00$ gon, $\alpha_3 = 78{,}00$ gon. Alle hoeken zijn met een gelijke precisie gemeten en zonder correlatie. Het aantal waarnemingsgrootheden is derhalve drie ($m = 3$) en het aantal voorwaarden is één ($b = 1$).
De voorwaarde die tussen de hoeken geldt is, dat de som 200 gon is:

$$E\{\underline{y}_1\} + E\{\underline{y}_2\} + E\{\underline{y}_3\} - 200 \text{ gon} = 0 \quad .$$

In matrixvorm:

$$(1 \;\; 1 \;\; 1)\, E\{ \begin{pmatrix} \underline{y}_1 \\ \underline{y}_2 \\ \underline{y}_3 \end{pmatrix} \} - 200 \text{ gon} = 0 \quad .$$

De modelmatrix B^T en de vector van constante termen b_0 zijn dus:

$$B^T = (1 \;\; 1 \;\; 1) \;\; ; \;\; b_0 = 200 \text{ gon}.$$

Met $Q_y = I_3$ geldt $Q_y B = B$ en wordt:

$$t = B^T y - b_0 = (1 \;\; 1 \;\; 1) \begin{pmatrix} 50{,}50 \\ 10{,}00 \\ 78{,}00 \end{pmatrix} - 200 = -1{,}50 \text{ gon} \;\; ;$$

$$Q_t = B^T Q_y B = (1 \;\; 1 \;\; 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \;\; ;$$

$$\hat{e} = Q_y B Q_t^{-1} t = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} \cdot (-1{,}50) = \begin{pmatrix} -0{,}50 \\ -0{,}50 \\ -0{,}50 \end{pmatrix} \text{ gon} \;\; ;$$

$$\hat{y} = y - \hat{e} = \begin{pmatrix} 50{,}50 \\ 70{,}00 \\ 78{,}00 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0{,}50 \\ -0{,}50 \\ -0{,}50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 51{,}00 \\ 70{,}50 \\ 78{,}50 \end{pmatrix} \text{ gon} \quad .$$

Dit is hetzelfde resultaat als in § 3.4.1.2. ■

3.4.2.2 Bepaling van de variantiematrices

Voor de beschrijving van de *kwaliteit* van de berekeningsresultaten is het noodzakelijk de precisie van de resultaten te bepalen en wel in de vorm van varianties en covarianties. De formules voor de berekening van de variantiematrices van de sluittermen $\underline{t}$, de kleinste-kwadraten residuen $\underline{\hat{e}}$ en de vereffende waarnemingsgrootheden $\underline{\hat{y}}$ worden afgeleid door de voortplantingswetten toe te passen op de formules voor de berekening van $\underline{t}$, $\underline{\hat{e}}$ en $\underline{\hat{y}}$. In de formules voor de varianties en covarianties wordt uitgegaan van de formulering van het model van voorwaardevergelijkingen in de volgende vorm:

$$B^T E\{\underline{y}\} - b_0 = 0 \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad ,$$

met:

$\underline{y}$ de m-vector van waarnemingsgrootheden;
B^T de $(b \times m)$-modelmatrix;
b_0 de b-vector van constante termen;
Q_y de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden;
b het aantal voorwaarden;
m het aantal waarnemingsgrootheden.

De resultaten van het toepassen van de voortplantingswet van varianties op de vereffeningsformules zijn:

$Q_t = B^T Q_y B$ $(b \times b)$-variantiematrix van de sluittermen;

$Q_{\hat{e}} = Q_y B Q_t^{-1} B^T Q_y$ $(m \times m)$-variantiematrix van de kleinste-kwadraten residuen;

$Q_{\hat{y}} = Q_y - Q_{\hat{e}}$ $(m \times m)$-variantiematrix van de vereffende waarnemingsgrootheden.

De schatters van de vereffende waarnemingsgrootheden en de kleinste-kwadraten residuen correleren niet, zodat:

$$Q_{\hat{y}\hat{e}} = 0 \quad .$$

3.4.3 Model van waarnemingsvergelijkingen met restricties

Bij het model van waarnemingsvergelijkingen met restricties worden de waarnemingsvergelijkingen uitgeschreven zoals dat ook bij het model van waarnemingsvergelijkingen zonder restricties gebeurt. Daarnaast worden echter ten aanzien van de onbekenden nog extra voorwaarden, de zogenaamde restricties, geformuleerd. De onbekenden worden nu zo berekend, dat aan het vereffeningsprincipe van de methode van de kleinste kwadraten wordt voldaan *onder de voorwaarde* dat de berekende onbekenden aan de geformuleerde restricties voldoen. Een geodetische toepassing hiervan is de tweede-fase vereffening van een detailgrondslagnet. De restricties, die hier kunnen worden ingevoerd, zorgen er voor dat de berekende coördinaten van de aansluitingspunten niet wijzigen ten opzichte van de gegeven waarden (zie bijvoorbeeld § 4.6.1 en § 5.3.4). De gegeven coördinaten van de aansluitingspunten zijn stochastische grootheden, waarvoor varianties en covarianties in het kansmodel worden ingevoerd. Als de restricties zouden ontbreken, krijgen de gegeven coördinaten na de vereffening afwijkende vereffende waarden.

In formulevorm worden de waarnemingsvergelijkingen en de restricties geschreven als:

$$\begin{cases} E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \;\; ; \;\; D\{\underline{y}\} = Q_y \;\; ; \\ B^T x = b_0 \;\; , \end{cases}$$

met:

$\underline{y}$	de m-vector van waarnemingsgrootheden;
A	de $(m \times n)$-modelmatrix;
x	de n-vector van onbekenden;
a_0	de m-vector van constante termen;
Q_y	de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden;
B^T	de $(r \times n)$-matrix met de coëfficiënten van restricties;
b_0	de r-vector van constante termen;
m	het aantal waarnemingsgrootheden;
r	het aantal restricties;
n	het aantal onbekenden.

Hierbij is er van uitgegaan dat zowel de waarnemingsvergelijkingen als de restricties lineair zijn. Eventuele niet-lineaire waarnemingsvergelijkingen kunnen eerst worden gelineariseerd. Niet-lineaire restricties kunnen op vergelijkbare wijze worden gelineariseerd.

Om het model van waarnemingsvergelijkingen met restricties op te lossen met behulp van de methode van de kleinste kwadraten zijn r hulpgrootheden, samengenomen in een vector $\underline{k}$, noodzakelijk. Het zijn de zogenaamde Lagrange-multiplicatoren. De onbekenden worden geschat door het volgende stelsel vergelijkingen op te lossen:

$$\begin{pmatrix} (A^T Q_y^{-1} A) & B \\ B^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}} \\ \underline{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T Q_y^{-1} (\underline{y} - a_0) \\ b_0 \end{pmatrix} .$$

Het stelsel bevat evenveel vergelijkingen als onbekenden en is daarom oplosbaar. Dit wordt in het volgende voorbeeld geïllustreerd.

Voorbeeld

In een gelijkbenige driehoek zijn drie hoeken gemeten: $\alpha_1 = 78$ gon, $\alpha_2 = 82$ gon, $\alpha_3 = 37$ gon; alle met een gelijke precisie en zonder onderlinge correlatie. De hoeken kunnen worden vereffend volgens het model van waarnemingsvergelijkingen, waarbij α_1 en α_2 als de twee onbekenden worden genomen. De bijbehorende modelmatrix A en vector a_0 zijn in het voorbeeld van § 3.4.1.2 afgeleid als:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} , \quad a_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} .$$

Hieruit volgt:

$$A^T Q_y^{-1} A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \;\; ; \;\; A^T (y - a_0) = \begin{pmatrix} 241 \\ 245 \end{pmatrix} .$$

De driehoek is echter een gelijkbenige driehoek en daarom behoren α_1 en α_2 even groot te zijn. Dit wordt geformuleerd door middel van een restrictie:

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 0 \quad , \quad \text{ofwel} \quad \underbrace{(1 \;\; -1)}_{B^T} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \underline{\alpha} \end{pmatrix} = 0 \quad .$$

Hieruit volgt:

$$\begin{pmatrix} (A^T Q_y^{-1} A) & B \\ B^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}} \\ \underline{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{\alpha}}_1 \\ \underline{\hat{\alpha}}_2 \\ \underline{k} \end{pmatrix}$$

en

$$\begin{pmatrix} A^T Q_y^{-1} (y - a_0) \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 241 \\ 245 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

De oplossing wordt als volgt berekend:

$$\begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 241 \\ 245 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \\ 3 & -3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 241 \\ 245 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 81 \\ 81 \\ -2 \end{pmatrix} ,$$

waaruit volgt dat voor beide hoeken α_1 en α_2 de vereffende waarde 81 gon is en inderdaad aan de restrictie is voldaan. ■

3.4.4 Gecorreleerde grootheden

Het kan gebeuren dat er stochastische grootheden zijn die afhankelijk zijn van de waarnemingsgrootheden die in een vereffening optreden. Doordat de waarnemingsgrootheden middels de kleinste-kwadraten residuen worden gecorrigeerd, zullen ook de afhankelijke grootheden gecorrigeerd moeten worden. Dergelijke afhankelijke grootheden worden aangeduid als *gecorreleerde grootheden*. De afhankelijkheid kan worden veroorzaakt door een bekend functioneel verband tussen de vereffende en de gecorreleerde grootheden, maar ook door een verband dat slechts in stochastische termen, dat wil zeggen als stochastische correlatie, is te beschrijven. In beide gevallen worden de kleinste-kwadraten residuen van de gecorreleerde grootheden berekend met behulp van de stochastische correlatie tussen de gecorreleerde en de vereffende grootheden.

Gecorreleerde grootheden vinden in de HTW toepassing bij aansluitingsvereffeningen (hoofdstuk 4) waarbij voor de coördinaten van aansluitingspunten kleinste-kwadraten residuen worden berekend. De coördinaten van niet-aansluitingspunten leveren geen bijdrage aan de overtalligheid van het vereffeningsprobleem en kunnen derhalve uit de vereffening worden weggelaten. Deze coördinaten kunnen echter gecorreleerd zijn met

de coördinaten van de aansluitingspunten. Voor deze coördinaten kunnen derhalve wél kleinste-kwadraten residuen worden berekend: het zijn gecorreleerde grootheden. De niet-aansluitingspunten hebben dus geen invloed op de berekening van de onbekenden in het vereffeningsprobleem, maar worden wél beïnvloed door de resultaten van de vereffening.

Er worden drie varianten van gecorreleerde grootheden onderscheiden:

1 *Samenstellende grootheden*
In het vereffeningsprobleem treden waarnemingsgrootheden op, die zijn samengesteld uit, dat wil zeggen een functie zijn van, andere stochastische grootheden; deze andere grootheden zijn de samenstellende grootheden.
De samenstellende grootheid wordt geïllustreerd met een hoek. Een hoek is het verschil van twee richtingen, waarbij de richtingen de samenstellende grootheden zijn.

2 *Afgeleide grootheden*
Afgeleide grootheden zijn stochastische grootheden die worden berekend als een functie van de waarnemingsgrootheden die in het vereffeningsprobleem optreden.
Een voorbeeld van een afgeleide grootheid is de oppervlakte van een perceel die wordt berekend uit omtrekscoördinaten, waarbij de omtrekscoördinaten de waarnemingsgrootheden zijn.

3 *Vrije grootheden*
Vrije grootheden zijn stochastische grootheden waarvan niet een rechtstreeks functioneel verband met de waarnemingsgrootheden bekend is. De correlaties tussen de vrije grootheden en de waarnemingsgrootheden zijn in de vorm van covarianties wel bekend.
In het hiervoor genoemde voorbeeld van de correlatie tussen niet-aansluitingspunten en aansluitingspunten zijn de niet-aansluitingspunten vrije grootheden. De covarianties tussen de aansluitingspunten en vrije grootheden worden berekend met een covariantiefunctie. Deze beschrijft de covariantie als functie van de afstand tussen beide punten.

De berekening van de kleinste-kwadraten residuen van gecorreleerde grootheden vindt plaats met de hierna volgende formules. Uitgegaan wordt van waarnemingsgrootheden $\underline{y}$ met een variantiematrix Q_y waarvoor in een vereffening kleinste-kwadraten residuen $\underline{\hat{e}}$ zijn berekend. Voor met $\underline{y}$ gecorreleerde grootheden $\underline{y}_R$ (met de R van Relatie) kunnen kleinste-kwadraten residuen $\underline{\hat{e}}_R$ worden berekend. Daarbij speelt de matrix Q_{Ry} een essentiële rol. Deze matrix beschrijft de correlatie tussen de waarnemingsgrootheden $\underline{y}$ en de gecorreleerde grootheden $\underline{y}_R$. De matrix Q_{Ry} is bekend uit voorgaande berekeningen of wordt opgesteld op basis van een covariantiefunctie.
Uitgaande van de berekende kleinste-kwadraten residuen $\underline{\hat{e}}$ en de matrix Q_{Ry} worden de kleinste-kwadraten residuen van de gecorreleerde grootheden berekend als:

$$\underline{\hat{e}}_R = Q_{Ry} Q_y^{-1} \underline{\hat{e}} \quad .$$

Hiermee worden vervolgens de vereffende gecorreleerde grootheden berekend als:

$$\underline{\hat{y}}_R = \underline{y}_R - \underline{\hat{e}}_R \quad .$$

Hierbij zijn:

$\underline{y}$	de m-vector van in het vereffeningsmodel voorkomende waarnemingsgrootheden;
Q_y	de variantiematrix van $\underline{y}$;
$\underline{\hat{e}}$	de in de vereffening berekende kleinste-kwadraten residuen van $\underline{y}$;
$\underline{y}_R$	de r-vector van de gecorreleerde grootheden;
$\underline{\hat{y}}_R$	de r-vector van de vereffende gecorreleerde grootheden;
$Q_{R\underline{y}}$	de $r \times m$-matrix van covarianties tussen $\underline{y}_R$ en $\underline{y}$;
$\underline{\hat{e}}_R$	de kleinste-kwadraten residuen van de gecorreleerde grootheden;
m	het aantal waarnemingsgrootheden;
r	het aantal gecorreleerde grootheden.

Met een voorbeeld van een afgeleide grootheid worden de formules toegelicht.

Voorbeeld

Uitgegaan wordt van het voorbeeld, dat in § 3.4.1.2 is behandeld. In dat voorbeeld zijn in een driehoek drie hoeken gemeten: $\alpha_1 = 50{,}50$ gon, $\alpha_2 = 70{,}00$ gon, $\alpha_3 = 78{,}00$ gon, alle met een gelijke precisie en zonder correlatie. Vereffening van deze hoeken onder de voorwaarde, dat zij te zamen 200 gon moeten zijn, levert de volgende vector van kleinste-kwadraten residuen $\underline{\hat{e}}$ en de daaruit volgende vector van vereffende waarnemingen $\underline{\hat{y}}$:

$$\underline{\hat{e}} = \begin{pmatrix} -0{,}50 \\ -0{,}50 \\ -0{,}50 \end{pmatrix} \text{ gon} \quad , \quad \underline{\hat{y}} = \begin{pmatrix} 51{,}00 \\ 70{,}50 \\ 78{,}00 \end{pmatrix} \text{ gon} \quad .$$

Verondersteld wordt nu, dat het gewenst is, om welke reden dan ook, de som van de hoeken α_1 en α_2 te berekenen. Eenvoudig is in te zien, dat de som van de twee vereffende waarden oplevert:

$$51{,}00 + 70{,}50 = 121{,}50 \text{ gon} \quad ,$$

hetgeen de vereffende waarde van de som van α_1 en α_2 is. Deze waarde kan ook worden berekend door de som van α_1 en α_2 te zien als een gecorreleerde grootheid $\underline{y}_R$:

$$\underbrace{\underline{\alpha}_1 + \underline{\alpha}_2}_{\underline{y}_R} = \underbrace{(1 \;\; 1)}_{R} \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\alpha}_1 \\ \underline{\alpha}_2 \end{pmatrix}}_{\underline{y}} \quad .$$

De waarde van y_R vóór de vereffening is $y_R = 50{,}50 + 70{,}00 = 120{,}50$ gon. De schatters van de gecorreleerde grootheden $\underline{\hat{y}}_R$ worden berekend met:

$$\underline{\hat{y}}_R = \underline{y}_R - \underline{\hat{e}}_R \quad .$$

Om $\underline{\hat{e}}_R$ te berekenen moet Q_{Ry} worden bepaald en daarvoor moet de voortplantingswet (zie § 3.2.5) worden toegepast. Daarbij wordt de volgende vanzelfsprekende relatie gebruikt:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\alpha}_1 \\ \underline{\alpha}_2 \end{bmatrix}}_{\underline{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{I} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\alpha}_1 \\ \underline{\alpha}_2 \end{bmatrix}}_{\underline{y}} .$$

Omdat de drie hoeken met gelijke precisie en zonder correlatie zijn gemeten, geldt $Q_y = I$.
Q_{Ry} wordt berekend door toepassing van de voortplantingswet:

$$\left.\begin{aligned} \underline{y}_R &= R\underline{y} \\ \underline{y} &= I\underline{y} \end{aligned}\right\} \Rightarrow Q_{Ry} = RQ_y I^T = (1\ \ 1) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (1\ \ 1) \ .$$

Vervolgens wordt het kleinste-kwadraten residu van de gecorreleerde grootheid bepaald:

$$\hat{e}_R = Q_{Ry} Q_y^{-1} \hat{e} = (1\ \ 1) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0{,}50 \\ -0{,}50 \end{bmatrix} = -1{,}00 \text{ gon} \ .$$

Hieruit kan de vereffende waarde van y_R worden berekend als:

$$\hat{y}_R = y_R - \hat{e}_R = 120{,}50 - (-1{,}00) = 121{,}50 \text{ gon} \ .$$

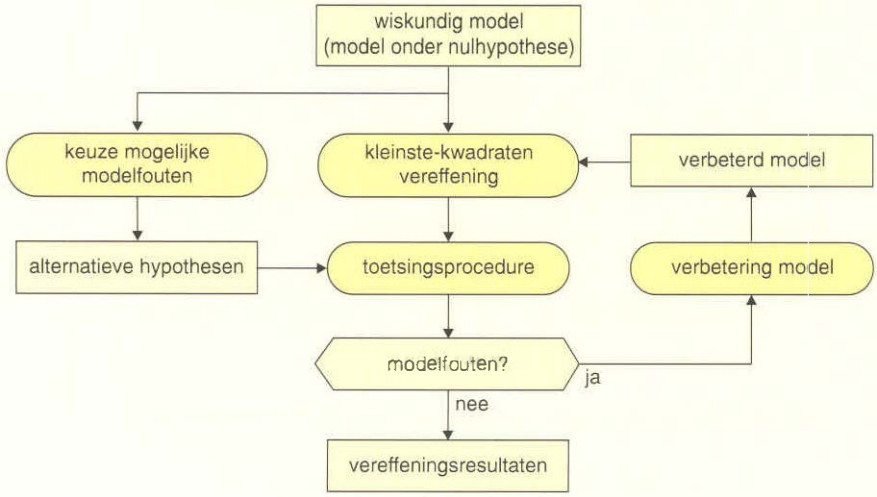
Dit resultaat stemt overeen met het eerder berekende resultaat. ■

3.5 Toetsing

Als de relaties tussen waarnemingsgrootheden en onbekenden zijn vastgelegd in een wiskundig model kunnen zij worden vereffend volgens de methode van de kleinste kwadraten. Deze methode levert, onder zekere voorwaarden, de beste resultaten. Eén van de voorwaarden is, dat het gehanteerde model juist is. Eventuele modelfouten moeten daarom worden ontdekt, opgespoord en verwijderd. De doelstelling van de toetsing is de opsporing van fouten in het wiskundige model. Als zodanig kan de toetsing worden beschouwd als de *kwaliteitscontrole* van het vereffeningsproces.

Toetsing is in de HTW gebaseerd op de formulering van hypothesen. Men beslist op grond van de vereffeningsresultaten of het gebruikte wiskundige model correct is of dat het model niet correct is. In essentie gebeurt dit door te beoordelen of de kleinste-kwadraten residuen groter zijn dan verwacht kan worden. Het bij de vereffening gebruikte model wordt het model onder de nulhypothese of kortweg de *nulhypothese* genoemd. Deze hypothese veronderstelt dat het gebruikte model juist is. Als de nulhypothese niet correct is, ligt hieraan een modelfout ten grondslag. Een veronderstelling omtrent een modelfout wordt een *alternatieve hypothese* genoemd. Als de nulhypothese onjuist is, moet de oorzaak van de fout in het model opgespoord worden. In de praktijk heeft men te maken met meerdere mogelijke modelfouten, die elk worden beschreven met een

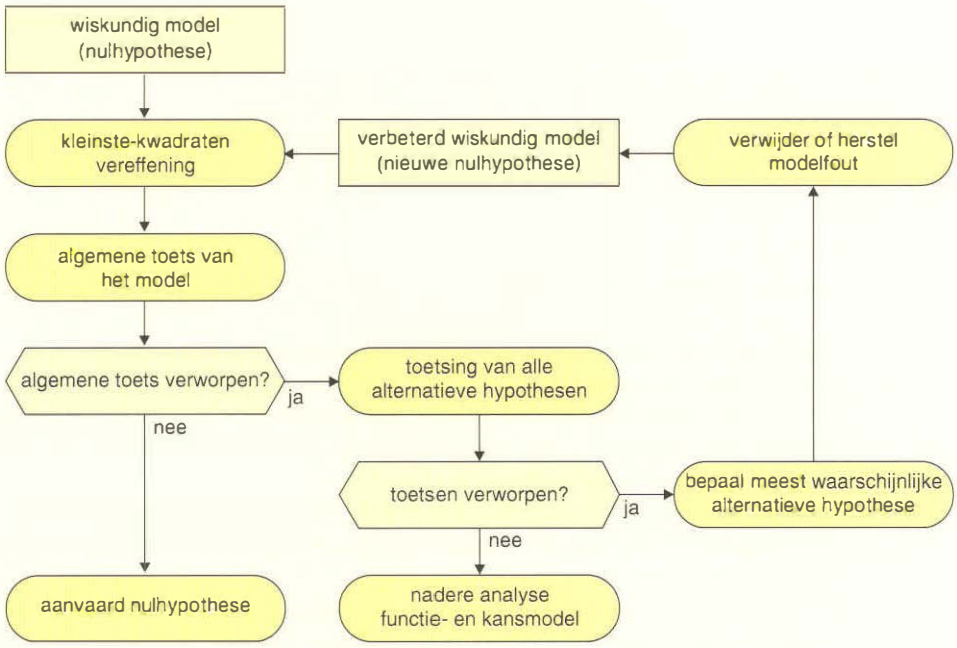
afzonderlijke alternatieve hypothese. Een gebruikelijke alternatieve hypothese is bijvoorbeeld dat één enkele waarneming fout is. In § 3.5.1 wordt aandacht besteed aan mogelijke fouten in het wiskundige model. De beschrijving van de nul- en alternatieve hypothese wordt behandeld in § 3.5.2.
In figuur 3.14 wordt een overzicht gegeven van de toetsing. De toetsing gebeurt op basis van de vereffeningsresultaten en de geformuleerde alternatieve hypothesen. Als er een modelfout wordt ontdekt, moet het wiskundige model hiervoor worden gecorrigeerd en moeten de vereffening en de toetsing opnieuw worden uitgevoerd, net zolang tot alle fouten uit het model zijn verwijderd.



Figuur 3.14: Overzicht van de toetsing.

De keuze welke hypothese de juiste is, wordt uitgevoerd met *toetsen*. De toetsingsprocedure maakt gebruik van verschillende toetsen. Met een algemene toets van het model wordt allereerst gekeken of het wiskundige model een goede beschrijving is (de nulhypothese wordt gecontroleerd). Daarnaast wordt voor elke veronderstelde modelfout een toets uitgevoerd. Dit noemt men de foutopsporing. Een toets wordt uitgevoerd door de waarde van een *toetsingsgrootheid* te berekenen. Deze waarde wordt vergeleken met een *kritieke waarde*. Die toets waarvan het quotiënt van de waarde van de toetsingsgrootheid en de kritieke waarde, het *toetsingsquotiënt*, het grootst is, duidt op de meest waarschijnlijke modelfout. Een opgespoorde modelfout wordt verwijderd of hersteld.
In § 3.5.3 wordt de toetsingsgrootheid geïntroduceerd die aan alle toetsen ten grondslag ligt. De berekening van de kritieke waarde en het toetsingsquotiënt worden behandeld in § 3.5.4. Bij het zoeken naar de oorzaak van een fout is het soms handig de grootte van de fout te berekenen. Deze berekening wordt behandeld in § 3.5.3.

In de HTW wordt als toetsingsprocedure doorgaans de *B-methode van toetsen* gebruikt. De B-methode is een toetsingsstrategie die het mogelijk maakt verschillende toetsen in samenhang met elkaar te gebruiken. De beslissingen ten gevolge van de verschillende toetsen worden door de B-methode gekoppeld en daardoor worden tegenstrijdigheden bij de foutopsporing voorkomen. De B-methode wordt behandeld in § 3.5.5.



Figuur 3.15: De toetsingsprocedure volgens de B-methode van toetsen.

In figuur 3.15 wordt de toetsingsprocedure op basis van de B-methode van toetsen nader toegelicht. De toetsingsprocedure kan worden gestart als de alternatieve hypothesen zijn gekozen. Op basis van de vereffeningsresultaten wordt allereerst geprobeerd modelfouten te ontdekken. Hiervoor wordt de *algemene toets van het model* gebruikt. Als deze toets wordt verworpen, is dat een aanwijzing dat het model fouten bevat. Uit deze toets is echter nog niet af te leiden welke fouten dat zijn. Als de algemene toets van het model wordt aanvaard is het voor de vereffening gebruikte model waarschijnlijk juist. De algemene toets wordt behandeld in § 3.5.8. Bij verwerping van de algemene toets van het model moet worden gezocht naar de mogelijke oorzaken van de fouten. Mogelijke fouten worden gemodelleerd met behulp van alternatieve hypothesen. Voor alle verondersteld fouten wordt vervolgens een toets uitgevoerd. Het is gebruikelijk een toets per waarneming uit te voeren (de waarnemingstoets of w-toets; zie § 3.5.6) en bij puntenvelden een toets per punt, de zogenaamde punttoets (zie § 3.5.7). Daarnaast kunnen er nog andere toetsen worden uitgevoerd. Na een verwerping van de nulhypothese door de algemene toets van het model, worden meestal meerdere toetsen voor een alternatieve hypothese verworpen. Er moet dan worden beslist welke modelfout het *meest* waarschijnlijk is. De opgespoorde fout moet worden hersteld of het model moet hiervoor worden gecorrigeerd.
Na de opsporing van een modelfout moet het wiskundige model onder de nulhypothese worden verbeterd. Met dit verbeterde model wordt een nieuwe vereffening uitgevoerd. Op basis van de vereffeningsresultaten wordt dan opnieuw getoetst, net zolang tot er geen modelfouten meer worden opgespoord en het (verbeterde) wiskundige model (de nulhypothese) wordt aanvaard.

Het kan soms gebeuren dat de foutopsporing niet tot resultaten leidt, terwijl toch de nulhypothese bij de algemene toets van het model wordt verworpen. In dat geval is er wellicht geen alternatieve hypothese opgesteld voor de juiste modelfout, of is eventueel het kansmodel onjuist. Een dergelijke situatie vereist een nadere analyse van het functie- en kansmodel.

3.5.1 Fouten in het model

Waarnemingen zijn pas zinvol als zij gekoppeld worden aan grootheden in een wiskundig model. Daartoe moet het wiskundige model worden ingeschakeld, hetgeen inhoudt dat de werkelijkheid wordt geabstraheerd, geïdealiseerd tot wiskundige grootheden en de relaties daartussen. Zo wordt bijvoorbeeld een huis geïdealiseerd tot een rechthoek en een hoek van een huis tot een punt.
Het is echter mogelijk, dat het gehanteerde model *niet* een juiste beschrijving van de werkelijkheid is. Er zijn dan *modelfouten* aanwezig. Een model kan op verschillende manieren niet juist zijn:

1 Er zijn *grove fouten* gemaakt. Stel bijvoorbeeld dat men in een vlakke driehoek de drie hoeken meet. Vervolgens formuleert men conform het model van voorwaardevergelijkingen de voorwaarde, dat de drie hoeken te zamen 200 gon moeten zijn. In een van de drie hoeken heeft men echter bij het meten abusievelijk op een verkeerd punt gericht, zodat een geheel andere dan de beoogde hoek is gemeten. Daardoor wijkt de som van de drie hoeken af van 200 gon: er is een modelfout gemaakt.
   De grove fouten kunnen ook als fouten in het functiemodel worden beschouwd. Immers, als op een verkeerd punt is gericht, zoals in dit voorbeeld is gesteld, klopt het functiemodel niet met de werkelijkheid.
2 Het *functiemodel is niet een voldoende nauwkeurige beschrijving van de werkelijkheid.* Veronderstel bijvoorbeeld dat drie punten A, B en C op een rechte lijn liggen. Men meet met een afstandsmeter de afstanden AB en BC en bovendien rechtstreeks de afstand AC. Men formuleert als modelvoorwaarde: $AC = AB + BC$. Het kan nu zijn, dat de drie punten niet voldoende nauwkeurig op één rechte lijn liggen. Het model beschrijft de werkelijkheid niet goed. Ook kan het zijn, dat de drie punten zodanig ver van elkaar af liggen, dat de kromming van de aarde er voor zorgt, dat zij niet voldoende nauwkeurig op één lijn liggen. Nog een andere mogelijkheid is, dat de refractie van de elektromagnetische golf waarmee wordt gemeten tussen de punten AB en BC ervoor zorgt, dat niet de rechte lijnen tussen AB en BC zijn gemeten. Ook nu beschrijft het model de werkelijkheid niet voldoende goed en is er sprake van een *systematische fout*.
   Vaak is het zo, dat waarnemingen worden *gecorrigeerd*, bijvoorbeeld voor de aardkromming of voor refractie, om ervoor te zorgen dat het model een goede beschrijving geeft van de waarnemingen. Het is belangrijk in te zien, dat het corrigeren van waarnemingen niet bedoeld is om fouten te verwijderen. Correcties aan waarnemingen zijn bedoeld om met een bepaald model, waarvoor is gekozen, te kunnen werken. Vaak kan men ook met een ander, bijvoorbeeld meer complex model werken, waarvoor dan geen of andere correcties aan de waarnemingen nodig zijn.
3 Het *kansmodel is niet juist*. Het kansmodel beschrijft de stochastische eigenschappen van de waarnemingsgrootheden, beschreven door middel van de kansdichtheidsfunctie. Het is in de geodesie meestal verantwoord om voor de waarnemingen een normale verdeling aan te nemen. De enige informatie die men dan nog nodig heeft is de variantiematrix die bij die kansdichtheidsfunctie hoort.
   Het gebruik van de normale verdeling en de veronderstelde variantiematrix betreffen opnieuw de inschakeling van een wiskundig model, in dit geval van de waarschijnlijkheidsrekening. Dit kansmodel kan echter verkeerd zijn gekozen: de waarnemingen kunnen niet-normaal verdeeld zijn of de varianties en covarianties zijn anders dan wordt verondersteld.

In het proces van de vereffening van waarnemingen kent men dus:
- de correctie van waarnemingen teneinde ze in overeenstemming te brengen met het gekozen functiemodel;
- de opsporing en verwijdering van eventuele modelfouten;
- de vereffening van de resterende toevallige afwijkingen met behulp van de methode van de kleinste kwadraten.

Als er modelfouten aanwezig zijn, levert de methode van de kleinste kwadraten niet meer een optimale oplossing van de onbekenden. Het is dus essentieel eventueel aanwezige modelfouten op te sporen.
In de komende paragrafen wordt ingegaan op de opsporing van fouten in het functiemodel. Op de opsporing van fouten in het kansmodel wordt *niet* specifiek ingegaan.

3.5.2 Nul- en alternatieve hypothese

De toetsing op modelfouten vindt plaats door steeds twee verschillende hypothesen met elkaar te vergelijken. De vereffening is gebaseerd op de veronderstelling dat in beginsel *geen* modelfouten aanwezig zijn in het wiskundige model. Men noemt het model zonder fouten de *nulhypothese*, afgekort als H_0. Uit ervaring weet men echter dat er modelfouten aanwezig kunnen zijn. De veronderstelling omtrent een mogelijke modelfout wordt gemodelleerd met een *alternatieve hypothese*. Een alternatieve hypothese wordt aangeduid als H_a. In deze paragraaf wordt de wiskundige formulering van de twee hypothesen besproken. Het is veelal mogelijk meer dan één alternatieve hypothese te formuleren. Uitgegaan wordt echter steeds van het toetsen van één alternatieve hypothese tegelijk tegen de nulhypothese. Stel bijvoorbeeld dat vijf waarnemingen zijn uitgevoerd en dat men wil toetsen of één van de waarnemingen een fout bevat. Men toetst dan vijf keer achter elkaar een alternatieve hypothese, dat één waarneming fout is (en de overige vier goed zijn) tegen de nulhypothese, dat geen enkele waarneming fout is.

Veronderstel dat één of meer modelfouten aanwezig zijn en dat deze kunnen worden beschreven door bij één of meerdere waarnemingen een toeslag op te tellen. De vector van waarnemingsgrootheden onder de alternatieve hypothese $\underline{y}_a$ wordt dan:

$$\underline{y}_a = \underline{y} + \nabla y \quad .$$

De *vector* ∇y is een vector die voor elke waarneming de bijbehorende toeslag bevat. Als slechts één waarneming fout wordt verondersteld ziet deze vector er uit als:

$$\nabla y = (0 \ \cdots \ 0 \ \nabla y_i \ 0 \ \cdots \ 0)^T \quad ,$$

waarbij ∇y_i de toeslag is op de i-de waarneming.
Vaak is het zo, dat wel een vermoeden bestaat welke waarnemingen fout zijn, maar niet hoe groot de fout is. Daarom wordt de vector ∇y opgesplitst in een matrix C, die bekend wordt verondersteld, en een vector ∇, die onbekend wordt verondersteld:

$$\nabla y = C\nabla \quad .$$

Deze formulering houdt in, dat fouten ∇y worden beschouwd die lineair zijn in de onbekenden ∇. Er wordt daarom gesproken van een lineaire alternatieve hypothese.

Als slechts één waarneming fout wordt verondersteld, is C een vector (en daarom aangegeven met een kleine letter c):

$$c = (0 \ \cdots \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0)^T$$

en is ∇ een scalaire grootheid.
Als een alternatieve hypothese een niet-lineaire functie is van de onbekenden ∇, dan dient de betreffende functie eerst te worden gelineariseerd. Dan moet echter een indicatie aanwezig zijn van de grootte van de fout omdat een benaderde waarde voor ∇ benodigd is.

Voorbeeld
Stel dat zes waarnemingen zijn uitgevoerd. De eerste en derde waarneming zijn met eenzelfde meetinstrument uitgevoerd, waarvan men later constateert dat het ontregeld is. Men weet echter niet of de waarnemingen nu wel of niet beïnvloed zijn. De eventuele invloed van de ontregeling op de derde waarneming is tweemaal zo groot als op de eerste waarneming. Daarnaast vermoedt men in de vierde waarneming een daarvan losstaande fout. Onder de alternatieve hypothese is dan de vector van waarnemingsgrootheden:

$$\underline{y}_a = \underline{y} + C\nabla = \begin{bmatrix} \underline{y}_1 + \nabla_1 \\ \underline{y}_2 \\ \underline{y}_3 + 2\nabla_1 \\ \underline{y}_4 + \nabla_2 \\ \underline{y}_5 \\ \underline{y}_6 \end{bmatrix} = \underline{y} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_1 \\ \nabla_2 \end{bmatrix} .$$

■

De nulhypothese en de alternatieve hypothese kunnen als volgt in de vorm van het model van waarnemingsvergelijkingen worden opgeschreven:

$$H_0: \ E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \ ;$$
$$H_a: \ E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 + C\nabla \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \ .$$

met:

- x de vector van n onbekenden;
- $\underline{y}$ de vector van m waarnemingsgrootheden;
- A de $(m \times n)$-modelmatrix;
- a_0 de vector van constante termen;
- ∇ de vector van q onafhankelijke fouten;
- C een $(m \times q)$-matrix waarmee het verband tussen de waarnemingsgrootheden en de modelfouten wordt beschreven;
- Q_y de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden.

De elementen van de vector ∇ zijn extra onbekenden, die worden toegevoegd aan de onbekenden die in de vector x zijn vervat. Onder de alternatieve hypothese wordt derhalve het model van waarnemingsvergelijkingen uitgebreid met extra onbekenden. Onder de alternatieve hypothese kan het model van waarnemingsvergelijkingen daarom als volgt worden geschreven:

$$H_a: \ E\{\underline{y}\} = (A \ \ C) \begin{bmatrix} x \\ \nabla \end{bmatrix} + a_0 \ ; \ D\{\underline{y}\} = Q_y \ .$$

Het model onder de alternatieve hypothese kan op dezelfde manier als het model onder de nulhypothese worden opgelost via de methode van de kleinste kwadraten als de volgende substituties worden uitgevoerd:

$$A \rightarrow (A \;\; C) \;\; ;$$

$$x \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ \nabla \end{pmatrix} .$$

Een dergelijke oplossingsmethode is voor het begrip van het hierna volgende noodzakelijk, maar is voor de praktische uitvoering van toetsingsopgaven niet nodig.

De formulering in de vorm van het model van voorwaardevergelijkingen onder de nul- en alternatieve hypothese is eenvoudig af te leiden door gebruik te maken van de relaties

$$\underset{b \times m}{B^T} \; \underset{m \times n}{A} = \underset{b \times n}{0} \quad ; \quad \underset{b \times m}{B^T} \; \underset{m \times 1}{a_0} = \underset{b \times 1}{b_0} \quad ,$$

waaruit volgt:

$$H_0: \;\; B^T E\{\underline{y}\} - b_0 = 0 \qquad ; \;\; D\{\underline{y}\} = Q_y \;\; ;$$
$$H_a: \;\; B^T E\{\underline{y}\} - b_0 = B^T C\nabla \;\; ; \;\; D\{\underline{y}\} = Q_y \;\; .$$

De vraag is nu hoe te toetsen of de nulhypothese dan wel de alternatieve hypothese de meest waarschijnlijke is.
Als waarnemingsgrootheden volgens de methode van de kleinste kwadraten worden vereffend, verkrijgt men vereffende waarnemingsgrootheden die consistent zijn met het model. Nu kunnen de vereffende waarnemingen worden berekend volgens het model onder de nulhypothese én volgens het model onder de alternatieve hypothese. De vereffende waarnemingsgrootheden die worden berekend volgens het model onder de nulhypothese zijn óók consistent met het model onder de alternatieve hypothese. Dit komt omdat dit laatste model precies dezelfde vector van onbekenden x hanteert en deze alleen uitbreidt met extra onbekenden, de elementen van de vector ∇. De extra onbekenden moeten ervoor zorgen, dat het model beter met de waarnemingen overeenkomt. Zij kunnen er aldus voor zorgen, dat de vereffende waarnemingen dichter bij de oorspronkelijke waarnemingen liggen dan wanneer de nulhypothese wordt gebruikt.
Als de vereffende waarnemingen onder de alternatieve hypothese niet of weinig afwijken van die onder de nulhypothese, zorgen de extra onbekenden ∇ blijkbaar niet voor een model dat beter bij de waarnemingen past. Er is dan geen reden om de nulhypothese te verwerpen ten gunste van de alternatieve hypothese. De situatie is anders als de vereffende waarnemingen onder de alternatieve hypothese duidelijk afwijken van die onder de nulhypothese. De extra onbekenden ∇ zorgen er nu voor, dat de vereffende waarnemingen dichter bij de oorspronkelijke waarnemingen kunnen blijven. De alternatieve hypothese is dan een betere beschrijving van het model dan de nulhypothese en de nulhypothese moet worden verworpen ten gunste van de alternatieve hypothese.

Het blijkt dat de verschillen tussen de vereffende waarnemingen onder de alternatieve hypothese en onder de nulhypothese maatgevend zijn voor het al dan niet verwerpen van de nulhypothese. Als basis voor de toetsing wordt de gewogen kwadratische som van deze verschillen gebruikt. Het 'gewogen' zijn van de som betekent, dat rekening wordt gehouden met de varianties en covarianties van de waarnemingen. Deze som ligt ten grondslag aan de *toetsingsgrootheid* die in de volgende paragraaf wordt behandeld.

De gewogen kwadratische som van de genoemde verschillen kan worden berekend met behulp van de kleinste-kwadraten residuen zoals die volgen uit de vereffening van het model onder de nulhypothese. Belangrijk voor de praktische uitvoering van de toetsing is, dat het niet nodig is om de vereffening volgens de alternatieve hypothese uit te voeren om toch de toetsingsgrootheid te kunnen berekenen.

3.5.3 Toetsingsgrootheid en schatting van fouten

In deze paragraaf worden de formules gegeven, waarmee de *toetsingsgrootheid* kan worden berekend. Deze grootheid speelt een centrale rol bij de toetsing van lineaire alternatieve hypothesen. De paragraaf wordt afgesloten met de formule voor de berekening van de *grootte van de gemaakte fouten*. In de volgende paragraaf wordt ingegaan op de wijze waarop een toetsingscriterium voor de toetsingsgrootheid wordt bepaald.

Zowel voor de berekening van de toetsingsgrootheid als voor de schatting van de gemaakte fouten wordt gebruik gemaakt van de *reciproque residuen*. Het gebruik van reciproque residuen heeft als voordeel dat voor de toetsingsberekeningen gebruik kan worden gemaakt van dezelfde formules voor zowel het model van waarnemingsvergelijkingen als het model van voorwaardevergelijkingen. De vector van reciproque residuen $\underline{\hat{r}}$ is gedefinieerd als:

$$\underline{\hat{r}} \triangleq Q_y^{-1}\underline{\hat{e}} \quad .$$

Hierbij is $\underline{\hat{e}}$ de vector van kleinste-kwadraten residuen, zoals die tijdens de kleinste-kwadraten vereffening wordt berekend. De variantiematrix van de reciproque residuen volgt uit de toepassing van de voortplantingswet van de varianties:

$$Q_{\hat{r}} = Q_y^{-1}Q_{\hat{e}}Q_y^{-1} \quad .$$

De vector van kleinste-kwadraten residuen $\underline{\hat{e}}$ kan volgens de oplossing van het model van voorwaardevergelijkingen worden geschreven als:

$$\underline{\hat{e}} = Q_y B Q_t^{-1}\underline{t} \quad ,$$

met $\underline{t}$ de vector van sluittermen en Q_t de variantiematrix van de sluitfouten. Hieruit volgt voor de berekening van de reciproque residuen:

$$\underline{\hat{r}} = BQ_t^{-1}\underline{t} \quad .$$

Toepassing van de voortplantingswet van de varianties op deze formule geeft:

$$Q_{\hat{r}} = BQ_t^{-1}Q_tQ_t^{-1}B^T = BQ_t^{-1}B^T \quad .$$

Samenvattend gelden voor de berekening van de reciproque residuen en hun variantiematrix de volgende formules:

- model van waarnemingsvergelijkingen:

$$\underline{\hat{r}} = Q_y^{-1}\underline{\hat{e}} \quad ; \quad Q_{\hat{r}} = Q_y^{-1}Q_{\hat{e}}Q_y^{-1} \quad .$$

- model van voorwaardevergelijkingen:

$$\underline{\hat{t}} = BQ_l^{-1}\underline{t} \quad ; \quad Q_{\hat{t}} = BQ_l^{-1}B^T \quad .$$

Voor de toetsing van de alternatieve hypothese tegen de nulhypothese moet de *toetsingsgrootheid* $\underline{T}_q$ worden berekend:

$$\underline{T}_q = \underline{\hat{t}}^T C(C^T Q_{\hat{t}} C)^{-1} C^T \underline{\hat{t}} \quad .$$

De bovenstaande formule van $\underline{T}_q$ geldt voor de volgende waarden van q:

$$1 \leqq q \leqq b \quad .$$

Hierbij wordt q het aantal *vrijheidsgraden* van de toets genoemd en is b het aantal onafhankelijke voorwaarden in het model. Dat q slechts waarden in dit bereik kan aannemen, wordt duidelijk als wordt bedacht dat q het aantal elementen in de vector ∇ is. Het functiemodel van de alternatieve hypothese wordt geschreven als:

$$H_a: \quad E\{\underline{y}\} = (A \quad C) \begin{pmatrix} x \\ \nabla \end{pmatrix} + a_0 \quad .$$

Het aantal onbekenden (de $n + q$ elementen van de vectoren x en ∇ te zamen) kan nooit groter zijn dan het aantal waarnemingen m, wil het stelsel vergelijkingen oplosbaar blijven. De vector x bevat n elementen, en ∇ kan dus maximaal $m - n = b$ elementen bevatten. Het minimum van q is vanzelfsprekend één.

Alle toetsen die in deze paragraaf worden behandeld, zijn gebaseerd op speciale gevallen van de toetsingsgrootheid $\underline{T}_q$. Voor de algemene toets van het model geldt $q = b$, voor de twee- en drie-dimensionale toetsen $q = 2$ respectievelijk $q = 3$ en voor de w-toetsen $q = 1$.

Als de nulhypothese wordt verworpen is het zinvol een schatter te hebben voor de grootte van de fouten die zijn gemaakt. De grootte van de fout geeft mogelijkerwijs een indicatie voor de oorzaak van de modelfout. De kleinste-kwadraten schatter voor de vector van modelfouten ∇ is:

$$\underline{\hat{\nabla}} = (C^T Q_{\hat{t}} C)^{-1} C^T \underline{\hat{t}} \quad .$$

De schatters van de gemaakte fouten in de waarnemingen zijn dan:

$$\nabla\underline{\hat{y}} = C\underline{\hat{\nabla}} \quad .$$

3.5.4 Toetsingscriterium

De toetsing begint met de specificatie van de nulhypothese en de alternatieve hypothesen. Vervolgens wordt voor elke alternatieve hypothese de waarde van de toetsingsgrootheid berekend. De eigenlijke toetsing bestaat uit de vergelijking van de waarde van de toetsingsgrootheid met een kritieke waarde. Als de kritieke waarde wordt overschreden dan wordt de nulhypothese verworpen; zo niet, dan wordt de nulhypothese aanvaard. Als blijkt dat meer dan één alternatieve hypothese tot verwerping van de nulhypothese leidt, moet de vraag worden gesteld welke alternatieve hypothese de betere is.

Daartoe wordt het quotiënt gevormd van de toetsingsgrootheid met zijn kritieke waarde. De alternatieve hypothese met het grootste quotiënt is naar alle waarschijnlijkheid de juiste. Deze paragraaf gaat in op de keuze van de kritieke waarde en geeft de formule voor de berekening van het toetsingsquotiënt.

Bij de toetsing worden de lineaire alternatieve hypothesen getoetst tegen de nulhypothese. De nulhypothese H_0 en de alternatieve hypothese H_a worden in de vorm van het model van waarnemingsvergelijkingen als volgt geformuleerd:

$$H_0: \quad E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \qquad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad ;$$

$$H_a: \quad E\{\underline{y}\} = (A \;\; C) \begin{pmatrix} x \\ \nabla \end{pmatrix} + a_0 \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad .$$

Voor de toetsing van een lineaire alternatieve hypothese wordt de toetsingsgrootheid $\underline{T}_q$ gebruikt:

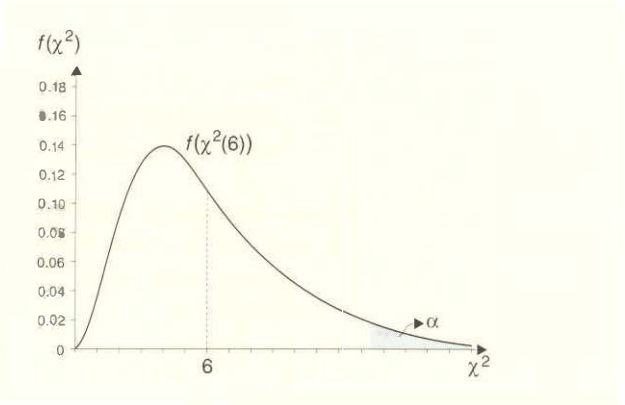
$$\underline{T}_q = \underline{\hat{r}}^T C (C^T Q_{\hat{r}} C)^{-1} C^T \underline{\hat{r}} \quad ,$$

met:

$\underline{\hat{r}}$ de vector van reciproque residuen;
$Q_{\hat{r}}$ de variantiematrix van de reciproque residuen.

De kansdichtheidsfunctie van de toetsingsgrootheid is een *centrale* χ^2*-verdeling* met q vrijheidsgraden (zie § 3.2.7). Dit wordt als volgt genoteerd:

$$\underline{T}_q \sim \chi^2(q) \quad .$$



Figuur 3.16: De χ^2-verdeling met 6 vrijheidsgraden.

Als voorbeeld is de χ^2-verdeling voor $q = 6$ weergegeven in figuur 3.16. Als de nulhypothese *niet* juist is zal de toetsingsgrootheid de neiging hebben groter te zijn dan in het geval dat de nulhypothese *wel* juist is. Vandaar dat het kritieke gebied, in figuur 3.16 gearceerd aangegeven, als een *rechter overschrijdingsgebied* is gekozen. De kans dat de toetsingsgrootheid in dit gearceerde gebied terecht komt, terwijl de nulhypothese toch juist is, wordt de *onbetrouwbaarheidsdrempel* van de toets genoemd, meestal aangeduid met de Griekse letter α. Deze kans moet zo klein mogelijk blijven, omdat het een foute beslissing kan veroorzaken. Een dergelijke fout heet een *fout van de eerste soort*. Aan de andere kant kan het gebeuren, dat de nulhypothese *niet* juist is en de toetsingsgrootheid toch niet de kritieke waarde overschrijdt. Dit wordt een *fout van de tweede soort* genoemd. Als de onbetrouwbaarheidsdrempel kleiner wordt gemaakt, wordt weliswaar de kans op een fout van de eerste soort kleiner, maar wordt de kans op een fout van de tweede soort groter!

Met behulp van het functievoorschrift van de centrale χ^2-verdeling kunnen kritieke waarden k_α worden berekend voor verschillende waarden van de onbetrouwbaarheidsdrempel en verschillende aantallen vrijheidsgraden. In tabel 3.4 is dit voor een aantal waarden gedaan. Uit de tabel blijkt dat de kritieke waarde groter wordt als het aantal vrijheidsgraden q toeneemt of als de onbetrouwbaarheidsdrempel α kleiner wordt.

q	$\alpha = 0{,}05$	$\alpha = 0{,}01$	$\alpha = 0{,}001$
1	3,84	6,63	10,8
2	5,99	9,21	13,8
5	11,1	15,1	20,5
10	18,3	23,2	29,6
20	31,4	37,6	45,3
100	124	136	149

Tabel 3.4: Kritieke waarden k_α van de χ^2-verdeling voor verschillende vrijheidsgraden q en onbetrouwbaarheidsdrempels α.

De toetsing vindt plaats door eerst een onbetrouwbaarheidsdrempel α te kiezen, vervolgens de kritieke waarde k_α te berekenen met behulp van de waarde van q en de centrale χ^2-verdeling en tenslotte de waarde van T_q met de kritieke waarde te vergelijken. Het toetsingscriterium is:

$$\textit{verwerp de nulhypothese als:}\quad T_q > k_\alpha \quad .$$

Als verschillende alternatieve hypothesen tot verwerping van de nulhypothese leiden, moet bepaald worden welke alternatieve hypothese met de meeste waarschijnlijkheid de beste is. Daartoe wordt het *toetsingsquotiënt* gebruikt dat wordt berekend als het quotiënt van de waarde van de toetsingsgrootheid en diens kritieke waarde:

$$\textit{toetsingsquotiënt} = \frac{T_q}{k_\alpha} \quad .$$

Als dit quotiënt kleiner dan of gelijk aan 1 is, wordt de nulhypothese aanvaard. Als het toetsingsquotiënt groter is dan 1 wordt de nulhypothese verworpen en wordt de alternatieve hypothese waarvan het toetsingsquotiënt het grootst is, als de meest waarschijnlijke beschouwd.

3.5.5 B-methode van toetsen

De kern van het toetsen is het vinden van een methode om zo scherp mogelijk te onderscheiden of het veronderstelde functiemodel en het bijbehorende kansmodel een goede beschrijving van de werkelijkheid geven, of dat één van beide modellen fouten bevat. Het aantal denkbare fouten in de modellen is uiteraard onnoemelijk groot. De toetsing zal daarom vaak niet tot één alternatieve hypothese beperkt blijven. Gebruikelijk is om in ieder geval een algemene toets van het model uit te voeren en daarnaast om de waarne-

mingen afzonderlijk te toetsen met waarnemingstoetsen (w-toetsen). Soms is het mogelijk op grond van de structuur van het vereffeningsprobleem nog meer specifieke alternatieve hypothesen te formuleren. Een voorbeeld hiervoor is een vereffeningsprobleem waar verschillende coördinatengrepen van eenzelfde puntenveld als waarnemingen worden ingevoerd. Een veronderstelde vervorming van één van de coördinatengrepen kan als specifieke alternatieve hypothese worden getoetst.
Als meer dan één alternatieve hypothese tegen een zekere nulhypothese worden getoetst, kan een inconsistentie in de toetsingsresultaten het gevolg zijn. Immers wat te doen als bijvoorbeeld de algemene toets van het model wordt aanvaard en een w-toets tot verwerping leidt? Het betreft hier overlappende alternatieve hypothesen. De door Baarda ontwikkelde *B-methode van toetsen* is een toetsingsprocedure waarmee het risico wordt geminimaliseerd dat het toetsen van overlappende alternatieve hypothesen tot tegenstrijdige conclusies leidt. De procedure gaat uit van een hypothetische fout van een zekere grootte in een enkele waarneming. De grootte van de fout in een enkele waarneming die met een bepaalde kans met een w-toets kan worden gevonden is de *grenswaarde* (zie § 3.6). De B-methode van toetsen zorgt ervoor, dat een fout ter grootte van de grenswaarde bij uitvoering van de algemene toets van het model, of bij een toets van een willekeurige andere *ruimere* alternatieve hypothese, met *eenzelfde* kans wordt gevonden. De belangrijkste consequentie van de B-methode van toetsen is, dat bij de toetsing van alternatieve hypothesen met verschillende aantallen vrijheidsgraden tegen een zelfde nulhypothese *verschillende onbetrouwbaarheidsdrempels* α worden gebruikt.

Voorbeeld
Bij de vereffening van een grondslagnet wordt voor de toetsing van de waarnemingen altijd gebruik gemaakt van de algemene toets van het model (om globaal te toetsen of er fouten in het functie- of kansmodel zitten), van w-toetsen (om per waarneming naar een fout te zoeken) en van punttoetsen (om te toetsen of de aansluitingspunten juist zijn). Bij de w-toets wordt gezocht naar een fout in één enkele waarneming. Bij de punttoetsen wordt gezocht naar een twee- of drie-dimensionale fout in een aansluitingspunt. Door toepassing van de B-methode van toetsen zal bijvoorbeeld een fout ter grootte van de grenswaarde behorend bij een w-toets, bij de algemene toets van het model met een gelijke kans tot verwerping van de nulhypothese leiden. Ook zal door toepassing van de B-methode van toetsen de alternatieve hypothese met het grootste toetsingsquotiënt de meest waarschijnlijke modelfout beschrijven. ■

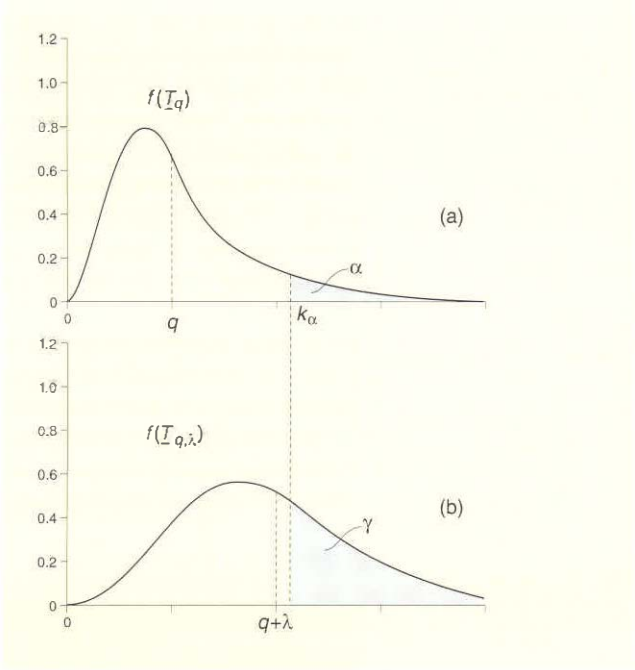
Voor de nadere uitwerking van de B-methode van toetsen wordt eerst kort ingegaan op het begrip *ruimere* alternatieve hypothese. Vervolgens wordt het begrip *onderscheidingsvermogen* behandeld en wordt aan de hand daarvan de B-methode van toetsen beschreven.

Voorbeeld (vervolg)
Bij de aansluiting van het grondslagnet aan de gegeven aansluitingspunten wordt getoetst op fouten in deze punten. Men kan de coördinaten van de aansluitingspunten afzonderlijk toetsen met een w-toets (een toets voor een fout in de x-coördinaat of de y-coördinaat). In dit geval is de dimensie van de alternatieve hypothese één ($q = 1$). Men kan per aansluitingspunt ook een punttoets uitvoeren. Dit is een twee-dimensionale toets ($q = 2$) voor een alternatieve hypothese die *ruimer* is dan de alternatieve hypothese die een fout per coördinaat veronderstelt. Bij de punttoets wordt namelijk getoetst op een fout in beide coördinaten van het aansluitingspunt. De algemene toets van het model tenslotte heeft betrekking op de ruimste alternatieve hypothese ($q = b$). In dit geval wordt geen specifieke modelfout verondersteld. ■

Er wordt nu bekeken hoe groot het onderscheidingsvermogen is bij het toetsen van de verschillende alternatieve hypothesen. In figuur 3.17a is de verdeling van de toetsingsgrootheid $\underline{T}_q$ weergegeven als de nulhypothese juist is. Onder de nulhypothese is de verwachtingswaarde van $\underline{T}_q$:

$$E\{\underline{T}_q\} = q \quad .$$

Uit de keuze van een onbetrouwbaarheidsdrempel α volgt de kritieke waarde k_α en daarmee de ligging van het kritieke gebied, in de figuur gearceerd aangegeven. Als de nulhypothese juist is, is α de kans dat de waarde van $\underline{T}_q$ in het kritieke gebied ligt en de nulhypothese ten onrechte wordt verworpen. Als echter de alternatieve hypothese juist is, is deze kans veel groter. In figuur 3.17b is de verdeling van de toetsingsgrootheid $\underline{T}_q$ weergegeven *als de alternatieve hypothese juist is*. De verwachtingswaarde van $\underline{T}_q$ is nu niet q, maar:



Figuur 3.17: Verdeling van de toetsingsgrootheid: (a) onder de nulhypothese; (b) onder de alternatieve hypothese.

$$E\{\underline{T}_q\} = q + \lambda \quad .$$

Hierbij is λ de *niet-centraliteitsparameter* (een positief getal). Als de alternatieve hypothese juist is, wordt de kans dat de waarde van $\underline{T}_q$ in het kritieke gebied ligt, en de nulhypothese terecht wordt verworpen, het *onderscheidingsvermogen* γ genoemd. Het onderscheidingsvermogen is in figuur 3.17b gearceerd aangegeven.

Beschouw het geval dat een fout in het functiemodel aanwezig is en dat een alternatieve hypothese deze fout op de juiste wijze beschrijft. Het is wenselijk dat de toetsingsgrootheid in dat geval tot verwerping leidt. De kans dat dit gebeurt is het onderscheidingsvermogen van de toets. Bovendien is het wenselijk dat alle ruimere alternatieve hypothesen van de betreffende alternatieve hypothese met *een gelijke kans* tot verwerping aanleiding geven. Het is dus gewenst dat de toets van een alternatieve hypothese én de toetsen van alle ruimere hypothesen een gelijk onderscheidingsvermogen hebben. Het is niet mogelijk dit tegelijk te eisen voor elke mogelijke fout die zou kunnen optreden. Daarom wordt deze eis geformuleerd voor een fout ter grootte van de grenswaarde behorend bij de w-toets.

Het *principe van de B-methode van toetsen* is dus dat de w-toets, waarmee een fout in een enkele waarneming ter grootte van de grenswaarde wordt getoetst, een *gelijk onderscheidingsvermogen* γ_0 heeft als alle toetsen van alternatieve hypothesen die ruimer zijn dan deze één-dimensionale alternatieve hypothese. Ten gevolge hiervan worden bij de toetsing van alternatieve hypothesen met verschillende aantallen vrijheidsgraden *verschillende* onbetrouwbaarheidsdrempels gebruikt. De niet-centraliteitsparameter behorend bij de veronderstelde modelfout wordt aangegeven als λ_0.

Bij het gebruik van de B-methode van toetsen wordt een waarde voor de onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 van de één-dimensionale toetsen gekozen ($q = 1$). Een gebruikelijke keuze is $\alpha_0 = 0{,}001$. Vervolgens wordt een waarde voor het onderscheidingsvermogen γ_0 gekozen. Een gebruikelijke keuze is $\gamma_0 = 0{,}80$. Uit deze keuze volgt een waarde voor de niet-centraliteitsparameter λ_0 (voor $\alpha_0 = 0{,}001$ en $\gamma = 0{,}8$ geldt $\lambda_0 = 17{,}075$). Vervolgens worden kritieke waarden k_α van de toetsen met meer vrijheidsgraden en de bijbehorende onbetrouwbaarheidsdrempels berekend. Op deze berekening wordt hier niet nader ingegaan. Wel wordt voor de meest gangbare combinatie van α_0 en γ_0 een benaderingsformule voor de kritieke waarde gegeven.

Eerst worden echter in tabel 3.5 ter illustratie kritieke waarden k_α gegeven (berekend volgens de B-methode van toetsen), voor verschillende waarden van het aantal vrijheidsgraden q en voor drie verschillende waarden voor de onbetrouwbaarheidsdrempel α_0. Achter elke kritieke waarde is tussen haakjes de onbetrouwbaarheidsdrempel α voor de betreffende waarde van q vermeld. De waarden in de tabel zijn alle berekend, uitgaande van een onderscheidingsvermogen $\gamma_0 = 0{,}8$.

q	$\alpha_0 = 0{,}001$	$\alpha_0 = 0{,}01$	$\alpha_0 = 0{,}05$
1	10,83 (0,001)	6,63 (0,010)	3,84 (0,050)
2	11,73 (0,003)	7,52 (0,023)	4,70 (0,095)
5	14,44 (0,013)	10,18 (0,070)	7,30 (0,199)
10	18,99 (0,040)	14,65 (0,145)	11,68 (0,307)
20	28,14 (0,106)	23,68 (0,256)	20,60 (0,421)
100	103,11 (0,396)	98,29 (0,530)	94,88 (0,626)

Tabel 3.5: Kritieke waarden k_α en onbetrouwbaarheidsdrempels α (tussen haakjes) volgens de B-methode van toetsen bij een onderscheidingsvermogen $\gamma_0 = 0{,}8$.

Bij toename van het aantal vrijheidsgraden q neemt de onbetrouwbaarheidsdrempel α grote waarden aan. Bij $\alpha_0 = 0{,}001$ en $q = 100$ is bijvoorbeeld de onbetrouwbaarheidsdrempel α gelijk aan 0,396. De kans op het ten onrechte verwerpen van de nulhypothese (de fout van de eerste soort) wordt dus zeer groot. Om deze consequentie van de B-methode van toetsen te vermijden, kan de onbetrouwbaarheidsdrempel α aan een maximum worden gebonden. In dat geval wijkt men af van de B-methode van toetsen. Het is gebruikelijker om wel de B-methode te gebruiken, maar bij onbetrouwbaarheidsdrempels groter dan 0,1 grote voorzichtigheid te betrachten bij verwerping van de nulhypothese.

Tenslotte wordt een benaderingsformule voor de kritieke waarde gegeven voor de meest gangbare keuze van de onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0{,}001$ en het onderscheidingsvermogen $\gamma_0 = 0{,}8$. De benadering geldt voor waarden van q tussen 1 en 30 en tussen 30 en 100 en is op 2 à 3 decimalen nauwkeurig. De benaderingsformule is gebaseerd op een derdegraads polynoom:

$$k_\alpha = a_0 + a_1 q + a_2 q^2 + a_3 q^3 \quad ,$$

met de volgende coëfficiënten:

$1 \leqq q \leqq 30$	$31 \leqq q \leqq 100$
$a_0 = 9{,}9262$	$a_0 = 9{,}8125$
$a_1 = 0{,}90076$	$a_1 = 0{,}90982$
$a_2 = 5{,}6839 \cdot 10^{-4}$	$a_2 = 3{,}1183 \cdot 10^{-4}$
$a_3 = -3{,}4342 \cdot 10^{-6}$	$a_3 = 8{,}0024 \cdot 10^{-7}$

Is de kritieke waarde k_α berekend, dan kan de onbetrouwbaarheidsdrempel α worden bepaald uit de centrale χ^2-verdeling.

3.5.6 w-Toets

Bij de foutopsporing wordt veel gebruik gemaakt van toetsen voor één-dimensionale alternatieve hypothesen. In de praktijk worden de waarnemingen meestal stuk voor stuk getoetst. De w-toets is een toets voor één-dimensionale alternatieve hypothesen.
In deze paragraaf komt de formule voor de w-toetsingsgrootheid aan de orde in relatie met de toetsingsgrootheid T_q. Vervolgens wordt het toetsingscriterium behandeld. Afsluitend wordt een vereenvoudigde formule voor de w-toetsingsgrootheid gegeven voor de toets van een enkele waarneming. Aan de toets per afzonderlijke waarneming ontleent de w-toets zijn naam: w-toets staat voor waarnemingstoets.

De nulhypothese H_0 en de alternatieve hypothese H_a worden in de vorm van het model van waarnemingsvergelijkingen als volgt geformuleerd:

$$H_0: \quad E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \qquad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad ;$$

$$H_a: \quad E\{\underline{y}\} = (A \;\; C) \begin{pmatrix} x \\ \nabla \end{pmatrix} + a_0 \quad ; \quad D\{\underline{y}\} = Q_y \quad .$$

Als de alternatieve hypothese slechts één fout veronderstelt, dan bestaat de vector ∇ uit slechts één element: het is een enkel getal geworden. De matrix C bestaat in dit geval uit één kolom en is derhalve een vector. Deze vector wordt gewoonlijk met een kleine letter c aangeduid.

Voor de toetsing wordt de toetsingsgrootheid $\underline{T}_q$ gebruikt (zie § 3.5.3):

$$\underline{T}_q = \underline{\hat{r}}^T c (c^T Q_{\hat{r}} c)^{-1} c^T \underline{\hat{r}} \quad ,$$

met:

$\underline{\hat{r}}$ de vector van reciproque residuen;
$Q_{\hat{r}}$ de variantiematrix van de reciproque residuen.

In het geval van c als vector geldt dat:

$c^T Q_{\hat{r}} c$ is een getal;
$c^T \hat{r}$ is een scalaire grootheid;
$\underline{\hat{r}}^T c = c^T \underline{\hat{r}}$.

Hierdoor wordt de toetsingsgrootheid $\underline{T}_q$ voor $q = 1$ geschreven als:

$$\underline{T}_1 = \frac{(c^T\underline{\hat{f}})^2}{c^T Q_f c} \quad .$$

Doorgaans wordt een van de één-dimensionale toetsingsgrootheid $\underline{T}_1$ afgeleide toetsingsgrootheid $\underline{w}$ gebruikt, die is gedefinieerd als:

$$\underline{w} \triangleq \frac{c^T\underline{\hat{f}}}{\sqrt{c^T Q_f c}} \quad .$$

Uit deze definitie volgt dat:

$$\underline{T}_1 = \underline{w}^2 \quad .$$

Merk op dat $\underline{T}_1$ altijd groter of gelijk is aan nul, terwijl $\underline{w}$ volgens de definitie zowel positieve als negatieve waarden kan aannemen.

Omdat de toetsingsgrootheid $\underline{T}_1$ een χ^2-verdeling heeft met één vrijheidsgraad, is de toetsingsgrootheid $\underline{w}$ standaardnormaal verdeeld (zie § 3.2.7):

$$\underline{w} \sim N(0,1) \quad .$$

Als onderdeel van de toetsingsprocedure wordt een één-dimensionale alternatieve hypothese getoetst door w uit te rekenen en te toetsen of de absolute waarde daarvan groter is dan een kritieke waarde. Het toetsingscriterium van de w-toets is:

verwerp de nulhypothese ten gunste van de alternatieve hypothese als: $|w| > k_\alpha$.

Daarmee is nog niet bewezen dat de betreffende alternatieve hypothese de juiste is. Die alternatieve hypothese waarvan het toetsingsquotiënt het grootste is, beschrijft de meest waarschijnlijke modelfout.
De kritieke waarde voor $\underline{w}$ kan rechtstreeks worden afgeleid uit een tabel van de standaardnormale verdeling. Een veel gebruikte kritieke waarde is 3,29, behorend bij een onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0{,}001$. Uit de onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 van de één-dimensionale toets worden de onbetrouwbaarheidsdrempels van de meer-dimensionale toetsen afgeleid door middel van de B-methode van toetsen.

In het voorgaande is verondersteld dat een alternatieve hypothese wordt opgesteld voor de fout die mogelijk aanwezig is. Daartoe moet een vector c worden gespecificeerd. In veel toepassingen is er geen reden om één (of zelfs meer) fout in het waarnemingsmateriaal te veronderstellen. Er is dan geen reden om van een bepaalde vector c (of van een bepaalde matrix C) uit te gaan. Toch is het wel gewenst om op een systematische manier op fouten te toetsen. Daarom wordt per waarneming getoetst of die een fout bevat. De systematische toetsing voor fouten in de afzonderlijke waarnemingen wordt *datasnooping* genoemd. De vector c heeft in dat geval de volgende vorm:

$$c = (0 \ \cdots \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0)^T \quad .$$

De 1 staat op de plaats van de waarneming waar een fout in wordt verondersteld.
Belangrijk is het uitgangspunt, dat getoetst wordt of één waarneming fout is,

onder de aanname dat alle andere waarnemingen foutloos zijn. Dit wordt een *conventionele alternatieve hypothese* genoemd. Deze alternatieve hypothese wordt opgesteld voor elke waarneming, zodat er dus altijd evenveel w-toetsen worden uitgevoerd als er waarnemingen zijn.

Als de waarnemingen op deze wijze afzonderlijk worden getoetst en als bovendien wordt verondersteld dat de waarnemingen niet gecorreleerd zijn, dan vereenvoudigt de formule van de w-toetsingsgrootheid voor een waarneming i tot:

$$\underline{w}_i = \frac{\hat{\underline{e}}_i}{\sigma_{\hat{e}_i}} \quad ,$$

met:

$\hat{\underline{e}}_i$ het kleinste-kwadraten residu van de i-de waarneming;
$\sigma_{\hat{e}_i}$ de standaardafwijking van het kleinste-kwadraten residu van de i-de waarneming.

3.5.7 Twee- en drie-dimensionale toetsen

Bij de berekening van geodetische netwerken worden, als dat mogelijk is, ook bekende coördinaten van aansluitingspunten als waarnemingen in het functiemodel opgenomen. Zij vervullen dan een rol die gelijkwaardig is aan die van andere waarnemingen, zoals richtings- en afstandsmetingen. Omdat de coördinaten van de aansluitingspunten een deel van de waarnemingen vormen, kunnen lineaire alternatieve hypothesen worden opgesteld, die eventuele fouten in de aansluitingspunten beschrijven. Een mogelijke alternatieve hypothese is de hypothese, dat één waarneming fout is. Een dergelijke hypothese veronderstelt bijvoorbeeld een fout in de x-coördinaat van een aansluitingspunt. Als echter een fout optreedt in een aansluitingspunt is het waarschijnlijk dat zowel de x-, de y- als de z-coördinaat daardoor worden beïnvloed. Immers, als een aansluitingspunt is verstoord, of als een verkeerd punt voor het aansluitingspunt is aangezien, zijn zowel de x-, de y- als de z-coördinaat fout. Bovendien hebben de drie fouten in respectievelijk de x-, y- en z-coördinaat een van elkaar onafhankelijke grootte. Voor planimetrische coördinaten, waar alleen sprake is van x- en y-coördinaten en niet van z-coördinaten, ziet de vector van waarnemingsgrootheden $\underline{y}$ en de daarbij behorende foutenvector ∇y als het punt i fout wordt verondersteld er als volgt uit:

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{x}_i \\ \underline{y}_i \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \cdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{mat

De matrix C bestaat uit twee kolommen ($q = 2$) en elke kolom bestaat uit nullen met slechts het cijfer 1 op de plek die behoort bij de x- of y-coördinaat van het punt i. Omdat $q = 2$, is er sprake van een *twee-dimensionale toets*. Als de toets betrekking heeft op een (aansluitings)punt wordt gesproken van een *punttoets*.
Als de drie-dimensionale coördinaten van een aansluitingspunt bekend zijn, vindt een *drie-dimensionale punttoets* plaats door gebruik te maken van een matrix C, die bestaat uit drie kolommen ($q = 3$), waarvan elke kolom bestaat uit nullen met slechts het cijfer 1 op de plek die behoort bij de x-, y- of z-coördinaat van het aansluitingspunt dat fout wordt verondersteld.

Een drie-dimensionale toets wordt ook gebruikt voor basislijnen die met behulp van GPS zijn gemeten. De meting van een enkele basislijn levert drie waarnemingen op en wel coördinaatverschillen in respectievelijk de x-, y- en z-richting. Ook hier geldt, dat een eventuele fout in de basislijnmeting waarschijnlijk de drie coördinaatverschillen tegelijk beïnvloedt. Toetsing van een dergelijke fout vindt plaats met behulp van de zojuist beschreven matrix C met drie kolommen.

De twee- of drie-dimensionale toetsing vindt plaats door de toetsingsgrootheid T_q te berekenen:

$$T_q = \hat{f}^T C(C^T Q_{\hat{f}} C)^{-1} C^T \hat{f} \quad ,$$

waarbij de matrix C twee of drie kolommen heeft. Het toetsingscriterium van de twee- en drie-dimensionale toetsen is:

verwerp de nulhypothese ten gunste van de alternatieve hypothese als: $|T_q| > k_\alpha$.

Daarmee is nog niet bewezen dat de betreffende alternatieve hypothese de juiste is. Die alternatieve hypothese waarvan het toetsingsquotiënt het grootst is, beschrijft de meest waarschijnlijke modelfout.
De kritieke waarde k_α wordt berekend uit de centrale χ^2-verdeling met 2 of 3 vrijheidsgraden. De onbetrouwbaarheidsdrempel α volgt uit de onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 van de w-toetsen door toepassing van de B-methode van toetsen.

3.5.8 Algemene toets van het model

De algemene toets van het model wordt gebruikt om te constateren of er fouten in het functie- of kansmodel aanwezig zijn, zonder dat er enig vermoeden bestaat welke fouten dat zijn. Hiervoor wordt verondersteld dat er evenveel fouten in het model zijn als er voorwaarden zijn, dat wil zeggen $q = b$. De toetsingsgrootheid wordt dan, uitgaande van § 3.5.3:

$$T_b = \hat{f}^T Q_{\hat{f}}^{-1} \hat{f} \quad .$$

Hierbij is de toetsingsgrootheid van de algemene toets van het model aangeduid als T_b. De toetsingsgrootheid is verdeeld als een centrale χ^2-verdeling met b vrijheidsgraden.

Voor het model van voorwaardevergelijkingen kan de toetsingsgrootheid ook als volgt worden berekend:

$$T_b = \underline{t}^T Q_{\underline{t}}^{-1} \underline{t} \quad ,$$

met $\underline{t}$ de vector van sluittermen. Voor een model van waarnemingsvergelijkingen kan de toetsingsgrootheid worden berekend als:

$$T_b = \hat{\underline{e}}^T Q_{\underline{y}}^{-1} \hat{\underline{e}} \quad ,$$

waarbij $\hat{\underline{e}}$ de vector van kleinste-kwadraten residuen is.

Het toetsingscriterium van de algemene toets van het model luidt:

verwerp de nulhypothese als: $T_b > k_\alpha$.

Hierbij is k_α de kritieke waarde die berekend wordt met behulp van de centrale χ^2-verdeling met b vrijheidsgraden en een onbetrouwbaarheidsdrempel α. De onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets volgt uit de koppeling van de B-methode van toetsen. Daardoor is de algemene toets van het model gekoppeld met de toetsen met minder vrijheidsgraden, zoals de w-toets en de punttoets. Als het aantal vrijheidsgraden b groot is, neemt de kans op het onterecht verwerpen van de nulhypothese toe, omdat de onbetrouwbaarheidsdrempel toeneemt met het aantal vrijheidsgraden. Hiermee moet rekening worden gehouden als de onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets groter wordt dan 0,10.
De algemene toets van het model wordt ook wel *algemene modeltoets* of kortweg *modeltoets* genoemd.

Voorbeeld
Uitgegaan wordt van het voorbeeld, dat in § 3.4.1.2 is behandeld. In dat voorbeeld zijn in een driehoek drie hoeken gemeten: $\alpha_1 = 50{,}50$ gon, $\alpha_2 = 70{,}00$ gon, $\alpha_3 = 78{,}00$ gon, alle met een standaardafwijking van 1 gon en zonder correlatie (dat wil zeggen dat $Q_y = I_3$). De vereffening levert de volgende vector van kleinste-kwadraten residuen $\hat{e}$:

$$\hat{e} = \begin{pmatrix} -0{,}50 \\ -0{,}50 \\ -0{,}50 \end{pmatrix} \text{ gon} \quad .$$

De toetsingsgrootheid T_b is:

$$T_b = \hat{e}^T Q_y^{-1} \hat{e} = (-0{,}50 \;\; -0{,}50 \;\; -0{,}50) \begin{pmatrix} -0{,}50 \\ -0{,}50 \\ -0{,}50 \end{pmatrix} = 0{,}75 \quad .$$

Bij een onbetrouwbaarheidsdrempel van bijvoorbeeld $\alpha = 0{,}05$ en met $b = 1$ is de kritieke waarde $k_\alpha = 3{,}84$ (zie tabel 3.4). Het toetsingsquotiënt is kleiner dan 1 ($T_b/k_\alpha = 0{,}195$), en de nulhypothese wordt dus niet verworpen. ■

Schatting van de a-posteriori variantiefactor

Als het niet lukt via specifieke alternatieve hypothesen, zoals w-toetsen en punttoetsen, de aanwezige fouten te traceren, kan het zijn dat de algemene toets van het model tot verwerping van de nulhypothese leidt, omdat het kansmodel fout is. Het kansmodel kan fout zijn, omdat de waarnemingsgrootheden niet normaal verdeeld zijn of omdat de veronderstelde varianties en covarianties van de waarnemingsgrootheden niet juist zijn. Ook de vereffeningsresultaten kunnen echter informatie verschaffen over het kansmodel van de waarnemingsgrootheden.

In de praktijk wordt soms de variantiefactor na vereffening berekend. De toetsingsgrootheid van de algemene toets van het model is op de volgende manier gekoppeld aan de schatter van deze *a-posteriori variantiefactor*:

$$\hat{\underline{\sigma}}^2 = \frac{T_b}{b} \quad .$$

Als *na de verwijdering van modelfouten* de a-posteriori variantiefactor significant afwijkt van 1, kan dit een indicatie zijn dat het kansmodel niet goed is opgesteld. Als de factor groter is dan 1, dan zijn de standaardafwijkingen wellicht te klein gekozen. Als daarentegen de schatting van de variantiefactor veel kleiner is dan 1 (bijvoorbeeld 0,5), dan zijn mogelijkerwijs de standaardafwijkingen voor de waarnemingen te groot gekozen.

De schatter van de a-posteriori variantiefactor is als volgt verdeeld:

$$\hat{\underline{\sigma}}^2 \sim \frac{\chi^2(b)}{b} \sim F(b,\infty) \quad .$$

Hierbij is $F(b,\infty)$ de F-verdeling. In de praktijk wordt soms de grootheid $\hat{\underline{\sigma}}^2$ gebruikt voor de algemene toets van het model in plaats van de toetsingsgrootheid T_b. In dat geval wordt de algemene modeltoets soms de $\hat{\sigma}^2$-*toets* of de *F-toets* genoemd (naar de verdeling van deze grootheid).

Voorbeeld (vervolg)

Omdat $b = 1$ komt de geschatte a-posteriori variantiefactor in het geval van de driehoek met de drie gemeten hoeken overeen met de berekende toetsingsgrootheid T_b:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{T_b}{b} = \frac{0{,}75}{1} = 0{,}75 \quad .$$

De geschatte a-posteriori standaardafwijking van de drie hoeken is ongeveer gelijk aan 0,87 gon. Deze schatting wijkt slechts in geringe mate af van de in het kansmodel gehanteerde standaardafwijking van 1 mgon. ■

Slechts bij een groot aantal vrijheidsgraden in relatie tot het aantal onbekenden kunnen op basis van de geschatte variantiefactor aannamen over het kansmodel worden gedaan. In het bovenstaande voorbeeld is het aantal vrijheidsgraden ($b = 1$) klein ten opzichte van het aantal onbekenden ($n = 2$). Het schatten van de varianties en covarianties uit de vereffeningsresultaten behoort tot het gebied van de variantiecomponentenschatting, waarvoor naar de desbetreffende literatuur wordt verwezen.

3.5.9 Toets op de significantie van onbekenden

De toetsing is bedoeld om modelfouten te ontdekken en vervolgens op te sporen. In § 3.5.2 is behandeld hoe modelfouten worden beschreven met behulp van alternatieve hypothesen. In de alternatieve hypothese worden de modelfouten opgeschreven als de vector $\nabla y = C\nabla$, zodat de nul- en de alternatieve hypothese als volgt worden geformuleerd:

$$H_0: \; E\{\underline{y}\} = Ax + a_0 \qquad ; \; D\{\underline{y}\} = Q_y \; ;$$

$$H_a: \; E\{\underline{y}\} = (A \;\; C) \begin{pmatrix} x \\ \nabla \end{pmatrix} + a_0 \; ; \; D\{\underline{y}\} = Q_y \; .$$

De elementen van de vector ∇ zijn extra onbekenden, als aanvulling op de onbekenden die in de vector x staan. Onder de alternatieve hypothese wordt derhalve het model van waarnemingsvergelijkingen uitgebreid met extra onbekenden. Voor sommige onbekenden is de waarde bij benadering bekend. Dit is bijvoorbeeld het geval bij de schaalfactor van afstandsmetingen.

Voorbeeld
Bij de vereffening van een geodetisch netwerk van richtings- en afstandsmetingen in het twee-dimensionale platte vlak wordt vaak aangesloten aan punten waarvan de coördinaten bekend zijn. Het is normaal, dat de lengte-eenheid die bij de afstandsmetingen is gebruikt (de meter bijvoorbeeld), enigszins afwijkt van de lengte-eenheid waarin de bekende coördinaten zijn uitgedrukt. Vanwege dit verschil wordt bij een aansluitingsberekening aan bekende coördinaten de lengte-eenheid als onbekende ingevoerd in de vorm van een onbekende schaalfactor. Deze schaalfactor zal echter bij benadering gelijk zijn aan 1. ■

Men kan nu toetsen of de berekende onbekende al of niet significant afwijkt van de verwachte waarde van die onbekende. De *toetsing* of de berekende waarde van de onbekende significant van de bekende waarde afwijkt, vindt plaats door het verschil van de berekende waarde en de bekende waarde te bepalen en te beoordelen of dit verschil te veel van nul afwijkt. De mate van afwijking van nul moet gezien worden in relatie met de standaardafwijking van dit verschil, die uit de vereffeningsresultaten is te berekenen. Veel modellen zijn van nature niet-lineair, zodat vereffening met behulp van een gelineariseerd model plaatsvindt. In een dergelijk gelineariseerd model zijn de onbekenden toeslagen op de benaderde waarden van de betreffende onbekenden (zie § 3.4.1). Toetsing van de significantie van een onbekende kan dan plaatsvinden door naar de vereffende waarde van de onbekende te kijken. Als deze ongeveer nul is (in verhouding tot de standaardafwijking), kan de betreffende grootheid uit het model worden weggelaten: de onbekende is *niet significant.*
De toetsingsgrootheid $\underline{v}$ voor de toets op de significantie van een onbekende wordt derhalve berekend als:

$$\underline{v} = \frac{\underline{\hat{x}}_i}{\sigma_{\underline{\hat{x}}_i}} \; ,$$

met:

$\underline{\hat{x}}_i$ de schatter van de i-de onbekende;
$\sigma_{\underline{\hat{x}}_i}$ de standaardafwijking van $\underline{\hat{x}}_i$.

De toetsingsgrootheid $\underline{v}$ is standaardnormaal verdeeld:

$$\underline{v} \sim N(0,1) \quad .$$

Toetsing vindt op gelijke wijze plaats als bij de w-toets (zie § 3.5.6) door de waarde van de toetsingsgrootheid te vergelijken met een kritieke waarde k_α die volgt uit de standaardnormale verdeling na keuze van een onbetrouwbaarheidsdrempel α. De toets op de significantie van een onbekende luidt:

een onbekende $\hat{x}_i$ is significant (hoort wél in het model) als: $|v| > k_\alpha$.

Een situatie die ook kan voorkomen, is dat een model twee onbekenden bevat, die eigenlijk dezelfde grootheid beschrijven. Het in de vereffening berekende *verschil* tussen de beide onbekenden is dan niet significant. In meer algemene zin kan een of andere *functie* van de onbekenden niet significant blijken te zijn. De functie wordt als volgt genoteerd:

$$f^T x = 0 \quad ,$$

met:

f een n-vector die de functie, eventueel gelineariseerd, beschrijft;
x de n-vector van onbekenden.

Om te toetsen of de functie significant van nul afwijkt, wordt de volgende toetsingsgrootheid berekend:

$$\underline{v} = \frac{f^T \underline{\hat{x}}}{\sqrt{f^T Q_{\hat{x}} f}} \quad ,$$

waarbij $Q_{\hat{x}}$ de variantiematrix van de vereffende onbekenden is. De toetsingsgrootheid $\underline{v}$ is opnieuw standaardnormaal verdeeld.
Toetsing vindt op gelijke wijze plaats als zojuist is beschreven. Het toetsingscriterium is:

een functie $f^T \hat{x}$ wijkt significant van nul af als: $|v| > k_\alpha$.

3.6 Kwaliteitsbeschrijving

3.6.1 Geometrische kwaliteitsbeschrijving

Als resultaat van de vereffening worden onbekenden en vereffende waarnemingen berekend. Bij landmeetkundige werkzaamheden zijn de onbekenden bijna altijd coördinaten van punten. Niet alleen de berekende onbekenden zijn van belang, maar ook hun kwaliteit is dat. Het begrip kwaliteit heeft in deze handleiding betrekking op de *geometrische kwaliteit* van landmeetkundige produkten en processen. Hieraan gerelateerde vragen zijn bijvoorbeeld: 'Wat zijn de toevallige afwijkingen van de berekende coördinaten van de nieuwe punten?', 'Wat is de invloed van eventuele meetfouten op de coördinaten?' of 'Hoe groot zijn de fouten die opgespoord kunnen worden?' De geometrische kwaliteitsbeschrijving geeft een antwoord op dergelijke vragen.

De geometrische kwaliteit (van het produkt of van het proces) wordt beschreven door middel van de precisie en de betrouwbaarheid. De *precisie* beschrijft de gevoeligheid van

het resultaat voor toevallige afwijkingen in de waarnemingsgrootheden. Daartoe wordt de doorwerking van deze afwijkingen beschreven als gevolg van het meet- en verwerkingsproces. De *betrouwbaarheid* beschrijft de gevoeligheid van het meet- en verwerkingsproces voor modelfouten. Daarbij wordt ook gekeken naar de invloed van eventueel niet-ontdekte modelfouten op de resultaten. De precisie en betrouwbaarheid zijn afzonderlijke componenten van de geometrische kwaliteit. Een goede precisie komt niet vanzelf overeen met een goede betrouwbaarheid en omgekeerd evenmin. Hoewel precisie en betrouwbaarheid apart worden behandeld, zijn beide vanuit het oogpunt van geometrische kwaliteit onlosmakelijk met elkaar verbonden. De grootheden voor de beschrijving van de precisie worden behandeld in § 3.6.2. De grootheden voor de beschrijving van de betrouwbaarheid komen aan de orde in § 3.6.3. Precisie en betrouwbaarheid worden samen ook wel *nauwkeurigheid* genoemd.

Voorbeeld
Stel dat voor de bepaling van de afstand tussen twee punten wordt volstaan met het eenmaal meten van de afstand met een goede elektronische afstandsmeter. De afstand wordt dan zeer precies bepaald. Bij een enkele meting zal een meetfout echter nooit kunnen worden ontdekt. De gevoeligheid voor fouten is dus zeer groot en daarmee is de betrouwbaarheid erg slecht. Dezelfde afstand kan ook driemaal worden gemeten met een meetband. De berekende afstand is dan waarschijnlijk minder precies, maar meetfouten kunnen veel beter worden opgespoord. Dat wil zeggen dat de betrouwbaarheid goed is. Een goede precisie en betrouwbaarheid kunnen worden verkregen door de afstand driemaal onafhankelijk met de elektronische afstandsmeter te meten. ■

Het in § 2.5 beschreven kwaliteitsmodel van puntenvelden beschrijft de geometrische kwaliteit op basis van de *relatieve precisie* tussen punten. Het uitgangspunt van dit model is dat de precisie een goede beschrijving is van de geometrische kwaliteit van een *produkt*, mits modelfouten zijn opgespoord en verwijderd tijdens het meet- en verwerkingsproces. Dit betekent dat een landmeetkundig meet- en verwerkingsproces zodanig opgezet moet zijn dat fouten tijdens de uitvoering ervan worden gevonden. Hiervoor is in § 3.5 de toetsing geïntroduceerd. De opsporing van fouten moet voor elk proces gewaarborgd worden. Dit is het belangrijkste onderdeel van de geometrische kwaliteitsbeheersing van het *proces*. De beschrijving van de betrouwbaarheid maakt derhalve een belangrijk deel uit van de kwaliteitsbeschrijving van het proces.
Van betrouwbaarheid is pas sprake als tijdens het verwerkingsproces ook daadwerkelijk wordt getoetst. De betrouwbaarheid is gewaarborgd voor die alternatieve hypothesen waarvoor een toetsing wordt uitgevoerd. De keuze van een toetsingsstrategie is uitermate belangrijk en omvat onder meer de specificatie welke toetsen worden uitgevoerd (zoals w-toetsen, punttoetsen). De toetsing is gebaseerd op de waarnemingen en de beschrijving van de betrouwbaarheid is daarom gericht op de waarnemingsgrootheden. De *inwendige betrouwbaarheid* beschrijft welke modelfouten gevonden kunnen worden in het waarnemingsmateriaal bij de toetsing en hoe groot de fouten zijn die door middel van toetsing gevonden kunnen worden. De grootte van de modelfout die met een zekere kans gevonden wordt door de w-toets, wordt de *grenswaarde* genoemd. De *uitwendige betrouwbaarheid* beschrijft de invloed van modelfouten op de onbekenden.

De kwaliteitsbeschrijving is deels afhankelijk van de coördinaatdefinitie (zie § 2.5.3). Dit geldt met name voor de precisie. De precisiebeschrijving heeft betrekking op de onbekenden en dat zijn meestal (functies van) coördinaten. De betrouwbaarheidsbeschrijving is sterk gerelateerd aan de controleerbaarheid van de waarnemingen, maar is eveneens afhankelijk van de coördinaatdefinitie.

De coördinaatdefinitie heeft geen invloed op de kwaliteitsbeschrijving van vormgrootheden. Vormgrootheden zijn bijvoorbeeld hoeken en lengteverhoudingen. Omdat in de praktijk de resultaten meestal in de vorm van coördinaten beschikbaar zijn, wordt de kwaliteit echter zelden beschreven aan de hand van vormgrootheden.

De beschrijving van de precisie is altijd een onderdeel van de operationele resultaatbeschrijving; men wil immers de kwaliteit van het produkt kennen. Daarom wordt de kwaliteit van het resultaat beschreven na afloop van de vereffening en toetsing bij de uitschakeling van het wiskundige model. Bij de uitschakeling is het van belang dat gecontroleerd wordt of de betrouwbaarheid gewaarborgd is.

Daarnaast kan de beschrijving en analyse van de kwaliteit een onderdeel zijn van de beoordeling van het ontwerp van een meetproject. Het meetontwerp moet voldoen aan bepaalde geometrische kwaliteitseisen. Hiervoor worden in de toepassingshoofdstukken vuistregels gegeven. Als van deze regels wordt afgeweken, wordt aangeraden de geometrische kwaliteit van het ontwerp te onderzoeken door middel van een *sterkteberekening* (zie ook § 3.6.4). Een sterkteberekening is een rekenkundige analyse van de geometrische kwaliteit van een meetontwerp. Voor een sterkteberekening zijn geen waarnemingen nodig. De sterkteberekening kan dus plaatsvinden *voorafgaande* aan het eigenlijke meet- en verwerkingsproces. Als naar aanleiding van de sterkteberekening blijkt dat het meetontwerp niet aan de gestelde eisen voldoet, moet het meetontwerp worden aangepast. In de praktijk wordt vaak ook een sterkteberekening uitgevoerd tegelijkertijd met de vereffening, zodat de kwaliteit van een uitgevoerd meetproject integraal kan worden beoordeeld.

Het gebruikte kansmodel van de waarnemingsgrootheden heeft een grote invloed op de kwaliteitsbeschrijving. Bij de toetsing geeft de algemene toets van het model een indicatie of het kansmodel juist gekozen is. Als bijvoorbeeld deze toets wordt verworpen terwijl geen waarneming duidelijk fout is, dan kan dit worden veroorzaakt doordat te kleine standaardafwijkingen voor de waarnemingen zijn gebruikt. Als daarentegen de modeltoets zeer ruim wordt aanvaard (het quotiënt van de waarde van de toetsingsgrootheid en de kritieke waarde is veel kleiner dan 1), dan is dit een aanwijzing dat mogelijk te grote standaardafwijkingen zijn gebruikt. Bij de kwaliteitsbeschrijving van het resultaat moet rekening worden gehouden met de bevindingen van de toetsing.

Bij een sterkteberekening vindt geen toetsing plaats en is de kwaliteitsbeschrijving afhankelijk van het gekozen kansmodel. Te klein gekozen standaardafwijkingen van de waarnemingsgrootheden resulteren dan bijvoorbeeld in een te optimistisch beeld van de kwaliteit van de resultaten. Het is dus voor de kwaliteitsbeschrijving zeer belangrijk dat het kansmodel goed wordt gekozen.

3.6.2 Precisie

Waarnemingen zijn door de aard van het inwinningsproces behept met toevallige afwijkingen. De toevallige afwijkingen van de waarnemingen worden meestal beschreven met een variantiematrix. In het vereffeningsproces worden de waarnemingen vereffend en de onbekenden berekend. Als onderdeel van het vereffeningsproces en met behulp van de in § 3.2.5 beschreven voortplantingswetten worden de variantiematrices berekend van de onbekenden, van de vereffende waarnemingen en van de kleinste-kwadraten residuen. De precisie van het resultaat wordt beschreven op basis van grootheden die

zijn afgeleid uit de variantiematrix van de onbekenden. In deze paragraaf wordt de nadruk gelegd op de precisiebeschrijving van punten en puntenvelden.

Berekening van de variantiematrix
Bij de kleinste-kwadraten vereffening gebaseerd op een model van waarnemingsvergelijkingen wordt de variantiematrix van de onbekenden als volgt berekend:

$$Q_{\hat{x}} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} \quad .$$

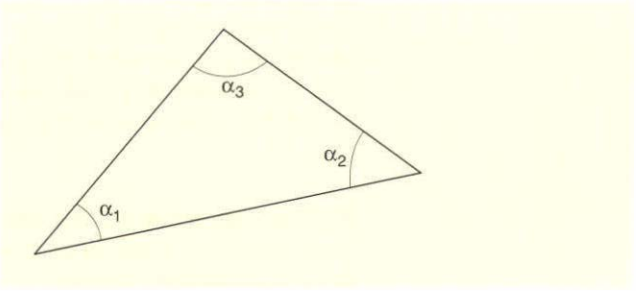
De variantiematrix van de onbekenden is een functie van:
- de precisie van de waarnemingsgrootheden zoals gespecificeerd in het kansmodel door middel van de variantiematrix Q_y;
- de structuur van het meetontwerp, dat wil zeggen het soort waarnemingsgrootheden en hun relatie met de onbekenden (het meetontwerp heeft zijn weerslag op de modelmatrix A);
- de overtalligheid van het meetontwerp (dit beïnvloedt de dimensies van de modelmatrix A);
- eventuele restricties op de onbekenden.

De precisie van het resultaat kan ook beschreven worden in termen van de vereffende waarnemingen $\hat{y}$, maar deze opzet wordt alleen gevolgd als de vereffening gebaseerd is op het model van voorwaardevergelijkingen. Dan geldt:

$$Q_{\hat{y}} = Q_y - Q_y B(B^T Q_y B)^{-1} B^T Q_y \quad .$$

Een variantiematrix is een symmetrische matrix, waardoor een variantiematrix van n grootheden $\frac{1}{2}n(n+1)$ onafhankelijke elementen bevat. De elementen op de hoofddiagonaal beschrijven de variantie van een grootheid. Alle overige elementen beschrijven de covariantie tussen twee grootheden.

Voorbeeld
Ter illustratie van de kwaliteitsbeschrijving wordt gebruik gemaakt van het voorbeeld uit § 3.4.1.2, waar met behulp van hoekmeting de vorm van een driehoek wordt bepaald (zie figuur 3.18). De vorm van een driehoek kan met twee hoeken worden beschreven. In dit voorbeeld is de vector van onbekenden:



Figuur 3.18: Bepaling van de vorm van een driehoek.

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} .$$

De waarnemingsgrootheden zijn de drie hoeken van de driehoek:

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} \underline{y}_1 \\ \underline{y}_2 \\ \underline{y}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\alpha}_1 \\ \underline{\alpha}_2 \\ \underline{\alpha}_3 \end{pmatrix} .$$

De hoeken correleren niet. De standaardafwijking van de hoek α_1 is 2 mgon en van de beide andere hoeken 1 mgon. De variantiematrix van de hoeken is derhalve:

$$Q_y = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ mgon}^2 \ .$$

Een sterkteberekening, gebaseerd op het bovenstaande model, geeft als variantiematrix van de onbekenden:

$$Q_{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 1{,}33 & -0{,}667 \\ -0{,}667 & 0{,}833 \end{bmatrix} \text{ mgon}^2 \ .$$

Dit komt overeen met standaardafwijkingen voor de eerste en tweede onbekende hoek van respectievelijk $\sigma_{\alpha 1} = 1{,}15$ mgon en $\sigma_{\alpha 2} = 0{,}91$ mgon. De correlatiecoëfficiënt tussen deze onbekenden is $\varrho = -0{,}63$.

Als de hoek α_1 een tweede maal wordt gemeten, en wel met een standaardafwijking van 1 mgon, dan heeft dit een grote invloed op de precisie van de berekende onbekenden. Het model is dan gebaseerd op 4 waarnemingsgrootheden en 2 onbekenden. Een nieuwe sterkteberekening resulteert in de volgende variantiematrix van de onbekenden:

$$Q_{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0{,}571 & -0{,}286 \\ -0{,}286 & 0{,}643 \end{bmatrix} \text{ mgon}^2 \ .$$

Dit komt overeen met een standaardafwijking van 0,76 mgon voor de berekende hoek α_1 en een standaardafwijking van 0,80 mgon voor de hoek α_2. De correlatiecoëfficiënt tussen de hoeken is $\varrho = -0{,}47$.
Het toevoegen van waarnemingen verbetert de precisie van de schatters van de onbekenden. In het algemeen geldt dat de precisie van de berekende onbekenden wordt verbeterd door extra waarnemingen of door gebruik te maken van preciezere waarnemingen. ■

Beschrijving van de precisie van punten en puntenvelden

Voor de beschrijving van de precisie van punten of puntenvelden kunnen de volgende grootheden worden gebruikt:

- de berekende variantiematrix van de onbekenden;
- de standaardafwijking van een enkele coördinaat of van een functie van coördinaten;
- de puntstandaardellips van een punt (in het drie-dimensionale geval een ellipsoïde);
- de relatieve standaardellips tussen twee punten (in het drie-dimensionale geval een ellipsoïde);
- de vervangingsmatrix (een kunstmatrix die wordt gebruikt als vervanging van een variantiematrix).

De precisiematen worden afgeleid uit de variantiematrix of zijn er, in het geval van de vervangingsmatrix, aan gerelateerd. De variantiematrix van de onbekenden wordt in de praktijk zelden direct gebruikt voor de beschrijving van de precisie, vanwege het grote

aantal elementen van de matrix. In de regel wordt van alle onbekenden de standaardafwijking berekend uit de variantiematrix. Afhankelijk van de toepassing wordt de standaardafwijking van functies van de onbekenden berekend. Bij detailmetingen of grondslagmetingen worden punt- en relatieve standaardellipsen (of standaardellipsoïden) berekend. De ellipsen maken een precisiebeschrijving per punt of per puntenpaar mogelijk. Gezien het gehanteerde kwaliteitsmodel verdient de beschrijving op basis van de relatieve precisie de voorkeur.
Bij veel toepassingen wordt voor de precisiebeschrijving van een puntenveld een vervangingsmatrix gebruikt, bijvoorbeeld voor de precisiebeschrijving van aansluitingspunten, van digitale kaarten of van de resultaten van een gehele grondslag- en detailmeting.

De beschrijving van de precisie van punten en puntenvelden is afhankelijk van de coördinaatdefinitie. De precisiebeschrijving van (coördinaten van) punten in lokale stelsels is sterk afhankelijk van de gekozen rekenbasis. Dit geldt voor de berekende variantiematrix, de puntstandaardellips, de relatieve standaardellips, de standaardafwijking van een coördinaat(verschil) en een vervangingsmatrix. Bij de beoordeling van de precisie van punten in lokale stelsels moet daarom ook het precisie-criterium betrekking hebben op dezelfde rekenbasis, omdat slechts dan de beoordeling van de precisie niet of in beperkte mate afhankelijk is van de coördinaatdefinitie.
Na aansluiting is de beschrijving van de precisie van de coördinaten afhankelijk van het coördinatenstelsel van de aansluitingspunten omdat de coördinaten van de aansluitingspunten de coördinaatdefinitie operationeel vastleggen.

Criteria voor de precisie van puntenvelden
De vereiste kwaliteit voor punten en puntenvelden wordt beschreven op basis van de relatieve precisie met de parameters van het kwaliteitsmodel van puntenvelden (zie § 2.5). Precisie-criteria kunnen worden afgeleid uit de vereiste kwaliteit van produkten (zie § 2.6). Voor puntenvelden kan met behulp van deze parameters een criteriummatrix worden opgesteld. Dit is een kunstmatrix waarvan de parameters zijn ontleend aan de vereiste kwaliteit voor dat puntenveld.

Kunstmatrices
Voor de beschrijving en de beoordeling van de precisie van puntenvelden kan gebruik worden gemaakt van een kunstmatige matrix of kortweg *kunstmatrix*. Als deze matrix wordt gebruikt in plaats van de berekende variantiematrix wordt gesproken van een *vervangingsmatrix*. Er is sprake van een *criteriummatrix* als de kunstmatrix wordt gebruikt voor de beschrijving van de vereiste precisie van een puntenveld. Een kunstmatrix heeft een vastgestelde structuur en wordt gekarakteriseerd door een beperkt aantal parameters. Deze parameters beschrijven de relatieve precisie tussen punten. In deze handleiding worden twee kunstmatrices gebruikt met een verschillende structuur, namelijk de Baarda-Alberda matrix en de diagonaalmatrix. Beide structuren zijn gebaseerd op de aanname dat de precisie *homogeen* is. De structuur van een Baarda-Alberda matrix is gebaseerd op de aanname dat de relatieve precisie tussen twee punten slechts een functie is van hun onderlinge afstand. Bij een diagonaalmatrix wordt verondersteld dat de coördinaten van punten ongecorreleerd zijn. De Baarda-Alberda matrix wordt gebruikt voor grondslagen en de diagonaalmatrix voor detailpuntenvelden.

Baarda-Alberda matrix
Bij de Baarda-Alberda matrix wordt de covariantie tussen de coördinaten van twee punten gemodelleerd als een lineaire functie van de afstand. Er wordt geen correlatie tussen

de x- en y-coördinaten verondersteld. De Baarda-Alberda matrix heeft voor twee punten i en j de volgende structuur:

	x_i	x_j	y_i	y_j
x_i	d^2	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$	0	0
x_j	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$	d^2	0	0
y_i	0	0	d^2	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$
y_j	0	0	$d^2 - c_0 - c_1 l_{ij}$	d^2

De parameter c_0 beschrijft de *afstandsonafhankelijke* component van de covariantie tussen de punten. De parameter c_1 beschrijft de *afstandsafhankelijke* component (l_{ij} is de afstand tussen de punten i en j). De parameter d^2 is een factor die nodig is om de kunstmatrix aan de eigenschappen van een variantiematrix te laten voldoen.
Voor de Baarda-Alberda matrix is de relatieve precisie tussen twee punten een lineaire functie van de afstand tussen die punten. De straal r van de relatieve standaardcirkel (als gevolg van de gekozen structuur worden alle ellipsen cirkels) tussen de punten i en j is:

$$r = \sqrt{2c_0 + 2c_1 l_{ij}} \quad [\text{cm}] \quad .$$

Hierbij zijn de eenheden van de parameters c_0 en c_1 respectievelijk cm^2 en cm^2/km en is de afstand l_{ij} uitgedrukt in km.

Diagonaalmatrix
Bij de diagonaalmatrix zijn de coördinaten ongecorreleerd. De relatieve precisie tussen twee punten is daardoor onafhankelijk van hun onderlinge afstand. De diagonaalmatrix heeft de volgende structuur, waarbij de parameter c_0 de precisie beschrijft voor zowel de x- als de y-component:

	x_i	x_j	y_i	y_j
x_i	c_0	0	0	0
x_j	0	c_0	0	0
y_i	0	0	c_0	0
y_j	0	0	0	c_0

Voor de diagonaalmatrix is de straal van de relatieve standaardcirkel tussen de punten i en j:

$$r = \sqrt{2c_0} \quad [\text{cm}] \quad .$$

In § 2.5 wordt het gebruik van kunstmatrices als onderdeel van het kwaliteitsmodel van puntenvelden beschreven. In het kwaliteitsmodel wordt de hier gegeven algemene structuur van de matrices gebruikt voor de beschrijving van de puntprecisie. De opzet wordt nog verfijnd door per punt een beschrijving van de idealisatieprecisie mogelijk te maken. De vereiste en kenmerkende kwaliteit van puntenvelden wordt in § 2.6 beschreven met parameters van de kunstmatrix.

Variantiematrix van de onbekenden en eigenwaarde-analyse
De variantiematrix geeft een volledige beschrijving van de precisie, maar is afhankelijk van de coördinaatdefinitie. Een variantiematrix kan worden beoordeeld door vergelij-

king met een criteriummatrix. Bij de beoordeling wordt gekeken of de berekende variantiematrix past 'binnen' de criteriummatrix. Dit gebeurt door middel van een zogenaamde eigenwaarde-analyse. Een eigenwaarde-analyse is een bijzondere techniek die niet wordt behandeld. De eigenwaarde-analyse kan worden beschouwd als een meer-dimensionale variant van de vergelijking van de ellips met een criteriumcirkel. De methode is een krachtig instrument voor het onderzoek naar de precisie van (nieuwe) meetontwerpen. Mits de variantiematrix en de criteriummatrix dezelfde coördinaatdefinitie hebben, is de eigenwaarde-analyse onafhankelijk van de coördinaatdefinitie.

Standaardafwijking

De standaardafwijking wordt veel gebruikt voor de precisiebeschrijving van een enkele grootheid (bijvoorbeeld de spreiding van een waarnemingsgrootheid of een berekende instrumentele onbekende) of een functie van grootheden (bijvoorbeeld de precisie van een berekende oppervlakte). De standaardafwijking van een enkele grootheid kan eenvoudigaan de variantiematrix worden ontleend door de wortel te nemen van het hoofddiagonaalelement dat betrekking heeft op die grootheid. Zo is bijvoorbeeld de standaardafwijking van de x-coördinaat van een punt i:

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\sigma^2_{x_i}} \quad .$$

Bij veel toepassingen heeft de standaardafwijking betrekking op functies van de onbekenden. De standaardafwijking van bijvoorbeeld het x-coördinaatverschil $x_{ij} = x_j - x_i$ tussen de punten i en j is:

$$\sigma_{x_{ij}} = \sqrt{\sigma^2_{x_i} - 2\sigma_{x_i x_j} + \sigma^2_{x_j}} \quad .$$

In veel gevallen moet de standaardafwijking worden berekend van een niet-lineaire functie van de onbekenden. Een voorbeeld hiervan is de standaardafwijking van de afstand tussen twee punten i en j. In een dergelijk geval moet uit de niet-lineaire betrekking

$$l_{ij} = \sqrt{(\underline{x}_j - \underline{x}_i)^2 + (\underline{y}_j - \underline{y}_i)^2} \quad ,$$

eerst door middel van linearisatie een differentiebetrekking worden afgeleid:

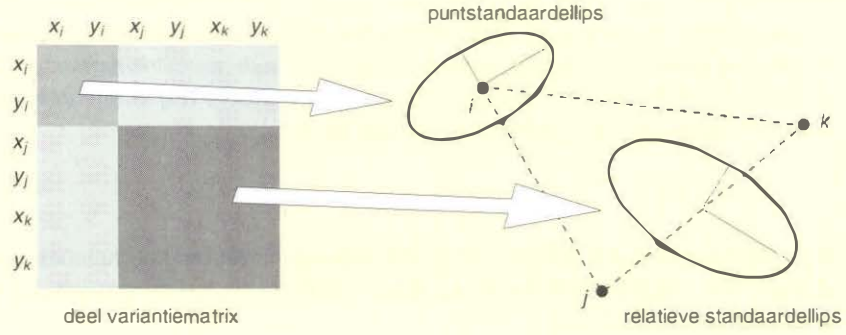
$$\Delta \underline{l}_{ij} = \frac{x_{ij}}{l_{ij}}\Delta \underline{x}_j - \frac{x_{ij}}{l_{ij}}\Delta \underline{x}_i + \frac{y_{ij}}{l_{ij}}\Delta \underline{y}_j - \frac{y_{ij}}{l_{ij}}\Delta \underline{y}_i \quad .$$

De standaardafwijking van de afstand wordt vervolgens berekend door toepassing van de voortplantingswet van de varianties op de gelineariseerde betrekking.

Puntstandaardellips

De puntstandaardellips wordt gebruikt voor de visualisatie van de precisie van een punt. Bij drie-dimensionale toepassingen is er sprake van een ellipsoïde. In § 3.2.9 is voor het twee-dimensionale geval aangegeven hoe de parameters van de ellips berekend worden, uitgaande van de varianties en de covarianties van de x- en y-coördinaten van een punt. Voor een punt i moeten in de formules σ^2_1, σ^2_2 en σ_{12} vervangen worden door respectievelijk $\sigma^2_{x_i}$, $\sigma^2_{y_i}$ en $\sigma_{x_i y_i}$ (zie figuur 3.19). De parameters van een puntstandaardellips zijn de lengten van de halve lange as en de halve korte as en de oriëntering van de lange as. Bij een ellipsoïde zijn de parameters de lengten van de drie halve assen en de oriënteringen van de assen.

Veel landmeetkundige programmatuur berekent puntstandaardellipsen als maat voor de precisie. Voor de beoordeling van de precisie is bij ellipsen de lengte van de halve lange as (a) maatgevend. Bij de beoordeling van de lengte van een as als precisiemaat moet bedacht worden dat de berekende parameters van de ellips (of ellipsoïde) afhankelijk zijn van de coördinaatdefinitie. Deze lengte wordt daarom vergeleken met de straal r van een criteriumcirkel, afgeleid uit een criteriummatrix. De criteriumcirkel moet betrekking hebben op dezelfde rekenbasis als de variantiematrix. Als voor alle punten het quotiënt a/r kleiner is dan 1, voldoet de precisie waarschijnlijk aan de specificaties. Een dergelijke analyse is echter niet volledig, omdat een andere keuze van de rekenbasis tot andere conclusies kan leiden.



Figuur 3.19: De variantiematrix van coördinaten en de relatie met de puntstandaardellips en de relatieve standaardellips.

Relatieve standaardellips

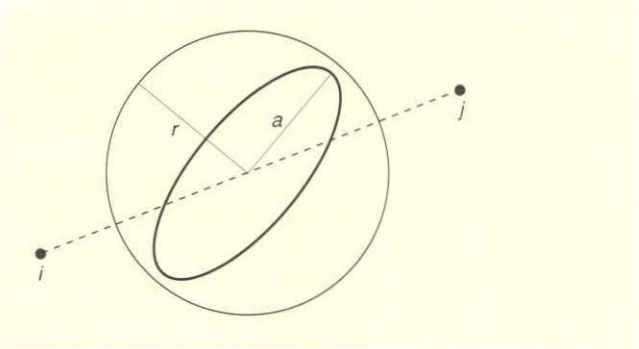
De relatieve standaardellips wordt gebruikt om de relatieve precisie tussen twee punten zichtbaar te maken (bij drie-dimensionale puntenvelden is er sprake van een ellipsoïde). De relatieve standaardellips tussen twee punten i en j wordt op dezelfde wijze berekend als de puntstandaardellips, waarbij gebruik wordt gemaakt van de formules uit § 3.2.9 (zie figuur 3.19). In de formules moeten dan de volgende substituties worden uitgevoerd:

$$\text{vervang } \sigma_1^2 \text{ door } \sigma_{x_{ij}}^2 = \sigma_{x_i}^2 - 2\sigma_{x_i x_j} + \sigma_{x_j}^2 \;;$$
$$\text{vervang } \sigma_{12} \text{ door } \sigma_{x_{ij}y_{ij}} = \sigma_{x_i y_i} - \sigma_{x_i y_j} - \sigma_{y_i x_j} + \sigma_{x_i y_j} \;;$$
$$\text{vervang } \sigma_2^2 \text{ door } \sigma_{y_{ij}}^2 = \sigma_{y_i}^2 - 2\sigma_{y_i y_j} + \sigma_{y_j}^2 \;.$$

De beschrijvende parameters van de relatieve standaardellips zijn de lengte van de halve lange as, de lengte van de halve korte as en de oriëntering van de lange as. Bij een ellipsoïde zijn de parameters de lengten van de drie halve assen en de oriënteringen van de assen. Voor de beoordeling van de precisie is de lengte van de langste as maatgevend. De parameters van de relatieve standaardellips zijn afhankelijk van de coördinaatdefinitie. Het criterium voor de beoordeling van de relatieve precisie moet betrekking hebben op dezelfde rekenbasis. Na aansluiting kan echter de langste halve as van de relatieve standaardellips (of ellipsoïde) direct worden vergeleken met de straal van een criteriumcirkel zoals die wordt afgeleid uit de vereiste kwaliteit.

Voorbeeld

Veronderstel dat in het kader van een bijhoudingsmeting de ligging is bepaald van een aantal punten. Na aansluiting aan bestaande punten wordt onderzocht of de relatieve precisie tussen de (nieuw) bepaalde punten aan de criteria van de kadastrale kaart voldoet. De variantiematrix van de coördinaten wordt berekend als onderdeel van de vereffening. De relatieve precisie tussen een tweetal punten i en j wordt beschreven met de uit de variantiematrix berekende relatieve standaardellips. De halve lange as van de ellips is in figuur 3.20 aangegeven met de letter a. Voor de vereiste kwaliteit van de kadastrale kaart geldt voor de straal van de relatieve standaardellips dat $r \leqq \sqrt{2c_0 + \overline{d}_i^2 + \overline{d}_j^2}$. Hierbij beschrijft c_0 de vereiste puntprecisie van de kadastrale kaart ($c_0 = 400\ \text{cm}^2$ in bebouwd gebied) en zijn $\overline{d}_i$ en $\overline{d}_j$ de standaardafwijkingen voor de idealisatie van respectievelijk de punten i en j. In figuur 3.20 voldoet de berekende precisie aan het criterium: a is kleiner dan r. De relatieve ellips ligt binnen de criteriumcirkel. In de praktijk wordt bij omvangrijke metingen een dergelijke analyse vaak getalsmatig uitgevoerd, waarbij per gespecificeerde relatieve standaardellips de lengte van de halve langs a en de straal r met elkaar worden vergeleken. De verhouding a/r moet dan voor alle puntenparen kleiner zijn dan 1. ■



Figuur 3.20: Vergelijking van een relatieve standaardellips met een criteriumcirkel.

3.6.3 Betrouwbaarheid

De betrouwbaarheid is nauw verbonden met de kwaliteitsbeheersing van het landmeetkundige meet- en verwerkingsproces. De betrouwbaarheid wordt beschreven door de grootte van de fouten die door de toetsing kunnen worden gevonden en door de invloed van die fouten op het resultaat. Van betrouwbaarheid is pas sprake als er wordt getoetst tijdens de gegevensverwerking. Toetsing is mogelijk als het meetontwerp overtalligheid bevat en daarmee de mogelijkheid tot controle geeft. Bij de toetsing wordt de kwaliteit van de waarnemingen expliciet onderzocht en wordt de betrouwbaarheid van het proces gewaarborgd.

De betrouwbaarheid is een functie van:

- Het meetontwerp. In de HTW worden voor de diverse toepassingen vuistregels gegeven voor het meetontwerp zodanig dat de betrouwbaarheid is gewaarborgd. Het meetontwerp bepaalt de overtalligheid. Als van de vuistregels wordt afgeweken kan doormiddel van een sterkteberekening de betrouwbaarheid worden onderzocht. Voldoet het ontwerp niet aan de eisen dan kan het meetontwerp worden aangepast door bijvoorbeeld het toevoegen van waarnemingen waardoor de overtalligheid wordt vergroot.
- Het kansmodel van de waarnemingsgrootheden. De precisie van de waarnemingsgrootheden heeft voornamelijk invloed op de grootte van fouten die met behulp van de toetsing kunnen worden gevonden.
- De toetsingsprocedure en de gebruikte toetsingsparameters. Als toetsingsprocedure wordt de B-methode van toetsen gebruikt. Voor de beschrijving van de betrouwbaarheid is het van belang welke alternatieve hypothesen worden geformuleerd. Alterna-

tieve hypothesen worden geformuleerd op basis van de modelfouten die zouden kunnen optreden. Voor de diverse toepassingen wordt beschreven voor welke alternatieve hypothesen moet worden getoetst. Bij alle toepassingen wordt getoetst op fouten in de afzonderlijke waarnemingen door middel van de w-toets.

De betrouwbaarheid wordt beschreven met behulp van de *inwendige* en *uitwendige betrouwbaarheid*. De inwendige betrouwbaarheid beschrijft de grootte van de fouten die met de gekozen toetsingsprocedure gevonden kunnen worden. De invloed van deze modelfouten op de resultaten wordt beschreven met de uitwendige betrouwbaarheid. De uitwendige betrouwbaarheid heeft meestal betrekking op coördinaten van punten. Voor de resultaatbeschrijving is vooral de uitwendige betrouwbaarheid van belang.

3.6.3.1 Inwendige betrouwbaarheid

De inwendige betrouwbaarheid wordt beschreven aan de hand van de grootte van de fouten die met de toetsing kunnen worden gevonden. De grootte van de fout wordt *grenswaarde* genoemd bij één-dimensionale alternatieve hypothesen. Bij twee- en drie-dimensionale alternatieve hypothesen worden grenswaarde-ellipsen respectievelijk grenswaarde-ellipsoïden gebruikt.
De grenswaarden voor de alternatieve hypothesen van een verschillende dimensie zijn aan elkaar gerelateerd door de B-methode van toetsen. De niet-centraliteitsparameter λ_0 is gelijk voor de toetsen van verschillende dimensies. Deze parameter is gedefinieerd door voor een één-dimensionale toets de onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 en het onderscheidingsvermogen γ_0 te kiezen (zie § 3.5.5). In de praktijk heeft men vooral te maken met één-dimensionale alternatieve hypothesen (bijvoorbeeld een fout in een enkele waarneming of coördinaat) en twee- en drie-dimensionale alternatieve hypothesen (bijvoorbeeld een fout in een aansluitingspunt).

Grenswaarde
De grenswaarde is de grootte van de fout die met een kans van γ_0 kan worden gevonden met een één-dimensionale toets. De één-dimensionale alternatieve hypothese wordt beschreven met de vector c. De absolute waarde van de grenswaarde ∇ wordt berekend als:

$$|\nabla| = \sqrt{\frac{\lambda_0}{c^T Q_{\hat{f}} c}} \quad ,$$

met:

- λ_0 niet-centraliteitsparameter;
- c vector die de alternatieve hypothese beschrijft;
- $Q_{\hat{f}}$ variantiematrix van de reciproque residuen (zie § 3.5.3) met $Q_{\hat{f}} = Q_y^{-1} Q_{\hat{e}} Q_y^{-1}$, waarbij $Q_{\hat{e}}$ de variantiematrix van de kleinste-kwadraten residuen is.

De dimensie van de grenswaarde komt overeen met die van de veronderstelde modelfout. Een fout ter grootte van de grenswaarde wordt bij de toetsing gevonden met een kans van γ_0 (meestal geldt $\gamma_0 = 0{,}80$). Als de werkelijke fout groter is, wordt de fout met een grotere kans gevonden. De formule voor de berekening van de grenswaarde vertoont een grote overeenkomst met de formule van de w-toetsingsgrootheid (zie § 3.5.6). Voor een één-dimensionale alternatieve hypothese is de grenswaarde-vector van de waarnemingen:

$$\nabla y = c\nabla \quad .$$

Bij een conventionele alternatieve hypothese wordt getoetst op de veronderstelling dat in één waarneming een fout is gemaakt, terwijl de overige waarnemingen geen fout bevatten. Hierbij is de grenswaarde voor een waarneming i $\nabla y_i = \nabla_i$. Deze grenswaarde is goed te interpreteren, omdat deze direct gerelateerd is aan de waarnemingen.
Bij een slecht gecontroleerde waarneming is de grenswaarde groot ten opzichte van de standaardafwijking van die waarneming (bijvoorbeeld 30 maal zo groot). Als een waarneming niet wordt gecontroleerd kan er geen grenswaarde worden berekend (de inwendige betrouwbaarheid voor die waarneming is dan oneindig slecht). Bij een goed gecontroleerde waarneming is de grenswaarde kleiner dan 10 maal de standaardafwijking.

Voorbeeld
De analyse van de inwendige betrouwbaarheid wordt geïllustreerd met het voorbeeld in figuur 3.18, waar met behulp van hoekmeting de vorm van een driehoek wordt bepaald. De betrouwbaarheid wordt beschreven op basis van conventionele alternatieve hypothesen. Als toetsingsparameters zijn gekozen $\alpha_0 = 0{,}001$ en $\gamma_0 = 0{,}80$, zodat $\lambda_0 = 17{,}075$. Voor het geval dat drie hoeken worden gemeten zijn de grenswaarden behorende bij de conventionele alternatieve hypothesen:

$$\nabla y_1 = 10{,}1 \text{ mgon} \quad ; \quad \nabla y_2 = 10{,}1 \text{ mgon} \quad ; \quad \nabla y_3 = 10{,}1 \text{ mgon} \quad .$$

De grenswaarde is dus voor alle waarnemingen gelijk, ondanks het feit dat de standaardafwijkingen verschillen per waarnemingsgrootheid. Dit wordt verklaard door het feit dat het meetontwerp slechts één voorwaarde bevat.
Als de hoek α_1 een tweede maal gemeten wordt (deze waarneming wordt aangeduid als y_4) dan heeft het model een overtalligheid van 2 (het aantal onbekenden verandert immers niet). Als de standaardafwijking van de nieuwe waarneming 1 mgon is, zijn de grenswaarden:

$$\nabla y_1 = 8{,}9 \text{ mgon} \quad ; \quad \nabla y_2 = 6{,}9 \text{ mgon} \quad ; \quad \nabla y_3 = 6{,}9 \text{ mgon} \quad ; \quad \nabla y_4 = 6{,}3 \text{ mgon} \quad .$$

De grenswaarden zijn nu kleiner en verschillen per waarneming. Een grotere overtalligheid resulteert in kleinere grenswaarden. Bovendien blijkt dat de grenswaarde afhankelijk is van de grootte van de standaardafwijking van de waarnemingsgrootheid. Een kleinere standaardafwijking resulteert in een kleinere grenswaarde (vergelijk ∇y_1 met ∇y_4). ■

Grenswaarde-ellips
Naast één-dimensionale toetsen (w-toetsen), worden soms ook twee- of drie-dimensionale toetsen uitgevoerd. Bij de aansluiting van puntenvelden of netwerken worden de aansluitingspunten getoetst met behulp van de punttoetsen (zie § 3.5.7). Bij GPS-netwerken worden de drie-dimensionale basislijnen getoetst als onderdeel van de vereffening van het net. In dergelijke gevallen wordt de inwendige betrouwbaarheid beschreven voor twee- of drie-dimensionale alternatieve hypothesen. Dit gebeurt met de grenswaarde-ellips (bij twee-dimensionale hypothesen) of de grenswaarde-ellipsoïde (bij drie-dimensionale alternatieve hypothesen).
Bij de beoordeling van de grenswaarde-ellipsen (-ellipsoïden) is de lengte van de langste as maatgevend.

Genormaliseerde grenswaarde
Grenswaarden van verschillende soorten waarnemingsgrootheden kunnen moeilijk met elkaar worden vergeleken. Dit is bijvoorbeeld het geval bij de vergelijking van de grenswaarden van afstanden (in meters) en richtingen (in gon). Door de grenswaarde te relateren aan de spreiding van de waarneming (beschreven met de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden), kan de invloed van de maateenheid worden geëlimineerd. Per één-dimensionale alternatieve hypothese kan een genormaliseerde grenswaarde als volgt worden berekend:

$$\sqrt{\lambda_y} = \sqrt{\nabla y^T Q_y^{-1} \nabla y} \quad ,$$

met:

$\sqrt{\lambda_y}$ genormaliseerde grenswaarde;
∇y de grenswaarde-vector behorend bij de alternatieve hypothese;
Q_y variantiematrix van de waarnemingsgrootheden.

De genormaliseerde grenswaarde is een dimensieloze grootheid en daardoor zeer geschikt voor de vergelijking van waarnemingsgrootheden met een verschillende maateenheid. Als de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden een diagonaalmatrix is (in de praktijk komt dit vaak voor), is de genormaliseerde grenswaarde voor een conventionele alternatieve hypothese betreffende een fout in waarneming i:

$$\sqrt{\lambda_{y(i)}} = \frac{\nabla y_i}{\sigma_{y(i)}} \quad .$$

Hierbij is $\sigma_{y(i)}$ de standaardafwijking van de betreffende waarneming. In dit geval is de interpretatie van de genormaliseerde grenswaarde erg eenvoudig. De genormaliseerde grenswaarde van de waarneming is gelijk aan het quotiënt van de grenswaarde en de standaardafwijking van die waarneming.
Een grote genormaliseerde grenswaarde duidt op een slecht gecontroleerde waarneming. In de praktijk is de inwendige betrouwbaarheid goed als de genormaliseerde grenswaarde kleiner is dan 10. Bij ongecorreleerde waarnemingsgrootheden is het kwadraat van de genormaliseerde grenswaarde altijd groter of gelijk aan de niet-centraliteitsparameter, dat wil zeggen dat $\lambda_y \geqq \lambda_0$. De grenswaarde van een waarneming is dan groter dan of gelijk aan $\sigma_y \sqrt{\lambda_0}$.

Voorbeeld (vervolg)
De analyse van de inwendige betrouwbaarheid met behulp van genormaliseerde grenswaarden is voor het gebruikte voorbeeld niet echt noodzakelijk, omdat slechts één soort waarnemingen is gebruikt. Hoewel de grenswaarden voor alle waarnemingen gelijk zijn, geldt dit niet voor de genormaliseerde grenswaarden. Het verschil per waarneming wordt veroorzaakt door de verschillende standaardafwijkingen van de waargenomen hoeken:

$$\sqrt{\lambda_{y(1)}} = 5.1 \quad ; \quad \sqrt{\lambda_{y(2)}} = 10.1 \quad ; \quad \sqrt{\lambda_{y(3)}} = 10.1 \quad .$$

Als de hoek α_1 een tweede maal gemeten wordt, worden de genormaliseerde grenswaarden:

$$\sqrt{\lambda_{y(1)}} = 4.5 \quad ; \quad \sqrt{\lambda_{y(2)}} = 6.9 \quad ; \quad \sqrt{\lambda_{y(3)}} = 6.9 \quad ; \quad \sqrt{\lambda_{y(4)}} = 6.3 \quad .$$

Het vergroten van de overtalligheid geeft een duidelijke verbetering van de betrouwbaarheid. ■

3.6.3.2 Uitwendige betrouwbaarheid

De uitwendige betrouwbaarheid beschrijft de gevoeligheid van het resultaat voor fouten ter grootte van de grenswaarden. De uitwendige betrouwbaarheid wordt geanalyseerd met twee grootheden, namelijk de *uitwendige betrouwbaarheidsvector* en de *verstoringsfactor*.

Uitwendige betrouwbaarheidsvector
De invloed op de onbekenden van een modelfout ter grootte van een grenswaarde kan eenvoudig worden berekend door de grenswaarde-vector in te vullen in de formule voor de berekening van de onbekenden:

$$\nabla\hat{x} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} \nabla y \quad .$$

De uitwendige betrouwbaarheidsvector $\nabla\hat{x}$ kan voor elke alternatieve hypothese worden berekend. De dimensie van de vector is gelijk aan het aantal onbekenden. In de praktijk wordt de uitwendige betrouwbaarheidsvector weinig gebruikt voor de beschrijving van de betrouwbaarheid. Ten eerste moet voor elke alternatieve hypothese een vector worden berekend en beoordeeld en ten tweede zijn de elementen van de vector afhankelijk van de coördinaatdefinitie.

Voorbeeld (vervolg)
Bij de bepaling van vorm van de driehoek met behulp van drie (hoek-)waarnemingen zijn de hoeken α_1 en α_2 de onbekenden.

$$\nabla\hat{x} = \begin{pmatrix} \nabla\hat{\alpha}_1 \\ \nabla\hat{\alpha}_2 \end{pmatrix} .$$

Voor elke alternatieve hypothese (een fout in de waarneming y_1, y_2 of y_3) wordt een uitwendige betrouwbaarheidsvector berekend:

$$\nabla\hat{x}_1 = \begin{pmatrix} 3{,}37 \\ -1{,}69 \end{pmatrix} ; \quad \nabla\hat{x}_2 = \begin{pmatrix} -6{,}75 \\ 8{,}43 \end{pmatrix} ; \quad \nabla\hat{x}_3 = \begin{pmatrix} -6{,}75 \\ -1{,}69 \end{pmatrix} .$$

Alle elementen van de vectoren zijn in mgon. Een niet-gevonden fout in de waarnemingsgrootheid met de kleinste standaardafwijking heeft een grotere invloed op de schatting van de hoeken. Als de oplossing inclusief de extra waarneming van de eerste hoek wordt geanalyseerd, dan zijn de uitwendige betrouwbaarheidsvectoren (in mgon):

$$\nabla\hat{x}_1 = \begin{pmatrix} 1{,}28 \\ -0{,}64 \end{pmatrix} ; \quad \nabla\hat{x}_2 = \begin{pmatrix} -1{,}98 \\ 4{,}44 \end{pmatrix} ; \quad \nabla\hat{x}_3 = \begin{pmatrix} -1{,}98 \\ -2{,}47 \end{pmatrix} ; \quad \nabla\hat{x}_4 = \begin{pmatrix} 3{,}61 \\ -1{,}80 \end{pmatrix} .$$

Door de kleinere grenswaarden ten gevolge van de grotere overtalligheid is de invloed van de fouten op de schattingen van de hoeken kleiner. De grootste invloed op de onbe-

kende hoek α_1 heeft een fout ter grootte van de grenswaarde in de waarnemingsgrootheid met de kleinste standaardafwijking (y_4). ■

Verstoringsfactor

Omdat de analyse van de uitwendige betrouwbaarheidsvectoren door het grote aantal getallen vrij moeilijk is, wordt de uitwendige betrouwbaarheid veelal geanalyseerd met behulp van een andere grootheid, de verstoringsfactor. De verstoringsfactor is gedefinieerd als:

$$\sqrt{\lambda_{\hat{x}}} = \sqrt{\nabla\hat{x}^T Q_{\hat{x}}^{-1} \nabla\hat{x}} \quad .$$

De verstoringsfactor is een maat voor de invloed van een modelfout op de geschatte onbekenden in verhouding tot de berekende precisie. De factor is een verhoudingsgetal tussen de verstoring en de precisie. Per één-dimensionale alternatieve hypothese kan een verstoringsfactor worden berekend. De verstoringsfactor is een dimensieloze grootheid en daardoor zeer geschikt om de uitwendige betrouwbaarheid voor verschillende alternatieve hypothesen te vergelijken. Een grote verstoringsfactor geeft aan dat de invloed van een modelfout ∇y op de schatters van de onbekenden groot is, terwijl een kleine verstoringsfactor juist aangeeft dat de verstoring klein is. De beoordeling van de uitwendige betrouwbaarheid met behulp van verstoringsfactoren heeft de volgende voordelen:

- per (één-dimensionale) alternatieve hypothese wordt de uitwendige betrouwbaarheid beoordeeld aan de hand van één getal;
- de uitwendige betrouwbaarheid van alternatieve hypothesen behorend bij verschillende soorten waarnemingsgrootheden kan worden vergeleken.

In absolute zin zijn verstoringsfactoren niet makkelijk te interpreteren. De interpretatie wordt echter vereenvoudigd als de relatie tussen verstoringsfactor en uitwendige betrouwbaarheidsvectoren wordt gebruikt:

$$\left|\frac{\nabla\hat{x}_i}{\sigma_{x_i}}\right| \leqq \sqrt{\lambda_{\hat{x}}} \quad .$$

De verstoringsfactor geeft een bovengrens voor de invloed van een modelfout op een berekende onbekende in relatie tot de standaardafwijking van die onbekende.
Het kwadraat van de verstoringsfactor voor een waarneming i is als volgt gerelateerd aan de genormaliseerde grenswaarde:

$$\lambda_{\hat{x}(i)} = \lambda_{y(i)} - \lambda_0 \quad .$$

In de praktijk wordt deze uitdrukking gebruikt voor de berekening van de verstoringsfactoren. De verstoringsfactor is dus altijd kleiner dan de genormaliseerde grenswaarde. De uitwendige betrouwbaarheid voor een waarneming is goed als de verstoringsfactor kleiner is dan 10.

Bij veel landmeetkundige toepassingen is men vooral geïnteresseerd in de invloed van modelfouten op de coördinaten van punten (of een deel van de punten). In dat geval wordt de verstoringsfactor zodanig berekend dat deze slechts betrekking heeft op een deel van de onbekenden. Bij terrestrische netwerken wordt bijvoorbeeld gebruik gemaakt van een verstoringsfactor die betrekking heeft op de coördinaten van de netwerkpunten. De invloed van een fout op de oriënteringsonbekenden en de schaalfactor wordt buiten beschouwing gelaten, omdat deze onbekenden geen betrekking hebben op

de nieuwe grondslagpunten en derhalve niet van belang zijn voor de resultaatbeschrijving. Als de onbekenden waarop de modelfout betrekking heeft, aangeduid worden als x_1 en de overige onbekenden als x_2, dan kan het model van waarnemingsvergelijkingen worden geschreven als:

$$E\{\underline{y}\} = (A_1 \;\; A_2) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} .$$

Hierbij zijn A_1 en A_2 de delen van de modelmatrix A die betrekking hebben op respectievelijk x_1 en x_2. Het kwadraat van de verstoringsfactor die betrekking heeft op de onbekenden x_1 wordt, uitgaande van dit model voor de i-de waarneming, berekend als:

$$\lambda_{\hat{x}(i)} = \lambda_{y(i)} - \lambda_0 - \nabla y^T Q_y^{-1} A_2 (A_2^T Q_y^{-1} A_2)^{-1} A_2^T Q_y^{-1} \nabla y \quad .$$

De verstoringsfactor die betrekking heeft op een deel van de onbekenden is altijd kleiner dan of gelijk aan de verstoringsfactor die betrekking heeft op alle onbekenden. Bij het gebruik van verstoringsfactoren is het belangrijk te vermelden op welke onbekenden de factor betrekking heeft, met name als men de grootte van de verstoringsfactoren wil beoordelen.

Voorbeeld (vervolg)
Voor elke conventionele alternatieve hypothese worden de verstoringsfactoren berekend. De verstoringsfactoren hebben betrekking op de onbekende hoeken α_1 en α_2.

$$\sqrt{\lambda_{\hat{x}(1)}} = 2{,}9 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(2)}} = 9{,}2 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(3)}} = 9{,}2 \quad .$$

Het blijkt dat de waarnemingen met een kleinere standaardafwijking een grotere verstoring tot gevolg hebben. Dit ligt in de lijn der verwachting, omdat de vorm van de driehoek voornamelijk wordt bepaald door de waarnemingen met een kleine standaardafwijking.
Na het toevoegen van de extra waarneming van de eerste hoek (y_4) wordt de uitwendige betrouwbaarheid sterk verbeterd. De verstoringsfactoren van de waarnemingen zijn:

$$\sqrt{\lambda_{\hat{x}(1)}} = 1{,}7 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(2)}} = 5{,}5 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(3)}} = 5{,}5 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(4)}} = 4{,}8 \quad .$$

Als de verstoringsfactoren slechts betrekking hebben op de eerste hoek α_1 dan zijn bij vier waargenomen hoeken de verstoringsfactoren:

$$\sqrt{\lambda_{\hat{x}(1)}} = 1{,}7 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(2)}} = 2{,}6 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(3)}} = 2{,}6 \;\; ; \;\; \sqrt{\lambda_{\hat{x}(4)}} = 4{,}8 \quad .$$

De verstoringsfactoren van de hoekwaarnemingen van de hoek α_1 (y_1 en y_4) worden niet kleiner. Een fout in deze waarnemingen werkt kennelijk volledig door in de schatting van de hoek α_1. ■

3.6.4 Sterkteberekening

De uitvoering van een sterkteberekening wordt aanbevolen bij afwijking van de vuistregels, bij de opzet van nieuwe meetontwerpen of bij het gebruik van nieuwe meettechnieken. Voor een sterkteberekening moeten de kwaliteitscriteria worden vertaald in de grootheden waarmee de precisie en betrouwbaarheid worden beschreven. Dit betekent bijvoorbeeld dat de eis dat foutopsporing mogelijk moet zijn, wordt vertaald in bovengrenzen voor de parameters van de inwendige en uitwendige betrouwbaarheid. Daarnaast moeten het functiemodel en het kansmodel worden gespecificeerd. Voor de betrouwbaarheidsbeschrijving moet een toetsingsstrategie worden gekozen en moeten de relevante alternatieve hypothesen worden geformuleerd.

Voor de precisie zijn criteria beschikbaar voor de verschillende toepassingen. Voor puntenvelden zijn in § 2.6 criteria geformuleerd in termen van relatieve precisie. De relatieve precisie is maatgevend voor de kwaliteitsbeschrijving van het resultaat. Bij afwijking van de vuistregels is een beoordeling van de precisie mogelijk met behulp van de relatieve standaardellipsen. Daarbij is vooral de relatieve precisie tussen nabijgelegen punten van belang. Voor nieuwe toepassingen kan de precisie het beste worden geanalyseerd door middel van een eigenwaarde-analyse. Als de precisie van de onbekenden onvoldoende wordt geacht, kan deze worden verbeterd door waarnemingsgrootheden met een kleinere standaardafwijking te gebruiken of door het aantal waarnemingen te vergroten.

In de praktijk blijkt het waarborgen van de betrouwbaarheid vaak moeilijker te zijn dan het realiseren van de vereiste precisie. Er moet voor worden gezorgd dat fouten van een bepaalde grootte kunnen worden gevonden. Dit stelt eisen aan het meetontwerp. De betrouwbaarheid wordt geanalyseerd aan de hand van grenswaarden, genormaliseerde grenswaarden en verstoringsfactoren. Grenswaarden zijn een goede indicatie voor zwakke delen van het meetontwerp, zeker als de grenswaarden gerelateerd kunnen worden aan een bekend meetproces of een bepaald soort instrumentarium (er zijn dan ervaringsgetallen beschikbaar voor de grootte van de mogelijke modelfouten). Genormaliseerde grenswaarden en verstoringsfactoren zijn uitermate geschikt om de betrouwbaarheid behorend bij de verschillende alternatieve hypothesen te vergelijken en daarmee zwakke delen van het meetontwerp op te sporen. Een slechte betrouwbaarheid kan het eenvoudigst worden verbeterd door het aantal waarnemingen, en daarmee de overtalligheid van het meetontwerp, te vergroten.

Voor de betrouwbaarheid bestaan voor de verschillende toepassingen geen expliciete criteria. In de diverse toepassingshoofdstukken worden wel indicaties gegeven voor de grootte van de betrouwbaarheidsparameters.

4 Aansluiting

4.1 Inleiding

Voor de geometrische kwaliteitsbeheersing van coördinatenbestanden speelt de aansluiting van puntenvelden een belangrijke rol. Zowel het koppelen van coördinatenbestanden als het inbrengen van nieuwe (geometrische) gegevens in een coördinatenbestand zijn vormen van aansluiting. Daarom is de aansluiting van puntenvelden een van de hoofdthema's van de HTW. Veel problemen blijken namelijk in de praktijk aansluitingsproblemen te zijn. Dit is een gevolg van het feit dat zowel op het niveau van de grondslag (RD-net en GPS-kernnet) als op het niveau van de detailpunten (de grondslagelementen) er al een puntenveld aanwezig is. Grondslag- en detailmetingen zijn daardoor bijna altijd verdichtingsmetingen, waarbij de nieuw gecreëerde punten moeten worden aangesloten aan het al bestaande puntenveld. In de praktijk wordt de aansluiting vaak impliciet uitgevoerd als onderdeel van een netwerkvereffening waardoor het aansluitingsprobleem niet als zodanig wordt herkend. Met het in toenemende mate beschikbaar komen van digitale bestanden zullen ook de toepassingen waar puntenvelden aan puntenvelden worden aangesloten steeds vaker voorkomen.

In de HTW wordt onder aansluiting van puntenvelden verstaan het via de aansluitingspunten combineren van de coördinaten van twee elkaar overlappende puntenvelden, zodanig dat na aansluiting een consistente *coördinaatbeschrijving van het aangesloten puntenveld wordt verkregen in* één *coördinatenstelsel.*

Aansluitingspunten zijn punten die de puntenvelden gemeenschappelijk hebben en die de aansluiting mogelijk maken. Na de aansluiting zijn er geen tegenspraken meer tussen de aansluitingspunten (voor alle aansluitingspunten heeft men één set coördinaten). Een coördinaatbeschrijving zonder tegenspraken heet consistent. Bovendien zijn na aansluiting de coördinaten van alle punten gegeven in één stelsel.

De beschrijving van de aansluiting beperkt zich tot *twee* puntenvelden. De behandelde theorie is echter in principe geldig voor een willekeurig aantal puntenvelden.

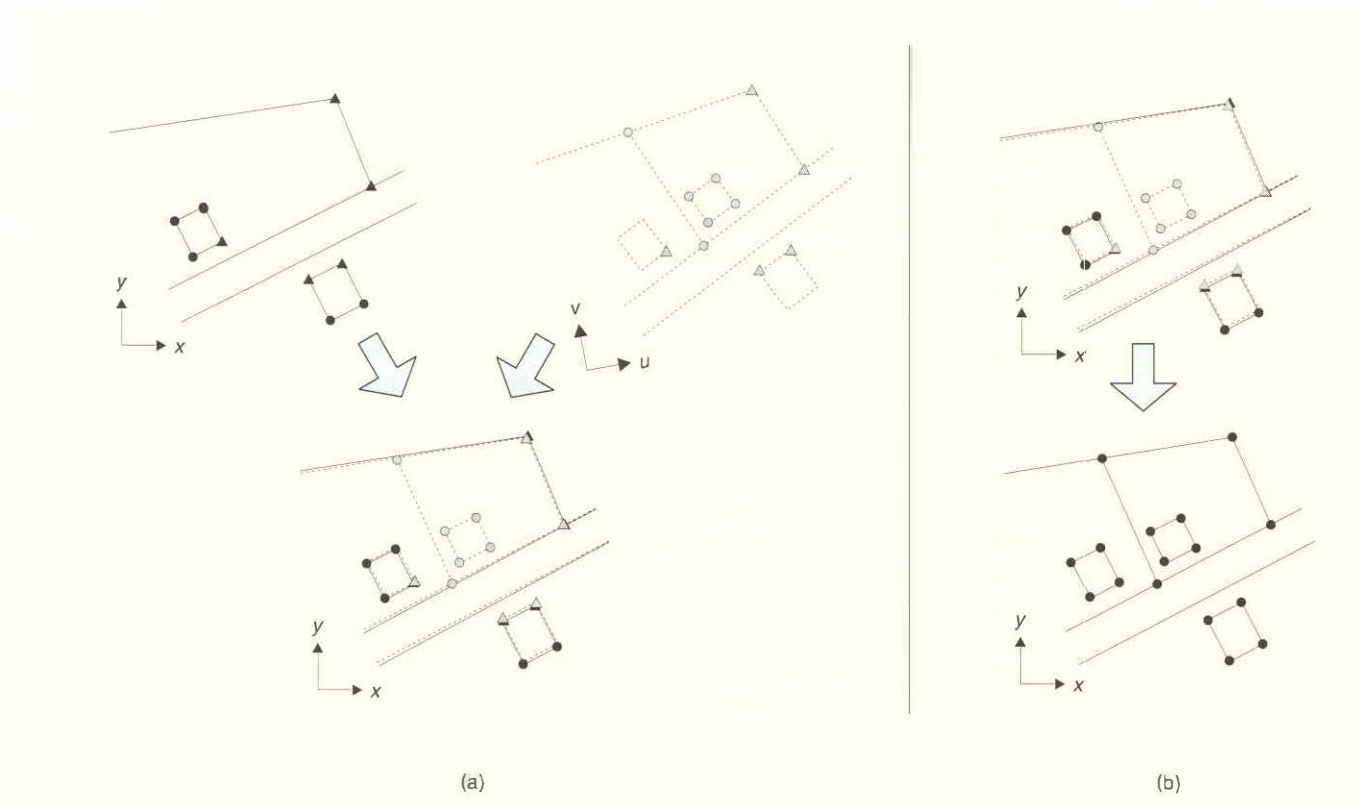
Het *doel* van de aansluiting is afhankelijk van de toepassing. Bij de meeste toepassingen is het doel van de aansluiting de *berekening van de coördinaten* van punten van een puntenveld en de *toetsing* van de aansluitingspunten. Een voorbeeld hiervan is de aansluiting van de punten van een bijhoudingsmeting (gegeven in een lokaal coördinatenstelsel) aan grondslagelementen (gegeven in het RD-stelsel). Daarbij worden zowel de punten van het lokale stelsel, berekend in het RD-stelsel, als de coördinaten van de grondslagelementen getoetst. Een ander voorbeeld is de kaartverificatie, waarbij twee puntenvelden worden vergeleken door middel van toetsing van de aansluitingspunten. In § 4.1.5 wordt een aantal voorbeelden gegeven van de toepassing van de aansluiting in de praktijk.

4.1.1 Het principe van aansluiting

In deze paragraaf wordt de definitie van de aansluiting van puntenvelden nader uitgewerkt. Een *puntenveld* is een verzameling punten waarvan de coördinaten in één coördinatenstelsel bekend zijn. Het coördinatenstelsel van een puntenveld legt de schaal, oriëntering en oorsprong van het puntenveld vast. Een puntenveld kan zowel één-, twee- als drie-dimensionaal zijn. Bekende puntenvelden zijn het veld van NAP-hoogtepunten (één-dimensionaal) en het veld van RD-punten (twee-dimensionaal). De punten van het GPS-kernnet vormen in feite een drie-dimensionaal puntenveld.

De overgang tussen verschillende coördinatenstelsels wordt gerealiseerd met behulp van *transformaties* (zie figuur 4.1 a). Een veelgebruikte transformatie is de twee-dimensionale gelijkvormigheidstransformatie. Voor twee puntenvelden betekent dit dat de coördinaten van het tweede puntenveld, gegeven in het coördinatenstelsel van dat puntenveld, getransformeerd worden naar het coördinatenstelsel van het eerste puntenveld. De transformatie kan worden gerealiseerd doordat de puntenvelden gemeenschappelijke punten hebben, de zogenaamde *aansluitingspunten*. Met behulp van de aansluitingspunten kunnen de transformatieparameters worden berekend.

Behalve de aansluitingspunten zijn er ook punten waarvan de coördinaten slechts in één van beide coördinatenstelsels bekend zijn, de zogenaamde *vrije punten*. Bij een trans-



Figuur 4.1: Aansluiting van twee puntenvelden: (a) coördinatentransformatie en (b) vereffening van vorinverschillen.

formatie worden de vrije punten van het tweede puntenveld getransformeerd naar het eerste stelsel. Na de transformatie is aan één van de twee voorwaarden van de definitie van aansluiting voldaan, namelijk dat de beschrijving van het puntenveld wordt verkregen in één coördinatenstelsel.

Na de aansluiting moet er een coördinaatbeschrijving zijn zonder tegenspraken met één oplossing voor de coördinaten van de aansluitingspunten, ofwel een *consistente coördinaatbeschrijving*. In het algemeen zullen echter na een transformatie de getransformeerde coördinaten van de aansluitingspunten van het tweede puntenveld niet exact samenvallen met de coördinaten van de aansluitingspunten in het eerste puntenveld (zie figuur 4.1b). De verschillen in de aansluitingspunten worden weggewerkt door middel van een vereffening. Door de vereffening ondergaat de vorm van de aan te sluiten puntenvelden een verandering. Men spreekt derhalve van een *vereffening van vormverschillen*.

Afhankelijk van de keuze of de coördinaten van het eerste stelsel al dan niet een correctie mogen krijgen, kan men verschillende soorten strategieën, ofwel *aansluitingsmethoden* onderscheiden voor de vereffening. De correlatie tussen de aansluitingspunten en de vrije punten bepaalt of de vrije punten een correctie krijgen ten gevolge van de vereffening.

Samenvattend kan men stellen dat *aansluiting bestaat uit een coördinatentransformatie en een vereffening van vormverschillen*.

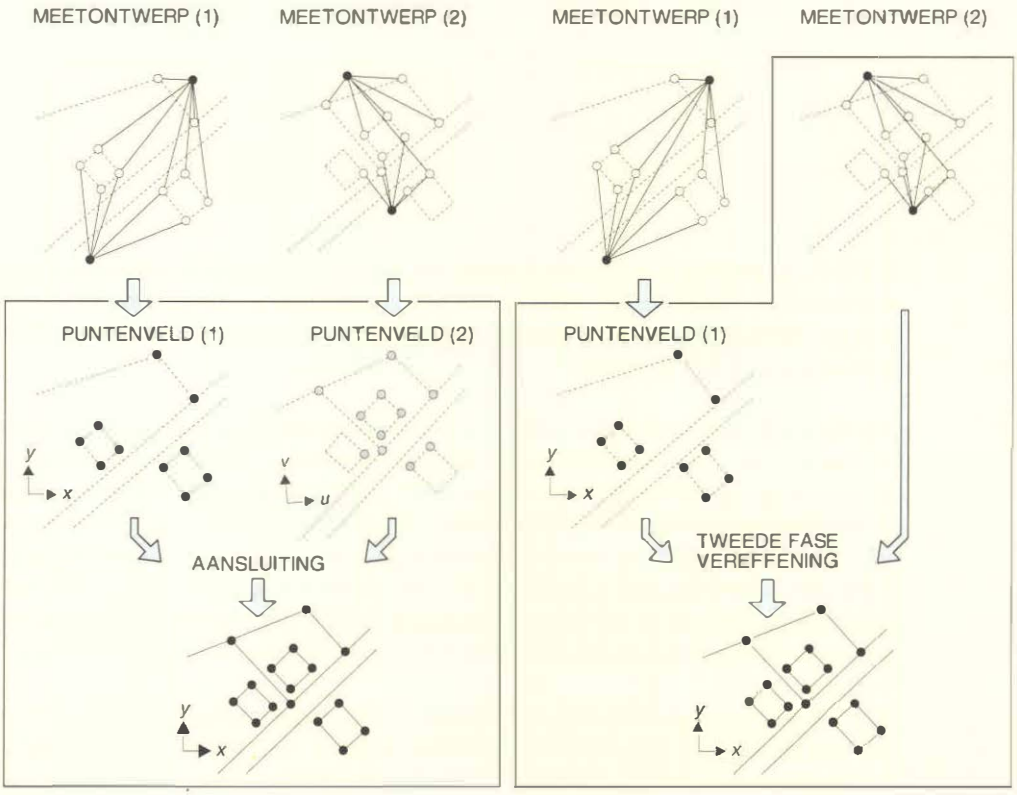
In de praktijk wordt de scheiding tussen de transformatie en de vereffening van vormverschillen meestal niet expliciet gemaakt.

Afhankelijk van het aansluitingsprobleem zijn er verschillende rekengangen, de zogenaamde *aansluitingsprocedures*. Men kan bijvoorbeeld kiezen of de transformatie en de vereffening van vormverschillen gelijktijdig of stapsgewijs uitgevoerd dienen te worden. Daarnaast is er bijvoorbeeld de keuze of de coördinaten van vrije punten gelijktijdig met de aansluitingspunten of achteraf afzonderlijk worden berekend.

4.1.2 Aansluiting van een netwerk aan een puntenveld

In dit hoofdstuk is het uitgangspunt de aansluiting van (twee) puntenvelden. In de praktijk komt het echter vaak voor dat een netwerk van metingen direct wordt aangesloten aan een puntenveld. Een bekend voorbeeld is de aansluiting van een grondslagnet aan RD-punten. Een dergelijke aansluiting wordt een *tweede fase vereffening* genoemd. De vereffening van het vrije netwerk wordt ook wel de eerste fase vereffening genoemd en is *geen* aansluitingsvereffening. Het verschil tussen de aansluiting van twee puntenvelden en de tweede fase vereffening is weergegeven in figuur 4.2.

De tweede fase vereffening zal niet afzonderlijk worden behandeld in dit hoofdstuk. Wel zal worden aangegeven in welke situaties een tweede fase vereffening kan worden gebruikt (zie bijvoorbeeld § 4.1.5). De tweede fase vereffening is nauw verwant met de aansluiting van twee puntenvelden. In beide gevallen moeten bijvoorbeeld de aansluitingspunten worden getoetst en moet een kansmodel voor de aansluitingspunten worden opgesteld. Het is daarom wel belangrijk de aansluiting van een netwerk aan een puntenveld te *herkennen* als aansluitingsprobleem.



Figuur 4.2: Aansluiting van puntenvelden (links) en tweede fase vereffening (rechts).

Hoewel de tweede fase vereffening en de aansluiting van puntenvelden verwant zijn, moet men op de volgende verschillen bedacht zijn:

- De coördinaten verkregen uit een tweede fase vereffening zijn slechts identiek aan de coördinaten uit een aansluiting van twee puntenvelden als aan een bepaalde voorwaarde is voldaan. Deze is dat bij de aansluiting van twee puntenvelden voor de coördinaten van de aan te sluiten punten de variantiematrix van de coördinaten uit de vrije net vereffening (de eerste fase) gebruikt moet worden. In de praktijk gebruikt men vaak een vervangingsmatrix als variantiematrix van de coördinaten, omdat de oorspronkelijke waarnemingen niet meer beschikbaar zijn. In dat geval zijn de vereffende coördinaten niet identiek.
- Bij de tweede fase vereffening is er geen transformatie, omdat de oorspronkelijke waarnemingen gebruikt worden.
- De beschrijving van de betrouwbaarheid van een tweede fase vereffening is verschillend van die van een aansluiting van twee puntenvelden, omdat de waarnemingsgrootheden verschillend zijn. Aangezien bij de tweede fase vereffening wordt gewerkt met de oorspronkelijke waarnemingen, kan daar scherper worden getoetst.

In § 4.1.4 zal het verschil tussen de aansluiting van puntenvelden en de tweede fase vereffening worden geïllustreerd voor een bijhoudingsmeting.

4.1.3 Bepaling van transformatieparameters

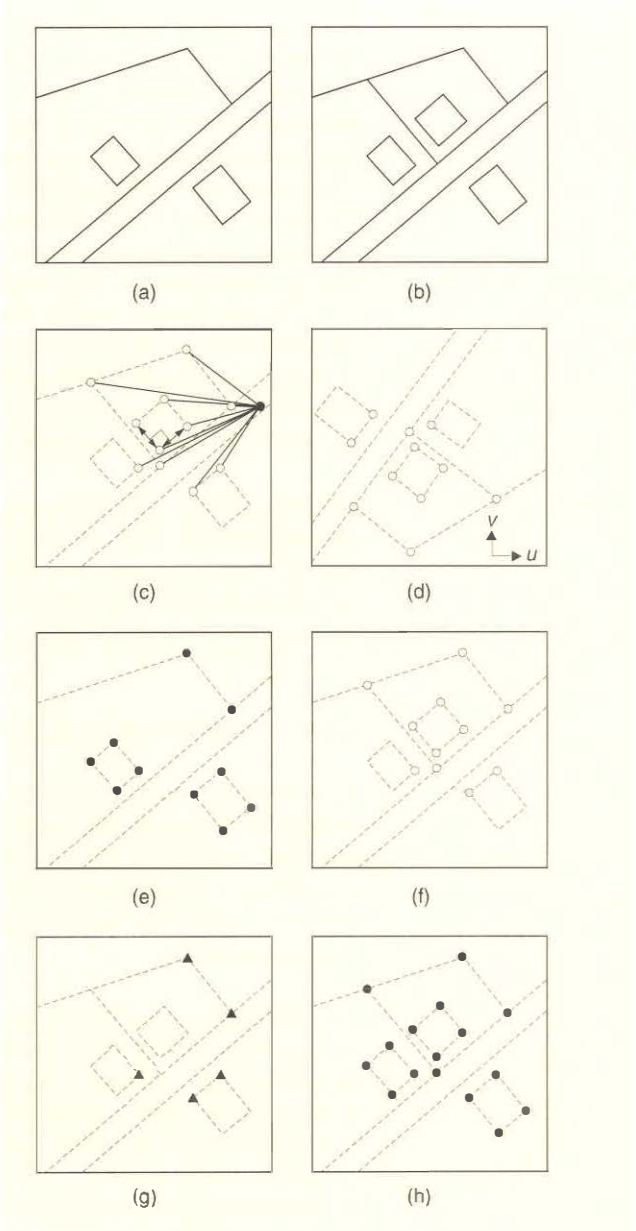
Bij sommige toepassingen worden alleen transformatieparameters berekend. Voorbeelden zijn de inwendige en absolute oriëntering in de fotogrammetrie. In deze gevallen is er geen sprake van een aansluiting, omdat de tegenspraken in de aansluitingspunten blijven bestaan. Het model waarop de berekening is gebaseerd lijkt echter sterk op het model van de aansluiting. Men kan zich echter beperken tot modellen waarin alleen de transformatieparameters als onbekenden worden gespecificeerd. De berekening van transformatieparameters komt ook aan de orde in § 4.4.

4.1.4 Een eenvoudig aansluitingsprobleem

In deze paragraaf wordt aan de hand van een eenvoudige bijhoudingsmeting de aansluiting van puntenvelden en de tweede fase vereffening geïllustreerd.

Aansluiting van puntenvelden

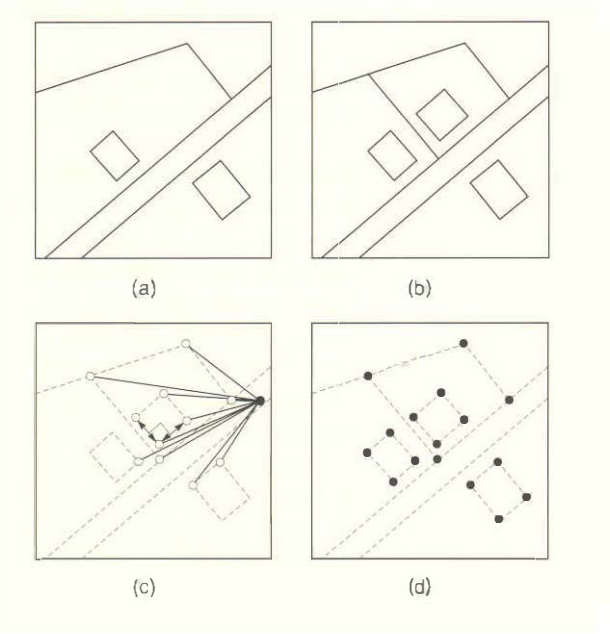
In figuur 4.3 zijn achtereenvolgens de bestaande (a) en nieuwe situatie (b) afgebeeld. In de bijhoudingsmeting worden de nieuwe punten en enkele reeds in coördinaten bekende punten aangemeten (c). De coördinaten van de aangemeten punten kunnen vervolgens berekend worden in een zogenaamd *lokaal stelsel* (d). Deze coördinaten worden bewaard in het reconstructiebestand. Men heeft nu twee puntenvelden, namelijk het lokale stelsel (d) en het puntenveld van het bestaande bestand (e). Het lokale stelsel wordt aangesloten aan de al in coördinaten bekende punten om de resultaten van de metingen in te passen in de bestaande kaart. De aansluiting omvat een *transformatie* waarbij de coördinaten van het (in principe willekeurige) lokale stelsel naar het stelsel van de bekende punten worden getransformeerd (f). De transformatieparameters worden berekend uit de coördinaten van de *aansluitingspunten* die in twee stelsels gegeven zijn (g). Na de transformatie zijn de coördinaten van de aansluitingspunten in beide stelsels nog niet identiek. Pas na een *vereffening van vormverschillen* waarin de tegenspraken in de aansluitingspunten worden weggewerkt, heeft men de beschikking over een consistent coördinatenbestand in één coördinatenstelsel (h). De stappen (e)-(h) maken deel uit van een *aansluitingsvereffening*. Het voorbeeld toont dat de aansluiting een transformatie omvat en een vereffening van vormverschillen.



Figuur 4.3: Aansluiting bij de bijhoudingsmeting.

Tweede fase vereffening

De uitgangssituatie voor de tweede fase vereffening is identiek aan het in figuur 4.3 behandelde geval (zie de figuren 4.4a en 4.4b). In de bijhoudingsmeting worden naast punten van de nieuwe topografie en/of kadastrale situatie ook de in coördinaten bekende punten aangemeten (c). Vervolgens wordt een tweede fase aansluitingsvereffening uitgevoerd (d). De metingen en de coördinaten van de bekende punten zijn daarbij de waarnemingsgrootheden en de coördinaten van de nieuwe punten zijn de onbekenden. De coördinaten van de punten uit de tweede fase vereffening zijn, onder de in § 4.1.2 genoemde voorwaarde, identiek aan de coördinaten die we in het eerste voorbeeld zouden hebben verkregen.



Figuur 4.4: Tweede fase vereffening bij de bijhoudingsmeting.

De tweede fase vereffening bestaat uit minder stappen en is dus eenvoudiger dan de aansluiting van twee puntenvelden. In de praktijk is het echter vaak zo dat de oorspronkelijke waarnemingen niet meer voorhanden zijn en er dus geen tweede fase vereffening kan worden uitgevoerd.

4.1.5 Aansluitingsproblemen in de praktijk

In de vorige paragraaf is aan de hand van een eenvoudige bijhoudingsmeting de aansluiting bij de verwerking van de meting zichtbaar gemaakt. In sommige gevallen wordt een puntenveld aan een ander puntenveld aangesloten; men heeft dan te maken met een aansluiting overeenkomstig de in de inleiding gegeven definitie. In andere gevallen wordt de aansluiting impliciet gerealiseerd door middel van een tweede fase (aansluitings-)vereffening.

Voorbeelden van aansluiting in de (kadastrale) praktijk zijn:

- aansluiting van (detail-)grondslagnetten aan RD-punten (§ 5.3);
- aansluiting van GPS-netten aan punten van het GPS-kernnet (§ 5.4);
- aansluiting van een fotogrammetrisch blok aan de paspunten (§ 7.4);
- aansluiting van detailmetingen aan grondslagelementen (voor de bijhouding van de (digitale) kaart) (§ 6.3);
- aansluiting van meerdere lokale stelsels ten behoeve van het uitzetten van kadastrale grenzen (§ 6.6);
- aansluiting van naverkende coördinatenbestanden uit de fotogrammetrische kartering aan de bestaande kaart (§ 7.8);
- kaartvernieuwing (onderling aansluiten van gedigitaliseerde (kadastrale) kaarten en de aansluiting van geconverteerde coördinatenbestanden aan de bestaande digitale kaart) (hoofdstuk 8);
- kaartverificatie (aansluiting van lokale stelsels verkregen uit controlemetingen aan een bestaand puntenveld) (§ 9.3);

- kalibratie van instrumenten (bijvoorbeeld digitizers en meetcamera's) (§ 7.2).

Deze lijst is niet limitatief. Uit de opsomming blijkt wel dat de aansluiting vaak als tweede fase vereffening wordt gerealiseerd (dit is bij de eerste vier voorbeelden het geval).

4.1.6 Modellering van de aansluiting

Het wiskundige model van de aansluiting wordt het aansluitingsmodel genoemd. Dit model bestaat uit een functiemodel en een kansmodel, die aan de orde zullen komen in respectievelijk § 4.4 en § 4.5. De uitgangspunten bij de modellering van de aansluiting zijn:

- De aansluiting heeft betrekking op twee puntenvelden. In het aansluitingsmodel zijn de waarnemingsgrootheden de coördinaten van de punten in twee puntenvelden.
- De functionele relatie tussen twee puntenvelden wordt beschreven met een keuze uit een beperkt aantal coördinatentransformaties, namelijk:
  - de twee-dimensionale (2D) gelijkvormigheidstransformatie;
  - de twee-dimensionale (2D) orthogonale transformatie;
  - de twee-dimensionale (2D) affiene transformatie;
  - de drie-dimensionale (3D) gelijkvormigheidstransformatie.
- Er is geen correlatie tussen de coördinaten van beide puntenvelden. Correlatie tussen de coördinaten binnen één puntenveld is wel mogelijk.

De tweede fase vereffening zal in dit hoofdstuk niet behandeld worden.

Functiemodel

Het functiemodel van de aansluiting wordt nader uitgewerkt in § 4.4 als een model van waarnemingsvergelijkingen. Waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de punten in beide puntenvelden. De onbekenden zijn de coördinaten van alle punten in één stelsel en de transformatieparameters.

De transformaties waarop het functiemodel is gebaseerd hebben de volgende eigenschappen:

- De 2D-gelijkvormigheidstransformatie is een transformatie tussen twee (twee-dimensionale) cartesische coördinatenstelsels. De 2D-gelijkvormigheidstransformatie is het uitgangspunt voor de aansluitingsvereffening bij twee-dimensionale toepassingen, omdat digitale bestanden doorgaans zijn gebaseerd op een 2D-cartesisch coördinatenstelsel (veelal het RD-stelsel).
- De 2D-orthogonale transformatie is een transformatie tussen twee (twee-dimensionale) cartesische coördinatenstelsels zonder schaalverschil. De 2D-orthogonale transformatie wordt behandeld als een speciaal geval van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.
- De 2D-affiene transformatie is een transformatie tussen een (twee-dimensionaal) affien en een cartesisch coördinatenstelsel. De affiene transformatie wordt gebruikt bij toepassingen waar men een (affiene) vervorming van het coördinatenstelsel vermoedt (bijvoorbeeld door rek en krimp van analoog kaartmateriaal).
- De 3D-gelijkvormigheidstransformatie is een transformatie tussen twee (drie-dimensionale) cartesische coördinatenstelsels. De 3D-gelijkvormigheidstransformatie wordt toegepast bij de aansluiting van 3D-netwerken (GPS-netwerken) en in de fotogrammetrie.
  De 3D-gelijkvormigheidstransformatie ligt ook ten grondslag aan de zogenaamde *datumtransformatie*. Een datumtransformatie is de transformatie tussen twee referentiestelsels en is aan de orde gekomen in § 2.4.

In tabel 4.1 worden mogelijke toepassingen van de verschillende transformaties aangegeven.

dimensie	model	aantal parameters	toepassing (voorbeelden)
2D	gelijkvormig	4	bijhouding digitale kaar aansluiting netwerken kalibratie digitizers kaartvernieuwing kaartverificatie
	orthogonaal	3	kaartverificatie kaartvernieuwing
	affien	6	bijhouding digitale kaart kalibratie digitizers kaartvernieuwing kaartverificatie
3D	gelijkvormig	7	fotogrammetrie aansluiting GPS-netwerken

Tabel 4.1: Toepassingen van de verschillende transformaties.

Kansmodel
Het kansmodel beschrijft de (veronderstelde) precisie van de coördinaatgrootheden van de beide puntenvelden. Veelal zal in de praktijk een exacte precisiebeschrijving ontbreken (de oorspronkelijke variantiematrices zijn niet bewaard gebleven). Dit betekent dat een *vervangend* kansmodel opgesteld dient te worden. In dit hoofdstuk wordt uitgegaan van twee typen vervangingsmatrices:

- de diagonaalmatrix:
- de Baarda-Alberda matrix.

Van beide vervangingsmatrices wordt in § 4.5 aangegeven wat de keuze betekent voor de precisie van het puntenveld.

4.1.7 Aansluitingsmethoden en aansluitingsprocedures

De aansluiting omvat een transformatie en een vereffening van vormverschillen. Om het proces van de aansluitingsvereffening inzichtelijker te maken, kunnen drie onderdelen worden onderscheiden, namelijk:

1 De *vereffening van de aansluitingspunten*, waarbij de transformatieparameters worden bepaald en de coördinaten van de aansluitingspunten worden berekend. De vereffening van de aansluitingspunten heeft dus zowel betrekking op de transformatie als op de vereffening van vormverschillen van de aansluitingspunten.
2 De *vereffening van de vrije punten*, waarbij de vrije punten, afhankelijk van hun correlatie met de aansluitingspunten, een correctie krijgen ten gevolge van de vereffening van de aansluitingspunten (in de strikte zin is er geen sprake van een vereffening).

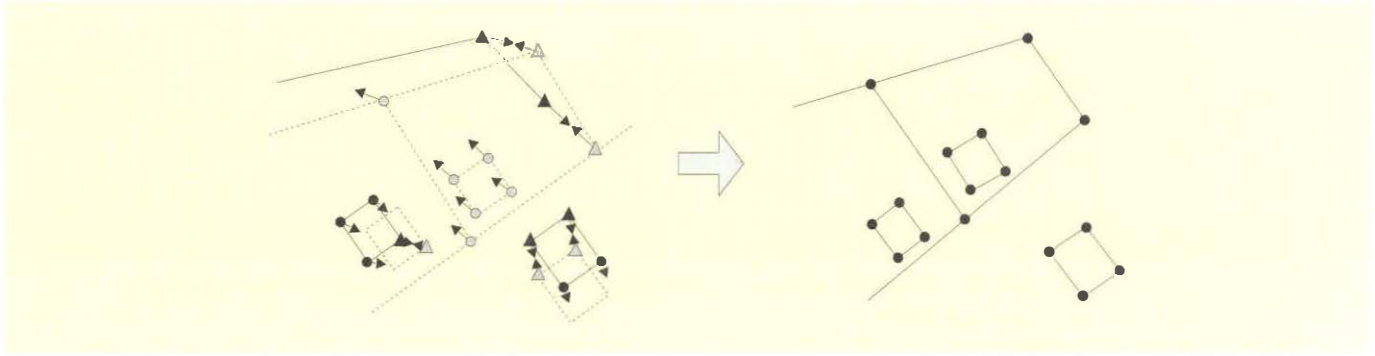
3 De *transformatie van de vrije punten*, waarbij de vereffende coördinaten van de vrije punten in het aan te sluiten puntenveld worden getransformeerd naar het stelsel van het puntenveld waarop wordt aangesloten. Hiervoor gebruikt men de transformatieparameters, die bij de vereffening van de aansluitingspunten zijn bepaald.

Bij de uitvoering van de aansluitingsvereffening kunnen de drie onderdelen gelijktijdig of stapsgewijs worden uitgevoerd.

De vereffening van de aansluitingspunten en de vereffening van de vrije punten zijn onderdelen van de vereffening van vormverschillen. Voor de vereffening van vormverschillen zijn er verschillende alternatieven waaruit men een keuze kan maken. Deze alternatieve methoden worden *aansluitingsmethoden* genoemd. Daarnaast kan men nog kiezen hoe men de uitvoering van de aansluitingsvereffening rekenkundig wil realiseren (dat wil zeggen in welke volgorde de onderdelen van de aansluitingsvereffening dienen te worden uitgevoerd). Deze *aansluitingsprocedures* zijn verschillende rekentechnische realisaties van de aansluitingsvereffening. *De keuze van de juiste aansluitingsmethode is van essentieel belang voor het resultaat. De keuze van de aansluitingsprocedure is vooral van praktisch belang.*

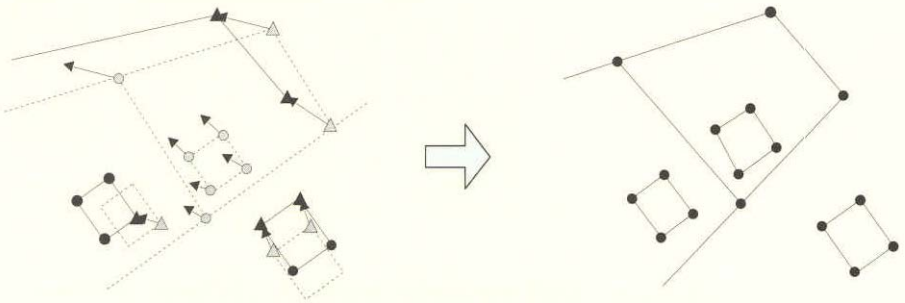
Er worden drie aansluitingsmethoden onderscheiden, namelijk:
- de kleinste-kwadraten (kk) aansluiting;
- de pseudo kleinste-kwadraten (pkk) aansluiting;
- de aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie (ot).

Bij alle aansluitingsmethoden wordt een transformatie uitgevoerd, maar de vereffening van vormverschillen is daarbij verschillend. Alle methoden worden met een voorbeeld toegelicht (zie de figuren 4.5, 4.6 en 4.7). In de figuren wordt alleen het effect van de vereffening van vormverschillen weergegeven, waarbij er vanuit is gegaan dat beide puntenvelden in hetzelfde coördinatenstelsel gegeven zijn.



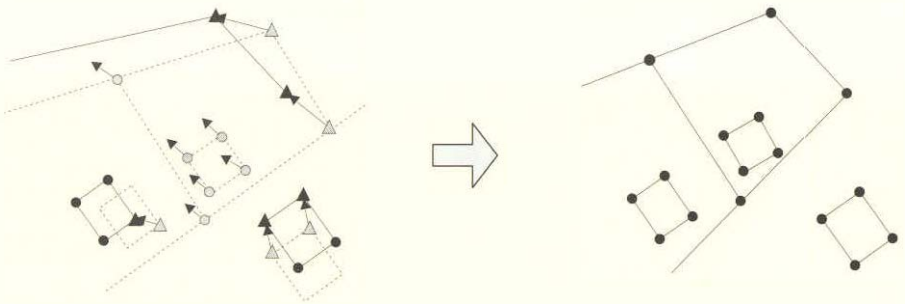
Figuur 4.5: Aansluiting met de kleinste-kwadraten methode (beide puntenvelden zijn gegeven in hetzelfde stelsel).

Bij de *kleinste-kwadraten aansluiting* wordt het model van de aansluiting op een strenge kleinste-kwadraten wijze opgelost. De coördinaten van de vrije punten en aansluitingspunten van *beide* puntenvelden krijgen een correctie (zie figuur 4.5). De vorm van beide puntenvelden verandert.



Figuur 4.6: Aansluiting met de pseudo kleinste-kwadraten methode (beide puntenvelden zijn gegeven in hetzelfde stelsel).

De kleinste-kwadraten aansluiting wordt gebruikt voor de *vergelijking* van twee puntenvelden (bijvoorbeeld bij de kalibratie van een digitizer) en verder bij de *toetsing* van de (coördinaten) van de aansluitingspunten of bij de *aansluiting* van twee gelijkwaardige puntenvelden (bijvoorbeeld het onderling aansluiten van twee gedigitaliseerde kaarten). Bij veel toepassingen is het wenselijk dat de coördinaten van het puntenveld waarop wordt aangesloten onveranderd blijven. Dit komt in de praktijk veelvuldig voor bij de bijhouding van een digitale kaart of de verdichting van de grondslag. Bij de *pseudo kleinste-kwadraten aansluiting* krijgen alleen de coördinaten van de punten van het aan te sluiten puntenveld een correctie (zie figuur 4.6). De vorm van het puntenveld waarop wordt aangesloten blijft ongewijzigd. De aansluitingspunten vallen samen met die van het veld waarop wordt aangesloten. De vrije punten van het aangesloten puntenveld krijgen ook een correctie. Dit kan er toe leiden dat de rechthoekigheid van een huis niet gehandhaafd blijft.
De pseudo kleinste-kwadraten aansluiting wordt veel gebruikt voor de *coördinaatberekening* bij de aansluiting van een puntenveld aan een al bestaand puntenveld. Aansluiting met de pseudo kleinste-kwadraten methode wordt daarom ook wel *inpassing* genoemd. Bij veel toepassingen wordt de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting vooraf gegaan door een toetsing van de coördinaten van de aansluitingspunten, waarvoor het model van de kleinste-kwadraten aansluiting wordt gebruikt.



Figuur 4.7: Aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie (beide puntenvelden zijn gegeven in hetzelfde stelsel).

Indien men een puntenveld zoveel mogelijk onvervormd wil aansluiten aan een bestaand puntenveld kan men de *aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie* gebruiken. Bij deze aansluitingsmethode blijft de vorm van het vrije puntenveld van het aan te sluiten puntenveld ongewijzigd. De aansluitingspunten vallen samen met die van het veld waarop wordt aangesloten (zie figuur 4.7). De aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie resulteert in een *inhomogene* oplossing. Het deelveld van aansluitingspunten ondergaat immers wel een vormverandering, maar het deelveld van de vrije punten niet. De aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie is een speciaal geval van de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting.

De aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie wordt soms toegepast bij het inbrengen van grote coördinatenbestanden in al bestaande bestanden, waarbij men wil dat het toe te voegen bestand (op de aansluitingspunten na) niet van vorm verandert (bijvoorbeeld gedigitaliseerd kaartmateriaal of (naverkende) fotogrammetrische karteringen).

De eigenschappen van de verschillende aansluitingsmethoden op de *vorm* van de deelvelden van de vrije punten en aansluitingspunten worden in tabel 4.2 samengevat.

	vereffening van vormverschillen			
	veld waarop wordt aangesloten		aan te sluiten veld	
aansluitingsmethode	vrije punten	aansluitingspunten	aansluitingspunten	vrije punten
kleinste-kwadraten	ja	ja	ja	ja
pseudo kleinste-kwadraten	nee	nee	ja	ja
overbepaalde transformatie	nee	nee	ja	nee

Tabel 4.2: Invloed op de vorm van puntenvelden bij verschillende aansluitingsmethoden (vergelijk met de figuren 4.5, 4.6 en 4.7).

De keuze van de aansluitingsmethode is afhankelijk van de toepassing. In de regel kan worden gesteld dat:

- De kleinste-kwadraten aansluiting wordt gebruikt bij de *kwaliteitscontrole*, bij de *aansluiting* van gelijksoortige puntenvelden en bij de *toetsing* van de aansluitingspunten.
- De pseudo kleinste-kwadraten aansluiting wordt gebruikt bij de *coördinaatberekening bij aansluiting* aan een puntenveld waarvan men de coördinaten ongewijzigd wil laten (bijvoorbeeld bij verdichting en bijhouding).
- De aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie wordt gebruikt bij de *coördinaatberekening*, als men de vorm van beide puntenvelden (zoveel mogelijk) ongewijzigd wil laten.

Bij veel aansluitingsproblemen wordt de coördinaatberekening vooraf gegaan door een kleinste-kwadraten toetsing van de aansluitingspunten. De aansluitingsmethoden komen in § 4.6 aan de orde.

Aansluitingsprocedures

De aansluitingsvereffening kan rekenkundig op verschillende manieren worden uitgevoerd. De verschillende rekengangen worden *aansluitingsprocedures* genoemd. De verschillen tussen de procedures zijn afhankelijk van het feit of de transformatie en de vereffening (van vormverschillen) in één rekengang (integraal) of stapsgewijs (gefaseerd) worden uitgevoerd. De keuze voor een specifieke aansluitingsprocedure is afhankelijk van de beschikbaarheid van de informatie over de vrije punten en het aantal aansluitingspunten en vrije punten. De aansluitingsprocedures worden behandeld in § 4.6.
De keuze van de aansluitingsprocedure heeft geen invloed op het resultaat van de aansluitingsvereffening, maar wel op de efficiëntie van de aansluiting (in termen van rekentijd en geheugengebruik van de programmatuur).
De keuze van de aansluitingsprocedure is in de praktijk vaak afhankelijk van de programmatuur die voor een bepaalde toepassing beschikbaar is.

4.1.8 Kwaliteit van de aansluiting

De aansluitingsvereffening levert schattingen op van alle coördinaten van het puntenveld na aansluiting en van de transformatieparameters behorende bij de coördinatentransformatie. In overeenstemming met het kwaliteitsmodel van puntenvelden, wordt de kwaliteit van het aangesloten puntenveld beschreven op basis van de relatieve precisie.

De betrouwbaarheid van de aansluitingspunten wordt expliciet gewaarborgd door middel van toetsing en is afhankelijk van het aantal aansluitingspunten, de precisie van de aansluitingspunten (vóór aansluiting) en de soorten toetsen die worden uitgevoerd. Vrije punten kunnen niet op modelfouten worden getoetst. De beschrijving van de precisie van een puntenveld is slechts zinvol als de betrouwbaarheid met behulp van de toetsing is gegarandeerd. In § 4.7 wordt de toetsing beschreven. De betrouwbaarheid van de coördinaten van het puntenveld na aansluiting wordt niet expliciet beschreven.

De precisiebeschrijving van de punten van het aangesloten puntenveld en de transformatieparameters verkrijgt men door de toepassing van de voortplantingswet van de varianties op de toegepaste aansluitingsberekening. De precisie van de coördinaten van het aangesloten puntenveld is afhankelijk van de aansluitingsmethode, de precisie van de coördinaten in beide puntenvelden en het aantal aansluitingspunten.

Tabel 4.3 geeft een overzicht van de precisie van de punten van het aangesloten puntenveld in relatie tot de precisie van de punten van de afzonderlijke puntenvelden vóór aansluiting.

	precisie (na aansluiting) van de vereffende coördinaten van het puntenveld	
aansluitingsmethode	waarop wordt aangesloten	dat wordt aangesloten
kleinste-kwadraten	beter	beter
pseudo kleinste-kwadraten	gelijk	beter of slechter
overbepaalde transformatie	gelijk	inhomogeen

Tabel 4.3: Precisie van puntenvelden bij verschillende aansluitingsmethoden na aansluiting.

Uit tabel 4.3 volgt dat de precisie na een kleinste-kwadraten aansluiting verbetert voor alle punten.
Bij toepassing van de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting is de precisie na aansluiting afhankelijk van de precisie van de aansluitingspunten van de afzonderlijke puntenvelden. Afhankelijk van de precisie van de afzonderlijke puntenvelden kan de precisie van de vrije punten van het aan te sluiten puntenveld na een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting zowel verbeteren als verslechteren. De precisie van de aansluitingspunten wordt gelijk aan die van het puntenveld waarop wordt aangesloten.
De aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie tenslotte, resulteert niet in een precisieverbetering van de coördinaten van de punten van de afzonderlijke puntenvelden. Aangezien de aansluitingspunten van het veld dat wordt aangesloten een correctie krijgen en de vrije punten niet, is na aansluiting de precisiebeschrijving van de vrije punten ten opzichte van de aansluitingspunten inhomogeen.
De kwaliteitsbeschrijving van de aansluiting (en dan met name de precisiebeschrijving) wordt besproken in § 4.9.

4.1.9 Overzicht van dit hoofdstuk

Dit hoofdstuk bevat zowel een toepassingsgerichte component als een theoretische component. De structuur van het hoofdstuk wijkt daarom enigszins af van de overige hoofdstukken.

Om te beginnen wordt in § 4.2 het proces van de aansluiting behandeld. Richtlijnen voor de keuze van de aansluitingsmethode, de aansluitingsprocedure, de te gebruiken transformaties en de aansluitingsvereffening worden gegeven in § 4.3. In de paragrafen 4.4 en 4.5 komt het aansluitingsmodel aan de orde: in § 4.4 wordt het functiemodel behandeld en de aan het functiemodel ten grondslag liggende transformaties; in § 4.5 wordt het kansmodel behandeld. In § 4.6 wordt de aansluitingsvereffening voor de verschillende aansluitingsmethoden en aansluitingsprocedures behandeld en worden rekenschema's gepresenteerd voor het uitvoeren van een aansluitingsvereffening. De toetsing van de aansluitingspunten komt aan bod in § 4.7. De coördinaatberekening van met name de vrije punten komt nader aan de orde in § 4.8. Tenslotte komt in § 4.9 de kwaliteitsbeschrijving van het aangesloten puntenveld aan de orde.

4.2 Procesbeschrijving

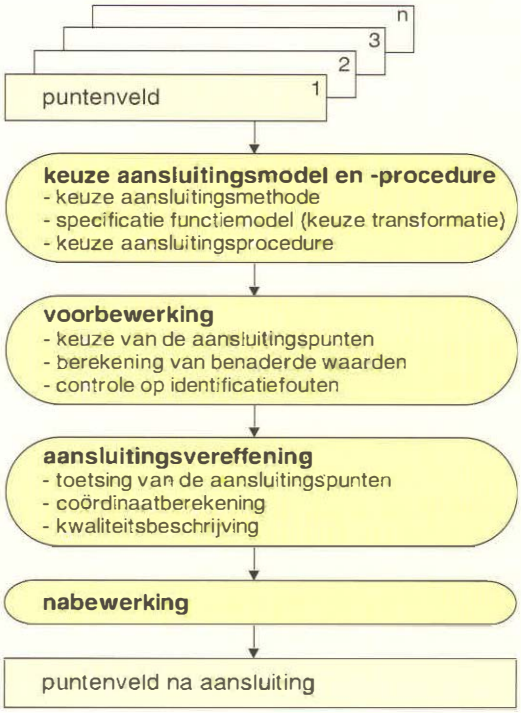
Het proces van de aansluiting is weergegeven in figuur 4.8. In principe kan een willekeurig aantal puntenvelden worden aangesloten. De behandeling in dit hoofdstuk beperkt zich echter tot twee puntenvelden. Als resultaat verkrijgt men altijd één puntenveld. In de praktijk omvat het aansluiten van puntenvelden vaak meer dan het verkrijgen van een aangesloten puntenveld. Bij het aansluiten van digitale kaarten zal bijvoorbeeld ook de topologie van het aangesloten puntenveld moeten kloppen. Dergelijke aspecten vallen buiten het kader van de HTW, maar kunnen in de praktijk veel voor- en nabewerking tot gevolg hebben. In dit hoofdstuk zijn voornamelijk de keuze van de aansluitingsmethode en de aansluitingsvereffening van belang.

Keuze van de aansluitingsmethode en de aansluitingsprocedure

Keuze van de aansluitingsmethode
De keuze van de aansluitingsmethode bepaalt de manier waarop de aansluiting wordt uitgevoerd. Afhankelijk van deze keuze krijgen de coördinaten van bepaalde velden of de vrije punten een correctie. De keuze van de aansluitingsmethode is essentieel en nauw verbonden met de keuze van het kansmodel van de puntenvelden.

Specificatie van het functiemodel
De transformatie die de relatie tussen de coördinaten van de puntenvelden beschrijft ligt ten grondslag aan het functiemodel.

Keuze van de aansluitingsprocedure
De keuze van de aansluitingsprocedure bepaalt hoe rekentechnisch de aansluitingsvereffening gerealiseerd wordt. De keuze van de aansluitingsprocedure is vooral van praktisch belang. Door de keuze van de procedure wordt bijvoorbeeld vastgelegd of men de coördinaten van alle punten in één keer berekent of de coördinaten van de aansluitingspunten en vrije punten afzonderlijk berekent.



Figuur 4.8: Procesbeschrijving van de aansluiting.

Voorbewerking

Keuze van de aansluitingspunten
De aansluiting wordt gerealiseerd met behulp van de aansluitingspunten. De keuze van de aansluitingspunten wordt vaak *identiek verklaren* genoemd. Afhankelijk van de toepassing wordt de identiek-verklaring handmatig of automatisch uitgevoerd. De identiek-verklaring is de grootste bron van fouten bij de aansluiting.

Berekening van benaderde waarden
Voordat de aansluitingsvereffening wordt uitgevoerd, moeten de benaderde waarden voor de coördinaten van de aansluitingspunten, de vrije punten (afhankelijk van de gekozen aansluitingsprocedure) en de transformatieparameters worden bepaald.

Controle op identificatiefouten
Gelijktijdig met de berekening van de benaderde waarden is het verstandig te toetsen op grove fouten in de aansluitingspunten.

Aansluitingsvereffening

Toetsing van de aansluitingspunten
Tijdens de toetsing wordt onderzocht of de aansluitingspunten aan het model voldoen. Daarnaast kan worden onderzocht in hoeverre het gebruikte functie- en kansmodel de puntenvelden en de relatie daartussen goed beschrijven. Toetsing is altijd gebaseerd op een kleinste-kwadraten vereffening.

Coördinaatberekening
De coördinaatberekening omvat de berekening van de coördinaten van de aansluitingspunten, de vrije punten en de transformatieparameters. De keuze van de aansluitingsmethode en aansluitingsprocedure bepaalt de manier waarop de coördinaatberekening wordt uitgevoerd.

Kwaliteitsbeschrijving van het puntenveld na aansluiting
De precisiebeschrijving van de coördinaten van het puntenveld na aansluiting wordt verkregen door toepassing van de voortplantingswet van de varianties op de formules van de coördinaatberekening. De precisiebeschrijving gebeurt meestal met een variantiematrix. De kwaliteit van het aangesloten puntenveld wordt beschreven in overeenstemming met het kwaliteitsmodel van puntenvelden.

Nabewerking
De nabewerking heeft in de praktijk veelal betrekking op het herstellen van topologische relaties in het puntenveld als gevolg van bijvoorbeeld de verwerping van aansluitingspunten. Omdat de nabewerking grotendeels betrekking heeft op niet-geometrische bewerkingen, zal de nabewerking in de HTW slechts zijdelings worden behandeld.

4.3 Meetontwerp

In deze paragraaf worden richtlijnen gegeven voor de aansluiting van puntenvelden. Door het grote aantal toepassingen van de aansluiting worden hier *richtlijnen* (en dus geen ontwerpregels) gegeven welke keuzes voor een bepaalde toepassing te prefereren zijn. De lijst van toepassingen is niet volledig. Waar mogelijk worden in de afzonderlijke toepassingshoofdstukken wel ontwerpregels voor de aansluiting gegeven.

Er worden richtlijnen gegeven voor:
- de keuze van de aansluitingsmethode;
- de keuze van de aansluitingsprocedure;
- de keuze van het functiemodel (transformatie);
- de keuze van het kansmodel;
- het aantal en de ligging van de aansluitingspunten;
- de voorbewerking;
- de toetsing van de aansluitingspunten.

4.3.1 Keuze van de aansluitingsmethode

Afhankelijk van het doel van de aansluiting moet men beslissen hoe de vereffening van vormverschillen moet worden uitgevoerd (voor sommige toepassingen is meer dan één methode geschikt). Voor de volledigheid worden ook toepassingen genoemd die gerelateerd zijn aan de aansluiting van netwerken (tweede fase vereffening) en de berekening van transformatieparameters.

Kleinste-kwadraten aansluiting
De kleinste-kwadraten aansluiting wordt gebruikt voor die toepassingen waarbij de coördinaten van beide puntenvelden een correctie mogen krijgen. Het model van de kleinste-kwadraten aansluiting wordt vooral gebruikt voor de *toetsing* van de (coördinaten van de) aansluitingspunten. De toetsing van de aansluitingspunten is gebaseerd op de kleinste-kwadraten residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten van de beide puntenvelden. De kleinste-kwadraten aansluiting wordt daarnaast ook gebruikt voor de *aansluiting* van twee gelijkwaardige puntenvelden. Toepassingen hiervan zijn:
- de aansluiting van meerdere lokale stelsels ten behoeve van het uitzetten van kadastrale grenzen (§ 6.6);
- kaartvernieuwing (onderling aansluiten van gedigitaliseerde (kadastrale) kaarten) (hoofdstuk 8);

- kaartverificatie (toetsing van een bestaand puntenveld door aansluiting van lokale stelsels, verkregen uit controlemetingen) (§ 9.3);
- de kalibratie van instrumenten (bijvoorbeeld digitizers en meetcamera's) (§ 7.2).

Pseudo kleinste-kwadraten aansluiting
De pseudo kleinste-kwadraten aansluiting wordt gebruikt voor die toepassingen waarbij de coördinaten van één puntenveld niet mogen veranderen en de vorm van het tweede puntenveld moet worden aangepast aan die van het eerste puntenveld. Puntenvelden waarvan de coördinaten niet (mogen) veranderen zijn bijvoorbeeld het RD-puntenveld en het veld van grondslagelementen in de bestaande digitale kaart. De pseudo kleinste-kwadraten aansluiting is een kleinste-kwadraten *interpolatie* van de vrije punten van het tweede puntenveld in het eerste puntenveld. Daarom is de methode zeer geschikt voor de *coördinaatberekening* bij de verdichting en uitbreiding van bestaande puntenvelden. Toepassingen van de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting zijn:
- de aansluiting van naverkende digitale fotogrammetrische bestanden aan de bestaande kaart (§ 7.8);
- kaartvernieuwing (de aansluiting van geconverteerde coördinatenbestanden aan de bestaande digitale kaart) (hoofdstuk 8).

In veel gevallen wordt een netwerk aan een puntenveld aangesloten. In die gevallen kan de aansluiting het beste worden gerealiseerd door middel van een *tweede fase* pseudo kleinste-kwadraten vereffening. Voorbeelden zijn:
- de aansluiting van (detail-)grondslagnetten aan RD-punten (§ 5.3);
- de aansluiting van GPS-netten aan punten van het GPS-kernnet (§ 5.4);
- de aansluiting van een fotogrammetrisch blok aan de paspunten (§ 7.4);
- de aansluiting van detailmetingen aan grondslagelementen (voor de bijhouding van de digitale kaart of de detailgrondslag) (§ 6.3).

Aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie
De aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie wordt gebruikt indien men wil dat geen van beide puntenvelden van vorm verandert of de vrije punten niet correleren met de aansluitingspunten. De transformatieparameters worden berekend met een pseudo kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten. Met behulp van deze transformatieparameters worden de vrije punten van het tweede puntenveld getransformeerd naar het stelsel van het eerste puntenveld en worden de gecorrigeerde aansluitingspunten van het tweede puntenveld identiek verklaard aan die van het eerste puntenveld. De aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie resulteert in een inhomogene oplossing, omdat in het tweede puntenveld het deelveld van aansluitingspunten een vormverandering ondergaat en het deelveld van de vrije punten niet.
Toepassingen van de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie zijn:
- de aansluiting van naverkende digitaal fotogrammetrische bestanden aan de bestaande kaart (§ 7.8);
- kaartvernieuwing (onderling aansluiten van gedigitaliseerde kadastrale kaarten en de aansluiting van geconverteerde coördinatenbestanden aan de bestaande digitale kaart) (hoofdstuk 8);
- de kalibratie van instrumenten (bijvoorbeeld digitizers en meetcamera's) (§ 7.2).

Berekening van transformatieparameters
Indien men slechts transformatieparameters wil berekenen om een transformatie uit te voeren, wordt een *kleinste-kwadraten vereffening* van de aansluitingspunten uitgevoerd, waarbij de coördinaten in *beide* puntenvelden stochastisch worden verondersteld. In dit geval is er *geen* sprake van een aansluiting, omdat de tegenspraken tussen de aansluitingspunten blijven bestaan. Dit is bijvoorbeeld het geval bij:
- de inwendige oriëntering in de fotogrammetrie (§ 7.2);
- de absolute oriëntering in de fotogrammetrie (§ 7.2);
- inspiegeling van de (bestaande) digitale kaart in het fotogrammetrische model (§ 7.2).

4.3.2 Keuze van de aansluitingsprocedure

De aansluitingsprocedure is de rekengang van de aansluiting. Er wordt onderscheid gemaakt tussen de integrale aansluiting (waarbij de aansluitingsvereffening in één rekenstap wordt uitgevoerd) en de gefaseerde aansluiting (waarbij de aansluitingsvereffening stapsgewijs wordt uitgevoerd). Bij de gefaseerde aansluiting kan men de volgende rekenstappen onderscheiden:
- de vereffening van de aansluitingspunten;
- de vereffening van de vrije punten;
- de transformatie van de vrije punten.

Voor de keuze van de aansluitingsprocedure worden slechts algemene richtlijnen gegeven. In de praktijk zal de keuze vooral afhangen van het aantal aansluitingspunten en vrije punten, de beschikbare rekencapaciteit en de programmatuur. Wel geldt dat voor aansluitingen met behulp van de overbepaalde transformatie de integrale vereffening niet zinvol is. Kwalitatief maakt de keuze tussen een integrale of gefaseerde aansluiting geen verschil omdat de resultaten gelijk zijn.

In de praktijk wordt de keuze in zoverre vereenvoudigd dat bij sommige aansluitingsproblemen slechts sprake is van een vereffening van de aansluitingspunten. In dergelijke gevallen is de gefaseerde aansluitingsvereffening niet van toepassing. Deze situatie treedt onder andere op bij:
- kaartverificatie (aansluiting van lokale stelsels verkregen uit controlemetingen aan een bestaand puntenveld) (§ 9.3);
- de kalibratie van instrumenten (bijvoorbeeld digitizers en meetcamera's) (§ 7.2).

De *integrale aansluitingsvereffening* kan gekozen worden indien het aantal aansluitingspunten en vrije punten beperkt is. De integrale aansluiting wordt toegepast bij de aansluiting van meerdere lokale stelsels ten behoeve van het uitzetten of de vernieuwing van kadastrale grenzen (§ 6.6).

Voor aansluitingsproblemen met veel vrije punten en/of veel aansluitingspunten ligt het gebruik van de *gefaseerde aansluiting* het meest voor de hand. Voorbeelden zijn:
- aansluiting van naverkende digitaal fotogrammetrische bestanden aan de bestaande kaart (§ 7.8);
- kaartvernieuwing (onderling aansluiten van gedigitaliseerde kadastrale kaarten en de aansluiting van geconverteerde coördinatenbestanden aan de bestaande digitale kaart) (hoofdstuk 8).

4.3.3 Keuze van het functiemodel

Het functiemodel is gebaseerd op de transformatie die de relatie tussen de coördinaten van twee puntenvelden beschrijft. Uitgangspunt is dat een transformatie deel uitmaakt van elk aansluitingsmodel. Dit is ook het geval indien twee puntenvelden (benaderd) in het RD-stelsel zijn gegeven, omdat bij de opbouw van het puntenveld in de praktijk zelden dezelfde RD-punten zijn gebruikt en de puntenvelden daardoor niet aan elkaar gekoppeld zijn. Alleen in bijzondere gevallen wordt van dit uitgangspunt afgeweken (bijvoorbeeld als beide puntenvelden vooraf expliciet naar een gemeenschappelijke basis worden getransformeerd).
De gelijkvormigheidstransformatie is het uitgangspunt bij het opstellen van het functiemodel. Voor twee-dimensionale puntenvelden kan na het constateren van een vervorming in sommige gevallen de affiene transformatie worden gebruikt, of de orthogonale transformatie als de schaalfactor niet significant blijkt.

De *twee-dimensionale (2D) gelijkvormigheidstransformatie* wordt gebruikt bij:
- bijhouding van de digitale kaart (§ 6.3);
- aansluiting van lokale stelsels uit vrije netwerken (§ 6.3);
- aansluiting van bestanden (hoofdstuk 8);
- kalibratie van digitizers (appendix D);
- inwendige oriëntering in de fotogrammetrie (§ 7.2);
- kaartvernieuwing (hoofdstuk 8);
- kaartverificatie (§ 9.3).

De *twee-dimensionale (2D) orthogonale transformatie* wordt gebruikt bij:
- kaartvernieuwing (hoofdstuk 8);
- kaartverificatie (§ 9.3).

De *twee-dimensionale (2D) affiene transformatie* wordt gebruikt bij:
- aansluiting van bestanden (hoofdstuk 8);
- kaartvernieuwing (hoofdstuk 8);
- kaartverificatie (§ 9.3);
- kalibratie van digitizers (appendix D).

De *drie-dimensionale (3D) gelijkvormigheidstransformatie* wordt gebruikt bij:
- absolute oriëntering in de fotogrammetrie (§ 7.2);
- fotogrammetrische kartering en bijhouding (hoofdstuk 7);
- aansluiting van GPS-netwerken (§ 5.4);
- datumtransformaties (§ 2.4 en appendix A).

4.3.4 Keuze van het kansmodel

De keuze van het kansmodel betreft de structuur van het kansmodel en het feit of de variantiematrix van coördinaten beschikbaar is. Als de variantiematrix niet beschikbaar is, gebruikt men een vervangingsmatrix, waarbij voor een diagonaalmatrix of een Baarda-Alberda matrix kan worden gekozen. De keuze van het kansmodel is gekoppeld aan het soort puntenveld (zie ook § 2.5).

In sommige gevallen (bijvoorbeeld de reconstructie) kunnen de coördinaten van een puntenveld worden bepaald uit de metingen. Dit zijn *lokale stelsels* uit vrije netwerken. In dat geval wordt de variantiematrix van de coördinaten berekend uit de metingen. Deze situatie komt in de praktijk weinig voor.
Als variantiematrix van *detailpuntenvelden* wordt een *vervangingsmatrix* gebruikt met de structuur van een *diagonaalmatrix*.

De parameters van de vervangingsmatrix voor detailpuntenvelden worden in principe ontleend aan het coördinatenbestand. Indien de variantie voor de punt- en idealisatieprecisie niet aan het bestand kunnen worden ontleend, worden kenmerkende parameterwaarden van het kwaliteitsmodel gebruikt (zie § 2.6). Indien de punt- en idealisatieprecisie met behulp van een klasse-indeling worden beschreven, moet voor de waarde van een parameter het *gemiddelde* van een klasse als waarde worden gebruikt.

Voor de coördinaatberekening van de vrije punten wordt soms aangenomen dat er een samenhang is tussen de vrije punten en de aansluitingspunten. Deze samenhang wordt met een correlatie gemodelleerd. De correlatie is echter geen specificatie van het kansmodel, maar een rekentechnische oplossing om de residuen van de aansluitingspunten over het puntenveld te interpoleren. De coördinaatberekening is dan gebaseerd op een kleinste-kwadraten interpolatie.

Als variantiematrix van de *grondslag* wordt een *vervangingsmatrix* met de structuur van een *Baarda-Alberda* matrix gebruikt. De parameters voor de vervangingsmatrix worden voor het soort grondslag gespecificeerd overeenkomstig de kenmerkende waarden in § 2.6.

Keuze van het kansmodel bij puntenvelden met een inhomogene precisie
Indien een puntenveld uit verschillende soorten grondslag bestaat, wordt de vervangingsmatrix van dit puntenveld opgebouwd met de parameters van het deelpuntenveld met de slechtste precisie.

Als men binnen een detailpuntenveld onderscheid kan maken tussen verschillende deelvelden, wordt in het kansmodel per deelveld een parameter voor de puntprecisie toegekend. Deze wordt overeenkomstig die van gelijksoortige detailpuntenvelden gekozen. Indien er bij inhomogene puntenvelden echter geen goed onderscheid kan worden gemaakt tussen de verschillende deelvelden, dan wordt de parameter voor de puntprecisie gekozen overeenkomstig die van het deelpuntenveld met de slechtste precisie.

4.3.5 Aantal en ligging van de aansluitingspunten

Het aantal en de ligging van de aansluitingspunten is vaak gegeven. Bij de aansluitingsvereffening moet in beginsel gebruik worden gemaakt van *alle* aansluitingspunten.
In het algemeen geldt dat hoe groter het aantal aansluitingspunten is, hoe beter de aansluiting – en dan met name de toetsing – kan worden uitgevoerd. Een goede ligging van de aansluitingspunten is gewaarborgd indien de aansluitingspunten regelmatig verspreid liggen in het puntenveld en/of regelmatig verspreid liggen langs de rand van het puntenveld.

Het minimaal aantal vereiste aansluitingspunten wordt voornamelijk bepaald door het aantal aansluitingspunten dat nodig is voor de toetsing. Richtlijnen hiervoor worden gegeven in § 4.3.7. Voor de aansluiting van grote puntenvelden uit digitale bestanden zijn de daarin genoemde aantallen een absolute ondergrens. Voor deze toepassingen wordt aanbevolen minimaal het dubbele aantal aansluitingspunten te gebruiken, die bovendien regelmatig verspreid over het puntenveld verspreid moeten liggen.

Voor de berekening van transformatieparameters voor de fotogrammetrische oriënteringen worden vuistregels gegeven in § 7.2.

4.3.6 Vuistregels voor de voorbewerking

De berekening van benaderde waarden van de transformatieparameters kan het beste worden uitgevoerd met een overbepaalde transformatie, waarbij gebruik wordt gemaakt van *alle* aansluitingspunten. Op deze manier berekent men goede benaderde waarden en kan al tijdens de voorbewerking op identificatiefouten en grove fouten worden getoetst. Ook als beide coördinatenstelsels bij benadering gelijk zijn, verdient het aanbeveling de benaderde waarden van de transformatieparameters te berekenen in verband met de opsporing van identificatiefouten.

4.3.7 Vuistregels voor de toetsing

Bij de aansluiting moeten in ieder geval de volgende toetsen worden uitgevoerd:
- algemene toets van het model;
- w-toets per coördinaat (één-dimensionale toets) of een toets per punt (afhankelijk van de toepassing een twee- of drie-dimensionale toets).

Er is sprake van een modelfout als een toetsingsgrootheid groter is dan zijn kritieke waarde. De meest waarschijnlijke modelfout is die waarvan het quotiënt van de toetsingsgrootheid en zijn kritieke waarde het grootste is (ervan uitgaande dat de B-methode van toetsen wordt gebruikt).
Bij verwerping van een coördinaat van een aansluitingspunt moet men allereerst proberen de (oorzaak van de) fout op te sporen en de fout te herstellen. Als dit niet mogelijk is, moet het punt als aansluitingspunt vervallen.

De overtalligheid van het aansluitingsmodel moet zodanig zijn dat het quotiënt van het aantal coördinaten van de aansluitingspunten en het aantal transformatieparameters groter of gelijk is aan 2. Dit betekent dat minimaal het volgende aantal aansluitingspunten moet worden gebruikt:
- 2D-gelijkvormigheidstransformatie: 4 (6 als men voor een affiene vervorming wil toetsen)
- 2D-orthogonale transformatie: 4
- 2D-affiene transformatie: 6
- 3D-gelijkvormigheidstransformatie: 5

Na de toetsing moeten er minimaal zoveel aansluitingspunten overblijven dat het quotiënt van het aantal coördinaten van de aansluitingspunten en het aantal transformatieparameters groter of gelijk is aan 1,5. Dit betekent dat de aansluiting na toetsing met minimaal het volgende aantal aansluitingspunten moet worden uitgevoerd:
- 2D-gelijkvormigheidstransformatie: 3
- 2D-orthogonale transformatie: 3
- 2D-affiene transformatie: 5
- 3D-gelijkvormigheidstransformatie: 4

In alle gevallen dienen de aansluitingspunten redelijk verspreid te zijn over het (aan te sluiten) puntenveld.
Bij de aansluiting van grote detailpuntenvelden (bijvoorbeeld digitale kaarten) is een groter aantal aansluitingspunten vereist (bij detailpuntenvelden ter grootte van een kaartblad minimaal 10 aansluitingspunten).

4.4 Functiemodel

In deze paragraaf wordt aandacht besteed aan het functiemodel van de aansluiting. De functiemodellen gebaseerd op verschillende transformaties worden beschreven. In tegenstelling tot de toepassingshoofdstukken wordt bij de beschrijving van het functiemodel ook de linearisatie beschreven van de niet-lineaire modellen en wordt expliciet aangegeven hoe benaderde waarden van de onbekenden kunnen worden berekend.

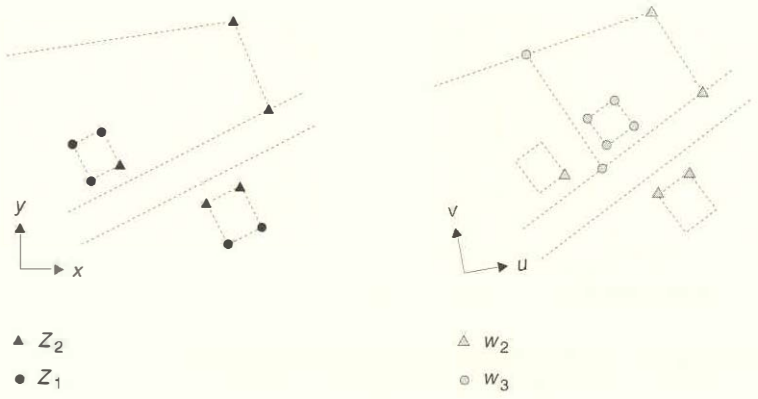
De uitgangspunten bij het opstellen van het functiemodel zijn:
- Het functiemodel heeft betrekking op de aansluiting van twee puntenvelden.
- Het functionele verband tussen de coördinaten van twee puntenvelden wordt beschreven met een coördinatentransformatie.
- Het functiemodel wordt opgesteld als een model van waarnemingsvergelijkingen. De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de afzonderlijke puntenvelden. Onbekenden zijn de coördinaten van het aangesloten puntenveld en de transformatieparameters.

De functiemodellen zijn gebaseerd op de volgende transformaties:
- 2D-gelijkvormigheidstransformatie;
- 2D-orthogonale transformatie;
- 2D-affiene transformatie;
- 3D-gelijkvormigheidstransformatie.

Overzicht van deze paragraaf
In § 4.4.1 wordt de notatie geïntroduceerd die in het vervolg van dit hoofdstuk zal worden gebruikt. Het algemene functiemodel van de aansluiting wordt in § 4.4.2 beschreven. De paragrafen 4.4.3 en 4.4.4 behandelen uitgebreid de functiemodellen gebaseerd op respectievelijk de 2D-gelijkvormigheidstransformatie en de affiene transformatie. De relatie tussen de 2D-affiene en gelijkvormigheidstransformatie wordt in § 4.4.5 beschreven. Deze relatie is van belang omdat men bij sommige toepassingen (bijvoorbeeld kaartvernieuwing en kaartverificatie) van te voren meestal niet weet welke transformatie het beste het functionele verband beschrijft. De 2D-orthogonale transformatie wordt behandeld als speciaal geval van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie. Het functiemodel gebaseerd op de 3D-gelijkvormigheidstransformatie komt in § 4.4.6 aan de orde. Tenslotte wordt in § 4.4.7 kort ingegaan op het functiemodel bij het aansluiten van meer dan twee puntenvelden.

4.4.1 Notatie

De functiemodellen zijn gebaseerd op twee puntenvelden W en Z. Beide puntenvelden hebben hun eigen coördinatenstelsel. De coördinaten van punten in puntenveld W zijn gegeven in het w-stelsel en worden voor het één-, twee- en drie-dimensionale geval aangeduid als respectievelijk (u), (u,v) en (u,v,w). De coördinaten van punten in puntenveld Z zijn gegeven in het z-stelsel en worden in het één-, twee- en drie-dimensionale geval respectievelijk als (x), (x,y) en (x,y,z) aangeduid. De deelverzameling van aansluitingspunten in het puntenveld W duiden we aan als w_2 en in het puntenveld Z als z_2. De vrije punten in puntenveld W worden aangeduid als w_3 en de vrije punten in veld Z als z_1. In figuur 4.9 is deze notatieconventie toegepast op het voorbeeld van § 4.1.



Figuur 4.9: Aansluitings- en vrije punten van de puntenvelden W en Z voor het voorbeeld van de bijhoudingsmeting.

De notatie is gebaseerd op de veronderstelling dat er in het puntenveld Z respectievelijk n_1 vrije punten en n_2 aansluitingspunten zijn. In het puntenveld W zijn er n_3 vrije punten en vanzelfsprekend ook n_2 aansluitingspunten. De dimensie van de puntenvelden wordt aangegeven met de letter d (d = 1, 2 of 3). Gebaseerd op deze veronderstellingen zijn:

z_1 de $d \times n_1$ kolomvector van coördinaten van de vrije punten van puntenveld Z;

z_2 de $d \times n_2$ kolomvector van coördinaten van de aansluitingspunten van puntenveld Z;

w_2 de $d \times n_2$ kolomvector van coördinaten van de aansluitingspunten van puntenveld W;

w_3 de $d \times n_3$ kolomvector van coördinaten van de vrije punten van puntenveld W.

Voor het twee-dimensionale geval zijn de vectoren gedefinieerd als:

$$z_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \vdots \\ x_{n_1} \\ y_{n_1} \end{bmatrix} \; ; \; z_2 = \begin{bmatrix} x_{n_1+1} \\ y_{n_1+1} \\ \vdots \\ x_{n_1+n_2} \\ y_{n_1+n_2} \end{bmatrix} \; ; \; w_2 = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_{n_2} \\ v_{n_2} \end{bmatrix} \; ; \; w_3 = \begin{bmatrix} u_{n_2+1} \\ v_{n_2+1} \\ \vdots \\ u_{n_2+n_3} \\ v_{n_2+n_3} \end{bmatrix} .$$

De coördinaten van de vrije punten van het puntenveld W uitgedrukt in het z-stelsel worden aangeduid als z_3 en de coördinaten van de vrije punten van het puntenveld Z in het w-stelsel als w_1. Daarbij zijn:

z_3 de $d \times n_3$ kolomvector van coördinaten van de vrije punten van puntenveld W in het z-stelsel;

w_1 de $d \times n_1$ kolomvector van coördinaten van de vrije punten van puntenveld Z in het w-stelsel.

Indien in het vervolg de onderindex 1, 2 of 3 wordt weggelaten dan hebben de vectoren w en z betrekking op de aansluitingspunten. In het twee-dimensionale geval geldt dan voor n aansluitingspunten dat:

$$z = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \vdots \\ x_n \\ y_n \end{bmatrix} \; ; \; w = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{bmatrix} .$$

4.4.2 Algemene vorm van het functiemodel

In het vervolg van dit hoofdstuk wordt aangenomen dat het puntenveld W aan het puntenveld Z wordt aangesloten. Het z-stelsel is het coördinatenstelsel van het puntenveld na aansluiting.
De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de punten in de puntenvelden Z en W (respectievelijk $\underline{z}_1, \underline{z}_2$ en $\underline{w}_2, \underline{w}_3$). De onbekenden zijn de coördinaten van de punten in het z-stelsel (z_1, z_2, z_3) en de transformatieparameters.

De transformatie van een vector van coördinaten van punten in puntenveld W (gegeven in het w-stelsel) naar het z-stelsel wordt geschreven als:

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = T\left(\begin{pmatrix} w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}, t_{wz} \right) \quad .$$

en de (inverse) transformatie van de vector van coördinaten in het z-stelsel naar het w-stelsel als:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = T\left(\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, t_{zw} \right) \quad .$$

Hierbij is t de vector van transformatieparameters en symboliseert T de transformatie. De onderindices WZ en ZW zullen worden weggelaten, als uit de context duidelijk is welke transformatie wordt bedoeld.

Voor de vrije punten en de aansluitingspunten van puntenveld Z wordt het functiemodel geformuleerd als:

$$E\{ \begin{pmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \end{pmatrix} \} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad ,$$

en voor de vrije punten en de aansluitingspunten van puntenveld W als:

$$E\{ \begin{pmatrix} \underline{w}_2 \\ \underline{w}_3 \end{pmatrix} \} = \begin{pmatrix} w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad .$$

Omdat de onbekenden coördinaten in het z-stelsel zijn, moeten de waarnemingsgrootheden (gegeven in het w-stelsel) worden uitgedrukt in de onbekende coördinaten in het z-stelsel. Het volledige functiemodel is (gebruik makend van de coördinatentransformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel):

$$E\{ \begin{pmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \\ \underline{w}_2 \\ \underline{w}_3 \end{pmatrix} \} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ T(z_2, t_{zw}) \\ T(z_3, t_{zw}) \end{pmatrix} \quad .$$

Het functiemodel van de aansluiting heeft de volgende karakteristieken:

- Het functiemodel is opgesteld als een model van waarnemingsvergelijkingen. De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de punten in twee puntenvelden gedefinieerd in hun eigen coördinatenstelsel.
- Het functionele verband tussen de coördinaten van twee puntenvelden is een coördinatentransformatie.
- Het functiemodel is opgesteld met de transformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel, ondanks het feit dat de onbekenden in het z-stelsel worden opgelost. Dit komt omdat de coördinaten van beide puntenvelden in hun eigen coördinatenstelsel zijn gegeven.
- Het functiemodel is in het algemeen niet-lineair. In de waarnemingsvergelijkingen komen namelijk produkten van onbekenden voor (coördinaten en transformatieparameters). Bovendien kan de (hier niet nader gespecificeerde) transformatie niet-lineair zijn.
- De overtalligheid van het model is uitsluitend gebaseerd op het aantal aansluitingspunten (n_2). De coördinaten van de vrije punten dragen niet bij aan de overtalligheid. Indien de transformatie met p parameters kan worden beschreven, is voor een d-dimensionaal puntenveld de overtalligheid van het model $d \times n_2 - p$ (het aantal coördinaten van de aansluitingspunten minus het aantal transformatieparameters). Zo is bijvoorbeeld de overtalligheid voor een model gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie met 5 aansluitingspunten $2 \times 5 - 4 = 6$.

Opzet van de beschrijving van de functiemodellen

Het functiemodel wordt behandeld per soort transformatie. Per model is de beschrijving gebaseerd op die aspecten die de gebruiker nodig heeft bij het uitvoeren van een aansluitingsvereffening. Voor elk functiemodel komt achtereenvolgens aan de orde:

- De transformatie en de keuze van het soort onbekenden.
  Voor elke soort transformatie ligt het aantal transformatieparameters vast. Bij sommige transformaties kunnen echter de parameters op verschillende manieren worden gekozen. Dit noemt men de keuze van de *parametrisering*. Bij de beschrijving van een bepaalde transformatie wordt altijd de zogenaamde geometrische parametrisering gegeven (in dat geval wordt de transformatie uitgedrukt in geometrisch interpreteerbare grootheden). Voor sommige twee-dimensionale transformaties bestaan er echter ook eenvoudiger (lineaire) parametriseringen. De relaties tussen de verschillende parametriseringen worden gegeven.
- Het niet-lineaire model van waarnemingsvergelijkingen voor de aansluitingspunten. Dit is:

$$E\left\{ \begin{pmatrix} z_2 \\ w_2 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} z_2 \\ T(z_2,t) \end{pmatrix} .$$

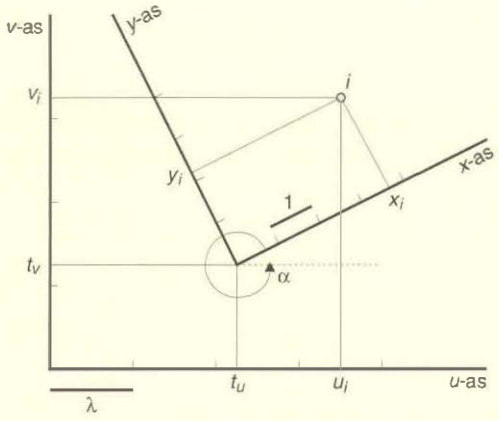
  Indien mogelijk wordt het model behandeld op basis van een lineaire parametrisering van de transformatie.
- Het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen.
  Het gelineariseerde model wordt behandeld vanwege het belang van de aansluitingsvereffening in de HTW.
- De inverse transformatie.
  Het model van waarnemingsvergelijkingen is gebaseerd op de transformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel. Voor het kunnen uitvoeren van een aansluitingsvereffening (onder andere voor het berekenen van benaderde waarden en de coördinaat-

berekening) is ook de inverse transformatie van het w-stelsel naar het z-stelsel nodig. De relaties tussen de transformatieparameters van beide transformaties worden gegeven.

- De berekening van de benaderde waarden.
  Voor het opstellen van gelineariseerde waarnemingsvergelijkingen zijn benaderde waarden nodig. Er wordt aangegeven hoe benaderde waarden voor alle coördinaten en transformatieparameters kunnen worden berekend. De berekening van de benaderde waarden moet zorgvuldig worden uitgevoerd om correcte vereffeningsresultaten te verkrijgen. De benaderde waarden moeten uit het niet-lineaire functiemodel worden afgeleid, zodat een *consistente* verzameling van benaderde waarden wordt verkregen.

4.4.3 2D-Gelijkvormigheidstransformatie

De 2D-gelijkvormigheidstransformatie is een transformatie tussen twee cartesische coördinatenstelsels. De assen van een cartesisch stelsel staan loodrecht op elkaar en hebben een gelijke maateenheid. Cartesische coördinatenstelsels kunnen verschillen in oorsprong, oriëntering en schaal (zie figuur 4.10). Hoeken en lengteverhoudingen zijn invariant onder een gelijkvormigheidstransformatie.



Figuur 4.10: De 2D-gelijkvormigheidstransformatie.

Voor een willekeurig punt i wordt de 2D-gelijkvormigheidstransformatie geschreven als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \lambda_{zw} \begin{pmatrix} \cos\alpha_{zw} & \sin\alpha_{zw} \\ -\sin\alpha_{zw} & \cos\alpha_{zw} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix},$$

waarbij t_u en t_v de coördinaten zijn van de oorsprong van het z-stelsel in het w-stelsel. De rotatiehoek α_{zw} is positief voor een draaiing tegen de wijzers van de klok in. De 2D-gelijkvormigheidstransformatie is hier *geometrisch* geparametriseerd. De transformatieparameters zijn immers geometrische grootheden als een schaalverschil λ, een verschil in

oriëntering van de assen (draaiing α) en een translatie tussen de oorsprongen van de stelsels (t_u en t_v). Een verkorte schrijfwijze voor de transformatie is:

$$w_i = \lambda_{ZW} R(\alpha_{ZW}) z_i + t_w \quad ,$$

met:

$$w_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \; ; \; R(\alpha_{ZW}) = \begin{pmatrix} \cos\alpha_{ZW} & \sin\alpha_{ZW} \\ -\sin\alpha_{ZW} & \cos\alpha_{ZW} \end{pmatrix} \; ; \; z_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \; ; \; t_w = \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix} \quad .$$

In de praktijk wordt vaak een andere parametrisering gebruikt. De transformatie wordt daarbij als lineaire functie van de coördinaten geschreven; men spreekt daarom van een *lineaire* parametrisering. De transformatie voor een punt *i* wordt dan geschreven als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{ZW} & b_{ZW} \\ -b_{ZW} & a_{ZW} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix} \quad .$$

De parameters a en b van de lineaire parametrisering zijn samengesteld uit de geometrische transformatieparameters α en λ:

$$a_{ZW} = \lambda_{ZW} \cos\alpha_{ZW}$$

$$b_{ZW} = \lambda_{ZW} \sin\alpha_{ZW} \quad .$$

Nadeel is dat deze parameters geen directe geometrische interpretatie hebben. Uit de parameters kunnen echter altijd de geometrische transformatieparameters berekend worden volgens:

$$\lambda_{ZW} = \sqrt{a_{ZW}^2 + b_{ZW}^2}$$

$$\alpha_{ZW} = \arctan\left(\frac{b_{ZW}}{a_{ZW}}\right) \quad .$$

De lineaire parametrisering heeft als voordeel dat bij bepaalde modelaannamen een sterk vereenvoudigd, lineair model van waarnemingsvergelijkingen wordt verkregen voor de aansluitingsvereffening.
De behandeling van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie zal in het vervolg van deze paragraaf gebaseerd zijn op de transformatie met de lineaire parametrisering. In verkorte notatie wordt de 2D-gelijkvormigheidstransformatie dan geschreven als:

$$w_i = C_{ZW} z_i + t_w$$

met

$$C_{ZW} = \begin{pmatrix} a_{ZW} & b_{ZW} \\ -b_{ZW} & a_{ZW} \end{pmatrix} \quad .$$

Het model van waarnemingsvergelijkingen zal worden opgezet op basis van deze verkorte notatie.

In het vervolg van deze paragraaf worden de onderindices van de transformatieparameters weggelaten, indien uit de context blijkt welke transformatie wordt bedoeld.

De 2D-orthogonale transformatie
Bij de kaartverificatie wordt soms een 2D-gelijkvormigheidstransformatie zonder schaalfactor gebruikt. Deze transformatie heet een 2D-orthogonale transformatie. Voor een willekeurig punt i wordt de 2D-orthogonale transformatie geschreven als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_{ZW} & \sin\alpha_{ZW} \\ -\sin\alpha_{ZW} & \cos\alpha_{ZW} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix} .$$

De orthogonale transformatie kan niet op basis van een lineaire parametrisering worden beschreven. Naast hoeken en lengteverhoudingen zijn ook oppervlakten invariant onder een orthogonale transformatie.

4.4.3.1 Model van waarnemingsvergelijkingen voor de 2D-gelijkvormigheidstransformatie

De beschrijving van het model van waarnemingsvergelijkingen beperkt zich voorlopig tot de aansluitingspunten. Het model van waarnemingsvergelijkingen is dan:

$$E\{ \begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \vdots \\ \underline{z}_n \\ \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{w}_n \end{bmatrix} \} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \\ Cz_1 + t_w \\ \vdots \\ Cz_n + t_w \end{bmatrix} .$$

De waarnemingsgrootheden zijn n coördinatenparen in het Z-veld $(\underline{z}_1,..,\underline{z}_n)$ en het W-veld $(\underline{w}_1,..,\underline{w}_n)$ (in totaal $2 \times 2n$ waarnemingsgrootheden). Onbekenden zijn de n coördinatenparen van de aansluitingspunten in het z-stelsel $(z_1,..,z_n)$ en de 4 transformatieparameters a, b, t_u en t_v (in totaal $2n + 4$ onbekenden). De overtalligheid van het model is $2n$–4. Het model van waarnemingsvergelijkingen is *niet-lineair*, aangezien in de waarnemingsvergelijkingen produkten tussen onbekenden voorkomen. Zo bevat elke term Cz_i produkten van de transformatieparameters a en b en de coördinaten x_i en y_i.

Speciaal geval: model van de Helmert-transformatie
In de praktijk wordt soms een vereenvoudigd model van waarnemingsvergelijkingen gebruikt. Dit model is gebaseerd op de aannamen dat de coördinaten van de punten van het Z-puntenveld niet stochastisch zijn en dat het kansmodel van de coördinaten van de punten het W-puntenveld beschreven kan worden met een (geschaalde) eenheidsmatrix. Het model van waarnemingsvergelijkingen is in verkorte notatie:

$$E\{ \begin{bmatrix} \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{w}_n \end{bmatrix} \} = \begin{bmatrix} Cz_1 + t_w \\ \vdots \\ Cz_n + t_w \end{bmatrix} .$$

Dit is wel een *lineair* model met als waarnemingsgrootheden n coördinatenparen in het W-veld $(\underline{w}_1,..\underline{w}_n)$ (in totaal $2n$ waarnemingsgrootheden) en als onbekenden de 4 transformatieparameters a, b, t_u en t_v.

Dit model komt overeen met het model van de overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie van de HTW'56 en staat in de (Duitse) literatuur bekend als het model van de *Helmert-transformatie*. Uitgeschreven is het model van waarnemingsvergelijkingen:

$$E\{\begin{bmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{v}_1 \\ \vdots \\ \underline{u}_n \\ \underline{v}_n \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 \\ y_n & -x_n & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ t_u \\ t_v \end{bmatrix} .$$

Gebaseerd op dit model en de aanname dat de variantiematrix van de coördinaten een geschaalde eenheidsmatrix is, kunnen op zeer eenvoudige wijze de transformatieparameters berekend worden. Het model van de Helmert-transformatie wordt veelvuldig toegepast voor de berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters (zie § 4.4.3.4) en de opsporing van grove fouten tijdens de voorbewerking (zie § 4.7.5). Voor de aansluiting kan dit model bijvoorbeeld worden gebruikt voor het testen van een digitaliseertafel met een zeer nauwkeurig grid. De coördinaten van het grid (het Z-puntenveld) kunnen dan als niet stochastisch worden beschouwd in vergelijking met de gedigitaliseerde coördinaten van de gridpunten (puntenveld W). Omdat normaliter alle punten met eenzelfde precisie worden gedigitaliseerd, is de aanname realistisch dat de variantiematrix van de coördinaten van het W-puntenveld een (geschaalde) eenheidsmatrix is.

4.4.3.2 Gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen

Het model van waarnemingsvergelijkingen is niet-lineair en moet daarom voor de aansluitingsvereffening worden gelineariseerd. Het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen is:

$$E\{\begin{bmatrix} \Delta\underline{z}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{z}_n \\ \Delta\underline{w}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{w}_n \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} I_2 & & & \\ & \ddots & & \\ & & I_2 & \\ C^0 & & & T_1^0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & C^0 & T_n^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \vdots \\ \Delta z_n \\ \Delta t \end{bmatrix} ,$$

met

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; C^0 = \begin{bmatrix} a^0 & b^0 \\ -b^0 & a^0 \end{bmatrix} \; ; \; T_i^0 = \begin{bmatrix} x_i^0 & y_i^0 & 1 & 0 \\ y_i^0 & -x_i^0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ,$$

en

$$\Delta t = \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta t_u \\ \Delta t_v \end{bmatrix} \; ; \; \Delta z_i = z_i - z_i^0 = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{bmatrix} .$$

Voor het opstellen van de gelineariseerde waarnemingsvergelijkingen moet men benaderde waarden bepalen. Voor de coördinaten van de aansluitingspunten van puntenveld Z kiest men de gegeven coördinaten, in dit geval $z_i^0 = z_i$. Benaderde waarden voor de coördinaten van de aansluitingspunten in het W-puntenveld (w_i) worden verkregen met:

$$\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^0 & b^0 \\ -b^0 & a^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u^0 \\ t_v^0 \end{pmatrix} ,$$

zodat vervolgens de differenties van de waarnemingsgrootheden kunnen worden berekend als:

$$\Delta \underline{w}_i = \underline{w}_i - w_i^0 = \begin{pmatrix} \underline{u}_i \\ \underline{v}_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a^0 & b^0 \\ -b^0 & a^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} t_u^0 \\ t_v^0 \end{pmatrix} .$$

De berekening van de benaderde waarden voor de transformatieparameters wordt in § 4.4.3.4 behandeld. Daar zal ook nader worden ingegaan op de berekening van de benaderde waarden voor de coördinaten voor het volledige aansluitingsmodel.

4.4.3.3 Inverse transformatie

Voor het uitvoeren van een aansluitingsvereffening moet men niet alleen de beschikking hebben over de transformatieparameters van de transformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel (zoals uit het model van waarnemingsvergelijkingen blijkt), maar ook over de transformatieparameters van het w-stelsel naar het z-stelsel (de inverse transformatie).

De relatie tussen de transformatieparameters van de transformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel is gegeven met:

$$a_{WZ} = \frac{a_{ZW}}{a_{ZW}^2 + b_{ZW}^2} \qquad b_{WZ} = \frac{-b_{ZW}}{a_{ZW}^2 + b_{ZW}^2}$$

$$t_x = -a_{WZ}t_u - b_{WZ}t_v \qquad t_y = b_{WZ}t_u - a_{WZ}t_v ,$$

waarbij t_x en t_y de coördinaten van de oorsprong van het w-stelsel in het z-stelsel zijn, en vice versa met:

$$a_{ZW} = \frac{a_{WZ}}{a_{WZ}^2 + b_{WZ}^2} \qquad b_{ZW} = \frac{-b_{WZ}}{a_{WZ}^2 + b_{WZ}^2}$$

$$t_u = -a_{ZW}t_x - b_{ZW}t_y \qquad t_v = b_{ZW}t_x - a_{ZW}t_y .$$

4.4.3.4 Berekening van benaderde waarden

Het opstellen van het model van waarnemingsvergelijkingen, gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie, is tot nu toe beperkt tot de aansluitingspunten. In deze paragraaf zal de berekening van de benaderde waarden voor het gehele aansluitingsmodel worden behandeld (dus inclusief de vrije punten). Voor het opstellen van gelineariseerde waarnemingsvergelijkingen zijn benaderde waarden nodig voor de coördinaten van alle punten (in hun eigen stelsel) en de transformatieparameters.

Voor het in § 4.4.3.2 beschreven gelineariseerde model zijn consistente benaderde waarden gekozen door voor de coördinaten van de punten van het Z-veld de gegeven coördinaten te kiezen en de coördinaten van het W-veld te berekenen met behulp van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie (daarmee wordt $\Delta z = 0$). Waren in plaats hiervan de benaderde waarden voor de coördinaten van het W-veld ook gelijk gekozen aan de gegeven coördinaten, dan had dit geresulteerd in $\Delta w = 0$. In dat geval zou de enige mogelijke oplossing van de aansluitingsvereffening gebaseerd zijn geweest op het gelineariseerde model $\Delta\hat{t} = 0$ en $\Delta\hat{z} = 0$, en daarmee $\hat{z} = z$ en $\hat{t} = t^0$. Dit laat zien dat een niet-consistente keuze voor de benaderde waarden resulteert in foute oplossingen.

Om praktische redenen wordt onderscheid gemaakt tussen de berekening van de benaderde waarden voor de transformatieparameters en de coördinaten. Ook de berekening van de benaderde waarden voor een model gebaseerd op de orthogonale transformatie komt aan de orde.

Berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters
Bij de berekening van de benaderde waarden worden twee gevallen onderscheiden. Ofwel de relatie tussen beide stelsels is bij benadering bekend of deze relatie is niet bekend. In het laatste geval worden de benaderde waarden berekend uit de coördinaten van minimaal twee aansluitingspunten.

Twee coördinatenstelsels zijn bij benadering aan elkaar gelijk
Dit geval komt in de praktijk voor indien men twee puntenvelden wil aansluiten die allebei (benaderd) in het RD-stelsel zijn gegeven. Een voorbeeld is de aansluiting van een (gedigitaliseerde) hermeten kadastrale kaart aan een GBKN. In een dergelijk geval kan men de benaderde waarden *kiezen* als $\lambda^0 = 1$, $\alpha^0 = 0$ (en daarmee $a^0 = 1$ en $b^0 = 0$), $t_u^0 = 0$ en $t_v^0 = 0$. Het verdient echter de voorkeur de benaderde waarden te *berekenen*.

Berekening van benaderde waarden uit twee punten
De 2D-gelijkvormigheidstransformatie wordt beschreven met 4 transformatieparameters. Benaderde waarden voor de transformatieparameters kunnen daarom berekend worden uit de coördinaten van twee aansluitingspunten. Voor twee willekeurige punten r en s, waarvan de coördinaten bekend worden verondersteld, geldt:

$$\begin{pmatrix} u_r \\ v_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{ZW} & b_{ZW} \\ -b_{ZW} & a_{ZW} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} u_s \\ v_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{ZW} & b_{ZW} \\ -b_{ZW} & a_{ZW} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix}.$$

Uit deze vier vergelijkingen met 4 onbekenden zijn de transformatieparameters eenvoudig op te lossen. Met $u_{rs} = u_s - u_r$ etc. vindt men:

$$a_{ZW}^0 = \frac{1}{x_{rs}^2 + y_{rs}^2}(x_{rs}u_{rs} + y_{rs}v_{rs}) \qquad b_{ZW}^0 = \frac{1}{x_{rs}^2 + y_{rs}^2}(y_{rs}u_{rs} - x_{rs}v_{rs})$$

$$t_u^0 = u_r - a_{ZW}^0 x_r - b_{ZW}^0 y_r \qquad t_v^0 = v_r + b_{ZW}^0 x_r - a_{ZW}^0 y_r .$$

Berekening van benaderde waarden gebruik makend van alle aansluitingspunten
Benaderde waarden voor de transformatieparameters kunnen ook worden berekend uit de coördinaten van *alle* (n) aansluitingspunten. De formules voor de berekening van de transformatieparameters zijn afgeleid uit het in § 4.4.3.1 beschreven vereenvoudigde model van de Helmert-transformatie.

Met de gemiddelden van de afzonderlijke coördinaatcomponenten:

$$\overline{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i \quad ; \quad \overline{v} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i \quad ; \quad \overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad \overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad ,$$

en de coördinaten ten opzichte van het gemiddelde:

$$\overline{u}_i = u_i - \overline{u} \quad ; \quad \overline{v}_i = v_i - \overline{v} \quad ; \quad \overline{x}_i = x_i - \overline{x} \quad ; \quad \overline{y}_i = y_i - \overline{y} \quad ,$$

kan men de benaderde waarden voor de transformatieparameters berekenen als:

$$a^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\overline{x}_i\overline{u}_i + \overline{y}_i\overline{v}_i)}{\sum_{i=1}^{n}(\overline{x}_i^2 + \overline{y}_i^2)} \qquad b^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\overline{y}_i\overline{u}_i - \overline{x}_i\overline{v}_i)}{\sum_{i=1}^{n}(\overline{x}_i^2 + \overline{y}_i^2)}$$

$$t_u^0 = \overline{u} - a^0\overline{x} - b^0\overline{y} \qquad t_v^0 = \overline{v} + b^0\overline{x} - a^0\overline{y} \quad .$$

Benaderde waarden voor de geometrische transformatieparameters zijn te verkrijgen met behulp van de eerder beschreven relaties.

Berekening van benaderde waarden voor de 2D-orthogonale transformatie
Voor de orthogonale transformatie moeten benaderde waarden worden gekozen of berekend voor de transformatieparameters α, t_u en t_v.
Indien de twee coördinatenstelsels bij benadering aan elkaar gelijk zijn kan men de benaderde waarden kiezen als $\alpha^0 = 0$, $t_u^0 = 0$ en $t_v^0 = 0$.

Gebruikmakend van twee punten r en s kunnen benaderde waarden voor de hoek α en de translatieparameters worden berekend als:

$$\alpha^0 = \arctan\left(\frac{y_{rs}u_{rs} - x_{rs}v_{rs}}{x_{rs}u_{rs} + y_{rs}v_{rs}}\right)$$

$$t_u^0 = u_r - \cos\alpha^0 x_r - \sin\alpha^0 y_r \qquad t_v^0 = v_r + \sin\alpha^0 x_r - \cos\alpha^0 y_r \quad .$$

Als gebruik wordt gemaakt van alle aansluitingspunten, worden de benaderde waarden als volgt berekend:

$$\alpha^0 = \arctan\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(\overline{y}_i\overline{u}_i - \overline{x}_i\overline{v}_i)}{\sum_{i=1}^{n}(\overline{x}_i\overline{u}_i + \overline{y}_i\overline{v}_i)}\right)$$

$$t_u^0 = \overline{u} - \cos\alpha^0\overline{x} - \sin\alpha^0\overline{y} \qquad t_v^0 = \overline{v} + \sin\alpha^0\overline{x} - \cos\alpha^0\overline{y} \quad .$$

De berekening van de benaderde waarde van de hoek α komt overeen met de waarde die verkregen wordt voor de 2D-gelijkvormigheidstransformatie, indien we gebruik maken van de relatie:

$$\alpha^0 = \arctan \frac{b^0}{a^0} \quad .$$

Keuze van de methode voor de berekening van benaderde waarden
In het algemeen geldt dat voor de berekening van benaderde waarden die methode de voorkeur verdient die gebaseerd is op alle aansluitingspunten. De berekening is ook bij het gebruik van alle aansluitingspunten eenvoudig. De voordelen zijn dat al in deze fase op grove fouten in de aansluitingspunten kan worden getoetst (zie § 4.7) en dat goede benaderde waarden worden berekend (eventueel resulterend in minder iteratiestappen tijdens de vereffening).

Berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van het aansluitingsmodel
Bij het uitvoeren van een integrale aansluitingsvereffening moet men naast benaderde waarden voor de coördinaten van de aansluitingspunten z_2 en w_2 en de transformatieparameters t, ook de beschikking hebben over benaderde waarden voor de coördinaten van de vrije punten z_1, z_3 en w_3. Benaderde waarden voor z_1 en w_3 zijn nodig voor het berekenen van de afgeleide waarnemingsgrootheden $\Delta \underline{z}_1$ en $\Delta \underline{w}_3$ van het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen. Omdat de coördinaten van de punten bepaald worden in het z-stelsel, moeten ook benaderde waarden voor de coördinaten van de vrije punten van het W-puntenveld in het z-stelsel (z_3) berekend worden. Als benaderde waarden voor de coördinaten van de vrije punten z_1, de aansluitingspunten z_2 en de vrije punten w_3 worden de gegeven coördinaten gebruikt. De benaderde coördinaten voor de aansluitingspunten w_2 van het W-puntenveld kunnen worden berekend met behulp van de benaderde transformatieparameters. De benaderde waarden voor de coördinaten van een aansluitingspunt i van puntenveld W (w_2) worden berekend als in § 4.4.3.2.
Voor de coördinaten van de vrije punten van het W-puntenveld uitgedrukt in het z-stelsel (z_3) moet men gebruik maken van de transformatie van het w-stelsel naar het z-stelsel. Dit is de inverse van de transformatie die in het model van waarnemingsvergelijkingen wordt gebruikt. De benaderde waarden voor de coördinaten van een vrij punt i van puntenveld W in het z-stelsel (z_3) worden berekend als:

$$\begin{bmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{WZ}^0 & b_{WZ}^0 \\ -b_{WZ}^0 & a_{WZ}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x^0 \\ t_y^0 \end{bmatrix} \quad .$$

De parameters van de inverse transformatie worden berekend uit de relaties die beschreven zijn in § 4.4.3.3.

Bij het uitvoeren van een aansluitingsvereffening heeft men *altijd* zowel de transformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel nodig (in het model van waarnemingsvergelijkingen) als van het w-stelsel naar het z-stelsel (voor de benaderde waarden berekening). In tabel 4.4 is samengevat de berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van de punten in de diverse deelpuntenvelden voor de *eerste* berekeningsstap van de aansluitingsvereffening.

vrije punten z_1	aansluitingspunten z_2	vrije punten z_3
$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{WZ}^0 & b_{WZ}^0 \\ -b_{WZ}^0 & a_{WZ}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x^0 \\ t_y^0 \end{pmatrix}$
	aansluitingspunten w_2	vrije punten w_3
	$\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{ZW}^0 & b_{ZW}^0 \\ -b_{ZW}^0 & a_{ZW}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u^0 \\ t_v^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$

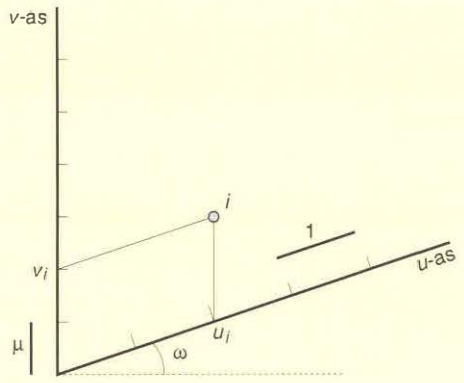
Tabel 4.4: Berekening van de benaderde waarden voor de coördinaten van de punten in de diverse deelpuntenvelden in de eerste berekeningsstap van de iteratieve aansluitingsvereffening gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.

Berekening voor een aansluitingsmodel gebaseerd op de 2D-orthogonale transformatie

De berekening van de benaderde waarden voor de coördinaten voor een aansluitingsmodel, gebaseerd op de 2D-orthogonale transformatie, wordt uitgevoerd overeenkomstig tabel 4.4, waarbij a^0 en b^0 vervangen worden door respectievelijk $\cos\alpha^0$ en $\sin\alpha^0$.

4.4.4 2D-Affiene transformatie

In de praktijk heeft men behalve met cartesische coördinatenstelsels soms ook te maken met zogenaamde affiene coördinatenstelsels. In een affien coördinatenstelsel staan beide assen niet loodrecht op elkaar en hebben de assen een ongelijke maateenheid (zie figuur 4.11).

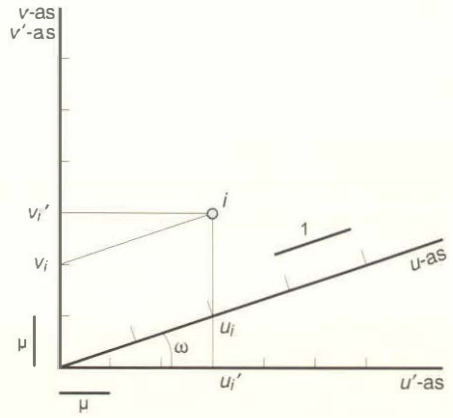


Figuur 4.11: Affien coördinatenstelsel.

Een affien coördinatenstelsel kan men opvatten als een *affien* vervormd cartesisch coördinatenstelsel. In de praktijk kunnen affiene vervormingen onder andere veroorzaakt worden door rek en krimp van analoog kaartmateriaal. Indien men dergelijk kaartmateriaal digitaliseert en aan wil sluiten aan een digitaal bestand kan men geconfronteerd worden met een affiene vervorming. De affiene vervorming kan worden beschreven met een hoek ω die de scheefheid van de assen beschrijft en een factor μ die het quotiënt is van de schaal langs de u-as en de v-as. In de praktijk is de affiene vervorming meestal klein (dat wil zeggen dat $\omega \approx 0$ en $\mu \approx 1$). Indien $\omega = 0$ en $\mu = 1$ is het puntenveld niet affien vervormd en is het coördinatenstelsel cartesisch.

De transformatie tussen een cartesisch en een affien coördinatenstelsel wordt een *affiene* transformatie genoemd. Uitgangspunt in deze paragraaf is dat puntenveld W een affien coördinatenstelsel heeft en puntenveld Z een cartesisch coördinatenstelsel.

De affiene transformatie kan geschreven worden als een correctie voor de affiene vervorming van puntenveld W gevolgd door een gelijkvormigheidstransformatie tussen het voor de vervorming gecorrigeerde puntenveld W en het puntenveld Z (zie figuur 4.12). De affiene transformatie kan dus beschreven worden met 6 parameters, namelijk 2 parameters die de affiene vervorming beschrijven en 4 parameters voor de gelijkvormigheidstransformatie.



Figuur 4.12: Correctie voor affiene vervorming.

De correctie voor de affiene vervorming kan (voor een punt i) geschreven worden als:

$$\begin{pmatrix} u_i' \\ v_i' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu\cos\omega & 0 \\ \mu\sin\omega & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} .$$

Na de correctie voor de affiene vervorming wordt het functionele verband tussen de coördinatenstelsels van de puntenvelden beschreven met een 2D-gelijkvormigheidstransformatie. De affiene transformatie van het cartesische z-stelsel naar het affiene w-stelsel kan geschreven worden als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \frac{\lambda}{\mu\cos\omega} \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\mu\sin(\alpha+\omega) & \mu\cos(\alpha+\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix} .$$

De indices die aangeven dat we van het z-stelsel naar het w-stelsel transformeren zijn weggelaten. Dit is een geometrische parametrisering van de affiene transformatie.

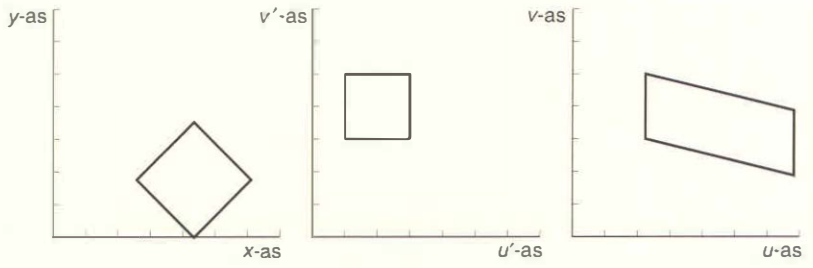
In figuur 4.13 is een illustratie gegeven van een affiene transformatie.

De affiene transformatie kan ook beschreven worden met behulp van een (vereenvoudigde) lineaire parametrisering:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix} ,$$

of in verkorte notatie:

$$w_i = D_{ZW} z_i + t_w \quad .$$



Figuur 4.13: Voorbeeld van een 2D-affiene transformatie $\alpha_{ZW} = -45°$, $\lambda_{ZW} = 0.8$, $t_u = 0$, $t_v = 0$, $\omega = 30°$ en $\mu = 0.7$.

De parameters van de lineaire parametrisering zijn samengesteld uit de geometrische transformatieparameters α, ω, λ en μ:

$$a = \frac{\lambda \cos\alpha}{\mu \cos\omega} \qquad b = \frac{\lambda \sin\alpha}{\mu \cos\omega}$$

$$c = -\frac{\lambda \sin(\alpha + \omega)}{\cos\omega} \qquad d = \frac{\lambda \cos(\alpha + \omega)}{\cos\omega} \quad .$$

Nadeel is dat de parameters van de lineaire parametrisering geen directe geometrische interpretatie hebben. De geometrische transformatieparameters zijn echter te berekenen met:

$$\lambda = \frac{ad - cb}{\sqrt{a^2 + b^2}} \qquad \mu = \frac{\sqrt{c^2 + d^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \qquad \omega = \arctan\left(\frac{-ac - bd}{ad - bc}\right) .$$

De parameters a,b,t_u en t_v van de affiene transformatie komen niet overeen met de parameters a,b,t_u en t_v van de gelijkvormigheidstransformatie. De relatie tussen de parameters van beide transformaties zal in § 4.4.5 worden besproken.

4.4.4.1 Model van waarnemingsvergelijkingen voor de 2D-affiene transformatie

Het opstellen van het model van waarnemingsvergelijkingen voor het aansluitingsmodel, gebaseerd op de 2D-affiene transformatie, verloopt analoog aan het opstellen van het model, gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie. Indien men zich beperkt tot de aansluitingspunten dan zijn de waarnemingsgrootheden n coördinatenparen in het (affien vervormde) W-veld $(\underline{w}_1,...,\underline{w}_n)$ en in het Z-veld $(\underline{z}_1,...,\underline{z}_n)$ (in totaal $2 \times 2n$ waarnemingsgrootheden). De onbekenden zijn de n coördinatenparen van de aansluitingspunten in het (cartesische) z-stelsel $(z_1,...,z_n)$ en de 6 transformatieparameters a,b,c,d,t_u en t_v (in totaal $2n + 6$ onbekenden). De overtalligheid van het model is derhalve $2n - 6$. Het model van waarnemingsvergelijkingen is:

$$E\{\begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \vdots \\ \underline{z}_n \\ \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{w}_n \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \\ Dz_1 + t_w \\ \vdots \\ Dz_n + t_w \end{bmatrix} .$$

Dit model van waarnemingsvergelijkingen is *niet-lineair* aangezien in de waarnemingsvergelijkingen produkten tussen onbekenden voorkomen.

4.4.4.2 Gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen

Het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen is:

$$E\{\begin{bmatrix} \Delta\underline{z}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{z}_n \\ \Delta\underline{w}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{w}_n \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} I_2 & & & \\ & \ddots & & \\ & & I_2 & \\ D^0 & & & T_1^0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & D^0 & T_n^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \vdots \\ \Delta z_n \\ \Delta t \end{bmatrix} ,$$

met

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; D^0 = \begin{bmatrix} a^0 & b^0 \\ c^0 & d^0 \end{bmatrix} \; ; \; T_i^0 = \begin{bmatrix} x_i^0 & y_i^0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x_i^0 & y_i^0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; \Delta t = \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta c \\ \Delta d \\ \Delta t_u \\ \Delta t_v \end{bmatrix} .$$

De berekening van de benaderde waarden wordt behandeld in § 4.4.4.4.

4.4.4.3 Inverse affiene transformatie

Voor het uitvoeren van een aansluitingsvereffening gebaseerd op de 2D-affiene transformatie, zijn zowel de transformatieparameters van het z-stelsel naar het w-stelsel nodig als die van het w-stelsel naar het z-stelsel.
De relatie tussen de transformatieparameters van de transformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel en vice versa zijn gegeven als:

$$a_{wz} = \frac{d_{zw}}{a_{zw}d_{zw} - b_{zw}c_{zw}} \qquad b_{wz} = \frac{-b_{zw}}{a_{zw}d_{zw} - b_{zw}c_{zw}}$$

$$c_{wz} = \frac{-c_{zw}}{a_{zw}d_{zw} - b_{zw}c_{zw}} \qquad d_{wz} = \frac{a_{zw}}{a_{zw}d_{zw} - b_{zw}c_{zw}}$$

$$t_x = -a_{wz}t_u - b_{wz}t_v \qquad t_y = -c_{wz}t_u - d_{wz}t_v$$

$$a_{zw} = \frac{d_{wz}}{a_{wz}d_{wz} - b_{wz}c_{wz}} \qquad b_{zw} = \frac{-b_{wz}}{a_{wz}d_{wz} - b_{wz}c_{wz}}$$

$$c_{zw} = \frac{-c_{wz}}{a_{wz}d_{wz} - b_{wz}c_{wz}} \qquad d_{zw} = \frac{a_{wz}}{a_{wz}d_{wz} - b_{wz}c_{wz}}$$

$$t_u = -a_{zw}t_x - b_{zw}t_y \qquad t_v = -c_{zw}t_x - d_{zw}t_y \quad .$$

4.4.4.4 Berekening van benaderde waarden

Voor het opstellen van het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen moet men beschikken over benaderde waarden voor de coördinaten van alle punten en de transformatieparameters. Om praktische redenen wordt onderscheid gemaakt tussen de berekening van de benaderde waarden voor de transformatieparameters en voor de coördinaten.

Berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters
Bij de berekening van benaderde waarden kan men een aantal gevallen onderscheiden. Soms is de relatie tussen beide stelsels bij benadering bekend. In veel gevallen vermoedt men dat de affiene vervorming klein is en in sommige gevallen is de relatie tussen beide stelsels niet bekend. In het laatste geval kunnen benaderde waarden worden berekend uit de coördinaten van minimaal drie aansluitingspunten.

Twee coördinatenstelsels zijn bij benadering aan elkaar gelijk
Indien men verwacht dat de affiene vervorming van puntenveld W klein is en beide puntenvelden (bij benadering) dezelfde oorsprong, oriëntering en schaal hebben, kunnen benaderde waarden *gekozen* worden als $\lambda^0 = 1, \alpha^0 = 0, \mu^0 = 1, \omega^0 = 0$ (of wel $a^0 = 1, b^0 = 0, c^0 = 0$ en $d^0 = 1$), $t_u^0 = 0$ en $t_v^0 = 0$. Ook als de relatie tussen de stelsels bij benadering bekend is, kunnen benaderde waarden uit minimaal drie aansluitingspunten *berekend* worden.

De affiene vervorming is klein
In sommige gevallen vermoedt men dat de affiene vervorming klein is, maar zijn de parameters van de gelijkvormigheidstransformatie niet bekend (deze situatie kan zich bijvoorbeeld voordoen bij het aansluiten van een gedigitaliseerde niet-hermeten kadastrale

kaart aan een GBKN). In dit geval kunnen benaderde waarden voor de parameters van de affiene vervorming *gekozen* worden als $\mu^0 = 1$, $\omega^0 = 0$ en kunnen de benaderde waarden voor de parameters van de gelijkvormigheidstransformatie *berekend* worden met de formules gegeven in § 4.4.3.4.

Berekening van benaderde waarden uit drie punten
De 2D-affiene transformatie wordt beschreven met 6 transformatieparameters. Benaderde waarden voor de transformatieparameters kunnen daarom berekend worden uit de coördinaten van minimaal 3 aansluitingspunten. Voor drie punten r, s en t geldt met $u_{rs} = u_s - u_r$ etc.:

$$a^0 = \frac{u_{rs}y_{rt} - u_{rt}y_{rs}}{x_{rs}y_{rt} - y_{rs}x_{rt}} \qquad b^0 = -\frac{u_{rs}x_{rt} - u_{rt}x_{rs}}{x_{rs}y_{rt} - y_{rs}x_{rt}}$$

$$c^0 = \frac{v_{rs}y_{rt} - v_{rt}y_{rs}}{x_{rs}y_{rt} - y_{rs}x_{rt}} \qquad d^0 = -\frac{v_{rs}x_{rt} - v_{rt}x_{rs}}{x_{rs}y_{rt} - y_{rs}x_{rt}}$$

$$t_u^0 = u_r - a^0x_r - b^0y_r \qquad t_v^0 = v_r - c^0x_r - d^0y_r \quad .$$

De aansluitingspunten mogen niet op een lijn liggen, omdat dan de noemer in bovenstaande formules nul wordt.

Berekening van benaderde waarden gebruik makend van alle aansluitingspunten
Voor de berekening van benaderde waarden kan ook gebruik gemaakt worden van alle (n) aansluitingspunten. Voor de berekening van de transformatieparameters bestaan eenvoudige benaderingsformules. Als echter de coördinaten van de punten van het Z-veld niet stochastisch worden verondersteld en de variantiematrix van de coördinaten van het W-veld een eenheidsmatrix is, zijn de formules exact. In de HTW'56 wordt het model, gebaseerd op deze aannamen, het model van de overbepaalde affiene transformatie genoemd.

Met de gemiddelden van de afzonderlijke coördinaatcomponenten:

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i \quad ; \quad \bar{v} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i \quad ; \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad ,$$

en de coördinaten ten opzichte van het gemiddelde:

$$\bar{u}_i = u_i - \bar{u} \quad ; \quad \bar{v}_i = v_i - \bar{v} \quad ; \quad \bar{x}_i = x_i - \bar{x} \quad ; \quad \bar{y}_i = y_i - \bar{y} \quad ,$$

kunnen de benaderde waarden voor de transformatieparameters berekend worden als:

$$a^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{u}_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i\bar{u}_i}{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i)^2} \qquad b^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i\bar{u}_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{u}_i}{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i)^2}$$

$$c^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{v}_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i\bar{v}_i}{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i)^2} \qquad d^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i\bar{v}_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{v}_i}{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i^2\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}\bar{x}_i\bar{y}_i)^2}$$

$$t_u^0 = \bar{u} - a^0\bar{x} - b^0\bar{y} \qquad t_v^0 = \bar{v} - c^0\bar{x} - d^0\bar{y} \quad .$$

Als de aansluitingspunten op één lijn liggen kunnen de parameters van de affiene transformatie niet worden bepaald, omdat dan de noemer in bovenstaande formules nul wordt.

Keuze van de methode voor de berekening van benaderde waarden
De berekening van benaderde waarden waarbij gebruik gemaakt wordt van alle aansluitingspunten, verdient de voorkeur.

Berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van het aansluitingsmodel
De berekening van benaderde waarden voor de coördinaten verloopt analoog aan de berekening bij de 2D-gelijkvormigheidstransformatie. Ook hier is het van belang over een consistente verzameling van benaderde waarden te beschikken. In tabel 4.5 is samengevat de berekening van benaderde waarden voor de coördinaten voor de *eerste* berekeningsstap van de aansluitingsvereffening.

vrije punten z_1	aansluitingspunten z_2	vrije punten z_3
$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{WZ}^0 & b_{WZ}^0 \\ c_{WZ}^0 & d_{WZ}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x^0 \\ t_y^0 \end{pmatrix}$
	aansluitingspunten w_2	**vrije punten w_3**
	$\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{ZW}^0 & b_{ZW}^0 \\ c_{ZW}^0 & d_{ZW}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u^0 \\ t_v^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$

Tabel 4.5: Berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van de punten in de diverse deelpuntenvelden in de eerste berekeningsstap van de iteratieve aansluitingsvereffening gebaseerd op de 2D-affiene transformatie.

De parameters van de inverse transformatie worden berekend uit de relaties die beschreven zijn in § 4.4.4.3.

4.4.5 Verband tussen 2D-affiene en 2D-gelijkvormigheidstransformatie

Bij het opstellen van een aansluitingsmodel is het uitgangspunt dat het functionele verband tussen de coördinaten van twee puntenvelden wordt beschreven met een gelijkvormigheidstransformatie. In sommige gevallen kan men echter een affiene vervorming veronderstellen. Een voorbeeld hiervan is het aansluiten van gedigitaliseerd kaartmateriaal, waarbij de (eventueel) opgetreden rek en krimp van de analoge tekeningdragers beschreven kunnen worden als een affiene vervorming. Ook bij het controleren van kaartmateriaal (de zogenaamde kaartverificatie) kan men een affiene vervorming vermoeden. In § 4.4.4 is de affiene transformatie geometrisch beschreven als een combinatie van een gelijkvormigheidstransformatie en een correctie voor een affiene vervorming.

De affiene vervorming wordt gemodelleerd met de parameters ω en μ voor respectievelijk de scheefstand van de assen en het quotiënt van de schaalfactoren langs de assen. In deze paragraaf wordt het verband tussen beide transformaties voor de lineaire parametrisering gegeven, omdat deze in de praktijk het meest wordt gebruikt. Het belang van het kennen van de relatie tussen de transformaties is dat men bij het uitvoeren van een aansluitingsvereffening kan *toetsen* welke transformatie het beste de relatie beschrijft tussen de coördinaten van de puntenvelden.

Voor een punt i kan de 2D-gelijkvormigheidstransformatie geschreven worden als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 & 0 \\ y_i & -x_i & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_g \\ b_g \\ t_u \\ t_v \end{pmatrix},$$

waarbij de onderindex g aangeeft dat de parameters a en b betrekking hebben op de gelijkvormigheidstransformatie. De affiene transformatie is (voor een punt i) te schrijven als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i & y_i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x_i & y_i & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_a \\ b_a \\ c_a \\ d_a \\ t_u \\ t_v \end{pmatrix},$$

waarbij de onderindex a een aanduiding is voor de affiene transformatie. Als $a_a = d_a$ en $c_a = -b_a$, reduceert de affiene transformatie tot de gelijkvormigheidstransformatie. Omgekeerd kan de affiene transformatie geformuleerd worden als een gelijkvormigheidstransformatie met additionele parameters die een affiene vervorming beschrijven (hier aangeduid als $\bar{a}_1$ en $\bar{a}_2$):

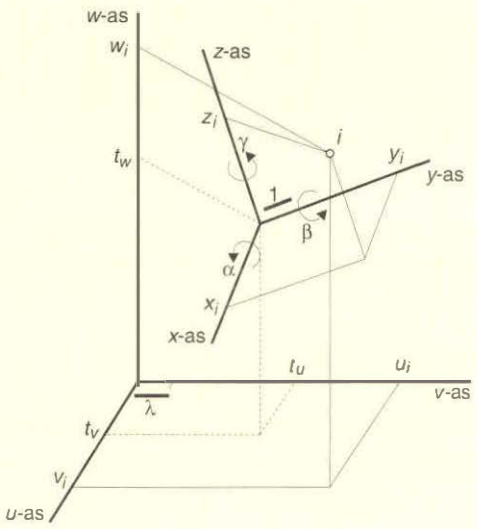
$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 & 0 & x_i & y_i \\ y_i & -x_i & 0 & 1 & -y_i & x_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_g \\ b_g \\ t_u \\ t_v \\ \bar{a}_1 \\ \bar{a}_2 \end{pmatrix}.$$

De beschrijving van de affiene transformatie als een gelijkvormigheidstransformatie met additionele parameters ligt ten grondslag aan de toetsing op een affiene vervorming voor een model, gebaseerd op de gelijkvormigheidstransformatie.

4.4.6 3D-Gelijkvormigheidstransformatie

De 3D-gelijkvormigheidstransformatie beschrijft de relatie tussen twee drie-dimensionale cartesische coördinatenstelsels. Deze transformatie wordt, als onderdeel van het model van de aansluitingsvereffening, veelvuldig toegepast in de fotogrammetrie en bij het gebruik van GPS. Daarnaast wordt de 3D-gelijkvormigheidstransformatie toegepast bij zogenaamde datumtransformaties. Dat zijn transformaties van het ene naar het andere geocentrische coördinatenstelsel (zie § 2.4 en appendix A).

Een drie-dimensionaal cartesisch coördinatenstelsel wordt eenduidig vastgelegd met 7 grootheden, te weten één grootheid voor de maateenheid van het stelsel, twee grootheden voor de oriëntering van één van de drie assen van het rechthoekige stelsel, één grootheid voor de oriëntering van één van de overige twee assen, en drie grootheden voor de ligging van de oorsprong van het stelsel. De 3D-gelijkvormigheidstransformatie wordt geïllustreerd in figuur 4.14.



Figuur 4.14: De 3D-gelijkvormigheidstransformatie.

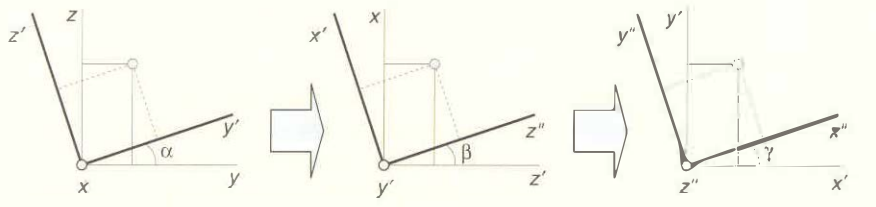
Voor een willekeurig punt *i* wordt de 3D-gelijkvormigheidstransformatie van het *z*-stelsel naar het *w*-stelsel geschreven als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} = \lambda_{zw} R(\gamma_{zw},\beta_{zw},\alpha_{zw}) \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \\ t_w \end{pmatrix},$$

waarbij t_u, t_v en t_w de coördinaten zijn van de oorsprong van het *z*-stelsel in het *w*-stelsel. De matrix $R(\gamma,\beta,\alpha)$ is een rotatiematrix die gedefinieerd is als het produkt van drie rotatiematrices:

$$R(\gamma,\beta,\alpha) = R_3(\gamma)R_2(\beta)R_1(\alpha)$$

en beschrijft drie *opeenvolgende* rotaties. Na een rotatie om de eerste as (beschreven met $R_1(\alpha)$) wordt geroteerd om de dan inmiddels geroteerde tweede as ($R_2(\beta)$) en tenslotte volgt een rotatie om de twee maal geroteerde derde as ($R_3(\gamma)$). De volgorde van de rotaties is weergegeven in figuur 4.15.



$$R_1(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & +\cos\alpha & +\sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & +\cos\alpha \end{pmatrix} \quad R_2(\beta) = \begin{pmatrix} +\cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ +\sin\beta & 0 & +\cos\beta \end{pmatrix} \quad R_3(\gamma) = \begin{pmatrix} +\cos\gamma & +\sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & +\cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Figuur 4.15: Opeenvolgende rotaties beschreven door de rotatiematrix $R(\gamma,\beta,\alpha)$.

De rotaties moeten gezien worden als *positief* wanneer men, zittend op het positieve uiteinde van de rotatie-as en kijkend naar de oorsprong, een rotatie uitvoert tegen de wijzers van de klok in.

Gebaseerd op bovenstaande definities is de rotatiematrix $R(\gamma,\beta,\alpha)$:

$$R(\gamma,\beta,\alpha) = \begin{pmatrix} +\cos\gamma\cos\beta & +\cos\gamma\sin\beta\sin\alpha + \sin\gamma\cos\alpha & -\cos\gamma\sin\beta\cos\alpha + \sin\gamma\sin\alpha \\ -\sin\gamma\cos\beta & -\sin\gamma\sin\beta\sin\alpha + \cos\gamma\cos\alpha & +\sin\gamma\sin\beta\cos\alpha + \cos\gamma\sin\alpha \\ +\sin\beta & -\cos\beta\sin\alpha & +\cos\beta\cos\alpha \end{pmatrix},$$

Deze rotatiematrix geldt voor zogenaamde *linksdraaiende* stelsels. Een stelsel is linksdraaiend indien de derde rotatie-as verkregen wordt door de tweede as tegen de wijzers van de klok in om de eerste as te roteren (toepassing van de zogenaamde kurketrekkerregel).

In de fotogrammetrie wordt traditioneel een andere notatie gebruikt en worden de rotatiehoeken om de eerste, tweede en derde as respectievelijk aangegeven met ω, φ en κ (zie ook § 7.2). Bovendien wordt de onderindex van de rotatie-as meestal weggelaten. In de fotogrammetrie worden de rotatiematrices derhalve geschreven als $R(\kappa) = R_3(\gamma)$, $R(\varphi) = R_2(\beta)$, $R(\omega) = R_1(\alpha)$ en $R(\kappa,\varphi,\omega) = R(\gamma,\beta,\alpha)$.

Voor de beschrijving van de 3D-gelijkvormigheidstransformatie wordt in de praktijk altijd gebruik gemaakt van de geometrische parametrisering. Een verkorte schrijfwijze voor de 3D-gelijkvormigheidstransformatie voor een punt i is:

$$w_i = \lambda R(\gamma,\beta,\alpha) z_i + t_w$$

met:

$$w_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} \; ; \; z_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} .$$

In het drie-dimensionale geval hebben w_i en z_i, afhankelijk van de context, betrekking op een enkele coördinaat dan wel op een coördinatentrio.

Bijzondere gevallen van de 3D-gelijkvormigheidstransformatie

Rotatie om een punt gelegen in de omgeving van de aansluitingspunten
Bij de beschrijving van de 3D-gelijkvormigheidstransformatie is er vanuit gegaan dat het draaipunt van de rotaties samenvalt met de oorsprong van het z-stelsel. Bij datumtransformaties ligt het draaipunt in het middelpunt van de aarde en zijn de aansluitingspunten gelegen in een relatief klein gebied (maximaal ter grootte van Nederland) ver van het draaipunt. Daardoor veroorzaken kleine veranderingen in de rotatiehoeken (bijvoorbeeld ten gevolge van het verwaarlozen van significante cijfers) grote veranderingen in de coördinaten van de aansluitingspunten. Het is in dit geval beter de rotaties uit te voeren om een willekeurig punt (x',y',z') dat in de omgeving ligt van het veld van aansluitingspunten. De 3D-gelijkvormigheidstransformatie wordt dan:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} = \lambda R(\gamma,\beta,\alpha) \begin{pmatrix} x_i - x' \\ y_i - y' \\ z_i - z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t'_u \\ t'_v \\ t'_w \end{pmatrix} .$$

De translatievector heeft in dit geval betrekking op de ligging van het punt (x',y',z') uitgedrukt in het w-stelsel en is gedefinieerd als:

$$\begin{pmatrix} t'_u \\ t'_v \\ t'_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \\ t_w \end{pmatrix} + \lambda R(\gamma,\beta,\alpha) \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} .$$

Oriëntering van de coördinaatassen en schaal bij benadering gelijk
Bij sommige toepassingen van de 3D-gelijkvormigheidstransformatie zijn de rotatiehoeken α,β,γ erg klein en is de schaalfactor λ bij benadering gelijk aan 1. In dit geval kan in een eerste-orde benadering de 3D-gelijkvormigheidstransformatie geschreven worden als:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta & +\gamma & -\beta \\ -\gamma & \delta & +\alpha \\ +\beta & -\alpha & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \\ t_w \end{pmatrix} .$$

waarbij de schaalfactor λ geschreven is als 1 + δ, met δ ≈ 0. Deze benadering kan worden gebruikt als een eerste berekeningsstap van een aansluitingsvereffening. Bij iteratie dient in een aansluitingsvereffening echter het algemene model van waarnemingsvergelijkingen te worden gebruikt. Deze benadering wordt ook gebruikt bij datumtransformaties (zie bijvoorbeeld § 2.4 en appendix A). Indien de rotatie wordt uitgevoerd ten opzichte van een verschoven draaipunt (x',y',z') dan wordt de transformatie voor dit bijzondere geval:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta & +\gamma & -\beta \\ -\gamma & \delta & +\alpha \\ +\beta & -\alpha & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i - x' \\ y_i - y' \\ z_i - z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t'_u \\ t'_v \\ t'_w \end{pmatrix}$$

met:

$$\begin{pmatrix} t'_u \\ t'_v \\ t'_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \\ t_w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta & +\gamma & -\beta \\ -\gamma & \delta & +\alpha \\ +\beta & -\alpha & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} .$$

4.4.6.1 Model van waarnemingsvergelijkingen voor de 3D-gelijkvormigheidstransformatie

Opgesteld voor de aansluitingspunten is het model van waarnemingsvergelijkingen:

$$E\{\begin{pmatrix} \underline{z}_1 \\ \vdots \\ \underline{z}_n \\ \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{w}_n \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \\ \lambda R(\gamma,\beta,\alpha)z_1 + t_w \\ \vdots \\ \lambda R(\gamma,\beta,\alpha)z_n + t_w \end{pmatrix} .$$

De waarnemingsgrootheden zijn $3n$ coördinaten in het Z-veld $(\underline{z}_1,...,\underline{z}_n)$ en het W-veld $(\underline{w}_1,...,\underline{w}_n)$ (in totaal $2 \times 3n$ waarnemingsgrootheden). Onbekenden zijn de $3n$ coördinaten van de aansluitingspunten in het Z-stelsel $(z_1,...,z_n)$ en de zeven transformatieparameters α, β, γ, λ, t_u, t_v en t_w (in totaal $3n + 7$ onbekenden). De overtalligheid van het model is dus $3n - 7$. Het model van waarnemingsvergelijkingen is *niet-lineair*.

4.4.6.2 Gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen

Afhankelijk van het feit of men de algemene vorm of de benaderde vorm van de gelijkvormigheidstransformatie gebruikt, zijn er twee vormen van gelineariseerde waarnemingsvergelijkingen. Om te beginnen wordt de algemene vorm van de gelineariseerde waarnemingsvergelijkingen gegeven.

Het algemene geval

Uitgaande van de niet-lineaire waarnemingsvergelijkingen is het voor alle situaties geldige model van gelineariseerde waarnemingsvergelijkingen:

$$E\{\begin{bmatrix} \Delta\underline{z}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{z}_n \\ \Delta\underline{w}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{w}_n \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} I_3 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & I_3 & & \\ \lambda^0 R(\gamma^0,\beta^0,\alpha^0) & & & T_1^0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & \lambda^0 R(\gamma^0,\beta^0,\alpha^0) & T_n^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \vdots \\ \Delta z_n \\ \Delta t \end{bmatrix},$$

met:

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; T_i^0 = \begin{bmatrix} R^0 z_i^0 & \lambda^0 \left[\frac{\delta R}{\delta\alpha}\right]^0 z_i^0 & \lambda^0 \left[\frac{\delta R}{\delta\beta}\right]^0 z_i^0 & \lambda^0 \left[\frac{\delta R}{\delta\gamma}\right]^0 z_i^0 & \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{bmatrix} \; ; \; \Delta t = \begin{bmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\alpha \\ \Delta\beta \\ \Delta\gamma \\ \Delta t_u \\ \Delta t_v \\ \Delta t_w \end{bmatrix},$$

waarbij $R^0 = R(\gamma^0,\beta^0,\alpha^0)$ en

$$\frac{\delta R}{\delta\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & +\cos\gamma\sin\beta\cos\alpha - \sin\gamma\sin\alpha & +\cos\gamma\sin\beta\sin\alpha + \sin\gamma\cos\alpha \\ 0 & -\sin\gamma\sin\beta\cos\alpha - \cos\gamma\sin\alpha & -\sin\gamma\sin\beta\sin\alpha + \cos\gamma\cos\alpha \\ 0 & -\cos\beta\cos\alpha & -\cos\beta\sin\alpha \end{bmatrix}$$

$$\frac{\delta R}{\delta\beta} = \begin{bmatrix} -\cos\gamma\sin\beta & +\cos\gamma\cos\beta\sin\alpha & -\cos\gamma\cos\beta\cos\alpha \\ +\sin\gamma\sin\beta & -\sin\gamma\cos\beta\sin\alpha & +\sin\gamma\cos\beta\cos\alpha \\ +\cos\beta & +\sin\beta\sin\alpha & -\sin\beta\cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\frac{\delta R}{\delta\gamma} = \begin{bmatrix} -\sin\gamma\cos\beta & -\sin\gamma\sin\beta\sin\alpha + \cos\gamma\cos\alpha & +\sin\gamma\sin\beta\cos\alpha + \cos\gamma\sin\alpha \\ -\cos\gamma\cos\beta & -\cos\gamma\sin\beta\sin\alpha - \sin\gamma\cos\alpha & +\cos\gamma\sin\beta\cos\alpha - \sin\gamma\sin\alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Het vereenvoudigde geval

Voor die situaties waar voor beide stelsels de coördinaatassen bij benadering evenwijdig zijn en de schaal bij benadering gelijk is, is het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen van de 3D-gelijkvormigheidstransformatie:

$$E\{\begin{bmatrix} \Delta\underline{z}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{z}_n \\ \Delta\underline{w}_1 \\ \vdots \\ \Delta\underline{w}_n \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} I_3 & & & \\ & \ddots & & \\ & & I_3 & \\ I_3 & & & T_1^0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & I_3 & T_n^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \vdots \\ \Delta z_n \\ \Delta t \end{bmatrix},$$

met:

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad T_i^0 = \begin{pmatrix} x_i^0 & 0 & -z_i^0 & y_i^0 & 1 & 0 & 0 \\ y_i^0 & z_i^0 & 0 & -x_i^0 & 0 & 1 & 0 \\ z_i^0 & -y_i^0 & x_i^0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \Delta t = \begin{pmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\alpha \\ \Delta\beta \\ \Delta\gamma \\ \Delta t_u \\ \Delta t_v \\ \Delta t_w \end{pmatrix} ,$$

waarbij is aangenomen dat $\alpha^0 = \beta^0 = \gamma^0 = 0$ en $\lambda^0 = 1$.

4.4.6.3 Inverse transformatie

Uitgaande van

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} = \lambda_{ZW} R(\gamma_{ZW}, \beta_{ZW}, \alpha_{ZW}) \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \\ t_w \end{pmatrix} ,$$

volgt, gebruikmakend van de eigenschappen van rotatiematrices, de inverse transformatie als:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \lambda_{WZ} R(\alpha_{WZ}, \beta_{WZ}, \gamma_{WZ}) \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} ,$$

met:

$$\lambda_{WZ} = \frac{1}{\lambda_{ZW}} \quad ; \quad \alpha_{WZ} = -\alpha_{ZW} \quad ; \quad \beta_{WZ} = -\beta_{ZW} \quad ; \quad \gamma_{WZ} = -\gamma_{ZW}$$

en

$$\begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} = \lambda_{WZ} R(\alpha_{WZ}, \beta_{WZ}, \gamma_{WZ}) \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \\ t_w \end{pmatrix} .$$

Bij de inverse transformatie moet men er op bedacht zijn dat de *volgorde* van de rotaties verandert! Men roteert eerst om de derde as, vervolgens om de tweede as, en tenslotte om de eerste as.

4.4.6.4 Berekening van benaderde waarden

Voor het lineariseren van het model van waarnemingsvergelijkingen moet men beschikken over benaderde waarden voor de coördinaten van alle punten in beide puntenvelden en voor de transformatieparameters. De benaderde waarden moeten *consistent* zijn. De berekening van benaderde waarden (vooral van de transformatieparameters) is bij de 3D-gelijkvormigheidstransformatie minder eenvoudig dan bij de 2D-gelijkvormigheidstransformatie. Om praktische redenen wordt weer een onderscheid gemaakt tussen de berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters en voor de coördinaten.

Berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters

Twee coördinatenstelsels zijn bij benadering aan elkaar gelijk
Bij een datumtransformatie, welke een onderdeel is van het functiemodel bij de aansluiting van GPS-netwerken aan kernnetpunten, is de relatie tussen de coördinatenstelsels bij benadering bekend. Voor de rotatiehoeken en schaal kan *gekozen* worden voor $\alpha^0 = 0$, $\beta^0 = 0$, $\gamma^0 = 0$, en $\lambda^0 = 1$. Voor de translatieparameters geldt dat $t_u^0 = 0$ $t_v^0 = 0$ $t_w^0 = 0$ als het draaipunt in het middelpunt van de aarde wordt gekozen, of dat $t_u^0 = x'$ $t_v^0 = y'$ $t_w^0 = z'$ als het draaipunt ligt in het veld van aansluitingspunten.

Berekening van benaderde waarden
Benaderde waarden voor de transformatieparameters kunnen worden berekend indien er gebruik gemaakt wordt van minimaal zeven coördinaten of drie aansluitingspunten. Ook bij de 3D-gelijkvormigheidstransformatie geldt dat de benaderde-waarden berekening het beste kan worden uitgevoerd gebruikmakend van alle aansluitingspunten. Hiervoor bestaan echter geen eenvoudige (gesloten) oplossingen. Er wordt in deze paragraaf een methode behandeld voor de berekening van de benaderde waarden, die gebruik maakt van alle aansluitingspunten, maar wel gebaseerd is op de aanname dat beide stelsels bij benadering aan elkaar gelijk zijn. Voor kadastrale toepassingen is dit geen beperking, aangezien de aansluitingsmodellen, gebaseerd op 3D-transformatie, veelal aan een datumtransformatie zijn gerelateerd (aansluiting van GPS-netwerken). Bij toepassingen in de fotogrammetrie zijn de stelsels niet bij benadering aan elkaar gelijk, maar heeft men doorgaans wel additionele informatie over de transformatieparameters.

Bijzondere oplossingen voor de berekening van benaderde waarden
Voor de schaalfactor kan een goede benaderde waarde verkregen worden door middel van het quotiënt van de afstanden tussen een tweetal punten r en s in beide puntenvelden:

$$\lambda^0 = \frac{\sqrt{u_{rs}^2 + v_{rs}^2 + w_{rs}^2}}{\sqrt{x_{rs}^2 + y_{rs}^2 + z_{rs}^2}} \quad .$$

Voor sommige toepassingen, bijvoorbeeld de luchtfotogrammetrie, kunnen eenvoudig benaderde waarden voor de rotatiehoeken worden berekend. In de luchtfotogrammetrie is bijvoorbeeld alleen de benaderde waarde van de hoek γ (in de fotogrammetrie κ) significant verschillend van nul. Deze kan als volgt uit twee punten r en s berekend worden:

$$\gamma^0 = \arctan\left(\frac{y_s - y_r}{x_s - x_r}\right) - \arctan\left(\frac{v_s - v_r}{u_s - u_r}\right) \quad .$$

Goede benaderde waarden voor de translatieparameters zijn te verkrijgen uit de gemiddelden van de coördinaten in beide stelsels:

$$\begin{pmatrix} t_u^0 \\ t_v^0 \\ t_w^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{u} \\ \overline{v} \\ \overline{w} \end{pmatrix} - \lambda^0 R(\gamma^0,\beta^0,\alpha^0) \begin{pmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \\ \overline{z} \end{pmatrix} .$$

Indien de oriëntering van de coördinaatassen en de schaal bij benadering gelijk zijn, kunnen benaderde waarden voor de translatieparameters direct berekend worden uit de verschillen van de gemiddelden van de coördinaten:

$$t_u^0 = \overline{u} - \overline{x} \;\; ; \;\; t_v^0 = \overline{v} - \overline{y} \;\; ; \;\; t_w^0 = \overline{w} - \overline{z} \;\; .$$

Berekening van benaderde waarden gebruik makend van alle aansluitingspunten

De berekening is gebaseerd op een *benaderd* model, dat uitgaat van de veronderstellingen dat beide stelsels benaderd aan elkaar gelijk zijn en dat de coördinaten van de punten van het Z-veld niet stochastisch zijn. De benaderde waarden worden in dat geval berekend met een kleinste-kwadraten vereffening gebaseerd op het volgende lineaire model van waarnemingsvergelijkingen (vergelijk § 4.4.3.1):

$$E\left\{ \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{v}_1 \\ \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{u}_n \\ \underline{v}_n \\ \underline{w}_n \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & -z_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 \\ y_1 & z_1 & 0 & -x_1 & 0 & 1 & 0 \\ z_1 & -y_1 & x_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & 0 & -z_n & y_n & 1 & 0 & 0 \\ y_n & z_n & 0 & -x_n & 0 & 1 & 0 \\ z_n & -y_n & x_n & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ t_u \\ t_v \\ t_w \end{pmatrix} .$$

De aansluitingspunten mogen niet op één lijn liggen. Het is niet noodzakelijk dat alle (drie) coördinaten van een aansluitingspunt in beide stelsels bekend zijn.

vrije punten z_1	aansluitingspunten z_2	vrije punten z_3
$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \\ z_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \\ z_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_i^0 \\ y_i^0 \\ z_i^0 \end{pmatrix} = \lambda_{WZ}^0 R(\alpha_{WZ}^0,\beta_{WZ}^0,\gamma_{WZ}^0) \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x^0 \\ t_y^0 \\ t_z^0 \end{pmatrix}$
	aansluitingspunten w_2	**vrije punten w_3**
	$\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \\ w_i^0 \end{pmatrix} = \lambda_{ZW}^0 R(\gamma_{ZW}^0,\beta_{ZW}^0,\alpha_{ZW}^0) \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_u^0 \\ t_v^0 \\ t_w^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \\ w_i^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix}$

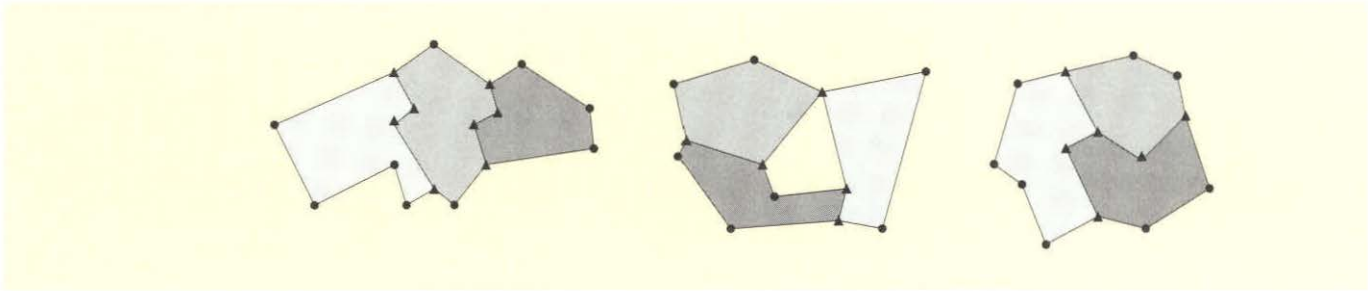
Tabel 4.6: Berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van de punten in de diverse deelpuntenvelden in de eerste berekeningsstap van de iteratieve aansluitingsvereffening gebaseerd op de 3D-gelijkvormigheidstransformatie.

Berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van het aansluitingsmodel
De berekening van benaderde waarden voor de coördinaten verloopt analoog aan de berekening bij de 2D-gelijkvormigheidstransformatie. Ook hier is het van belang over een consistente verzameling van benaderde waarden te beschikken. In tabel 4.6 is de berekening samengevat van de benaderde waarden voor de coördinaten voor de *eerste* berekeningsstap van de aansluitingsvereffening.

De parameters van de inverse transformatie worden berekend uit de relaties die beschreven zijn in § 4.4.6.3.

4.4.7 Functiemodel bij de aansluiting van meer dan twee puntenvelden

In de praktijk kan het voorkomen dat men meer dan twee puntenvelden gelijktijdig wil aansluiten. Voorbeelden zijn de aansluiting van meerdere (gedigitaliseerde) kaartbladen, de aansluiting van meerdere lokale stelsels voor reconstructiedoeleinden, de aansluiting van meerdere lokale stelsels aan een digitaal bestand en de blokvereffening met behulp van de onafhankelijke-modellen-methode. In figuur 4.16 worden enige voorbeelden gegeven van de aansluiting van drie puntenvelden.



Figuur 4.16: Voorbeelden van de aansluiting van drie puntenvelden.

In deze paragraaf gaan we kort in op het opstellen van het functiemodel voor het gelijktijdig aansluiten van meerdere puntenvelden. Voor het aansluiten van meerdere puntenvelden wordt *één* model van waarnemingsvergelijkingen opgesteld. Voor dit model beschrijven we de berekening van benaderde waarden. De benaderde waarden-berekening wordt uitgevoerd in *stappen*.

4.4.7.1 Model van waarnemingsvergelijkingen voor de aansluiting van meerdere puntenvelden

Onbekenden in het model van waarnemingsvergelijkingen zijn de coördinaten van *alle* punten in het z-stelsel. Het model bevat bovendien als onbekenden de transformatieparameters voor de transformaties van het z-stelsel naar de coördinatenstelsels van *elk* puntenveld. Bij N puntenvelden zijn er $N - 1$ sets van transformatieparameters (het aantal parameters per transformatie is afhankelijk van het type transformatie).

Voor een willekeurig punt i in een willekeurig puntenveld J is de waarnemingsvergelijking:

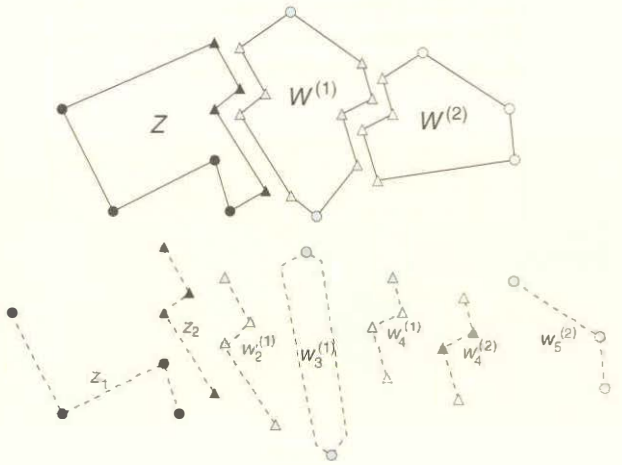
$$E\{\underline{w}_i^{(J)}\} = F_{ZW}^{(J)} z_i + t_{ZW}^{(J)}$$

met:

$F_{ZW}^{(J)} = C_{ZW}^{(J)}$ voor de 2D-gelijkvormigheidstransformatie;
$= D_{ZW}^{(J)}$ voor de 2D-affiene transformatie;
$= \lambda_{ZW}^{(J)} R_{ZW}^{(J)}(\gamma,\beta,\alpha)$ voor de 3D-gelijkvormigheidstransformatie;

$t_{ZW}^{(J)}$ translatievector van de bijbehorende transformatie.

De waarnemingsgrootheden in het functiemodel zijn de coördinaten van de punten in de afzonderlijke puntenvelden (in het coördinatenstelsel van dat puntenveld).



Figuur 4.17: De opzet van het voorbeeld met drie puntenvelden en gebruikte notatieconventies.

Als voorbeeld wordt het aansluitingsmodel gegeven voor de aansluiting van drie puntenvelden (zie figuur 4.17). De puntenvelden worden aangeduid als Z, $W^{(1)}$ en $W^{(2)}$. De volgende notatie is gehanteerd:

z_1 vrije punten in het puntenveld Z;

z_2 aansluitingspunten in het puntenveld Z die corresponderen met aansluitingspunten in veld $W^{(1)}$;

$w_2^{(1)}$ aansluitingspunten in het puntenveld $W^{(1)}$ die corresponderen met aansluitingspunten in puntenveld Z;

$w_3^{(1)}$ vrije punten in het puntenveld $W^{(1)}$;

$w_4^{(1)}$ aansluitingspunten in het puntenveld $W^{(1)}$ die corresponderen met aansluitingspunten in puntenveld $W^{(2)}$;

$w_4^{(2)}$ aansluitingspunten in het puntenveld $W^{(2)}$ die corresponderen met aansluitingspunten in puntenveld $W^{(1)}$;

$w_5^{(2)}$ vrije punten in het puntenveld $W^{(2)}$.

Voor de situatie weergegeven in figuur 4.17 is het model van waarnemingsvergelijkingen:

$$E\left\{\begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \\ \underline{w}_2^{(1)} \\ \underline{w}_3^{(1)} \\ \underline{w}_4^{(1)} \\ \underline{w}_4^{(2)} \\ \underline{w}_5^{(2)} \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ F(z_2, t_{ZW}^{(1)}) \\ F(z_3, t_{ZW}^{(1)}) \\ F(z_4, t_{ZW}^{(1)}) \\ F(z_4, t_{ZW}^{(2)}) \\ F(z_5, t_{ZW}^{(2)}) \end{bmatrix} .$$

Dit model is niet-lineair. Het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen kan worden afgeleid aan de hand van de afzonderlijke transformaties uit de voorgaande paragrafen.

4.4.7.2 Berekening van benaderde waarden

Het model van waarnemingsvergelijkingen wordt opgesteld voor een gelijktijdige (integrale) vereffening van de coördinaten van alle puntenvelden. Uitgaande van dit model moet men benaderde waarden berekenen voor de coördinaten van alle punten in het z-stelsel, de coördinaten van de punten in de afzonderlijke puntenvelden en de transformatieparameters van het z-stelsel naar de stelsels van de afzonderlijke puntenvelden. Net als in voorgaande gevallen moeten de benaderde waarden consistent zijn. De berekening van de benaderde waarden kan om praktische redenen het beste in stappen worden uitgevoerd:

1 Berekening van benaderde waarden van de coördinaten van alle punten in het z-stelsel, te beginnen met de berekening van de twee velden met de meeste gemeenschappelijke punten. De berekening van de benaderde waarden voor modellen met twee puntenvelden is beschreven in voorgaande paragrafen. Bij N puntenvelden moet men $N-1$ maal een dergelijke berekening uitvoeren. Na de eerste stap heeft men nog $N-1$ puntenvelden, na de tweede stap $N-2$ puntenvelden, etc. Indien bij elke tussenstap de resultaten van de voorgaande tussenstappen worden aangepast (dat wil zeggen de in eerdere stappen berekende coördinaten en transformatieparameters), verkrijgt men tenslotte benaderde waarden voor de coördinaten van alle punten in het z-stelsel en benaderde waarden voor de transformatieparameters van alle $N-1$ puntenvelden naar het z-stelsel.
2 Berekening van de benaderde waarden voor de transformatieparameters van het z-stelsel naar de $N-1$ andere stelsels met behulp van de inverse transformatie.
3 Als benaderde waarden voor de coördinaten van puntenveld Z kiest men de gegeven coördinaten. De benaderde waarden voor de coördinaten van de punten van de overige $N-1$ puntenvelden in hun oorspronkelijke coördinatenstelsel worden berekend met behulp van de in stap 2 berekende transformatieparameters en de in stap 1 berekende benaderde waarden voor de coördinaten in het z-stelsel.

Bij de berekening van benaderde waarden bij de aansluiting van twee puntenvelden komen ook al deze stappen aan bod, maar is stap 1 veel eenvoudiger en worden de stappen 2 en 3 slechts eenmaal (in plaats van $N-1$ maal) uitgevoerd.

4.5 Kansmodel

4.5.1 Precisiebeschrijving van coördinaten

Het kansmodel wordt beschreven met een variantiematrix. De waarnemingsgrootheden bij de aansluiting zijn de coördinaten van de aansluitingspunten en de vrije punten. Het specificeren van een goed kansmodel is in de praktijk het moeilijkste deel van het opstellen van het aansluitingsmodel, omdat meestal weinig bekend is over de kwaliteit van de puntenvelden.

Uitgangspunt bij het opstellen van een kansmodel is dat er geen correlatie is tussen de coördinaten van verschillende puntenvelden. In het algemeen zullen beide puntenvelden onafhankelijk van elkaar tot stand zijn gekomen en is dit een realistische aanname. De coördinaten van één puntenveld kunnen wel correleren.

De opzet van het kansmodel hangt nauw samen met de keuze van de aansluitingsmethode. De correlatie tussen de aansluitingspunten en de vrije punten van een puntenveld bepaalt of de vrije punten bij de vereffening een correctie krijgen ten gevolge van de correlatie met de aansluitingspunten.

Voor detailpuntenvelden wordt meestal een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix gebruikt. Er kan dan op basis van het kansmodel geen vereffening van de vrije punten worden uitgevoerd. Om de nabijheidsrelaties tussen de vrije punten en aansluitingspunten te handhaven, wil men echter meestal toch de coördinaten van de vrije punten vereffenen. In dat geval wordt bij de coördinaatberekening (zie § 4.8) correlatie verondersteld tussen de aansluitingspunten en de vrije punten. In dat geval wordt de correlatie gebruikt om de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten te kunnen *interpoleren*.

In bijna alle gevallen is de variantiematrix van de coördinaten niet bekend en wordt de (onbekende) variantiematrix van de coördinaten gerepresenteerd met een zogenaamde vervangingsmatrix. Hiermee probeert men de precisiebeschrijving van een puntenveld zo goed mogelijk te benaderen.

Variantiematrix van een puntenveld berekend uit een vrij netwerk
In sommige gevallen, bijvoorbeeld bij de reconstructie of de bijhouding, kan uit de meetopzet van het vrije netwerk de variantiematrix van een puntenveld *berekend* worden. Er moeten twee punten als basis worden gekozen om bijvoorbeeld de coördinaten en hun variantiematrix van een vrij netwerk in een plat vlak te berekenen. De coördinaten en de variantiematrix zijn daarmee in een schrankings-stelsel gegeven. De variantiematrix van de coördinaten is dan singulier en kan niet geïnverteerd worden. Hiermee moet tijdens de aansluitingsvereffening rekening worden gehouden (zie § 4.6).

Vervangingsmatrix
In het overgrote deel van de gevallen heeft men niet (meer) de beschikking over de metingen op basis waarvan het puntenveld tot stand is gekomen. De variantiematrix van de coördinaten kan dan niet berekend worden. In deze gevallen wordt in plaats van de variantiematrix een vervangingsmatrix gebruikt. In tegenstelling tot de berekende variantiematrix is de vervangingsmatrix regulier en inverteerbaar.
De structuur van de vervangingsmatrix wordt op basis van het kwaliteitsmodel gekozen (§ 2.5). Dit betekent dat voor de grondslag een Baarda-Alberda matrix wordt gebruikt

en voor detailpuntenvelden een diagonaalmatrix. De parameters van de vervangingsmatrix worden ook conform het kwaliteitsmodel gekozen.

4.5.2 Structuur van het kansmodel

Het kansmodel is zodanig geformuleerd dat er geen correlatie is tussen de coördinaten van de verschillende puntenvelden, maar er wel een correlatie kan bestaan tussen de coördinaten van de aansluitingspunten en vrije punten in een zelfde puntenveld. De structuur van het kansmodel zal op basis van de aansluiting van twee puntenvelden W en Z worden beschreven. De vorm van het kansmodel hangt samen met de gekozen aansluitingsmethode.

Het kansmodel voor de *kleinste-kwadraten aansluiting* is:

$$D\{\begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \\ \underline{w}_2 \\ \underline{w}_3 \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} Q_{z_{11}} & Q_{z_{12}} & 0 & 0 \\ Q_{z_{21}} & Q_{z_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{w_{22}} & Q_{w_{23}} \\ 0 & 0 & Q_{w_{32}} & Q_{w_{33}} \end{bmatrix} .$$

In sommige gevallen zal er geen correlatie worden verondersteld tussen de aansluitingspunten en de vrije punten. In dat geval is het kansmodel van de kleinste-kwadraten aansluiting:

$$D\{\begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \\ \underline{w}_2 \\ \underline{w}_3 \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} Q_{z_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{z_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{w_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{w_{33}} \end{bmatrix} .$$

Vereffening van de vrije punten is dan niet mogelijk.

Bij de *pseudo kleinste-kwadraten aansluiting* is de coördinaatberekening gebaseerd op het volgende kansmodel:

$$D\{\begin{bmatrix} \underline{w}_2 \\ \underline{w}_3 \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} Q_{w_{22}} & Q_{w_{23}} \\ Q_{w_{32}} & Q_{w_{33}} \end{bmatrix} ,$$

waarbij de coördinaten van het puntenveld Z niet stochastisch worden verondersteld.

Bij de *aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie* is de coördinaatberekening gebaseerd op het volgende kansmodel:

$$D\{\begin{bmatrix} \underline{w}_2 \\ \underline{w}_3 \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} Q_{w_{22}} & 0 \\ 0 & Q_{w_{33}} \end{bmatrix} ,$$

waarbij de aansluitingspunten en de vrije punten van veld W niet correleren en de coördinaten van het puntenveld Z niet stochastisch worden verondersteld.

Bij zowel de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting als de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie is het voor de toetsing van de aansluitingspunten (zie § 4.7) en de kwaliteitsbeschrijving van het aangesloten puntenveld (zie § 4.9) *wel* noodzakelijk de stochasticiteit van de coördinaten van de aansluitingspunten in puntenveld Z in rekening te brengen.

4.5.3 Keuze van de structuur en de parameters van de vervangingsmatrix

De structuur en de parameters van de vervangingsmatrix worden in overeenstemming met het kwaliteitsmodel gekozen. De parameters van het kwaliteitsmodel hebben betrekking op de (relatieve) precisie van coördinaten. De relatieve precisie is een functie van de puntprecisie en de idealisatieprecisie. De keuze van de structuur en de parameters wordt afzonderlijk behandeld voor de grondslag en detailpuntenvelden.

Structuur en parameterkeuze van de vervangingsmatrix voor de grondslag

Structuur van de vervangingsmatrix
Voor de grondslag wordt een Baarda-Alberda matrix als vervangingsmatrix gebruikt. Uitzonderingen zijn de puntenvelden van de terrestrische grondslagelementen en de punten van de hoogte bij de drie-dimensionale puntenvelden, waarvoor een diagonaalmatrix wordt gebruikt.

Parameterkeuze voor grondslag
De puntprecisie wordt voor een Baarda-Alberda matrix gemodelleerd met de parameters c_0 en c_1. Parameterwaarden voor verschillende soorten grondslagpunten zijn gegeven in § 2.6.2. Er wordt voor punten van de grondslag geen idealisatieprecisie gespecificeerd, met uitzondering van de terrestrische grondslagelementen. Voor de idealisatieprecisie van de terrestrische grondslagelementen worden de waarden uit § 2.5.5 gebruikt.
Bij het opstellen van een Baarda-Alberda matrix moet ook een factor d^2 worden gespecificeerd. Deze parameter moet worden gespecificeerd als $d^2 = c_0 + c_1 l_{max}$, waarbij l_{max} de grootste afstand is tussen twee punten van het puntenveld na de aansluiting. Voor alle puntenvelden moet dezelfde parameter d^2 worden gespecificeerd.

Grondslag met een inhomogene precisie
Indien één vervangingsmatrix voor verschillende soorten grondslag moet worden opgesteld, wordt in de vervangingsmatrix de grootste c_1-parameter gebruikt. Deze keuze is in zoverre gebrekkig dat voor grotere afstanden binnen het puntenveld van de grondslag de parameter c_1 behorende bij het hoogste orde net (kleinste c_1) het beste de relatieve precisie beschrijft, terwijl voor kleinere afstanden binnen het puntenveld de grootste c_1 het beste de relatieve precisie beschrijft.

Structuur en parameterkeuze van de vervangingsmatrix voor detailpuntenvelden

Structuur van de vervangingsmatrix
Voor detailpuntenvelden wordt een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix gebruikt. Bij de coördinaatberekening wordt soms een Baarda-Alberda matrix gebruikt om de vereffening van de vrije punten uit te voeren (zie § 4.8). De vervangingsmatrix wordt dan gebruikt als middel om de residuen in de aansluitingspunten te interpoleren.

Parameterkeuze voor detailpuntenvelden
De puntprecisie wordt voor een diagonaalmatrix gemodelleerd met de parameter c_0 per (deel-)veld of met een variantie voor de puntprecisie per punt. Parameterwaarden voor de detailpuntenvelden zijn gegeven in § 2.6.3. Punten van detailpuntenvelden hebben een idealisatieprecisie. Voor de idealisatieprecisie wordt de klasse-indeling uit § 2.5.5 gebruikt. De idealisatieprecisie wordt als een standaardafwijking $\bar{d}$ per punt toegekend. Bij het gebruik van een klasse-indeling wordt het gemiddelde van een klasse gebruikt.

Detailpuntenvelden met een inhomogene precisie
Indien het puntenveld met behulp van overwegend één meettechniek tot stand is gekomen, wordt de parameter c_0 overeenkomstig die van gelijksoortige detailpuntenvelden gekozen. Voor het geval er onderscheid gemaakt kan worden tussen verschillende deelvelden worden per deelveld parameters c_0 overeenkomstig die van gelijksoortige detailpuntenvelden gekozen. Indien er bij inhomogene puntenvelden geen (goed) onderscheid tussen de verschillende deelvelden kan worden gemaakt, wordt de parameter c_0 gekozen overeenkomstig die van het deelpuntenveld met de slechtste precisie.

4.6 Vereffening

In de voorgaande paragrafen is het concept behandeld van de aansluiting en het wiskundige model van de aansluiting (het zogenaamde aansluitingsmodel). Op basis van dit aansluitingsmodel wordt de *aansluitingsvereffening* uitgevoerd. In de aansluitingsvereffening worden de transformatie en de vereffening van vormverschillen gerealiseerd. Doel van de aansluitingsvereffening is het verkrijgen van de coördinaten van het puntenveld na aansluiting en wel zodanig dat er geen tegenspraken in het puntenveld voorkomen en dat alle coördinaten in één coördinatenstelsel zijn gegeven. Daarnaast wordt in de aansluitingsvereffening de *variantiematrix* berekend van de coördinaten van de punten van het puntenveld na aansluiting. Tijdens de aansluitingsvereffening wordt bovendien de *toetsing* van de aansluitingspunten uitgevoerd. De toetsing en de daaraan gerelateerde betrouwbaarheidsbeschrijving worden behandeld in § 4.7.

De aansluitingsvereffening kan zowel kwalitatief als procedureel op verschillende manieren worden uitgevoerd. Afhankelijk van het feit hoe de vereffening van vormverschillen uitgevoerd dient te worden, kiest men een *aansluitingsmethode*. De keuze van de aansluitingsmethode is afhankelijk van de toepassing en is in § 4.3.1 aan de orde geweest. Er worden drie aansluitingsmethoden onderscheiden, namelijk de *kleinste-kwadraten (kk) aansluiting*, waarbij beide puntenvelden een vormverandering ondergaan, de *pseudo kleinste-kwadraten (pkk) aansluiting*, waarbij slechts puntenveld W een vormverandering ondergaat, en de *aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie (ot)*, waarbij geen van beide puntenvelden een vormverandering ondergaat. De wiskundige modellen die aan de verschillende methoden ten grondslag liggen worden beschreven in § 4.6.1. De functiemodellen zijn gebaseerd op de in § 4.4 behandelde transformaties.

De *aansluitingsprocedure* is de rekengang van de aansluiting. Men maakt onderscheid tussen de *integrale* en *gefaseerde aansluiting*. Bij de integrale aansluiting wordt de aansluitingsvereffening in één rekenstap uitgevoerd. Bij de gefaseerde aansluiting zijn de volgende rekenstappen te onderscheiden (zie § 4.1.7):
- de vereffening van de aansluitingspunten;
- de vereffening van de vrije punten;
- de transformatie van de vrije punten.

De keuze van de aansluitingsprocedure is onder andere afhankelijk van het aantal aansluitings- en vrije punten en de beschikbare rekencapaciteit.

De implementatie van verschillende aansluitingsprocedures in de aansluitingsvereffening komt in § 4.6.4 aan de orde. Voor de verschillende aansluitingsmethoden worden (voorzover zinvol) de integrale en de gefaseerde aansluiting behandeld.
Voordat een aansluitingsvereffening kan worden uitgevoerd, moeten de volgende keuzes gemaakt worden:

- de keuze van de transformatie die de relatie tussen de stelsels van beide puntenvelden beschrijft (zie § 4.3.3);
- de keuze van de aansluitingsmethode (zie § 4.3.1);
- de keuze van de aansluitingsprocedure (zie § 4.3.2).

Als onderdeel van de aansluitingsvereffening wordt de toetsing uitgevoerd. De overtalligheid van het aansluitingsmodel beperkt zich tot de aansluitingspunten. Bij de gefaseerde aansluiting wordt de toetsing uitgevoerd als onderdeel van de vereffening van de aansluitingspunten. De toetsing is *altijd* gebaseerd op het model van de kleinste-kwadraten aansluiting. Bij veel toepassingen wordt de coördinaatberekening voorafgegaan door een kleinste-kwadraten toetsing van de aansluitingspunten. Het feit dat de coördinaten van de punten van het Z-veld bij de coördinaatberekening veelal geen correctie mogen krijgen, wil immers niet zeggen dat deze coördinaten foutloos zijn. De voor de toetsing gebruikte alternatieve hypothesen worden behandeld in § 4.7.

4.6.1 Het aansluitingsmodel

Het aansluitingsmodel is opgebouwd uit een functiemodel (§ 4.4) en een kansmodel (§ 4.5) en is afhankelijk van de gekozen aansluitingsmethode. Voor het opstellen van de aansluitingsmodellen wordt de notatie gehanteerd van § 4.4.1 en gelden de volgende uitgangspunten:

- Het aansluitingsmodel is geformuleerd als een model van waarnemingsvergelijkingen.
- De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de punten in beide puntenvelden.
- In een puntenveld (kunnen) de coördinaten gecorreleerd zijn. Tussen de coördinaten van de twee puntenvelden bestaat geen correlatie.
- De onbekenden in het model zijn de coördinaten van alle punten in het z-stelsel en de transformatieparameters.

De variantiematrices van de coördinaten zijn in de meeste gevallen kunstmatrices (zie § 4.5).

Het model voor de kleinste-kwadraten aansluiting
Het model voor de kleinste-kwadraten aansluiting is:

$$E\left\{\begin{bmatrix}\underline{z}_1\\ \underline{z}_2\\ \underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}z_1\\ z_2\\ T(z_2,t)\\ T(z_3,t)\end{bmatrix} \quad ; \quad D\left\{\begin{bmatrix}\underline{z}_1\\ \underline{z}_2\\ \underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}Q_{z_{11}} & Q_{z_{12}} & 0 & 0\\ Q_{z_{21}} & Q_{z_{22}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{w_{22}} & Q_{w_{23}}\\ 0 & 0 & Q_{w_{32}} & Q_{w_{33}}\end{bmatrix} .$$

Het functiemodel is niet-lineair (zie § 4.4). De overtalligheid van het model is uitsluitend gebaseerd op de aansluitingspunten (w_2 en z_2). De coördinaten van de vrije punten dragen niet bij aan de overtalligheid. Indien de transformatie met p parameters kan worden beschreven, is de overtalligheid bij een d-dimensionaal puntenveld $d \times n_2 - p$.

Het model voor de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting

Het aansluitingsmodel voor de pseudo kleinste-kwadraten methode kan geschreven worden als een model van waarnemingsvergelijkingen:

$$E\left\{\begin{bmatrix}\underline{z}_1\\ \underline{z}_2\\ \underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}z_1\\ z_2\\ T(z_2,t)\\ T(z_3,t)\end{bmatrix} \;;\; D\left\{\begin{bmatrix}\underline{z}_1\\ \underline{z}_2\\ \underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}Q_{z_{11}} & Q_{z_{12}} & 0 & 0\\ Q_{z_{21}} & Q_{z_{22}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{w_{22}} & Q_{w_{23}}\\ 0 & 0 & Q_{w_{32}} & Q_{w_{33}}\end{bmatrix},$$

met restricties (zie § 3.4.3). De vorm van het eerste puntenveld blijft ongewijzigd en dus krijgen de coördinaten van het eerste puntenveld geen correctie. De restricties zijn:

$$E\left\{\begin{bmatrix}\underline{z}_1\\ \underline{z}_2\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}.$$

Voor de coördinaatberekening komt dit rekentechnisch overeen met het niet stochastisch veronderstellen van de coördinaten van de punten van veld Z, zodat ook het volgende model van waarnemingsvergelijkingen kan worden gebruikt:

$$E\left\{\begin{bmatrix}\underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}T(z_2,t)\\ T(z_3,t)\end{bmatrix} \;;\; D\left\{\begin{bmatrix}\underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}Q_{w_{22}} & Q_{w_{23}}\\ Q_{w_{32}} & Q_{w_{33}}\end{bmatrix}.$$

De coördinaten z_2 zijn daarbij gegeven. Deze modelkeuze heeft wel tot gevolg dat uit de vereffening niet vanzelf de variantiematrix van de coördinaten volgt (de coördinaten van de aansluitingspunten van het Z-veld zijn immers wel degelijk stochastisch). De overtalligheid van het model is uitsluitend gebaseerd op de aansluitingspunten (w_2) en is $d \times n_2 - p$.

Het model voor de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie

Het model voor de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie kan worden geschreven als het model van de pseudo kleinste-kwadraten vereffening waarvoor geldt dat er geen correlatie is tussen de aansluitingspunten en vrije punten van puntenveld W (waarbij de coördinaten z_2 gegeven zijn):

$$E\left\{\begin{bmatrix}\underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}T(z_2,t)\\ T(z_3,t)\end{bmatrix} \;;\; D\left\{\begin{bmatrix}\underline{w}_2\\ \underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}Q_{w_{22}} & 0\\ 0 & Q_{w_{33}}\end{bmatrix}.$$

Het model is niet-lineair en de overtalligheid van het model is $d \times n_2 - p$.

4.6.2 Aansluitingsprocedures

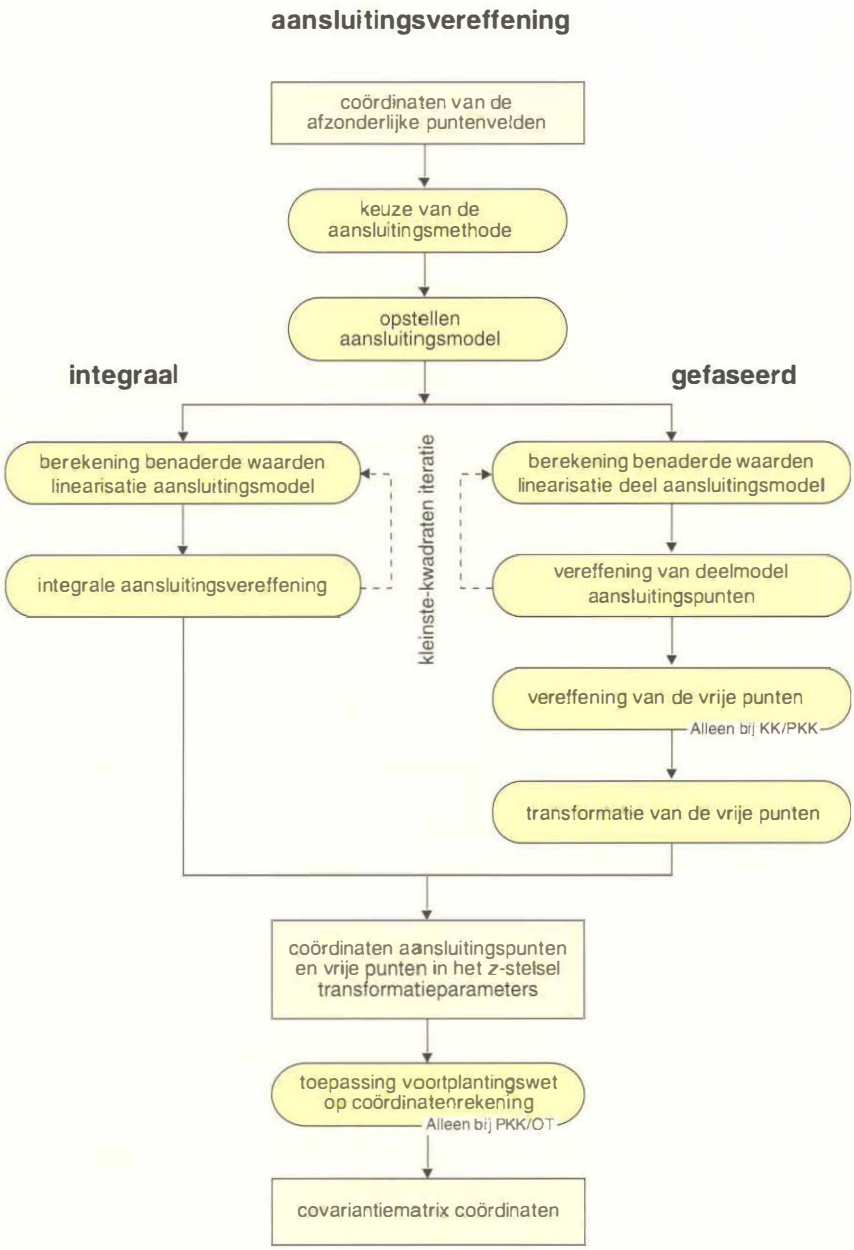
Voor de aansluitingsprocedure wordt onderscheid gemaakt tussen de integrale en de gefaseerde aansluiting. Deze beide rekengangen onderscheiden zich in de wijze waarop de aansluitingspunten en de vrije punten in de aansluitingsvereffening worden betrokken.
Voordeel van de integrale aansluitingsvereffening is dat deze conceptueel het eenvoudigst is en in één rekengang wordt uitgevoerd. Nadeel van de integrale vereffening is dat door de grootte van het aansluitingsmodel (in termen van het aantal waarnemingsgrootheden en onbekenden) de berekening meestal niet praktisch is uit te voeren (vanwege de rekentijd en het geheugengebruik).
Voordeel van de gefaseerde aansluitingsvereffening is dat deze goed afgestemd kan worden op een specifiek aansluitingsprobleem en daarom zeer geschikt is voor praktische berekeningen. De vrije punten, die niet bijdragen aan de overtalligheid van het aansluitingsmodel, worden buiten de vereffening gehouden. Nadeel van de gefaseerde aansluiting is dat deze uit meerdere rekenstappen bestaat en daardoor in een ingewikkelder rekengang resulteert.
In het algemeen geldt dat voor toepassingen waarbij puntenvelden met veel vrije punten voorkomen, de gefaseerde aansluiting praktischer is dan de integrale aansluiting.

De rekengangen van de integrale en gefaseerde aansluitingsvereffening zijn schematisch weergegeven in figuur 4.18. Het opstellen van het (gelineariseerde) aansluitingsmodel en de berekening van benaderde waarden zijn behandeld in § 4.4. De berekening van de precisie van de coördinaten na een (pseudo) kleinste-kwadraten aansluiting komt apart aan de orde in § 4.6.5.

De integrale aansluitingsvereffening
De integrale aansluitingsvereffening is gebaseerd op het volledige aansluitingsmodel. Bij de integrale kleinste-kwadraten aansluitingsvereffening kan het algoritme van de iteratieve kleinste-kwadraten vereffening worden toegepast. Bij de pseudo kleinste-kwadraten vereffening moet een enigszins afwijkende iteratieve procedure worden gebruikt. De berekening van de vereffende coördinaten van alle punten, de toetsing (§ 4.7) en de kwaliteitsbeschrijving na aansluiting (§ 4.9) worden als onderdeel van de integrale vereffening uitgevoerd.

De gefaseerde aansluitingsvereffening

De vereffening van de aansluitingspunten
De vereffening van de aansluitingspunten bestaat uit de vereffening van de vormverschillen in de aansluitingspunten en de berekening van de transformatieparameters. Het model van de vereffening van de aansluitingspunten bezit de overtalligheid van het volledige aansluitingsmodel. In deze stap worden ook de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten berekend, die (in de volgende rekenstap) nodig zijn voor de vereffening van de vrije punten.
Bij de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting en bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie behoeven de coördinaten van de aansluitingspunten niet berekend te worden, omdat deze overeen komen met die van het veld waarop wordt aangesloten.
De vereffening van de aansluitingspunten kan op een aantal manieren worden uitgevoerd. Hier wordt in deze paragraaf nader op ingegaan.



Figuur 4.18: De rekengangen bij de integrale en gefaseerde aansluitingsvereffening.

De vereffening van de vrije punten

De vrije punten krijgen een correctie als gevolg van hun correlatie met de aansluitingspunten. De coördinaten van de vrije punten zijn gecorreleerde (vrije) grootheden (zie § 3.4.4) die met de coördinaten van de aansluitingspunten correleren. Op grond van deze correlatie en de vormcorrectie die het veld van aansluitingspunten heeft ondergaan, wordt de vorm van de velden van de vrije punten aangepast. Deze aanpassing noemen we de vereffening van de vrije punten, hoewel er in deze stap in feite geen sprake is van een vereffening.

Bij de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting krijgen alleen de vrije punten van het W-veld een correctie. Bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie is er geen vereffening van de vrije punten, omdat in het model van de overbepaalde transformatie geen correlatie wordt verondersteld tussen de aansluitingspunten en de vrije punten.

De transformatie van de vrije punten

De transformatie van de vrije punten wordt uitgevoerd om de vereffende coördinaten van de vrije punten van het W-veld naar het z-stelsel te transformeren.

4.6.2.1 Vereffening van de aansluitingspunten

Afhankelijk van de aansluitingsmethode kan ook de vereffening van de aansluitingspunten op verschillende manieren worden uitgevoerd. De volgende procedures kunnen worden onderscheiden:

- simultane vereffening van vormverschillen en berekening van de transformatieparameters (alleen voor de kleinste-kwadraten aansluiting);
- berekening van de transformatieparameters en vervolgens (voor de kleinste-kwadraten aansluiting) de vereffening van de vormverschillen.

Daarnaast kan men in principe ook eerst de vormverschillen vereffenen en vervolgens de transformatieparameters schatten. Deze opzet wordt in de praktijk niet toegepast voor het aansluiten van puntenvelden.

Het model voor de vereffening van de aansluitingspunten

De wiskundige modellen die aan de vereffening van de aansluitingspunten ten grondslag liggen, zijn afgeleid uit de aansluitingsmodellen die zijn behandeld in § 4.6.1. De overtalligheid van de modellen voor de vereffening van de aansluitingspunten is gelijk aan die van de volledige aansluitingsmodellen voor de verschillende methoden.

Het model voor de *kleinste-kwadraten aansluiting* is:

$$E\left\{\begin{pmatrix}\underline{z}_2\\ \underline{w}_2\end{pmatrix}\right\} = \begin{pmatrix} z_2 \\ T(z_2,t)\end{pmatrix} \;;\; D\left\{\begin{pmatrix}\underline{z}_2\\ \underline{w}_2\end{pmatrix}\right\} = \begin{pmatrix} Q_{z_{22}} & 0 \\ 0 & Q_{w_{22}}\end{pmatrix} .$$

Dit model is beschreven in § 4.4 voor de gelijkvormigheidstransformatie in twee en drie dimensies en voor de 2D-affiene transformatie. Het functiemodel is niet-lineair.

Het model voor zowel de *pseudo kleinste-kwadraten aansluiting* als de *aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie* is:

$$E\{\underline{w}_2\} = T(z_2,t) \;\;;\;\; D\{\underline{w}_2\} = Q_{w_{22}} \;\; .$$

De onbekenden in dit model zijn de p transformatieparameters. Dit model is niet-lineair als er een geometrische parametrisering voor de transformatie wordt gebruikt. Voor de gelijkvormigheidstransformatie en affiene transformatie wordt het functiemodel *lineair* als de lineaire parametrisering wordt gebruikt:

$$E\{\underline{w}_2\} = T(z_2)t \;\; .$$

Eigenschappen van de procedures voor de vereffening van de aansluitingspunten

Simultane oplossing

De gelijktijdige vereffening van vormverschillen en de berekening van transformatieparameters kan slechts worden toegepast bij de kleinste-kwadraten aansluiting. Het functiemodel is in alle gevallen niet-lineair. Voor de vereffening kan het standaard kleinste-kwadraten algoritme worden gebruikt (zie § 3.4.1).

Berekening van de transformatieparameters voor de vereffening van vormverschillen

Door de coördinaten van de aansluitingspunten als onbekenden te elimineren uit het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen, krijgt men een model van waarnemingsvergelijkingen dat gebaseerd is op *coördinaatverschillen als waarnemingsgroot-*

heden (zie § 4.6.3). Dit model van waarnemingsvergelijkingen is opgebouwd met $d \times n_2$ coördinaatverschillen als waarnemingsgrootheden en p transformatieparameters als onbekenden.
Voor de vereffening van dit niet-lineaire model kan *niet* het standaard iteratieve algoritme van de kleinste-kwadraten vereffening worden gebruikt, omdat na elke berekening van de transformatieparameters ook de coördinaten van de aansluitingspunten moeten worden geschat om weer nieuwe coördinaatverschillen te kunnen berekenen.

Bij de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting en de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie beperkt men zich tot de berekening van de transformatieparameters.

Vereffening van vormverschillen voor de berekening van de transformatieparameters
Voor de kleinste-kwadraten en pseudo kleinste-kwadraten aansluiting kan de vereffening van vormverschillen vooraf gaan aan de berekening van de transformatieparameters. Uit de gelineariseerde modellen van waarnemingsvergelijkingen kunnen de transformatieparameters geëlimineerd worden. Op deze manier krijgt men een model van *voorwaardevergelijkingen*. De eliminatie van de transformatieparameters kan worden bewerkstelligd door middel van een S-transformatie. Deze procedure wordt niet behandeld.

4.6.3 De aansluitingsvereffening

Nadat de aansluitingsmethode en een aansluitingsprocedure zijn gekozen, kan de aansluitingsvereffening worden uitgevoerd. De vereffening bestaat uit een viertal onderdelen:

- Voorbewerking.
  De voorbewerking omvat de berekening van de benaderde waarden, het opstellen van het gelineariseerde model en het opsporen en elimineren van grove fouten.
- De eigenlijke aansluitingsvereffening.
  In de aansluitingsvereffening worden de coördinaten en de transformatieparameters berekend. Rekenschema's voor het uitvoeren van een aansluitingsvereffening worden gegeven in § 4.6.4. In deze paragraaf worden de gelineariseerde modellen en de notatie geïntroduceerd die in de rekenschema's worden gebruikt. In veel gevallen wordt de vereffening uitgevoerd met behulp van het iteratieve kleinste-kwadraten algoritme.
- Toetsing van de aansluitingspunten.
  De toetsing wordt behandeld in § 4.7.
- Berekening van de kwaliteitsparameters van het aangesloten puntenveld.
  Als onderdeel van de aansluitingsvereffening wordt ook de variantiematrix van de onbekenden berekend (de coördinaten van alle punten in het z-stelsel en de transformatieparameters). Omdat voor de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting en de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie van een vereenvoudigd model gebruik gemaakt wordt (zie § 4.6.1), moet voor de berekening van de variantiematrix nog een afzonderlijke berekening worden uitgevoerd. De berekening van de variantiematrix van de coördinaten wordt behandeld in § 4.6.5.

Voorbewerking
Het belangrijkste onderdeel van de voorbewerking, namelijk de berekening van de benaderde waarden, is behandeld in § 4.4. Tijdens de berekening van de benaderde waarden kan men daarnaast grove fouten in het waarnemingsmateriaal opsporen en elimineren. Het voordeel hiervan is dat er tijdens de vereffening minder problemen zijn met de toepassing van het iteratieve kleinste-kwadraten algoritme en de analyse van de toetsingsresultaten. Een foute identificatie van een aansluitingspunt is een veel voorkomende grove fout. Twee punten worden identiek verklaard (en daarmee tot aansluitingspunt), terwijl het verschillende punten betreft. Dergelijke fouten kunnen heel goed worden opgespoord tijdens de berekening van de benaderde waarden. De toetsing tijdens de vereffening wordt dan gebruikt voor het vinden van 'kleinere' fouten. Voor de toetsing op grove fouten kan bij twee-dimensionale puntenvelden het beste gebruik gemaakt worden van de toetsing gebaseerd op het model van de Helmert-transformatie (zie § 4.4.3.1). Aansluitingspunten waarin grove fouten worden vermoed, kunnen beter als vrije punten in het model van de aansluitingsvereffening worden opgenomen.
De voorbewerking kan het beste worden uitgevoerd gebaseerd op alle aansluitingspunten. Dit levert goede benaderde waarden op en vergemakkelijkt de toetsing op fouten.

Gelineariseerde modellen voor de aansluitingsvereffening
Voor de aansluitingsvereffening moet het niet-lineaire functiemodel gelineariseerd worden. De linearisatie is behandeld in § 4.4.1 In de rekenschema's in § 4.6.4 wordt de volgende notatie gebruikt.

Het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen van de *integrale kleinste-kwadraten vereffening* wordt geschreven als:

$$E\{\begin{bmatrix} \Delta\underline{z}_1 \\ \Delta\underline{z}_2 \\ \Delta\underline{w}_2 \\ \Delta\underline{w}_3 \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} I_{d\times n_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{d\times n_2} & 0 & 0 \\ 0 & A_{z_2} & 0 & A_{t(z_2)} \\ 0 & 0 & A_{z_3} & A_{t(z_3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \\ \Delta z_3 \\ \Delta t \end{bmatrix},$$

waarbij:

$$A_{z_2} = \left[\frac{\delta T(z_2,t)}{\delta z_2}\right]^0 \qquad A_{z_3} = \left[\frac{\delta T(z_3,t)}{\delta z_3}\right]^0$$

$$A_{t(z_2)} = \left[\frac{\delta T(z_2,t)}{\delta t}\right]^{z_2^0,t^0} \qquad A_{t(z_3)} = \left[\frac{\delta T(z_3,t)}{\delta t}\right]^{z_3^0,t^0}.$$

Als bijvoorbeeld het functiemodel is gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie zijn deze matrices als volgt opgebouwd (zie § 4.4.3):

$$\underset{2n_2\times 2n_2}{A_{z_2}} = \begin{bmatrix} C^0 & & \\ & \ddots & \\ & & C^0 \end{bmatrix}; \quad \underset{2n_3\times 2n_3}{A_{z_3}} = \begin{bmatrix} C^0 & & \\ & \ddots & \\ & & C^0 \end{bmatrix};$$

$$\underset{2n_2\times 4}{A_{t(z_2)}} = \begin{bmatrix} T_1^0 \\ \vdots \\ T_{n_2}^0 \end{bmatrix}; \quad \underset{2n_3\times 4}{A_{t(z_3)}} = \begin{bmatrix} T_{n_2+1}^0 \\ \vdots \\ T_{n_2+n_3}^0 \end{bmatrix}.$$

Overeenkomstige matrices voor de 2D-affiene transformatie en de 3D-gelijkvormigheidstransformatie kunnen worden afgeleid uit respectievelijk § 4.4.4 en § 4.4.6.

Het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen voor de *kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten* kan eenvoudig worden afgeleid uit het gelineariseerde model voor de integrale vereffening:

$$E\{\begin{bmatrix} \Delta\underline{z}_2 \\ \Delta\underline{w}_2 \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} I_{d\times n_2} & 0 \\ A_{z_2} & A_{t(z_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_2 \\ \Delta t \end{bmatrix} .$$

De coördinaten van de aansluitingspunten kunnen als onbekenden geëlimineerd worden uit het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen voor de kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten. Op deze manier krijgt men een *model van waarnemingsvergelijkingen dat gebaseerd is op coördinaatverschillen*:

$$\begin{aligned} E\{\Delta\underline{w}_2 - A_{z_2}\Delta\underline{z}_2\} &= A_{t(z_2)}\Delta t \\ E\{\Delta\underline{d}\} &= A_{t(z_2)}\Delta t \quad , \end{aligned}$$

waarbij $\Delta\underline{d}$ de vector van coördinaatverschillen is.

4.6.4 Rekenschema's

Voor een aantal in de praktijk gebruikte procedures van de aansluitingsvereffening worden schematisch de rekenstappen beschreven. In de schema's is door middel van onderlijning aangegeven welke variabelen stochastische grootheden zijn. Op basis van deze informatie kunnen voor de kleinste-kwadraten aansluiting de variantiematrices van de onbekenden worden berekend door toepassing van de voortplantingswet (zie § 3.2.5). De lijst met rekenschema's is niet limitatief, maar is voldoende uitgebreid voor de uitvoering van de aansluitingsvereffening bij veel praktijkproblemen.

Na de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting en de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie moet nog een speciale berekening worden uitgevoerd om de variantiematrix van de coördinaten van het aangesloten puntenveld te berekenen. Deze berekening komt in § 4.6.5 aan de orde.

Er worden voor vijf gevallen rekenschema's gegeven:
1 integrale kleinste-kwadraten aansluiting;
2 gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting;
3 gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting op basis van de vereffening van coördinaatverschillen;
4 integrale pseudo kleinste-kwadraten aansluiting;
5 gefaseerde pseudo kleinste-kwadraten aansluiting.

De aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie wordt met schema 5 uitgevoerd.

1. Integrale kleinste-kwadraten aansluiting

1 Keuze of berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters en de coördinaten van alle punten (zie § 4.4).
2 Opstelling van het gelineariseerde model:

$$E\left\{\begin{bmatrix}\Delta\underline{z}_1\\ \Delta\underline{z}_2\\ \Delta\underline{w}_2\\ \Delta\underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} I_{d\times n_1} & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_{d\times n_2} & 0 & 0\\ 0 & A_{z_2} & 0 & A_{t(z_2)}\\ 0 & 0 & A_{z_3} & A_{t(z_3)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta z_1\\ \Delta z_2\\ \Delta z_3\\ \Delta t\end{bmatrix}$$

$$D\left\{\begin{bmatrix}\Delta\underline{z}_1\\ \Delta\underline{z}_2\\ \Delta\underline{w}_2\\ \Delta\underline{w}_3\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} Q_{z_{11}} & Q_{z_{12}} & 0 & 0\\ Q_{z_{21}} & Q_{z_{22}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{w_{22}} & Q_{w_{23}}\\ 0 & 0 & Q_{w_{32}} & Q_{w_{33}}\end{bmatrix}$$

3 Berekening van de vereffende coördinaten van alle punten in het z-stelsel en de transformatieparameters met het standaard iteratieve kleinste-kwadraten algoritme. Uitvoering van de toetsingsberekeningen (zie § 4.7).
De berekening vereist:
- inversie van Q_z-matrix (dimensie $d \times (n_1 + n_2)$);
- inversie van Q_w-matrix (dimensie $d \times (n_2 + n_3)$);
- inversie in iedere iteratiestap van de normaalmatrix (dimensie $d \times (n_1 + n_2 + n_3) + p$).

Voorbeelden van toepassingen van deze aansluiting zijn:
- aansluiting van (meerdere) lokale stelsels ten behoeve van het uitzetten van kadastrale grenzen;
- kaartverbetering.

2. Gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting

1 Keuze of berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters en de coördinaten van de aansluitingspunten (zie § 4.4).
2 Opstelling van het gelineariseerde model:

$$E\{\begin{pmatrix} \Delta \underline{z}_2 \\ \Delta \underline{w}_2 \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} I_{d \times n_2} & 0 \\ A_{z_2} & A_{t(z_2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta z_2 \\ \Delta t \end{pmatrix}$$

$$D\{\begin{pmatrix} \Delta \underline{z}_2 \\ \Delta \underline{w}_2 \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} Q_{z_{22}} & 0 \\ 0 & Q_{w_{22}} \end{pmatrix}$$

3 Berekening van de vereffende coördinaten van de aansluitingspunten in het z-stelsel, de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten en de transformatieparameters met het standaard iteratieve kleinste-kwadraten algoritme.
Uitvoering van de toetsingsberekeningen (zie § 4.7).
De berekening vereist:
- inversie van Q_z-matrix (dimensie $d \times n_2$);
- inversie van Q_w-matrix (dimensie $d \times n_2$);
- inversie in iedere iteratiestap van de normaalmatrix (dimensie $d \times n_2 + p$).

4 Vereffening van de vrije punten:

$$\hat{\underline{z}}_1 = \underline{z}_1 - Q_{z_{12}} Q_{z_{22}}^{-1} (\underline{z}_2 - \hat{\underline{z}}_2)$$
$$\hat{\underline{w}}_3 = \underline{w}_3 - Q_{w_{32}} Q_{w_{22}}^{-1} (\underline{w}_2 - \hat{\underline{w}}_2)$$

5 Transformatie van de vrije punten:

$$\hat{\underline{z}}_3 = T_{(W \rightarrow Z)}(\hat{\underline{w}}_3, \hat{t})$$

Voorbeelden van toepassingen van deze aansluiting zijn:
- aansluiting van digitale bestanden;
- kaartvernieuwing (onderling aansluiten van gedigitaliseerde kaarten);
- kaartverificatie;
- kalibratie van instrumenten.

Bij de kaartverificatie en de kalibratie van instrumenten heeft men alleen de beschikking over aansluitingspunten en kunnen de stappen 4 en 5 achterwege blijven.
Indien in het Z-puntenveld en/of het W-puntenveld de aansluitingspunten en de vrije punten niet correleren, vervalt de vereffening van de vrije punten van respectievelijk het Z-puntenveld en/of het W-puntenveld (stap 4).

3. Gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting
(gebaseerd op de vereffening van coördinaatverschillen)

1 Keuze of berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters en de coördinaten van de aansluitingspunten (zie § 4.4).
2 Opstelling van het gelineariseerde model:

$$\Delta\underline{d} = \Delta\underline{w}_2 - A_{z_2}\Delta\underline{z}_2 = \underline{w}_2 - T(z_2^0, t^0) - A_{z_2}(\underline{z}_2 - z_2^0)$$
$$E\{\Delta\underline{d}\} = A_{t(z_2)}\Delta t \quad ; \quad D\{\Delta\underline{d}\} = Q_{w_{22}} + A_{z_2}Q_{z_{22}}A_{z_2}^T$$

3 Berekening van de schatters van de transformatieparameters en de vereffende coördinaatverschillen:

$$\Delta\hat{t}\ ,\ \Delta\underline{\hat{d}} = A_{t(z_2)}\Delta\hat{t}$$

Uitvoering van de toetsingsberekeningen (zie § 4.7).
4 Berekening van de coördinaten van de aansluitingspunten:

$$\underline{\hat{z}}_2 = \underline{z}_2 + Q_{z_{22}}A_{z_2}^T Q_d^{-1}(\Delta d - \Delta\underline{\hat{d}})$$
$$\underline{\hat{w}}_2 = \underline{w}_2 - Q_{w_{22}}Q_d^{-1}(\Delta\underline{d} - \Delta\underline{\hat{d}})$$

Het iteratieproces omvat de stappen 2-4 en is *geen* standaard kleinste-kwadraten iteratie. In stap 4 moeten voor elke iteratiestap expliciet nieuwe benaderde waarden voor z_2 worden berekend, zodat stap 2 weer kan worden uitgevoerd.
De berekening vereist (in iedere iteratiestap):
- inversie van de variantiematrix van coördinaatverschillen (dimensie $d \times n_2$);
- inversie van de normaalmatrix (dimensie p).

5 Vereffening van de vrije punten:

$$\underline{\hat{z}}_1 = \underline{z}_1 - Q_{z_{12}}Q_{z_{22}}^{-1}(\underline{z}_2 - \underline{\hat{z}}_2)$$
$$\underline{\hat{w}}_3 = \underline{w}_3 - Q_{w_{32}}Q_{w_{22}}^{-1}(\underline{w}_2 - \underline{\hat{w}}_2)$$

6 Transformatie van de vrije punten:

$$\underline{\hat{z}}_3 = T_{(W\to Z)}(\underline{\hat{w}}_3, \hat{t})$$

Voorbeelden van toepassingen van deze aansluiting zijn:
- aansluiting van digitale kaarten;
- kaartvernieuwing (onderling aansluiten van gedigitaliseerde kaarten).

Voor de vereffening van de vrije punten (stap 5) geldt de opmerking die in schema 2 voor stap 4 gemaakt is.

4. Integrale pseudo kleinste-kwadraten aansluiting

1 Keuze of berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters en de coördinaten van alle punten (zie § 4.4).
2 Opstelling van het gelineariseerde model:

$$E\{\begin{pmatrix} \Delta\underline{w}_2 \\ \Delta\underline{w}_3 \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} 0 & A_{t(z_2)} \\ A_{z_3} & A_{t(z_3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta z_3 \\ \Delta t \end{pmatrix}$$

$$D\{\begin{pmatrix} \Delta\underline{w}_2 \\ \Delta\underline{w}_3 \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} Q_{w_{22}} & Q_{w_{23}} \\ Q_{w_{32}} & Q_{w_{33}} \end{pmatrix}$$

3 Berekening van de vereffende coördinaten van de punten van het W-veld in het z-stelsel en de transformatieparameters met het standaard iteratieve kleinste-kwadraten algoritme.
De berekening vereist:
- inversie van Q_w-matrix (dimensie $d \times (n_2 + n_3)$);
- inversie in iedere iteratiestap van de normaalmatrix (dimensie $d \times (n_2 + n_3) + p$).

Voorbeelden van toepassingen van deze aansluiting zijn:
- aansluiting van naverkende fotogrammetrische bestanden aan de bestaande kaart;
- kaartvernieuwing (aansluiting van coördinatenbestanden aan de digitale kaart).

5. Gefaseerde pseudo kleinste-kwadraten aansluiting

Algemene geval (geometrische parametrisering)

1 Keuze of berekening van benaderde waarden voor de transformatieparameters en de coördinaten van de aansluitingspunten (zie § 4.4).
2 Opstelling van het gelineariseerde model:

$$E\{\Delta\underline{w}_2\} = A_{t(z_2)}\Delta t \qquad D\{\Delta\underline{w}_2\} = Q_{w_{22}}$$

3 Berekening van de transformatieparameters en de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten met het standaard iteratieve kleinste-kwadraten algoritme. De berekening vereist:
- inversie van Q_w-matrix (dimensie $d \times n_2$);
- inversie in iedere iteratiestap van de normaalmatrix (dimensie p).

4 Vereffening van de vrije punten (niet bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie):

$$\underline{\hat{w}}_3 = \underline{w}_3 - Q_{w_{32}}Q_{w_{22}}^{-1}(\underline{w}_2 - \underline{\hat{w}}_2) \quad \text{met}$$
$$\underline{\hat{w}}_2 = w_2^0 + \Delta\underline{\hat{w}}_2 = T(z_2^0, t^0) + A_{t(z_2)}\Delta\underline{\hat{t}}$$

5 Transformatie van de vrije punten:

$$\underline{\hat{z}}_3 = T_{(W \to Z)}(\underline{\hat{w}}_3, \hat{t})$$

Lineaire geval (lineaire parametrisering)

1 Opstelling van het lineaire model:

$$E\{\underline{w}_2\} = T(z_2)t \;\; ; \;\; D\{\underline{w}_2\} = Q_{w_{22}}$$

2 Berekening van de transformatieparameters en de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten met behulp van het standaard kleinste-kwadraten algoritme.
3 Vereffening van de vrije punten (niet bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie):

$$\underline{\hat{w}}_3 = \underline{w}_3 - Q_{w_{32}}Q_{w_{22}}^{-1}(\underline{w}_2 - \underline{\hat{w}}_2) \quad \text{met} \quad \underline{\hat{w}}_2 = T(z_2)\underline{\hat{t}}$$

4 Transformatie van de vrije punten conform stap 5 van het algemene geval.

Voorbeelden van toepassingen van deze aansluiting zijn:
- aansluiting van naverkende fotogrammetrische bestanden aan de bestaande kaart;
- kaartvernieuwing (aansluiting van coördinatenbestanden aan de digitale kaart);
- kalibratie van instrumenten.

Toepassing van het iteratieve kleinste-kwadraten algoritme
Het iteratieve kleinste-kwadraten algoritme kan niet zonder meer voor elke rekengang worden gebruikt (zie bijvoorbeeld schema 3 voor de gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting). Bij het toepassen van de iteratieve berekening kan een drietal kanttekeningen worden geplaatst:

1 In de praktijk blijkt dat na de uitvoering van een uitgebreide voorbewerking (waarin de benaderde waarden van de transformatieparameters uit *alle* aansluitingspunten worden berekend en grove fouten zijn opgespoord en geëlimineerd) geen iteratie noodzakelijk is voor de aansluiting van twee-dimensionale puntenvelden.
2 Het eventueel niet convergeren van de oplossing kan een gevolg zijn van fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten. Indien in de eerste berekeningsstap een fout wordt geconstateerd (dit uit zich in een groot verschil tussen een berekende en een waargenomen coördinaat van een aansluitingspunt), kan men overwegen eerst de fout te elimineren en vervolgens de vereffening opnieuw uit te voeren. Dergelijke problemen kunnen grotendeels worden voorkomen door in de voorbewerkingsfase op grove fouten te toetsen.
3 De toetsingsberekeningen kunnen het beste na het bereiken van het convergentiecriterium van de iteratieprocedure worden verricht, en niet als onderdeel van de iteratie.

De rang van de variantiematrix van de coördinaten
Het aansluitingsmodel is voor alle behandelde gevallen beschreven als een model van waarnemingsvergelijkingen. Bij de aansluitingsvereffening moeten daarom de variantiematrices van de coördinaten in beide puntenvelden worden geïnverteerd. Bij de integrale aansluitingen moeten de variantiematrices, die betrekking hebben op het hele *W*- of *Z*-puntenveld, geïnverteerd worden. Bij de gefaseerde aansluiting zijn dat de variantiematrices van de aansluitingspunten ($Q_{w_{22}}$ en/of $Q_{z_{22}}$) of de variantiematrix van de coördinaatverschillen (Q_d). Daarnaast moet in alle gevallen een normaalmatrix worden geïnverteerd.

De variantiematrix van de coördinaten van het *Z*-puntenveld is in de regel inverteerbaar (ofwel van volle rang). Het *Z*-puntenveld komt bij veel toepassingen overeen met het RD-puntenveld, het veld van grondslagelementen of met het puntenveld van de bestaande digitale kaart.
Indien het tweede (*W*-)puntenveld uit metingen is bepaald, is de variantiematrix niet inverteerbaar. Zo heeft bijvoorbeeld de variantiematrix van de coördinaten van een lokaal stelsel een rangdefect van 4 (men moet immers twee punten vasthouden om de coördinaten van de andere punten te kunnen berekenen). In de praktijk wordt een netwerk meestal direct aan een puntenveld aangesloten in een tweede fase vereffening. Daarmee wordt het probleem van de niet inverteerbare variantiematrices van de coördinaten van het puntenveld *W* omzeild.
Bij andere toepassingen, bijvoorbeeld kaartconversie, wordt het *W*-puntenveld verkregen uit digitaliseren. De variantiematrix van de coördinaten is dan inverteerbaar.

De aansluiting van lokale stelsels voor reconstructiedoeleinden is een toepassing waar alle variantiematrices niet inverteerbaar zijn. In principe moet de variantiematrix van elk veld geschrankt worden naar een basis van twee punten. Voor het berekenen van de coördinaten is het echter alleen noodzakelijk een basis van twee punten te kiezen in het eerste puntenveld. De variantiematrices van alle andere velden hoeven niet geschrankt te worden. De variantiematrices van alle velden met uitzondering van het eerste veld zijn daardoor inverteerbaar. Het deel van de variantiematrix van het eerste veld dat geen

betrekking heeft op de basispunten is ook inverteerbaar. Resultaat van de vereffening gebaseerd op deze keuze van variantiematrices zijn (schrankings-)coördinaten van alle punten in het schrankings-stelsel van het eerste puntenveld.

4.6.5 Berekening van de variantiematrix van de coördinaten

Berekening van de variantiematrix bij de kleinste-kwadraten aansluiting
Bij de integrale aansluiting (schema 1) wordt de variantiematrix van de coördinaten en transformatieparameters berekend als onderdeel van de vereffening. Bij de gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting (schema 2) moet voor de berekening van de variantiematrix de voortplantingswet van de varianties toegepast worden op de stappen 4 en 5. Bij de gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting met coördinaatverschillen (schema 3) moet na het uitvoeren van de vereffening de voortplantingswet toegepast worden op de formules van de stappen 4, 5 en 6.

Berekening van de variantiematrix bij de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting
Na het uitvoeren van de coördinaatberekening met behulp van een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting, moet nog apart de variantiematrix van de vereffende vrije punten van het W-veld in het z-stelsel worden berekend. Deze extra berekening is nodig, omdat tijdens de aansluitingsvereffening het stochastische karakter van de aansluitingspunten z_2 is verwaarloosd. Tijdens de vereffening wordt gebruik gemaakt van de formule (zie stap 4 in schema 5):

$$\underline{\hat{w}}_3 = \underline{w}_3 - Q_{w_{32}} Q^{-1}_{w_{22}} (\underline{w}_2 - (T(\underline{z}_2^0, t^0) + A_{t(z_2)} \Delta \underline{\hat{t}})) \quad .$$
$$\Uparrow$$

Hierbij wordt het stochastische karakter van de aansluitingspunten van het Z-puntenveld verwaarloosd. Bij de berekening van de variantiematrix moet echter wel rekening worden gehouden met het stochastische karakter van de aansluitingspunten. De variantiematrix van de vereffende vrije punten wordt berekend door toepassing van de voortplantingswet op de volgende formule:

$$\underline{\hat{w}}_3 = \underline{w}_3 - Q_{w_{32}} Q^{-1}_{w_{22}} (\underline{w}_2 - (T(\underline{z}_2, t^0) + A_{t(z_2)} \Delta \underline{\hat{t}})) \quad .$$
$$\Uparrow$$

De variantiematrix van de vereffende vrije punten in het z-stelsel wordt tenslotte verkregen door toepassing van de voortplantingswet op de formule voor de transformatie van de vrije punten:

$$\underline{\hat{z}}_3 = T_{(W \to Z)}(\underline{\hat{w}}_3, \hat{t}) \quad .$$

Hierbij moet ook rekening worden gehouden met het stochastische karakter van de schatters van de transformatieparameters.

Berekening van de variantiematrix bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie
Bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie wordt de variantiematrix van de vrije punten van het W-puntenveld berekend door de toepassing van de voortplantingswet op de formule van de transformatie van de vrije punten:

$$\underline{\hat{z}}_3 = T_{(W \to Z)}(\underline{w}_3, \hat{t}) \quad .$$

4.7 Toetsing

De kwaliteit van de aansluiting moet worden gewaarborgd door de toetsing. Bij de toetsing wordt beoordeeld in hoeverre beide puntenvelden daadwerkelijk bij elkaar passen. De toetsing is gebaseerd op een kleinste-kwadraten vereffening en op de B-methode van toetsen (zie § 3.5).
Door middel van toetsing kan de betrouwbaarheid van het aangesloten puntenveld slechts voor de aansluitingspunten worden gegarandeerd. De betrouwbaarheid van de coördinaten van de aansluitingspunten is mede afhankelijk van de gekozen aansluitingsmethode.
In deze paragraaf zal worden ingegaan op de mogelijke modelfouten bij de aansluiting, een toetsingsstrategie voor de aansluiting, de afhandeling van geconstateerde modelfouten en de betrouwbaarheidsbeschrijving na aansluiting.

4.7.1 Toetsing bij de aansluiting

De overtalligheid van het aansluitingsmodel is gebaseerd op de aansluitingspunten. Er kan alleen op fouten worden getoetst die betrekking hebben op de aansluitingspunten. Bij de toetsing wordt beoordeeld of de aansluitingspunten van beide puntenvelden bij elkaar passen. Fouten in de vrije punten kunnen bij de aansluiting niet worden gevonden.

Bij de toetsing houdt men rekening met het stochastische karakter van de aansluitingspunten van *beide* puntenvelden. De toetsing is derhalve gebaseerd op het model van de *kleinste-kwadraten* vereffening van de aansluitingspunten. Dit betekent dat de toetsing onafhankelijk is van de gekozen aansluitingsmethode. Een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting of een aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie worden daarom vooraf gegaan door een kleinste-kwadraten toetsing van de aansluitingspunten.

De toetsingsberekeningen zijn beperkt tot de vereffening van de aansluitingspunten. Voor de toetsing kan daarom met een gefaseerde kleinste-kwadraten vereffening worden volstaan. Men kan voor de toetsing zowel de simultane vereffening van de aansluitingspunten gebruiken (onderdeel van schema 2 uit § 4.6.4) als de vereffening met coördinaatverschillen (onderdeel van schema 3 uit § 4.6.4).

De toetsing bestaat in alle gevallen uit de algemene toets van het model. Daarnaast wordt naar specifieke modelfouten gezocht. Welke toetsen daadwerkelijk moeten worden uitgevoerd hangt af van de kans of een fout ook daadwerkelijk optreedt. De eenvoudigste toets heeft betrekking op een fout in een enkele coördinaat (of coördinaatverschil). Het ligt bij de aansluiting echter meer voor de hand voor ieder punt een toets uit te voeren voor een fout in een aansluitings*punt*.

Het verdient aanbeveling in de voorbewerking te toetsen op grove (identificatie-)fouten. Deze toetsing kan worden uitgevoerd tijdens de berekening van de benaderde waarden (zie § 4.4). De toetsing tijdens de voorbewerking is een onderdeel van de toetsingsstrategie.

Bij het aansluiten van (grotere) puntenvelden wordt de uitvoering van de toetsing aanzienlijk vereenvoudigd door programmatuur te gebruiken met een grafische weergave van de toetsingsresultaten in samenhang met de structuur van de puntenvelden.

4.7.2 Modelfouten bij de aansluiting

De modelfouten bij de aansluiting kunnen betrekking hebben op het functiemodel of het kansmodel. De toetsing heeft meestal betrekking op fouten in het functiemodel. Bij de toetsing worden de fouten gemodelleerd als alternatieve hypothesen.

Fouten in het functiemodel
Fouten in het functiemodel hebben betrekking op fouten in de (coördinaten van de) aansluitingspunten, fouten in de gekozen transformatie of vervormingen in het coördinatenbestand. Fouten in de vrije punten kan men niet opsporen en worden daarom hier buiten beschouwing gelaten.

Fouten in het functiemodel zijn:
- Fouten in een enkele coördinaat (de waarnemingsgrootheid bij de aansluiting).
- Fouten in een punt.
- Identificatiefouten. Een identificatiefout is het ten onrechte aanwijzen van twee verschillende punten als aansluitingspunt. De zogenaamde identiek-verklaring is in de praktijk een bron van fouten.
- Vervormingen in de puntenvelden. Vervormingen kunnen door allerlei oorzaken ontstaan en zijn moeilijk te kwantificeren. Een onzorgvuldige bijhouding kan bijvoorbeeld resulteren in vervormingen in een puntenveld.
- Een foute keuze van de transformatie. De transformatie die aan het functiemodel ten grondslag ligt wordt wellicht met te veel of te weinig parameters beschreven. Een voorbeeld is de situatie waarbij het model is gebaseerd op de gelijkvormigheidstransformatie, terwijl de relatie tussen de puntenvelden beter met een affiene transformatie kan worden beschreven (te weinig parameters). Een situatie waar te veel parameters worden gebruikt is het geval waarbij een orthogonale transformatie volstaat, terwijl men het model baseert op een gelijkvormigheidstransformatie.

Fouten in het kansmodel
De specificatie van een (voldoende) goed kansmodel van de coördinaten van een puntenveld is soms vrij moeilijk, te meer omdat de oorspronkelijke variantiematrix van het puntenveld in bijna alle gevallen ontbreekt.

In het kansmodel, dat in de regel beschreven wordt met een vervangingsmatrix, kunnen onder andere de volgende fouten optreden:
- De structuur van de vervangingsmatrix is fout gekozen. Dit is bijvoorbeeld het geval als in één (of beide) puntenveld(en) de coördinaten sterk gecorreleerd zijn, maar toch een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix voor de velden is gekozen.
- De parameters van de vervangingsmatrix zijn niet correct. Dit komt in de praktijk soms voor bij de aansluiting aan punten van een digitale kaart. Voor de aansluitingspunten in de kaart gebruikt men dan bijvoorbeeld de precisiebeschrijving van een detailpuntenveld behorende bij een lokaal stelsel uit terrestrische metingen ($c_0 = 9\,\mathrm{cm}^2$), terwijl de juiste precisie die van grafische grondslagelementen is ($c_0 = 400\,\mathrm{cm}^2$).

Als de precisie van de puntenvelden inhomogeen is (bijvoorbeeld omdat een puntenveld uit verschillende deelvelden is opgebouwd), kunnen zowel de structuur als de parameterwaarden van de vervangingsmatrix onjuist zijn, waardoor de vervangingsmatrix geen goede beschrijving is van de variantiematrix.

4.7.3 Toetsingsstrategie

De toetsingsstrategie wordt in twee stappen uitgevoerd, namelijk:
1 de toetsing voor grove fouten tijdens de voorbewerking (zie § 4.7.4);
2 de toetsing tijdens de vereffening van de aansluitingspunten (zie § 4.7.5).

De toetsing tijdens de vereffening van de aansluitingspunten is gebaseerd op de B-methode van toetsen en bestaat uit de volgende onderdelen:
- Algemene toets van het model. Het verwerpen van de algemene toets duidt op een niet nader gespecificeerde modelfout in het functiemodel en/of het kansmodel.
- Opsporen van mogelijke modelfouten. Men kan bijvoorbeeld toetsen op modelfouten per coördinaat of per punt. Nadat een modelfout is opgespoord, wordt deze hersteld of verwijderd (zie § 4.7.6) en wordt de vereffening van de aansluitingspunten opnieuw uitgevoerd. Op deze manier kunnen achtereenvolgens alle modelfouten worden opgespoord. Eventueel kan, als de modelfouten zijn opgespoord, worden getoetst of de berekende transformatieparameters significant zijn (dat wil zeggen te groot ten opzichte van hun standaardafwijking).

Bij de toetsing kan niet worden onderscheiden in welk puntenveld de coördinaten van een aansluitingspunt fout zijn. Voor de toetsing is het daarom niet van belang of de toetsing wordt uitgevoerd op basis van het model van de simultane vereffening van de aansluitingspunten of op basis van de vereffening van de aansluitingspunten met coördinaatverschillen. De toetsen zullen worden behandeld aan de hand van het model behorende bij de vereffening van de aansluitingspunten met coördinaatverschillen.

Keuze van de toetsingsparameters
De toetsingsparameters kunnen als volgt worden gekozen:
- Bij de voorbewerking is het doel de opsporing van grove fouten. Bij de voorbewerking kan gebruik worden gemaakt van een onbetrouwbaarheidsdrempel α van 0,001 of kleiner (grove fouten resulteren immers ook bij een zeer kleine onbetrouwbaarheidsdrempel in verwerping van de toets).
- Voor de toetsing tijdens de vereffening van de aansluitingspunten kan de onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets $\alpha_0 = 0{,}001$ gekozen worden. Het onderscheidingsvermogen voor alle toetsen is $\gamma_0 = 0{,}80$. De onbetrouwbaarheidsdrempel voor de meer-dimensionale toetsen volgt uit het toepassen van de B-methode van toetsen. Ook de grootte van de onbetrouwbaarheidsdrempel voor de algemene toets van het model volgt uit de koppeling van de toetsen conform de B-methode. Bij zeer veel aansluitingspunten (en daarmee een grote overtalligheid van het aansluitingsmodel) resulteert dit in een zeer grote waarde voor α, waarmee de kans op het onterecht verwerpen van de nulhypothese groot wordt. Hiermee moet rekening gehouden worden als de onbetrouwbaarheidsdrempel groter wordt dan 0,1. In dat geval is het dus mogelijk dat er geen modelfout is opgetreden ondanks de verwerping van de algemene toets.
- Voor het toetsen van de significantie van de transformatieparameters kan gewerkt worden met een onbetrouwbaarheidsdrempel van $\alpha = 0{,}05$.

4.7.4 Toetsing tijdens de voorbewerking

Doel van de toetsing tijdens de voorbewerking is de opsporing van grove fouten. Grove fouten zijn vaak identificatiefouten en kunnen voorkomen bij het onderling aansluiten van digitale kaarten als gevolg van het foutief identificeren van gemeenschappelijke punten door een operateur of de programmatuur.
Het wordt aanbevolen de toetsing tijdens de voorbewerking gelijktijdig met de berekening van de benaderde waarden van de transformatieparameters uit te voeren. Hierbij kan men het beste berekeningsmethoden voor de benaderde waarden gebruiken die gebaseerd zijn op een kleinste-kwadraten vereffening, waarbij gebruik gemaakt wordt van *alle* aansluitingspunten. In dat geval kan namelijk voor alle punten de één-dimensionale toets per coördinaat (w-toets) of een punttoets berekend worden.
De modellen voor de berekening van de benaderde waarden zijn gebaseerd op de aannamen dat alleen de coördinaten van de punten van het W-veld stochastisch zijn en dat de variantiematrix van deze coördinaten kan worden gemodelleerd met een (geschaalde) eenheidsmatrix. Deze aannamen zijn in de praktijk geen belemmering, omdat het bij de voorbewerking immers slechts gaat om de opsporing van grove fouten. Voor de 2D-gelijkvormigheidstransformatie gebruikt men bijvoorbeeld het model van de Helmert-transformatie.
Aangeraden wordt om tijdens de voorbewerking de variantiematrix zodanig te schalen dat deze een pessimistische beschrijving van de precisie van de puntenvelden geeft. Is bijvoorbeeld van beide puntenvelden een karakteristieke c_0-parameter bekend ($c_{0(W)}$ en $c_{0(Z)}$), dan kan als variantiematrix een met een factor σ^2 geschaalde eenheidsmatrix worden gebruikt, waarbij $\sigma^2 \geqq c_{0(W)} + c_{0(Z)}$. Indien de factor σ^2 te klein zou worden gekozen, wordt er tijdens de voorbewerking te streng getoetst en worden er eventueel ten onrechte identificatiefouten geconstateerd.
Een fout in een (u- of v-)coördinaat van punt i is waarschijnlijk indien (voor een tweedimensionale transformatie) uit de berekening van de benaderde waarden volgt dat:

$$\frac{|\hat{e}_{u_i}|}{\sigma_{\hat{e}_u}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad \text{en/of} \quad \frac{|\hat{e}_{v_i}|}{\sigma_{\hat{e}_v}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad ,$$

waarbij $\hat{e}$ en $\sigma_{\hat{e}}$ respectievelijk het kleinste-kwadraten residu en zijn standaardafwijking zijn, zoals die volgen uit de vereffening voor de berekening van de benaderde waarden.

Indien de berekening van de benaderde waarden en de toetsing op grove fouten niet zijn gebaseerd op een vereffening, dan kunnen (grove) identificatiefouten met behulp van coördinaatverschillen worden opgespoord. De coördinaatverschillen zijn bijvoorbeeld voor de 2D-gelijkvormigheidstransformatie:

$$dx_i = u_i - a^0 x_i - b^0 y_i - t_u \quad \text{en} \quad dy_i = v_i + b^0 x_i - a^0 y_i - t_v \quad .$$

Als na de berekening van de benaderde waarden van de transformatieparameters blijkt dat

$$\frac{|dx_i|}{\sigma_{dx}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad \text{en/of} \quad \frac{|dy_i|}{\sigma_{dy}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad ,$$

dan is een fout in een coördinaat van punt i waarschijnlijk. De standaardafwijkingen van de coördinaatverschillen worden berekend met:

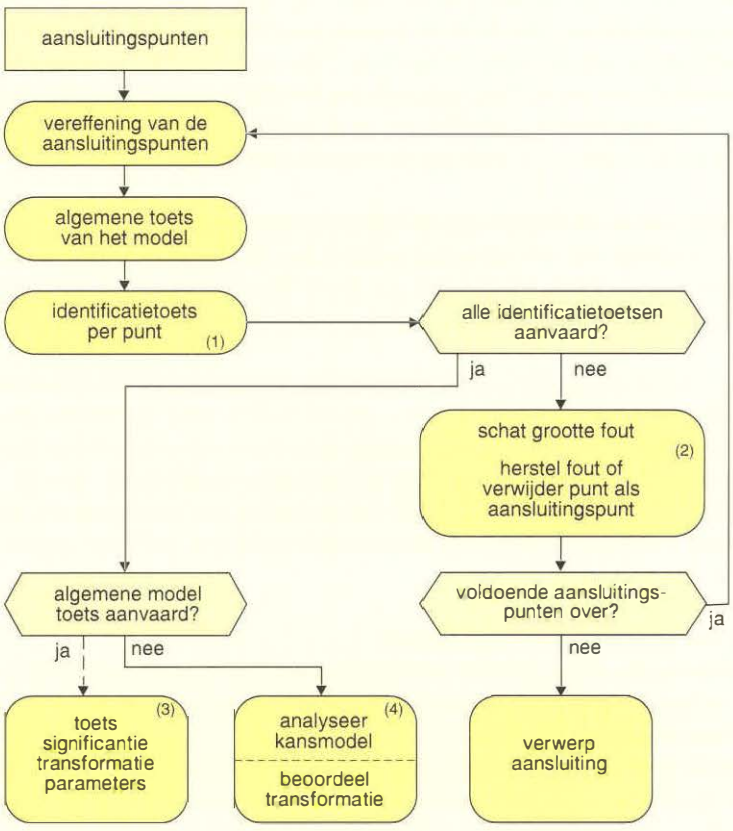
$$\sigma_{dx} = \sqrt{\sigma_u^2 + (a^0)^2\sigma_x^2 + (b^0)^2\sigma_y^2} \quad \text{en} \quad \sigma_{dy} = \sqrt{\sigma_v^2 + (b^0)^2\sigma_x^2 + (a^0)^2\sigma_y^2} \quad .$$

Ook hier kunnen de varianties van de coördinaten beter te groot dan te klein worden gekozen. De opsporing van grove fouten met coördinaatverschillen is minder krachtig dan die gebaseerd op kleinste-kwadraten residuen.

Geconstateerde identificatiefouten kunnen in sommige gevallen worden hersteld (zie § 4.7.6). De definitieve benaderde waarden worden berekend na verwijdering van grove fouten, die niet hersteld kunnen worden.

4.7.5 Toetsing tijdens de vereffening van de aansluitingspunten

In figuur 4.19 is een strategie gegeven voor de toetsing tijdens de vereffening van de aansluitingspunten. De onderdelen van het schema worden in deze paragraaf nader besproken.



Figuur 4.19: Toetsingsstrategie bij de vereffening van de aansluitingspunten.

Opmerkingen bij figuur 4.19:

(1) In plaats van een identificatietoets per punt kan ook een toets per coördinaat(-verschil) worden gebruikt.

(2) De grootte van de fout geeft eventueel een indicatie van de oorzaak van de fout (zie ook § 4.7.6).

(3) De toets van de significantie van de transformatieparameters is facultatief.
(4) Een nadere analyse van het kansmodel of de transformatie levert mogelijkerwijs een verklaring voor het verwerpen van de algemene toets van het model.

Algemene toets van het model
De algemene toets van het model is gebaseerd op de volgende toetsingsgrootheid:

$$T = \hat{e}_d^T Q_{\hat{d}}^{-1} \hat{e}_d$$

met $\hat{e}_d = \Delta d - A_{t(z_2)} \Delta \hat{t}$ (zie schema 3 in § 4.6.4).
De toetsingsgrootheid is een Chi-kwadraat verdeelde grootheid met $d \times n - p$ vrijheidsgraden, waarbij d de dimensie van het puntenveld is, n het aantal aansluitingspunten en p het aantal transformatieparameters.

Zoals uit figuur 4.19 blijkt, wordt het resultaat van de algemene toets pas geanalyseerd nadat specifieke modelfouten zijn opgespoord. Deze strategie wijkt af van de B-methode van toetsen. Bij de aansluiting van puntenvelden is er vaak een grote overtalligheid, waardoor relatief kleine fouten in de punten voor kunnen komen zonder dat de algemene toets van het model wordt verworpen. Daarnaast is het bij sommige toepassingen (bijvoorbeeld bij het aansluiten van oude kadastrale kaarten) moeilijk de parameters van het kansmodel exact te specificeren; in dergelijke gevallen is de strenge koppeling van de algemene toets en de identificatietoetsen gebrekkig.

Interpretatie van de resultaten van de algemene toets van het model
Indien het quotiënt van de toetsingsgrootheid van de algemene toets van het model en zijn kritieke waarde kleiner is dan 0,5, dan duidt dit in het algemeen op een te pessimistisch gekozen kansmodel (de parameters c_0 en/of c_1 zijn bijvoorbeeld te groot gekozen).

Indien bovenstaand quotiënt ook na verwijdering van een aantal modelfouten significant groter blijft dan 1, kan dit duiden op een foute modellering van het kansmodel of een vervorming van één van beide puntenvelden. Een eerste alternatief is het kiezen van een functiemodel gebaseerd op een andere coördinatentransformatie. Als dit geen waarschijnlijke modelfout is en ook een betere modellering van het kansmodel niet mogelijk is, moet men eventueel beslissen de puntenvelden niet aan te sluiten omdat ze niet voldoende bij elkaar passen.

Toetsing van de alternatieve hypothesen
Het verdient aanbeveling altijd te toetsen op mogelijke modelfouten in de coördinaten. Het niet verwerpen van de algemene toets is immers geen garantie dat er geen specifieke modelfouten voorkomen.
Zo mogelijk dient eerst te worden getoetst op identificatiefouten (toets per punt) en fouten in de afzonderlijke coördinaten. Dit komt overeen met de strategie gegeven in figuur 4.19.

Fouten in de afzonderlijke coördinaten
De toets op een fout in een afzonderlijke coördinaat (of coördinaatverschil) is het eenvoudigst. Voor de vereffening van coördinaatverschillen is de c-vector:

$$c_i = (0 \cdots 0\ 1\ 0 \cdots 0)^T \quad ,$$

met de 1 op de plaats van het i-de coördinaatverschil. De c-vector heeft de dimensie $d \times n$.

Identificatiefouten

Een veelvoorkomende bron van fouten is de identiek-verklaring. Deze kan worden opgespoord met de zogenaamde punttoets, waar een fout in alle coördinaten van een punt wordt verondersteld. De dimensie van de punttoets is gelijk aan de dimensie van het puntenveld. In geval van de vereffening van coördinaatverschillen is de C-matrix voor een identificatiefout in het i-de punt voor een twee-dimensionaal puntenveld:

$$C_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}^T .$$

puntnummer 1 1 ··· i i ··· n n

Bij drie-dimensionale puntenvelden komt de structuur van de C-matrix overeen met bovenstaande vorm. De C-matrix heeft de dimensie $(d \times n) \times d$. Bij één-dimensionale puntenvelden is de punttoets gelijk aan de toets voor een fout in een afzonderlijke coördinaat.

Fouten in de aangenomen transformatie

In het algemeen is het vrij moeilijk gericht te toetsen op fouten in de aangenomen transformatie. Een uitzondering is het geval waarbij het aansluitingsmodel is gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie. Er kan dan worden getoetst of het aan te sluiten puntenveld affien vervormd is. De hiervoor te gebruiken C-matrix heeft de volgende structuur (zie § 4.4.5):

$$C = \begin{bmatrix} x_1 & -y_1 & \cdots & x_i & -y_i & \cdots & x_n & -y_n \\ y_1 & x_1 & \cdots & y_i & x_i & \cdots & y_n & x_n \end{bmatrix}^T$$

De C-matrix heeft de dimensie $(2 \times n) \times 2$.

Keuze van de meest waarschijnlijke modelfout

In de toetsingsprocedure wordt naast de algemene toets van het model gebruik gemaakt van één-, twee- en eventueel drie-dimensionale toetsen. Wil men aan de hand van de uitkomsten van de één-, twee en drie-dimensionale toetsen de meest waarschijnlijke modelfout bepalen, dan moeten de toetsingsgrootheden gedeeld worden door de bijbehorende kritieke waarde uit de B-methode van toetsen. Het grootste quotiënt geeft dan de meest waarschijnlijke modelfout aan.

Indien de toetsing gebaseerd is op het model van de simultane vereffening van aansluitingspunten, dan zijn de toetsingsgrootheden, gerelateerd aan de punttoetsen van de aansluitingspunten, in beide velden *even groot*.

Significantie van de transformatieparameters

In sommige gevallen kan de significantie van de transformatieparameters worden getoetst (namelijk als het aansluitingsmodel aanvaard wordt). Indien bijvoorbeeld het model gebaseerd is op een (2D) affiene transformatie, dan kan worden getoetst of de affiene vervorming significant is. Voor een model gebaseerd op de gelijkvormigheidstransformatie kan de significantie van de schaalfactor worden getoetst.

De affiene vervorming is significant en niet verwaarloosbaar als (vergelijk § 4.4.5):

$$\frac{|\ \hat{a} - \hat{d}\ |}{\sqrt{\sigma_a^2 - 2\sigma_{ad} + \sigma_d^2}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad \text{en} \quad \frac{|\ \hat{c} + \hat{b}\ |}{\sqrt{\sigma_c^2 + 2\sigma_{bc} + \sigma_b^2}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad .$$

Als de affiene vervorming niet significant is, kan men volstaan met een model gebaseerd op de gelijkvormigheidstransformatie.

De schaalfactor bij de 2D-gelijkvormigheidstransformatie wijkt significant af van 1 als:

$$\frac{|\ \hat{\lambda} - 1\ |}{\sigma_{\hat{\lambda}}} = \frac{\sqrt{\hat{a}^2 + \hat{b}^2}\ |\ \sqrt{\hat{a}^2 + \hat{b}^2} - 1\ |}{\sqrt{\hat{a}^2\sigma_a^2 + 2\hat{a}\hat{b}\sigma_{ab} + \hat{b}^2\sigma_b^2}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad .$$

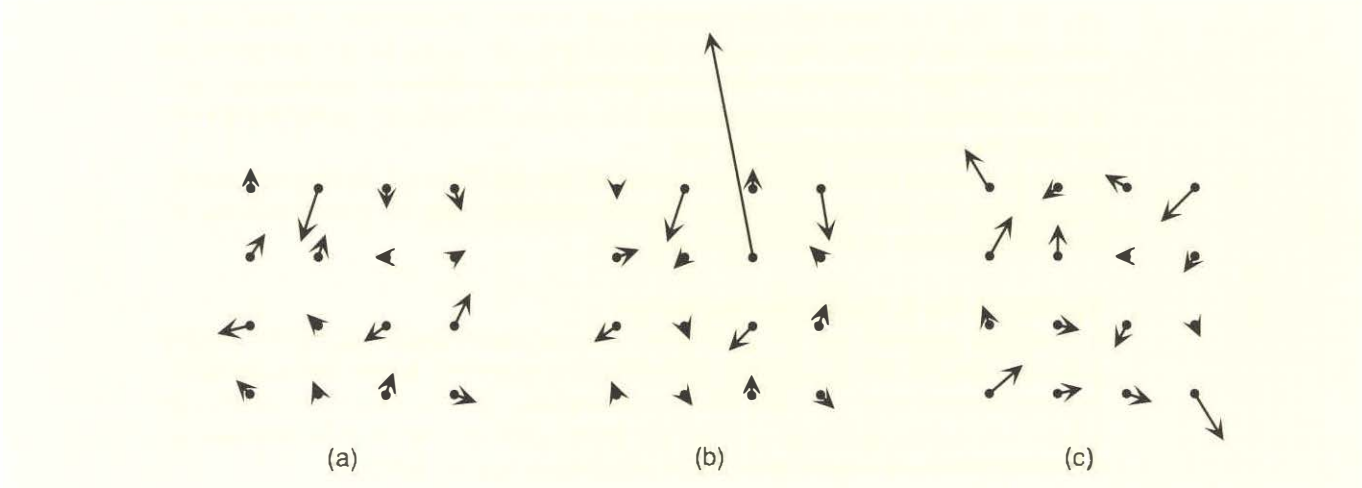
Slechts in bijzondere gevallen (bijvoorbeeld bij de kaartverificatie), zal men, als de schaalfactor niet significant afwijkt van 1, het model gebaseerd op de gelijkvormigheidstransformatie vervangen door een model gebaseerd op de 2D-orthogonale transformatie.

Minimaal aantal benodigde aansluitingspunten

Bij de toetsing kunnen naar aanleiding van de identificatietoetsen niet willekeurig veel aansluitingspunten verworpen worden. In § 4.3.7 worden richtlijnen gegeven voor het vereiste aantal aansluitingspunten na de toetsing.

Grafische ondersteuning bij de toetsing

De interpretatie van de toetsing kan worden vergemakkelijkt door per aansluitingspunt de kleinste-kwadraten residuen af te beelden. Per aansluitingspunt wordt een residu in x- en y-richting berekend. Deze componenten vormen een vector. De lengte en het patroon van de vectoren van residuen geven vaak een goede indicatie van de oorzaak van een fout. In de praktijk wordt meestal gesproken van een tekening van restvectoren. Een voorbeeld is gegeven in figuur 4.20, waarbij voor een kunstmatig rooster van 16 punten een aansluiting is uitgevoerd. In de figuren zijn de patronen van de residu-vectoren getekend.



Figuur 4.20: Patroon van vectoren van residuen na de aansluiting: (a) geen modelfouten; (b) identificatiefout; (c) affiene vervorming.

Bij de afwezigheid van modelfouten zijn de afzonderlijke vectoren van de residuen willekeurig georiënteerd (zie figuur 4.20a). Identificatiefouten en fouten in een afzonderlijke coördinaat zijn te herkennen aan grote geïsoleerde vectoren van residuen (zie figuur 4.20b). Vervormingen resulteren in een patroon van de vectoren (zie figuur 4.20c). In de praktijk is het soms moeilijk een aanwijzing van het soort vervorming uit de residuvectoren af te leiden.

4.7.6 Afhandeling van gevonden fouten

Het *herstellen* van gevonden fouten in de (coördinaten van de) aansluitingspunten is doorgaans moeilijk. Bij de aansluiting worden de verworpen punten vanzelfsprekend niet als aansluitingspunt gebruikt. Tijdens de nabewerking kan echter alsnog worden onderzocht of de verworpen punten nu wel of geen aansluitingspunt zijn.

Afhandeling van fouten gevonden tijdens de voorbewerking
Bij de voorbewerking wordt getoetst op identificatiefouten. Indien een grove fout in een aansluitingspunt wordt vermoed, kan veelal een modelfout worden opgespoord en zo mogelijk worden hersteld (een fout kan bijvoorbeeld worden veroorzaakt door een onjuiste objectcodering). De opsporing van identificatiefouten wordt sterk vergemakkelijkt indien men de beschikking heeft over programmatuur met gratische ondersteuning. Indien de oorzaak van de fout niet gevonden kan worden, mag een punt waarin een identificatiefout is geconstateerd niet als aansluitingspunt in het aansluitingsmodel worden opgenomen.

Afhandeling van fouten gevonden tijdens de toetsing
Indien een coördinaat als modelfout wordt opgespoord moet het punt als aansluitingspunt uit het model verwijderd worden. Hetzelfde geldt voor een identificatiefout. Als de vereffening is gebaseerd op het model van de vereffening van de aansluitingspunten, moet men de definitie van het punt als aansluitingspunt in *beide* puntenvelden verwijderen.

Voor modelfouten gerelateerd aan een coördinaat of de identificatie kan de schatting van de fout mogelijkerwijs opheldering verschaffen over de oorzaak van de modelfout. In dat geval kan de fout worden hersteld.

Nabewerking
Omdat na aansluiting een oplossing voor de aansluitingspunten zonder tegenspraken moet worden verkregen, worden in een nabewerking de verworpen aansluitingspunten nader geanalyseerd.

Indien na aansluiting voor een eerder verworpen aansluitingspunt de afstand tussen de beide oplossingen verwaarloosbaar klein is (niet significant), dan kan tijdens de nabewerking een punt toch weer tot één punt worden verklaard. In de regel zal de afstand tussen de beide punten echter wel significant zijn en moet per geval een beslissing worden genomen.

Na een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting of een aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie worden, na identiek-verklaring in de nabewerking, de coördinaten van de punten van het Z-veld gebruikt als uiteindelijke coördinaten van de betreffende punten.

4.7.7 Betrouwbaarheid van de aansluiting

De betrouwbaarheid van de aansluiting is direct gekoppeld aan de toetsingsprocedure. Alleen voor die modelfouten waarop expliciet wordt getoetst kan de betrouwbaarheid worden beschreven. In de praktijk komt dit er op neer dat de betrouwbaarheidsbeschrijving gebaseerd zal zijn op de coördinaattoetsen en de punttoetsen.

De toetsing is gebaseerd op de kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten. De overtalligheid van het model van de aansluiting is volledig gebaseerd op het aantal aansluitingspunten. Op fouten in de coördinaten van de vrije punten kan niet worden getoetst. De coördinaten van de vrije punten zijn daardoor onbetrouwbaar. Daar staat tegenover dat een fout in een (coördinaat van een) vrij punt ook geen invloed heeft op de coördinaten van de overige punten.
Richtlijnen voor de minimale overtalligheid vóór en na toetsing worden gegeven in § 4.3.

De grenswaarden beschrijven de grootte van de fouten die in de (coördinaten van de) aansluitingspunten kunnen worden gevonden en zijn een maat voor de *inwendige betrouwbaarheid*. De grenswaarden van de coördinaten van de aansluitingspunten zijn een functie van het aantal aansluitingspunten, de ligging van de aansluitingspunten en de precisie van de aansluitingspunten. De invloed van fouten ter grootte van de grenswaarden op de coördinaten van het aangesloten puntenveld wordt beschreven met de *uitwendige betrouwbaarheid*. De uitwendige betrouwbaarheid is mede afhankelijk van de gekozen aansluitingsmethode.

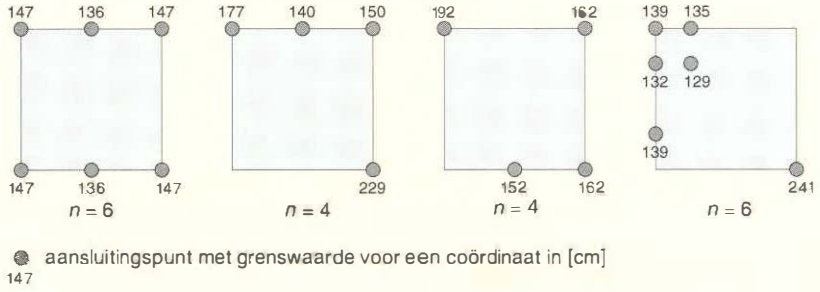
Inwendige betrouwbaarheid – Grenswaarden
De grenswaarden beschrijven de grootte van de modelfouten in de coördinaten van de aansluitingspunten die met de kleinste-kwadraten toetsing gevonden kunnen worden. De grenswaarden zijn gelijk voor alle aansluitingsmethoden door de identieke manier van toetsen.

Voorbeeld
In het geval dat het kansmodel van de coördinaten beschreven wordt met geschaalde eenheidsmatrices, kunnen de grenswaarden met analytische formules worden uitgedrukt. Deze formules kunnen gebruikt worden om de grootte van de grenswaarden *te schatten*.
Als de variantiematrices geschreven worden als $Q_{w_{22}} = \sigma_W^2 I$; $Q_{z_{22}} = \sigma_Z^2 I$, dan is voor een aansluitingsmodel gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie met n aansluitingspunten de grenswaarde van een coördinaat van een punt i:

$$|\nabla_i| = \left(\frac{(\sigma_W^2 + \sigma_Z^2)\lambda}{1 - \frac{1}{n} - \frac{\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2)}} \right)^{1/2}$$

De notatie komt overeen met § 4.4.1. In deze formule is λ de niet-centraliteitsparameter behorend bij de toets. De grenswaarde wordt nooit kleiner dan $\sqrt{(\sigma_Z^2 + \sigma_W^2)\lambda}$.

In figuur 4.21 zijn de grenswaarden voor de coördinaten van de aansluitingspunten afgeleid uit de bovenstaande formule, gegeven voor vier configuraties van aansluitingspunten. Als standaardafwijkingen van de coördinaten zijn gebruikt $\sigma_W = \sigma_Z = 20$ cm. De niet-centraliteitsparameter $\lambda = 17{,}07$ ($\alpha_0 = 0{,}001$, $\gamma_0 = 0{,}80$).



Figuur 4.21: Grenswaarden van de coördinaten van de aansluitingspunten (in [cm]) voor verschillende configuraties van aansluitingspunten.

Uit het voorbeeld blijkt dat solitair liggende punten een grotere grenswaarde hebben (dat wil zeggen dat fouten in de coördinaten van deze punten minder gemakkelijk kunnen worden opgespoord), en dat een groter aantal aansluitingspunten resulteert in kleinere grenswaarden. De grenswaarden van de coördinaten kunnen voor het gegeven voorbeeld echter nooit kleiner worden dan 117 cm. Uit dit eenvoudige voorbeeld blijkt dus dat bij de aansluiting van twee digitale kaarten met een grafische precisie fouten kleiner dan 1 meter moeilijk gevonden kunnen worden.

Uitwendige betrouwbaarheid – Invloed van fouten op de coördinaten
De invloed van fouten op de coördinaten van het aangesloten puntenveld ter grootte van de grenswaarde is afhankelijk van de gekozen aansluitingsmethode.

Kleinste-kwadraten aansluiting
Onontdekte fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten van beide puntenvelden hebben invloed op de vereffende coördinaten van de vrije punten van beide puntenvelden ($\hat{z}_1$,$\hat{z}_3$), de aansluitingspunten ($\hat{z}_2$) en de transformatieparameters. De grootte van deze invloed kan berekend worden door de voortplantingswet van grenswaarden toe te passen op de formules van de coördinaatberekening (schema's 1, 2 en 3 in § 4.6.4). De coördinaatberekening bestaat bij de gefaseerde aansluiting uit een vereffening van de aansluitingspunten, een vereffening van de vrije punten en een transformatie van de vrije punten.

Pseudo kleinste-kwadraten aansluiting
Onontdekte fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten van beide puntenvelden hebben invloed op de vereffende coördinaten van de vrije punten ($\hat{z}_3$) van het aan te sluiten puntenveld (*W*-veld) en de transformatieparameters. De grootte van deze invloed wordt berekend door het toepassen van de voortplantingswet van grenswaarden op de formules van de coördinaatberekening van de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting (schema's 4 en 5 in § 4.6.4). De coördinaatberekening bestaat bij de gefaseerde aansluiting uit een vereffening van de vrije punten en een transformatie van de vrije punten.

Aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie
Onontdekte fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten van beide puntenvelden hebben invloed op de vereffende coördinaten van de vrije punten ($\hat{z}_3$) van het aan te sluiten puntenveld (*W*-veld) en de transformatieparameters. De grootte van deze invloed wordt berekend door het toepassen van de voortplantingswet van grenswaarden op de formule van de vrije punten transformatie (schema 5 in § 4.6.4).

4.8 Coördinaatberekening

In deze paragraaf wordt speciaal aandacht besteed aan de coördinaatberekening van de vrije punten van met name detailpuntenvelden. Het kansmodel van detailpuntenvelden wordt normaal gesproken beschreven met een diagonaalmatrix als variantiematrix van de coördinaten. Er wordt geen correlatie verondersteld tussen de aansluitingspunten en de vrije punten van een detailpuntenveld. Een consequentie hiervan is echter dat er geen vereffening van de vrije punten kan worden uitgevoerd. In deze stap van de aansluitingsvereffening kunnen de coördinaten van de vrije punten immers alleen een correctie krijgen ten gevolge van hun correlatie met de aansluitingspunten.

Meestal wil men echter bij de aansluiting de samenhang tussen nabij gelegen punten handhaven. Men wil met andere woorden de *nabijheidsrelaties* waarborgen. Dit betekent dat ten gevolge van de aansluiting bij detailpuntenvelden de punten van één object of de punten die dicht bij elkaar liggen een correctie moeten krijgen van eenzelfde orde van grootte.
Een voorbeeld van een nabijheidsrelatie is gegeven met de vier hoekpunten van een huis. Indien één van de hoekpunten van het huis een aansluitingspunt is, volgt uit het principe van de nabijheidsrelaties dat de coördinaten van de overige hoekpunten van het huis een correctie krijgen in relatie met die van het aansluitingspunt.

De hier geschetste problematiek kan voorkomen bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie of bij de kleinste-kwadraten aansluiting. Bij de kleinste-kwadraten aansluiting moet voor beide puntenvelden een vereffening van de vrije punten worden uitgevoerd.

Modellering van nabijheidsrelaties
Nabijheidsrelaties kunnen in principe door middel van de correlatie tussen nabijgelegen punten worden gemodelleerd. De coördinaten van nabijgelegen punten correleren dan sterk. Op deze manier worden de nabijheidsrelaties met behulp van het *kansmodel* gemodelleerd. In de praktijk gebeurt dit zelden.

Nabijheidsrelaties kunnen ook met behulp van het *functiemodel* worden gemodelleerd. Tussen gerelateerde punten bestaan vaak geometrische relaties (haaksheid, collineariteit, parallelliteit etc.) of zijn maten gemeten (blok- en relatiematen). Elke geometrische relatie of maat kan worden gemodelleerd als een restrictie of als een waarnemingsgrootheid. Modellering van nabijheidsrelaties met behulp van het functiemodel valt buiten het bestek van dit hoofdstuk, maar komt conceptueel wel aan de orde in hoofdstuk 8 (kaartvernieuwing).

Coördinaatberekening van de vrije punten
Bij de modellering van de nabijheidsrelaties met behulp van het kansmodel of het functiemodel worden de nabijheidsrelaties tijdens de vereffening gewaarborgd. De modellering met behulp van het functiemodel maakt het gebruik van een integrale vereffening noodzakelijk. De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de punten en de uit geometrische relaties en maten afgeleide waarnemingsgrootheden (bijvoorbeeld hoeken en lengten).

Indien men de nabijheidsrelaties niet expliciet modelleert, maar toch met de samenhang in het puntenveld rekening wil houden, kan men *interpolatie*technieken gebruiken. Daarbij worden de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten 'uitgesmeerd' over

de vrije punten. In de literatuur worden verschillende interpolatietechnieken beschreven. Veel interpolatietechnieken zijn gebaseerd op de veronderstelling dat de nabijheid van een punt wordt bepaald door (een functie van) de *afstand* tot de overige punten.

De interpolatietechnieken onderscheiden zich onder andere door de manier waarop het verband tussen de vrije punten en de aansluitingspunten wordt gemodelleerd (bijvoorbeeld met behulp van covariantiefuncties of polynoommodellen). Daarnaast wordt bij sommige interpolatiemethoden alleen rekening gehouden met naastliggende aansluitingspunten, terwijl andere methoden gebruik maken van alle aansluitingspunten voor de interpolatie van een vrij punt.
In deze paragraaf komt een bijzondere interpolatietechniek aan de orde. De samenhang tussen de punten wordt gemodelleerd met behulp van een kunstmatrix. Op deze manier worden de coördinaten van de vrije punten gemodelleerd als vrije grootheden die correleren met de coördinaten van de aansluitingspunten (zie § 3.4.4).

Bij de toepassing van interpolatietechnieken wordt in de praktijk doorgaans niet de voortplantingswet van de varianties toegepast op de formules van de coördinaatberekening.

4.8.1 Interpolatie met behulp van een kunstmatrix

Een in de praktijk veelvuldig toegepaste methode van coördinaatberekening is de interpolatie met behulp van kunstmatrices. In deze opzet worden de nabijheidsrelaties gemodelleerd door een (kunstmatige) correlatie te veronderstellen tussen de vrije punten en de aansluitingspunten in een puntenveld. De correlatie wordt gemodelleerd met een Baarda-Alberda kunstmatrix. De coördinaten van de vrije punten krijgen een correctie op basis van de residuen in *alle* aansluitingspunten. Het gewicht van een residu van een coördinaat van een aansluitingspunt is omgekeerd evenredig aan de *afstand* van het vrije punt tot dat aansluitingspunt (een residu in een aansluitingspunt op korte afstand van een vrij punt heeft een grote invloed op de correctie van de coördinaten van dat vrije punt). De afstandsafhankelijkheid is een resultaat van de structuur van de Baarda-Alberda matrix, waarin de covariantiefunctie een lineaire functie van de afstand is. Deze interpolatiemethode is zeer geschikt voor *homogene* puntenvelden.

De interpolatie kan bij de gefaseerde vereffeningen het beste plaatsvinden na de vereffening van de aansluitingspunten (zie de rekenschema's in § 4.6.4), omdat dan de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten beschikbaar zijn.

Interpolatie na een kleinste-kwadraten vereffening
Bij de kleinste-kwadraten vereffening worden de coördinaten van de vrije punten tijdens de interpolatie als volgt berekend:

$$\hat{z}_1 = z_1 - C_{z_{12}} C_{z_{22}}^{-1} (z_2 - \hat{z}_2)$$
$$\hat{w}_3 = w_3 - C_{w_{32}} C_{w_{22}}^{-1} (w_2 - \hat{w}_2) \quad ,$$

waarbij de kunstmatrices zijn aangeduid met de letter C. Vervolgens worden de (tijdens de interpolatie berekende) vrije punten van het W-puntenveld naar het z-stelsel getransformeerd. De kunstmatrices zijn een hulpmiddel voor de interpolatie en moeten niet worden geïnterpreteerd als variantiematrices van de puntenvelden. De matrices $C_{z_{12}}$, $C_{z_{22}}$ (voor het Z-puntenveld) en $C_{w_{22}}$, $C_{w_{32}}$ (voor het W-puntenveld) hebben respectievelijk de dimensies $(d \times n_1) \times (d \times n_2)$, $(d \times n_2) \times (d \times n_2)$, $(d \times n_2) \times (d \times n_2)$ en $(d \times n_3) \times (d \times n_2)$, waarbij d de dimensie van het puntenveld is.

Voor de berekening moeten zowel kunstmatrices opgesteld worden voor het deelveld van de vrije punten als voor het deelveld van de aansluitingspunten in beide puntenvelden. Voor de keuze van de parameters c_0, c_1 en d^2 van de Baarda-Alberda matrix geldt dat:

- voor de kunstmatrices van de vrije punten en de aansluitingspunten *dezelfde* parameters c_1 en d^2 gebruikt moeten worden;
- de parameter c_0 gelijk aan 0 gekozen moet worden;
- de keuze van de parameter c_1 willekeurig is en bijvoorbeeld gelijk aan 1 gekozen wordt;
- de parameter d^2 zodanig gekozen wordt dat $d^2 - c_1 l_{max} \geqq 0$, waarbij l_{max} de grootste afstand tussen twee punten in het puntenveld is.

Interpolatie na aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie
Bij aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie worden de coördinaten van de vrije punten van het W-puntenveld tijdens de interpolatie als volgt berekend:

$$\hat{w}_3 = w_3 - C_{w_{32}} C^{-1}_{w_{22}} (w_2 - \hat{w}_2) \quad ,$$

waarna de coördinaten nog naar het z-stelsel moeten worden getransformeerd. Voor de opbouw van de kunstmatrices (die hier alleen betrekking hebben op deelvelden van het W-puntenveld) gelden dezelfde richtlijnen als aangegeven voor de interpolatie bij de kleinste-kwadraten vereffening.

De kleinste-kwadraten interpolatie met kunstmatrices vereist de inversie van de kunstmatrix die betrekking heeft op de aansluitingspunten (een matrix met de dimensie $(d \times n_2) \times (d \times n_2)$).

4.9 Kwaliteitsbeschrijving

De kwaliteitsbeschrijving van het aangesloten puntenveld wordt uitgevoerd overeenkomstig het kwaliteitsmodel van puntenvelden (zie § 2.5). Dit betekent dat de geometrische kwaliteit van een puntenveld door middel van de relatieve precisie van het puntenveld wordt beschreven. Er wordt onderscheid gemaakt tussen de precisiebeschrijving van puntenvelden van de grondslag en van detailpuntenvelden.
Tijdens de aansluitingsvereffening wordt de variantiematrix van de coördinaten van het aangesloten puntenveld berekend. De precisie van de coördinaten van het aangesloten puntenveld wordt beschreven op basis van deze berekende variantiematrix in overeenstemming met het kwaliteitsmodel.

De betrouwbaarheid van de coördinaten van de punten van het aangesloten puntenveld wordt niet expliciet beschreven. De betrouwbaarheid wordt impliciet gewaarborgd door de toetsing tijdens de aansluiting. Omdat slechts getoetst kan worden op modelfouten in de aansluitingspunten heeft de betrouwbaarheid van het puntenveld slechts betrekking op de aansluitingspunten. Voor de vrije punten geldt dat de betrouwbaarheid afhankelijk is van de wijze waarop de afzonderlijke puntenvelden tot stand zijn gekomen.

Allereerst wordt in deze paragraaf ingegaan op de berekening van de variantiematrix van de coördinaten van het puntenveld na aansluiting. Vervolgens komt de invloed van de aansluitingsmethode op de precisie aan de orde en wordt de realisatie van de precisiebeschrijving besproken uitgaande van de berekende variantiematrix.

4.9.1 Berekening van de variantiematrix van de coördinaten

Als onderdeel van de aansluitingsvereffening wordt de variantiematrix van de coördinaten berekend (§ 4.6.5). Bij de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting en de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie kan de variantiematrix niet worden berekend door een simpele toepassing van de voortplantingswet op de formules van de coördinaatberekening.

De variantiematrix van de coördinaten is in het algemeen een volle matrix, dat wil zeggen dat na aansluiting de coördinaten correleren. Bij de aansluiting van grotere puntenvelden (bijvoorbeeld gedigitaliseerde kaarten) is het aantal elementen van de variantiematrix zeer groot. Bij de aansluiting van grote puntenvelden wordt daarom in de praktijk niet altijd de volledige variantiematrix van de coördinaten van het aangesloten puntenveld berekend. Vaak beperkt men zich tot de berekening van de diagonaalelementen van de variantiematrix. Men berekent dan alleen de varianties van de coördinaten. Soms wordt wel de covariantie tussen de coördinaten van een punt berekend. Voor een goede beschrijving van de relatieve precisie van punten moet men echter ook de beschikking hebben over de covarianties tussen de coördinaten van de verschillende punten.

In de praktijk moet men er op bedacht zijn dat de berekening van de variantiematrix van detailpuntenvelden in sommige programmatuur niet conform § 4.6.5 wordt uitgevoerd. Vooral bij de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting en de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie wordt de toepassing van de juiste voortplantingswet nogal eens achterwege gelaten. Met name voor de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting kan dit resulteren in een te optimistische precisiebeschrijving, omdat bij de berekening van de precisie de aansluitingspunten van het Z-puntenveld ten onrechte niet stochastisch worden verondersteld.
In de praktijk kan het ook voorkomen dat de door de programmatuur berekende variantiematrix bij de pseudo kleinste-kwadraten vereffening betrekking heeft op de precisie die volgt uit een kleinste-kwadraten vereffening. Bij de precisieberekening wordt dan wel rekening gehouden met de stochasticiteit van de aansluitingspunten in beide puntenvelden, maar de correcte precisiebeschrijving wordt niet gegeven.

4.9.2 Precisie van de coördinaten bij de verschillende aansluitingsmethoden

De precisie van de coördinaten van het aangesloten puntenveld is mede afhankelijk van de aansluitingsmethode. In tabel 4.3 in § 4.1.8 is een overzicht gegeven van de invloed van de aansluitingsmethode op de precisie na aansluiting van de punten van de afzonderlijke puntenvelden.
Na een kleinste-kwadraten aansluiting is de precisie van de coördinaten van het aangesloten puntenveld altijd beter dan de precisie van de coördinaten van de afzonderlijke puntenvelden.

Bij de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting blijft de precisie van de punten van het veld waarop wordt aangesloten gelijk aan de precisie voor aansluiting. De precisie van de vrije punten van het veld dat wordt aangesloten kan zowel verbeteren als verslechteren ten opzichte van de precisie voor aansluiting. Indien de precisie van de aansluitingspunten van het veld waarop wordt aangesloten beter is dan de precisie van de aansluitingspunten van het aan te sluiten puntenveld, verbetert de precisie van de vrije punten. In het omgekeerde geval wordt de precisie van de vrije punten van het aan te sluiten puntenveld slechter na aansluiting.

Als bijvoorbeeld een puntenveld, verkregen uit een terrestrische bijhoudingsmeting (de puntprecisie hiervan kan worden gekarakteriseerd met $c_0 = 9$ cm^2), wordt aangesloten aan een digitale kaart met een grafische precisie (bijvoorbeeld een kadastrale kaart met $c_0 = 400$ cm^2), dan is na aansluiting de precisie van de detailpunten slechter dan $c_0 = 9$ cm^2. Als de puntprecisie van de detailpunten niet berekend wordt, moet deze na aansluiting zelfs worden gekarakteriseerd met $c_0 = 400$ cm^2. De precisie wordt in elk geval slechter dan de precisie voor aansluiting.

De aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie resulteert in een inhomogene precisie, omdat de relatieve precisie tussen de vrije punten van het aan te sluiten puntenveld en de aansluitingspunten en de vrije punten van het net waarop wordt aangesloten slecht wordt beschreven. De aansluitingspunten krijgen immers wel een correctie, terwijl de vrije punten van het aan te sluiten puntenveld alleen worden getransformeerd. De precisie van de punten van het veld waarop wordt aangesloten is gelijk aan de precisie voor aansluiting.

4.9.3 Beschrijving van de precisie van de coördinaten

De tijdens de aansluitingsvereffening berekende variantiematrix beschrijft de precisie van de coördinaten van het puntenveld ná aansluiting. Voor de precisiebeschrijving van met name detailpuntenvelden is een dergelijke beschrijving, hoewel correct, praktisch onuitvoerbaar. De precisiebeschrijving wordt daarom uitgevoerd overeenkomstig het kwaliteitsmodel van puntenvelden. Het voordeel hiervan is dat de precisie met een beperkt aantal parameters beschreven kan worden en dat de precisiebeschrijving van puntenvelden is gestandaardiseerd.

Precisiebeschrijving van de coördinaten van punten van de grondslag
Voor puntenvelden van de grondslag worden bij de precisiebeschrijving de parameters van het soort grondslag gehanteerd. De precisie van de grondslag wordt niet expliciet geregistreerd. Omdat tijdens de toetsing de (coördinaten van de) aansluitingspunten worden getoetst, is de precisiebeschrijving van de grondslag gewaarborgd.

Precisiebeschrijving van de coördinaten van detailpuntenvelden
De (relatieve) precisie van detailpuntenvelden wordt in het kwaliteitsmodel expliciet beschreven met per punt of puntenveld een variantie voor de puntprecisie en per punt een variantie voor de idealisatieprecisie. De berekende variantiematrix is een functie van de puntprecisie en de idealisatieprecisie van de afzonderlijke puntenvelden.

Idealisatieprecisie
De idealisatieprecisie van een punt wordt niet beïnvloed door de aansluiting. De idealisatieprecisie is immers een maat voor de spreiding waarmee men in het terrein een terreinelement kan aanwijzen. De idealisatieprecisie na aansluiting is dus gelijk aan de idealisatieprecisie voor aansluiting. De idealisatieprecisie wordt per punt geregistreerd.

Puntprecisie
De puntprecisie is af te leiden uit de berekende variantiematrix van de coördinaten. Bij de bepaling van de puntprecisie moet rekening worden gehouden met het feit dat de variantiematrix van de coördinaten ook een functie is van de idealisatieprecisie van de afzonderlijke punten.
Voor het beschrijven van de puntprecisie worden hier een drietal werkwijzen beschre-

ven. Deze werkwijzen worden geïllustreerd met behulp van de berekende variantiematrix voor de punten i en j van een twee-dimensionaal puntenveld. Het deel van de variantiematrix voor twee punten wordt geschreven als:

$$\begin{bmatrix} \sigma^2_{\hat{x}_i} & \sigma_{\hat{x}_i\hat{y}_i} & \sigma_{\hat{x}_i\hat{x}_j} & \sigma_{\hat{x}_i\hat{y}_j} \\ \sigma_{\hat{y}_i\hat{x}_i} & \sigma^2_{\hat{y}_i} & \sigma_{\hat{y}_i\hat{x}_j} & \sigma_{\hat{y}_i\hat{y}_j} \\ \sigma_{\hat{x}_j\hat{x}_i} & \sigma_{\hat{x}_j\hat{y}_i} & \sigma^2_{\hat{x}_j} & \sigma_{\hat{x}_j\hat{y}_j} \\ \sigma_{\hat{y}_j\hat{x}_i} & \sigma_{\hat{y}_j\hat{y}_i} & \sigma_{\hat{y}_j\hat{x}_j} & \sigma^2_{\hat{y}_j} \end{bmatrix}.$$

De relatieve precisie tussen de twee punten kan worden gekarakteriseerd door de lengte van de halve lange as van de relatieve standaardellips. De lengte van de halve lange as kan berekend worden uit de elementen van de bovenstaande deelmatrix van de berekende variantiematrix.

De volgende drie werkwijzen worden onderscheiden:

1 De puntprecisie van het aangesloten puntenveld wordt gespecificeerd per (deel-)veld met de parameter c_0.
Deze werkwijze is gebaseerd op de analyse van de relatieve precisie uit de berekende variantiematrix. In principe kan voor elk puntenpaar i en j een relatieve standaardellips berekend worden uit de variantiematrix. De helft van de berekende halve lange as van de grootste relatieve standaardcirkel wordt gecorrigeerd voor de componenten van de idealisatieprecisie. Voor het aangesloten puntenveld wordt de parameter c_0 nu zo gekozen dat deze groter of gelijk is aan dit resultaat. In de praktijk is het niet nodig voor alle puntenparen de relatieve standaardellips te berekenen. De berekeningen kunnen zich beperken tot nabijgelegen punten. Indien het puntenveld qua precisie niet homogeen is, kan overwogen worden per deelveld een parameter c_0 toe te kennen.

2 De puntprecisie van het aangesloten puntenveld wordt per punt gespecificeerd.
De puntprecisie wordt op eenvoudige wijze uit de berekende variantiematrix afgeleid, waarbij men echter de covariantie tussen de coördinaten van de punten verwaarloost. Deze werkwijze is toepasbaar in die gevallen waar niet de volledige variantiematrix wordt berekend en de puntprecisie niet direct uit de berekende relatieve precisie kan worden afgeleid. De beschrijving van de puntprecisie wordt in eerste instantie beperkt tot de varianties. Vervolgens wordt de variantie van de idealisatie van de varianties van de coördinaten afgetrokken. De resulterende varianties representeren de variantie van de puntprecisie. Als puntprecisie wordt per punt de grootste variantie van beide coördinaten geregistreerd. Deze werkwijze heeft in formulevorm de volgende gedaante:

$$\begin{bmatrix} \sigma^2_{\hat{x}_i} & \sigma_{\hat{x}_i\hat{y}_i} & \sigma_{\hat{x}_i\hat{x}_j} & \sigma_{\hat{x}_i\hat{y}_j} \\ \sigma_{\hat{y}_i\hat{x}_i} & \sigma^2_{\hat{y}_i} & \sigma_{\hat{y}_i\hat{x}_j} & \sigma_{\hat{y}_i\hat{y}_j} \\ \sigma_{\hat{x}_j\hat{x}_i} & \sigma_{\hat{x}_j\hat{y}_i} & \sigma^2_{\hat{x}_j} & \sigma_{\hat{x}_j\hat{y}_j} \\ \sigma_{\hat{y}_j\hat{x}_i} & \sigma_{\hat{y}_j\hat{y}_i} & \sigma_{\hat{y}_j\hat{x}_j} & \sigma^2_{\hat{y}_j} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma^2_{\hat{x}_i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2_{\hat{y}_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_{\hat{x}_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2_{\hat{y}_j} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma^2_{\hat{x}_i} - \overline{d}_i^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2_{\hat{y}_i} - \overline{d}_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_{\hat{x}_j} - \overline{d}_j^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2_{\hat{y}_j} - \overline{d}_j^2 \end{bmatrix}.$$

variantiematrix — diagonaalmatrix — varianties voor de puntprecisie

In uitzonderingsgevallen is het mogelijk dat de voorgestelde werkwijze resulteert in negatieve varianties van de puntprecisie (deze situatie kan optreden bij de aansluiting van slecht idealiseerbare punten met een kleine variantie voor de puntprecisie aan

een puntenveld met goed idealiseerbare aansluitingspunten met een zeer kleine variantie voor de puntprecisie). In dat geval wordt als variantie voor de puntprecisie van het betreffende punt de variantie toegekend voor de puntprecisie van het overeenkomstige punt in het veld waarop wordt aangesloten.
Bij de toepassing van deze werkwijze kan men ook overwegen de puntprecisie per deelveld toe te kennen. Als karakteristieke waarde (gerepresenteerd met c_0) wordt de grootste berekende variantie van een groep punten van een deelveld als puntprecisie voor dat deelveld toegekend.

3 Na aansluiting wordt de puntprecisie van het puntenveld beschreven met de parameter c_0 van gelijksoortige puntenvelden, mits deze puntprecisie ook gewaarborgd kan worden.
Dit kan worden gecontroleerd door een vergelijking van de berekende halve lange as van de relatieve ellipsen met de straal van de relatieve ellipsen die volgt uit de beschrijving met de c_0-parameter. Deze werkwijze komt overeen met de precisiebeschrijving voor de grondslag.

De bovenstaande werkwijzen voor de beschrijving van de (relatieve) precisie van puntenvelden resulteren niet vanzelf in puntenvelden die qua puntprecisie aan bepaalde criteria voldoen. Alleen bij de derde werkwijze wordt de precisie van het aangesloten puntenveld vergeleken met die van gelijksoortige velden. Indien de berekende puntprecisie structureel de gestelde criteria overschrijdt, is dit een aanwijzing voor de *degeneratie* van een puntenveld.

5 Grondslagmeting

5.1 Inleiding

Grondslagmeting is een verzamelnaam van meetmethoden voor de *verdichting* van een bestaand puntenveld, zodat het resulterende puntenveld geschikt is voor detailmeting. Er kunnen vier methoden van grondslagmeting worden onderscheiden. De keuze voor één van deze methoden is afhankelijk van het doel van het meetproject, van het beschikbare instrumentarium en de beschikbare programmatuur voor de verwerking van de waarnemingen. De vier methoden van grondslagmeting zijn:

- terrestrische grondslagmeting;
- GPS-grondslagmeting;
- gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting;
- fotogrammetrische grondslagmeting.

De traditionele methode voor de bepaling van een meetkundige grondslag is de *terrestrische grondslagmeting*. Bij deze vorm van grondslagmeting worden richtingen en afstanden gemeten tussen de nieuw te bepalen punten onderling en de bestaande punten. Een dergelijke verzameling metingen vormt een terrestrisch grondslagnet. De verwerking van deze metingen, de netvereffening, resulteert in de coördinaten van de nieuwe grondslagpunten. De netvereffening wordt bij alle vormen van grondslagmeting toegepast.

Een snel in betekenis toegenomen verdichtingsmethode is gebaseerd op GPS-metingen. Met behulp van *GPS-grondslagmeting* worden tussen punten ruimtelijke verschilvectoren bepaald die worden beschreven met drie-dimensionale coördinaatverschillen. De verschilvectoren worden basislijnen genoemd. Een GPS-grondslagnet is een verzameling van basislijnen die in samenhang met elkaar zijn bepaald. Worden terrestrische en GPS-grondslagmeting toegepast in één netwerk, dan spreekt men van *gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting*.

Een bijzondere verdichtingsmethode is de *fotogrammetrische grondslagmeting*. Deze methode van grondslagmeting wordt voorafgaand aan de fotogrammetrische detailmeting (kartering) toegepast met als doel de grondslag van paspunten zodanig te verdichten dat per foto of stereomodel voldoende grondslagpunten beschikbaar zijn. De grondslagpunten die het resultaat zijn van de fotogrammetrische verdichting worden verbindingspunten genoemd. De paspunten worden vóór de fotogrammetrische grondslagbepaling met behulp van terrestrische, GPS- of gecombineerde grondslagnetten bepaald. Een overzicht van de verwerking van fotogrammetrische grondslagmetingen wordt in § 5.2.6 gegeven. Hoofdstuk 7 is geheel gewijd aan de fotogrammetrische puntsbepaling.

De coördinaten van de punten van een grondslagnet worden altijd bepaald in het RD-stelsel. Bij de paspuntsbepaling, die vooraf gaat aan de fotogrammetrische puntsbepaling, en de fotogrammetrische puntsbepaling zelf (en soms bij de hoofdgrondslagnetten) wordt ook de hoogte bepaald van de punten van het net. Dit gebeurt in het NAP-stelsel met behulp van GPS-meting of waterpassing. In dit hoofdstuk ligt de nadruk op de bepaling van de coördinaten van grondslagpunten in het RD-stelsel.

Het puntenveld van de Rijksdriehoeksmeting en het puntenveld van terrestrische grondslagelementen is te ijl voor direct gebruik ten behoeve van detailmeting en kaartvervaardiging. Het is daarom noodzakelijk dit puntenveld te verdichten in het kader van meetprojecten. Het doel van grondslagmetingen is de verdichting van de bestaande grondslag voor concrete meetprojecten. Projecten zijn onder meer de meting van akteposten, vervaardiging van een GBKN, kaartvernieuwing of landinrichting.

Een verzameling samenhangende grondslagmetingen vormt een grondslagnet. Grondslagnetten kunnen ingedeeld worden naar doel en naar vorm. Naar doel wordt onderscheid gemaakt tussen:
- Hoofdgrondslag. Hoofdgrondslagnetten worden gebruikt als eerste verdichtingsstap van het RD-puntenveld bij grote meetprojecten of voor de paspuntsbepaling. Zij kunnen een diameter hebben tot ongeveer 25 km.
- Detailgrondslag. Detailgrondslagnetten hebben tot doel de RD-coördinaten te bepalen van de opstelpunten die gebruikt worden voor de detailmeting. Een detailgrondslag heeft een diameter die in de regel kleiner is dan 3 km.

Naar de vorm van het netwerk worden onderscheiden:
- kringnet;
- sternet;
- veelhoek.

Een kringnet is de meest algemene vorm van een netwerk. Kringnetten kunnen voor zowel hoofd- als detailgrondslagnetten gebruikt worden en zowel terrestrisch als met GPS gemeten worden. Het sternet wordt hoofdzakelijk bij GPS-grondslagmeting toegepast voor zowel hoofd- als detailgrondslag. De veelhoek wordt gebruikt voor detailgrondslagnetten en terrestrisch gemeten. In tabel 5.1 zijn de relaties tussen de verschillende methoden van grondslagmeting en het type netwerk samengevat. Voor een bepaald doel kunnen vaak verschillende netwerkvormen en verschillende methoden van grondslagmeting worden gekozen.

doel / vorm	hoofdgrondslag	detailgrondslag
kringnet	GPS gecombineerd terrestrisch-GPS terrestrisch	terrestrisch gecombineerd terrestrisch-GPS GPS
sternet	GPS	GPS
veelhoek		terrestrisch

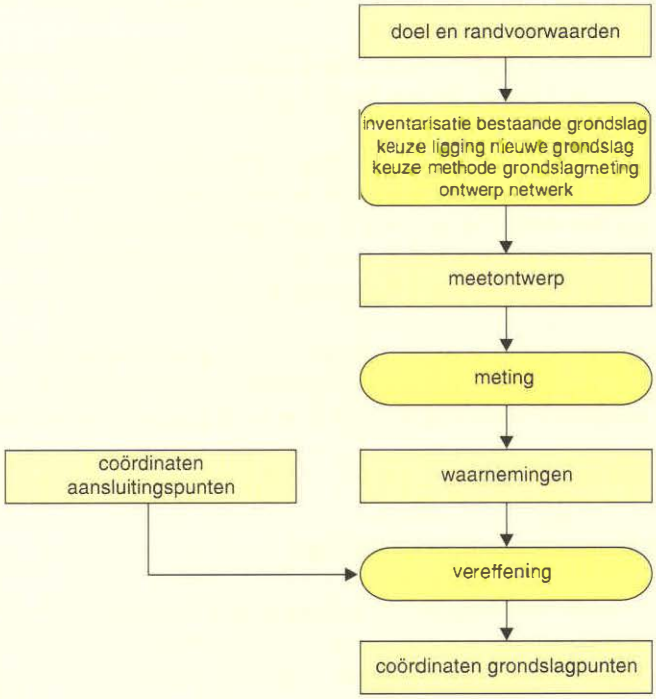
Tabel 5.1: Methoden van grondslagmeting afhankelijk van de vorm van het net en het doel van de grondslag.

Bij elke grondslagmeting worden steeds de volgende *uitgangspunten* gehanteerd:
- De vereiste levensduur van een grondslag wordt bepaald door de duur van het meetproject waar de grondslag voor wordt opgezet. De wijze van verzekering van de grondslagpunten wordt afgestemd op de duur van het project. Verzekering dient zodanig te geschieden dat de kans op verstoring gedurende de looptijd van het project waarvoor de grondslag wordt bepaald minimaal is.

- Het meetontwerp van een grondslag moet zodanig zijn dat eventuele fouten in het waarnemingsmateriaal opgespoord kunnen worden, met andere woorden: het meetontwerp moet betrouwbaar zijn. Reden hiervoor is dat fouten in de grondslag in alle afgeleide produkten doorwerken.
- Voor wat betreft de relatieve precisie dienen de grondslagen te voldoen aan de eisen opgenomen in § 2.6.2. Zowel het doel van de grondslag als de gebruikte meetmethode zijn van invloed op de vereiste precisie.

5.1.1 Het proces van grondslagmeting

Onafhankelijk van de methode van grondslagmeting verloopt het proces van grondslagmeting zoals weergegeven in figuur 5.1.



Figuur 5.1: Het proces van grondslagmeting.

Het proces van grondslagmeting begint met de inventarisatie van het doel en de randvoorwaarden. Daaronder valt de bepaling van het gebied waarin de grondslag moet worden verdicht. Het proces van de grondslagmeting bestaat uit de volgende stappen, waarbij de eerste vier stappen van het proces leiden tot het meetontwerp:

- De inventarisatie van de bestaande grondslag. De bestaande grondslag kan de volgende typen punten bevatten:
  - punten van het RD-net;
  - terrestrische grondslagelementen;
  - eerder binnen het project bepaalde grondslagpunten.

- De keuze van de ligging van de nieuwe grondslag. Op basis van het doel van de nieuwe grondslag en de inventarisatie van de bestaande grondslag wordt vastgelegd welk gebied het grondslagnet moet omvatten. Tevens wordt de benaderde ligging van de nieuwe grondslagpunten bepaald. De definitieve ligging wordt vastgesteld tijdens het ontwerp van het netwerk.
- De keuze van de methode van grondslagmeting. Deze keuze komt aan de orde in § 5.2. Er kan worden gekozen uit de volgende methoden van grondslagmeting:
  - terrestrische grondslagmeting;
  - GPS-grondslagmeting;
  - gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting;
  - fotogrammetrische grondslagmeting.
- Het ontwerp van het netwerk. Het netontwerp wordt gebaseerd op een terreinverkenning en de vuistregels die voor de verschillende methoden van grondslagmeting gelden. Het netwerk moet zodanig ontworpen zijn dat fouten in de waarnemingen kunnen worden opgespoord en dat de aansluiting aan de bestaande grondslag op een gecontroleerde manier tot stand komt. De kwaliteit van het netwerk kan met een sterkteberekening worden beoordeeld.
- De uitvoering van de metingen. De metingen worden verricht met instrumentarium, dat afhankelijk is van de methode van grondslagmeting, en volgens de voor die methode geldende vuistregels.
- De vereffening van de metingen. In deze stap worden de metingen verwerkt waarbij mogelijke fouten in de waarnemingen en aansluitingspunten worden opgespoord door middel van toetsing. Ook worden de coördinaten van de netwerkpunten berekend en heeft de kwaliteitsbeschrijving van de coördinaten plaats. In § 5.1.2 en § 5.2 wordt op de vereffening van grondslagmetingen in gegaan.

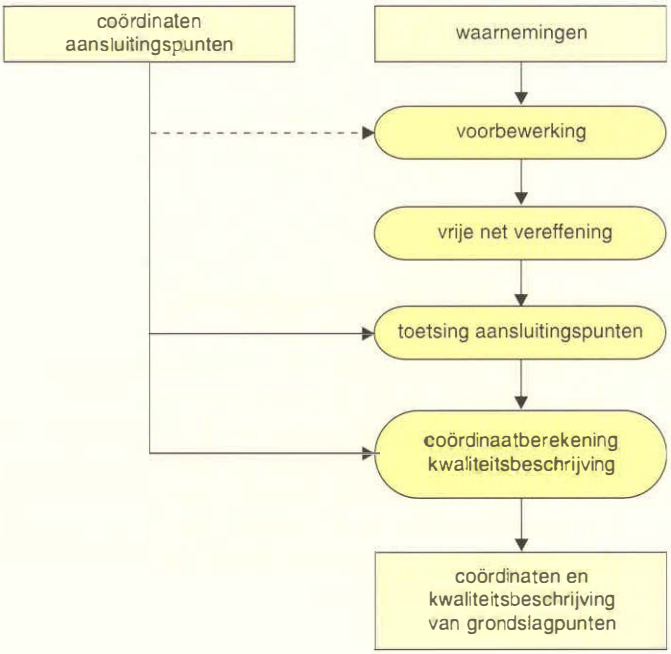
De grondslagmeting resulteert in de coördinaten van de grondslagpunten en hun kwaliteitsbeschrijving. Voor sommige punten van de grondslag kan worden overwogen deze een permanent karakter te geven in de vorm van hoofdpunten of terrestrische grondslagelementen.

5.1.2 De vereffening van grondslagmetingen

Na het uitvoeren van de metingen zijn de waarnemingen beschikbaar voor verwerking. Hoewel de verwerking van de waarnemingen en de coördinaten van de aansluitingspunten meer inhoudt dan vereffenen, wordt gesproken van de vereffeningsprocedure (zie § 3.4).
Voor alle typen grondslagmetingen verloopt de vereffening volgens een vast stramien. De procedure van de vereffening is gegeven in figuur 5.2. De algemene gedachtengang is dat de eventuele fouten in de waarnemingen en de coördinaten van de aansluitingspunten opgespoord worden, voordat de definitieve coördinaten van de punten van het netwerk worden berekend.

De vereffeningsprocedure bestaat voor alle typen grondslagmeting uit de volgende stappen:

- *Voorbewerking.* Voordat vereffend kan worden, moeten benaderde coördinaten van de netwerkpunten worden berekend. Bovendien kunnen tijdens de berekening van de benaderde waarden grove fouten in de waarnemingen worden opgespoord. Grove fouten moeten uit het waarnemingsmateriaal worden verwijderd. In deze fase kan al worden besloten dat metingen moeten worden overgedaan.



Figuur 5.2: Procedure voor de vereffening van grondslagmetingen.

- *Vereffening van het vrije net.* Deze vereffening heeft tot doel eventuele waarnemingsfouten op te sporen. Als er foute waarnemingen worden opgespoord moeten deze worden verwijderd of overgemeten.
- *Toetsing van de aansluitingspunten.* Nadat de waarnemingen zijn gecontroleerd, worden fouten in de aansluitingspunten opgespoord. Fouten in de aansluitingspunten kunnen aanleiding zijn voor herziening van het meetontwerp.
- *Coördinaatberekening.* De coördinaten van de punten van het netwerk worden berekend als alle fouten zijn opgespoord en hersteld. Deze berekening wordt uitgevoerd als een vereffening waarbij geen correcties worden toegestaan voor de coördinaten van de aansluitingspunten.
- *Kwaliteitsbeschrijving.* Tenslotte wordt de precisie van de coördinaten van de punten van het grondslagnet berekend. De kwaliteitsbeschrijving geschiedt conform het kwaliteitsmodel van puntenvelden (zie § 2.5).

De toetsing van de aansluitingspunten en de coördinaatberekening worden samen ook wel tweede fase aansluitingsvereffening genoemd (zie § 4.1). De vereffening van het vrije net wordt als eerste fase beschouwd.

5.1.3 Overzicht van dit hoofdstuk

In § 5.2 wordt een schematisch overzicht gegeven van de verschillende methoden van grondslagmeting. Daarmee is deze paragraaf van belang bij de keuze voor een bepaald type grondslagmeting. Er wordt met name aandacht besteed aan het model van de vereffening dat bij de verschillende meetmethoden wordt toegepast.

Vervolgens worden de methoden van grondslagmeting afzonderlijk behandeld: terrestrische grondslagmeting in § 5.3, GPS-grondslagmeting in § 5.4 en gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting in § 5.5.

5.2 Overzicht van de methoden van grondslagmeting

In de vorige paragraaf is naar voren gekomen dat er meerdere methoden van grondslagmeting zijn. In deze paragraaf wordt de keuze voor een bepaalde methode van grondslagmeting besproken. Een belangrijk aspect van deze keuze is het meetontwerp dat voor iedere methode anders is. Het model van de vereffening is eveneens afhankelijk van de gekozen methode van grondslagmeting. In § 5.2.2 wordt in algemene zin ingegaan op de vereffening van grondslagnetten. In de daarop volgende paragrafen worden in hoofdlijnen de vereffeningsmodellen van de verschillende typen grondslagnetten behandeld.

5.2.1 De keuze voor een methode van grondslagmeting

De keuze voor een bepaalde methode van grondslagmeting is onderdeel van het meetontwerp. Deze keuze is afhankelijk van het doel en de randvoorwaarden die voor de grondslag gelden.

Het doel bepaalt bijvoorbeeld het aantal nieuwe grondslagpunten, de gewenste ligging van deze punten en de vereiste kwaliteit van het netwerk. Er wordt onderscheid gemaakt tussen hoofdgrondslagen, detailgrondslagen en paspuntsbepaling.

Randvoorwaarden kunnen zijn:
- De in het gebied reeds aanwezige grondslag. De aanwezige grondslag bepaalt de beschikbaarheid van aansluitingspunten. Het gaat daarbij zowel om de ligging van mogelijke aansluitingspunten als de geschiktheid van deze punten voor een bepaalde methode van grondslagmeting. Zo kan een groot deel van de in een gebied aanwezige aansluitingspunten ongeschikt zijn voor GPS-grondslagmeting.
- De terreingesteldheid. Deze is te onderzoeken door middel van een terreinverkenning en met behulp van een topografische kaart. Blijkt bijvoorbeeld dat de onderlinge zichtbaarheid van de grondslagpunten een probleem is, dan kan dit een reden zijn voor de keuze voor GPS-grondslagmeting. Bij deze meetmethode speelt onderlinge zichtbaarheid geen rol.

Het gaat bij de keuze voor een bepaalde methode van grondslagmeting om de keuze voor de meest efficiënte methode waarmee het gestelde doel verwezenlijkt kan worden, rekening houdend met de aanwezige randvoorwaarden. Afhankelijk van het doel van de grondslag hebben bepaalde methoden van grondslagmeting de voorkeur:
- hoofdgrondslagen: GPS-netten;
- detailgrondslagen: terrestrische netten of gecombineerde terrestrische en GPS-netten;
- paspuntsbepaling: GPS-netten, aangevuld met de afstandsmetingen tussen de paspunten.

Het is mogelijk om de voor een bepaald doel benodigde kwaliteit te realiseren met andere dan de hier aangegeven nettypen.

5.2.2 De verwerking van grondslagmetingen

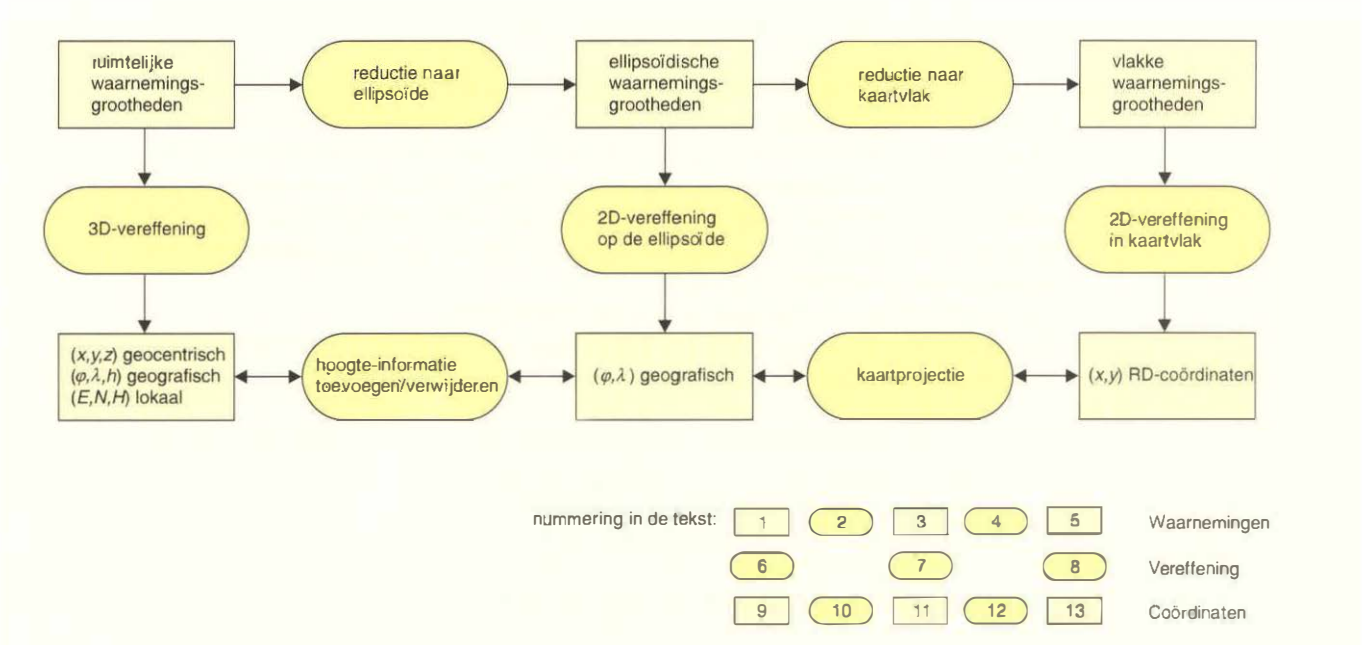
Afhankelijk van de keuze van het type grondslagnet kunnen voor de verwerking van de grondslagmetingen verschillende vereffeningsmodellen worden gekozen. Voor de vereffeningsmodellen gelden de volgende voorkeuren:

- terrestrische netwerken: de 2D-vereffening in het kaartvlak;
- GPS-netwerken: een 3D-vereffening op basis van cartesische of geografische coördinaten;
- gecombineerde netwerken: een 3D-vereffening op basis van geografische coördinaten;
- fotogrammetrische netwerken: een 3D-vereffening op basis van cartesische coördinaten.

In figuur 5.3 zijn de mogelijke alternatieven aangegeven om van waarnemingen in het terrein te komen tot coördinaten van de punten van het netwerk. Het schema heeft betrekking op vrije netwerken. In de hierna volgende paragrafen worden de vereffeningsmodellen voor de verschillende methoden van grondslagmeting uitgewerkt, inclusief de aansluitingspunten.

De in figuur 5.3 genoemde 2D-vereffening op de ellipsoïde wordt in de praktijk niet vaak toegepast. Deze vereffening wordt hier niet behandeld, maar is theoretisch een goed alternatief. In appendix B wordt de reductie van ruimtelijke waarnemingen naar het kaartvlak behandeld, waarvan de reductie van ruimtelijke waarnemingen naar de ellipsoïde een onderdeel is.

Onderstaand worden de in figuur 5.3 voorkomende onderdelen nader toegelicht. De nummering in de tekst verwijst naar de nummering in de figuur.



Figuur 5.3: Relatie tussen waarnemingen, vereffening en coördinaten.

Waarnemingsgrootheden

1 Ruimtelijke waarnemingsgrootheden; in de praktijk worden de volgende waarnemingsgrootheden gebruikt (zie appendix B en C):
   - verticale hoeken;
   - horizontale richtingen;
   - schuine afstanden;
   - GPS-basislijnen;
   - hoogteverschillen uit waterpassing.
2 Reductie naar de ellipsoïde (in de praktijk gecombineerd met de reductie naar het kaartvlak (punt 4); zie ook appendix B):
   - correctie van schuine afstanden voor de verticale hoek;
   - correctie van afstanden voor:
     - hoogte boven ellipsoïde (hoogte boven zeeniveau (NAP-hoogte) plus de geoïdehoogte);
     - instrumenthoogte.
3 Waarnemingsgrootheden gereduceerd naar de ellipsoïde (worden niet behandeld).
4 Reductie naar kaartvlak (in de praktijk gecombineerd met de reductie naar de ellipsoïde (punt 2); zie ook appendix B):
   - correctie van afstanden voor lijnvergroting.
5 Vlakke waarnemingsgrootheden in het kaartvlak:
   - afstanden;
   - richtingen.

Vereffening

Bij de vereffening zijn de waarnemingsgrootheden de al dan niet gereduceerde waarnemingen en de coördinaten van de aansluitingspunten (de aansluitingspunten zijn niet weergegeven in figuur 5.3). Onbekenden zijn de coördinaten van de punten van het netwerk en daarnaast, afhankelijk van het meetontwerp, schaalfactor(en) van de afstanden, oriënteringen van de horizontale richtingen en transformatieparameters tussen het GPS-stelsel (WGS84) en het Nederlandse referentiestelsel.

6 3D-vereffening. Bij de 3D-vereffening wordt het model ruimtelijk opgesteld en wordt in beginsel de ligging van de netwerkpunten in de ruimte bepaald. Het functiemodel is afhankelijk van het soort coördinaten en het stelsel waarin ze gedefinieerd zijn. Onbekenden zijn de coördinaten van de netwerkpunten in geocentrisch-cartesische coördinaten (X,Y,Z), of lokale cartesische coördinaten (E,N,H; Easting, Northing, Height) of geografische coördinaten (φ,λ,h). Theoretisch zijn de vereffeningen op basis van verschillende coördinaten equivalent.
7 2D-vereffening op de ellipsoïde (wordt niet behandeld).
8 2D-vereffening in het kaartvlak. De traditionele opzet zoals bij terrestrische grondslagnetten wordt toegepast.

Coördinaten zijn onbekenden in het functiemodel in alle vereffeningsstappen. Voor de berekeningen is daarom de *coördinaatdefinitie* van belang. Bij de vereffening van het vrije net moet een aantal coördinaten als rekenbasis worden gekozen, afhankelijk van het type vereffening. In een 2D-vereffening worden altijd twee punten als rekenbasis gekozen. De coördinaten van de rekenbasis zijn bij de vereffening van het vrije net geen onbekenden. Een dergelijke rekenbasis wordt ook wel schrankingsbasis genoemd. Bij de vereffening van het vrije net worden de coördinaten berekend in het stelsel, gedefinieerd door de punten van de rekenbasis (ook wel het schrankingsstelsel genoemd).

Bij een 2D-vereffening zijn de coördinaten van de aansluitingspunten bekend in het RD-stelsel. De coördinaten van de nieuwe grondslagpunten worden daardoor in het RD-stelsel berekend. Bij een 3D-vereffening zijn coördinaten van de aansluitingspunten in drie dimensies nodig. De RD-coördinaten kunnen daartoe aangevuld worden met de NAP-hoogten van de aansluitingspunten.

Bij de toetsing van de aansluitingspunten en de coördinaatberekening leggen de coördinaten van de aansluitingspunten het coördinatenstelsel in operationele zin vast. Bij de toetsing zijn de coördinaten van alle punten onbekenden. Bij de coördinaatberekening worden de coördinaten van de aansluitingspunten bekend verondersteld en worden de coördinaten gebruikt die door de Rijksdriehoeksmeting zijn gepubliceerd.

Coördinaten en relaties tussen coördinatenstelsels

9 Het verband tussen geocentrisch-cartesische en geografische 3D-coördinaten wordt behandeld in appendix A. Het verband tussen geocentrische en lokale cartesische coördinaten komt in § 5.4 aan bod.
10 De relatie tussen de ellipsoïdische (h) en de orthometrische (H) hoogte is gegeven als $h = N + H$, waarbij N de geoïdehoogte is.
11 Geografische coördinaten (lengte en breedte).
12 De Nederlandse stereografische kaartprojectie (zie § 2.3).
13 RD-coördinaten.

In de praktijk heeft men bij de drie-dimensionale vereffening bij GPS-grondslagmeting met drie coördinatenstelsels te maken, namelijk het WGS84-stelsel waarin de componenten van de GPS-basislijnen zijn gegeven, het Nederlandse referentiestelsel dat op de ellipsoïde van Bessel is gebaseerd en ETRS89 dat de relatie tussen deze twee stelsels vastlegt (zie § 2.4).

Aansluitingspunten

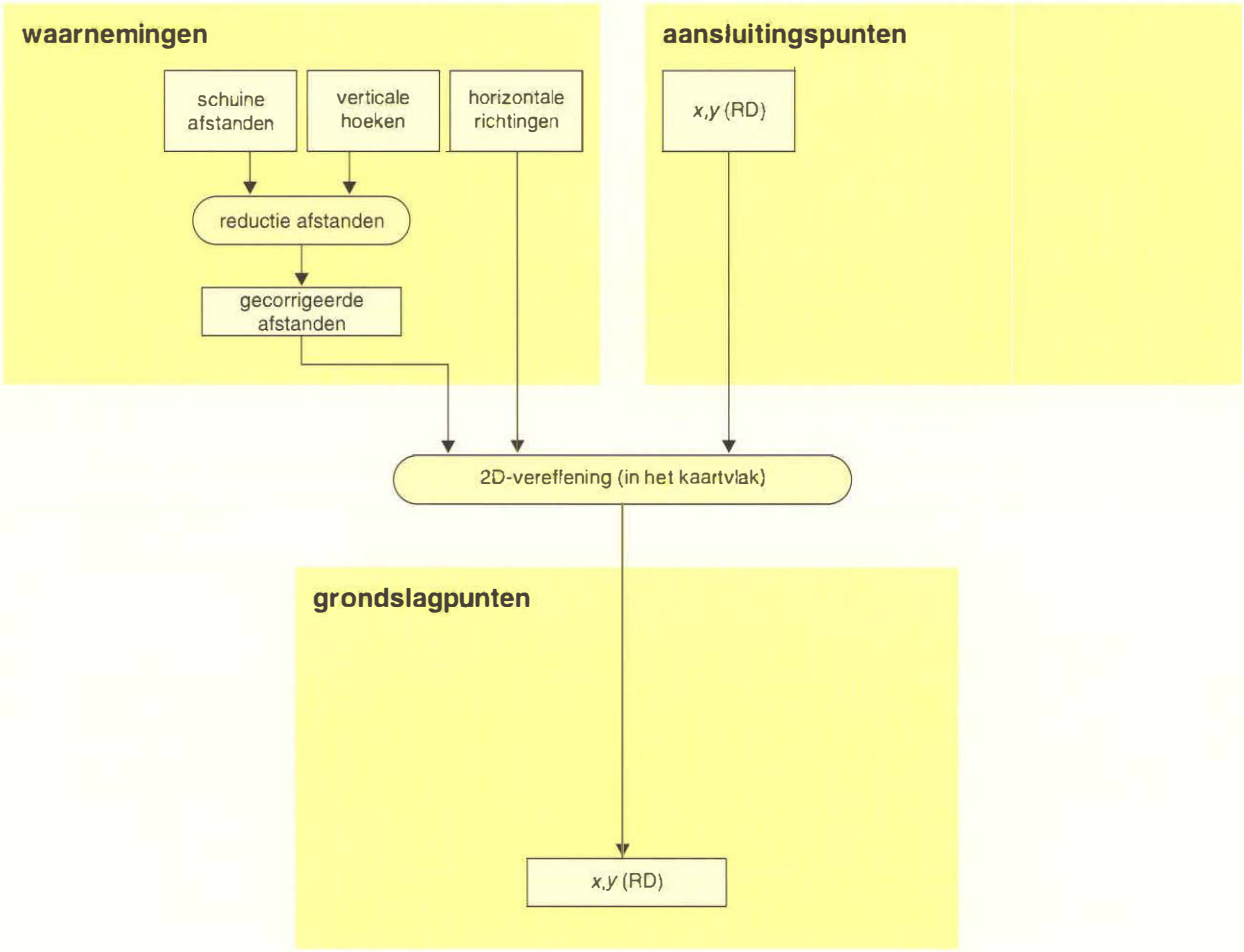
Grondslagmeting is een verdichtingsstap. Daarom wordt er tijdens de vereffening van het grondslagnet altijd aangesloten aan in coördinaten bekende aansluitingspunten. De aansluitingsstap is niet in het algemene schema van figuur 5.3 opgenomen. In de hierna volgende paragrafen worden de aansluitingspunten expliciet vermeld. In de praktijk kunnen de volgende aansluitingspunten beschikbaar zijn:

- RD-punten, waaronder punten van het GPS-kernnet;
- terrestrische grondslagelementen;
- in hoogte bekende punten van het NAP-net.

Van de punten van het GPS-kernnet kunnen de RD-coördinaten en NAP-hoogte worden gebruikt.

5.2.3 Terrestrische netwerken

Terrestrische netwerken worden veel toegepast voor detailgrondslagen. In de praktijk is veel ervaring opgedaan met het meetontwerp en de vereffening van terrestrische netwerken. Terrestrische netwerken voor een detailgrondslag hebben doorgaans een diameter van slechts enkele kilometers. Daarom kan de vereffening van deze netwerken altijd in het kaartvlak worden uitgevoerd. Er wordt dus gebruik gemaakt van een tweedimensionaal vereffeningsmodel. De afstanden moeten wel naar het kaartvlak worden gereduceerd (zie appendix B). De coördinaten van de aansluitingspunten (RD-coördinaten) zijn in het kaartvlak gegeven. Paragraaf 5.3 is geheel gewijd aan de terrestrische grondslagmeting en bevat de ontwerp- en vuistregels voor deze meettechniek.



Figuur 5.4: Gegevensverwerking bij terrestrische grondslagmeting.

In figuur 5.4 is de gegevensverwerking van de terrestrische grondslagmeting schematisch weergegeven. Het schema bevat de volgende onderdelen:

Waarnemingen
De waarnemingsgrootheden zijn:
- schuine afstanden;
- verticale hoeken;
- horizontale richtingen.

De afstanden worden gecorrigeerd voor:
- optelconstante;
- verticale hoek;
- hoogte boven zeeniveau (gebruik makend van de orthometrische hoogte uit de topografische kaart, deze correctie kan bij detailgrondslagen achterwege worden gelaten);
- instrumenthoogte (deze correctie kan bij detailgrondslagen achterwege worden gelaten);
- lijnvergroting (deze correctie kan bij detailgrondslagen achterwege worden gelaten);
- meteorologische invloeden (alleen bij hoofdgrondslagen).

De waarnemingsgrootheden in het kaartvlak zijn:
- gecorrigeerde afstanden;
- horizontale richtingen;
- de RD-coördinaten van de aansluitingspunten.

Vereffening
Er wordt een 2D-netvereffening uitgevoerd in het kaartvlak. De onbekende coördinaten zijn gedefinieerd in het RD-stelsel.

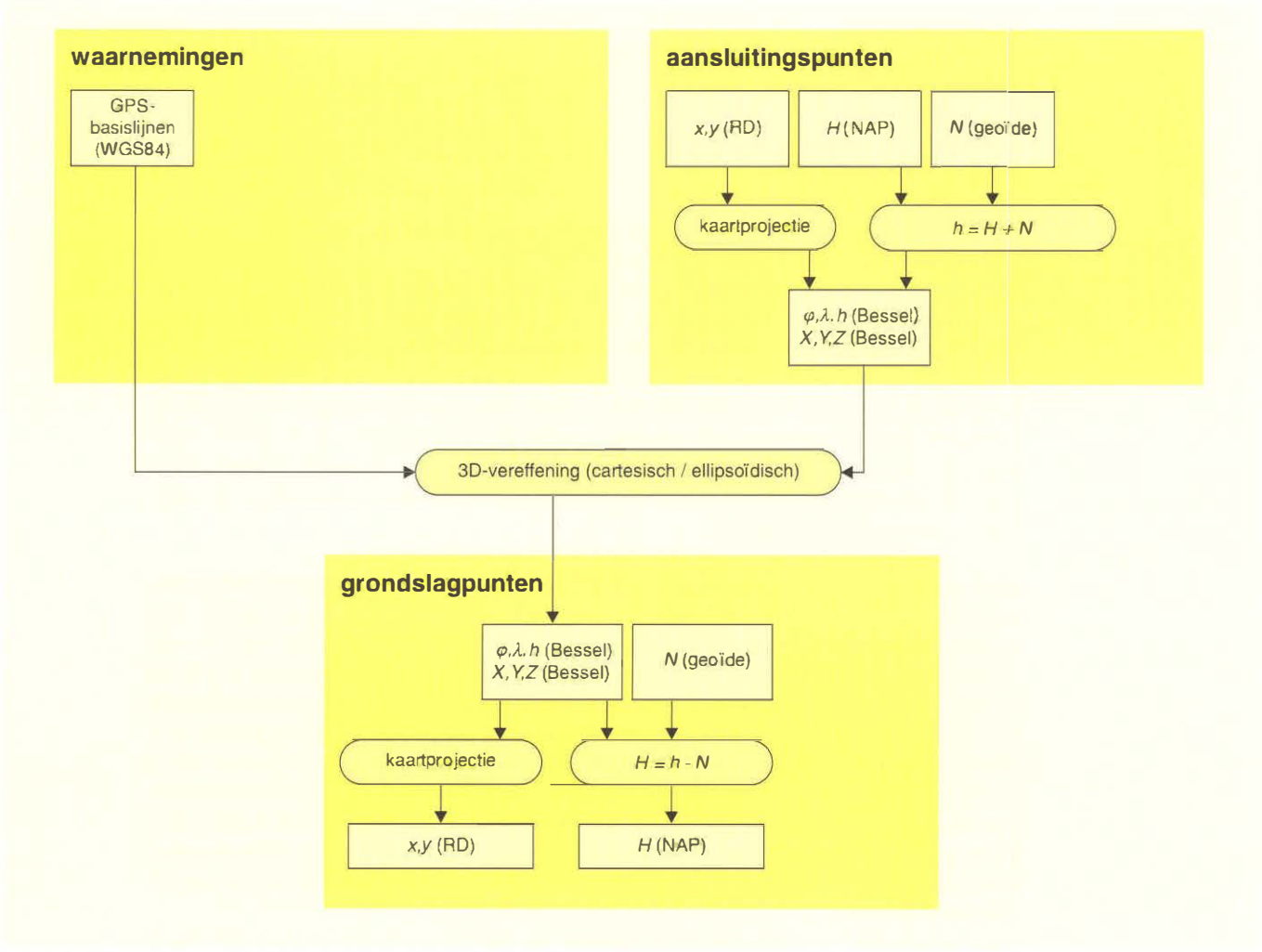
Grondslagpunten
Resultaat van de netwerkvereffening zijn de coördinaten van alle punten van het netwerk in het RD-stelsel.

5.2.4 GPS-netwerken

GPS-netwerken zijn drie-dimensionale netwerken en worden vooral gebruikt voor hoofdgrondslagen en de bepaling van paspunten. De waarnemingsgrootheden die in een GPS-netwerk worden vereffend, zijn de zogenaamde basislijnen. Basislijnen, ook vectoren genoemd, worden beschreven met drie-dimensionale coördinaatverschillen in het coördinatenstelsel van GPS: WGS84. De basislijnen worden voorafgaand aan de netvereffening berekend uit de fase-metingen van twee GPS-ontvangers waarmee gelijktijdig is gemeten. In appendix C wordt kort op deze basislijnberekening ingegaan en wordt een algemene beschrijving van GPS voor de landmeetkunde gegeven. In de HTW wordt uitgegaan van de basislijnen als waarnemingsgrootheden voor de netvereffening. Paragraaf 5.4 is geheel gewijd aan de GPS-grondslagmeting en bevat de ontwerp- en vuistregels voor deze meettechniek.

De landmeetkundige toepassingen van GPS zijn nog voortdurend in ontwikkeling. Eén van de belangrijkste ontwikkelingen is het gebruik van actieve referentiestations. Een actief referentiestation is een GPS-ontvanger die continu metingen verricht en deze vervolgens uitzendt. De positie van één of meer rondtrekkende ontvangers wordt ten opzichte van dit referentiestation direct in het veld bepaald. De daartoe benodigde berekeningen worden uitgevoerd in de GPS-ontvangers waarmee de grondslagpunten worden bezocht. Deze berekeningen combineren de fasemetingen van de ontvanger zelf en de via een gegevens-verbinding (data link) ontvangen fasemetingen van het referentiestation. Daarmee wordt een (bijna) real-time plaatsbepaling mogelijk. Eén van de voordelen is de optimalisering van de meettijd; de ontvanger op het te bepalen grondslagpunt kan aangeven wanneer genoeg informatie is verzameld voor een basislijnmeting van voldoende kwaliteit.
Een Nederlandse ontwikkeling op het gebied van GPS is het AGRS (Actief GPS Referentie Systeem): een nationaal netwerk van actieve referentiestations. Dit AGRS dient voornamelijk voor bewaking en onderhoud van de nationale referentiestelsels (zie ook § 2.3). De verwachting is dat dit systeem zal kunnen worden ingezet voor GPS-grondslagmeting. In hoeverre het AGRS een rol gaat spelen in de landmeetkundige praktijk is nog onbekend. In de HTW wordt daarom niet ingegaan op GPS-meting met behulp van het AGRS.

In figuur 5.5 is de gegevensverwerking van de GPS-grondslagmeting schematisch weergegeven. Het schema bevat de volgende onderdelen:



Figuur 5.5: Gegevensverwerking bij GPS-grondslagmeting.

Waarnemingen
Waarnemingsgrootheden zijn:
- GPS-basislijnen (een basislijn bestaat uit drie basislijncomponenten). Deze zijn reeds bij de basislijnberekening gecorrigeerd voor de instrumenthoogten.
- Coördinaten van de aansluitingspunten.

Aansluitingspunten
De coördinaten van de aansluitingspunten zijn gegeven in één, twee of drie dimensies. De coördinaten van de aansluitingspunten (doorgaans punten van het GPS-kernnet) zijn gegeven als (x,y RD) voor de situatie en (H NAP) voor de hoogte.

Vereffening
Voor de vereffening van GPS-netwerken kunnen de onbekende 3D-coördinaten in één van de volgende stelsels gedefinieerd zijn: een geocentrisch-cartesisch stelsel (X,Y,Z), een geografisch stelsel (φ,λ,h) of een lokaal-cartesisch stelsel (E,N,H). Bij vereffening in een geocentrisch-cartesisch 3D-stelsel kunnen de coördinaten van de punten van het net het best gedefinieerd worden in het Nederlandse Bessel-stelsel (zie § 5.4). De relatie tussen de verschillende typen coördinaten is gegeven in appendix A.

Grondslagpunten
Resultaat van de netwerkvereffening zijn de coördinaten van alle punten van het netwerk in het RD-stelsel.

De bepaling van hoogten in GPS-netwerken
Bij de bepaling van paspunten met behulp van GPS-netwerken wordt doorgaans ook de hoogte van de paspunten (ten opzichte van NAP) bepaald. In figuur 5.5 is aangegeven hoe uitgaande van de in de vereffening bepaalde drie-dimensionale coördinaten van de netwerkpunten de NAP-hoogte van deze punten kan worden bepaald. Zijn de GPS-basislijnen niet voor de instrumenthoogten gecorrigeerd, dan moet hiermee bij de bepaling van de NAP-hoogte rekening worden gehouden. De NAP-hoogte van het netwerkpunt wordt dan bepaald als $H = h - N - i$ (waarbij i de instrumenthoogte is). Voor de bepaling van de NAP-hoogte uit GPS-metingen is altijd de geoïdehoogte nodig.

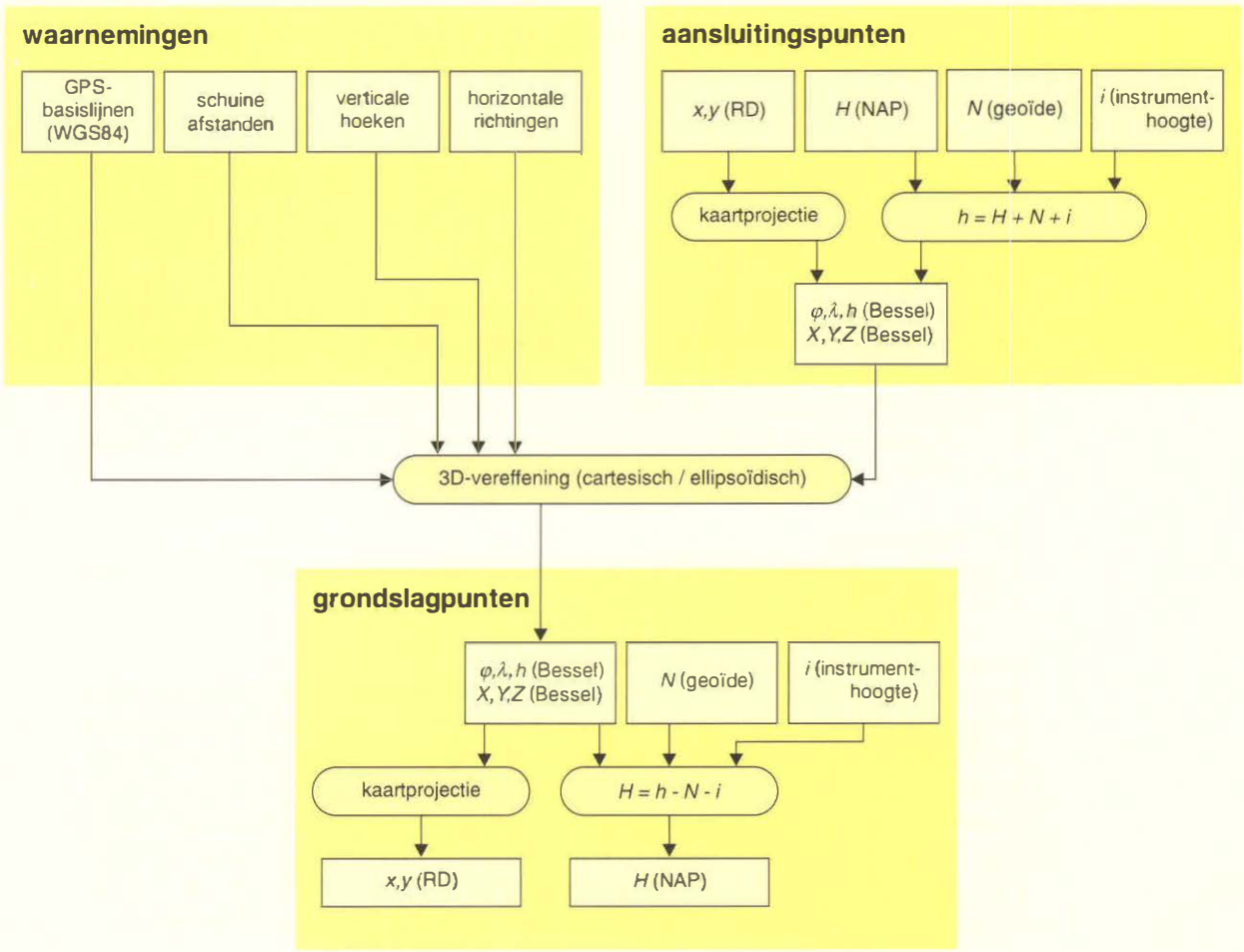
Voor paspuntsbepaling is een precisie van de hoogten op decimeter-niveau voldoende. Wordt gestreefd naar een NAP-hoogtebepaling met een standaardafwijking van enkele centimeters of kleiner, dan dienen bij de vereffening de transformatieparameters van ETRS89 naar RD(Bessel) vastgehouden te worden op de waarden zoals vermeld in § 2.4.2. Deze transformatieparameters komen dan niet als onbekenden in het vereffeningsmodel voor (zie ook § 5.4). De geoïdehoogten ten opzichte van Bessel zijn namelijk berekend door geoïdehoogten ten opzichte van ETRS89 te transformeren met behulp van deze gepubliceerde parameters.

5.2.5 Gecombineerde terrestrische en GPS-netwerken

Gecombineerde netwerken worden voornamelijk gebruikt voor de bepaling van detailgrondslagnetten. Bij de bepaling van paspunten beperken de terrestrische waarnemingen zich meestal tot afstanden tussen de vliegschijven en is er eigenlijk sprake van een GPS-netwerk.

In figuur 5.6 is de gegevensverwerking van de gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting schematisch weergegeven. Het schema bevat de volgende onderdelen:

Waarnemingen
Waarnemingsgrootheden zijn:
- schuine afstanden;
- verticale hoeken;
- horizontale richtingen;
- GPS-basislijnen;
- hoogteverschillen uit waterpassing (niet in figuur 5.6);
- coördinaten van de aansluitingspunten.



Figuur 5.6: Gegevensverwerking bij gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting.

In het schema wordt er vanuit gegaan dat de GPS-basislijnen zijn berekend tussen de GPS-antennes. Daardoor speelt de instrumenthoogte hier een rol, wat niet het geval is bij de hiervoor besproken methoden van grondslagmeting. De waarnemingen hoeven nu niet gecorrigeerd te worden. Het is echter mogelijk om de schuine afstanden met behulp van de verticale hoeken te corrigeren als bij de terrestrische netwerken. Dan vervallen de verticale hoeken als waarnemingsgrootheden voor de vereffening. Wordt bij de basislijnberekening rekening gehouden met de hoogte van de antennes boven het grondslagpunt, dan vervalt de instrumenthoogte in figuur 5.6. Alle waarnemingsgrootheden hebben dan betrekking op de grondslagpunten zelf.

Aansluitingspunten

De coördinaten van de aansluitingspunten kunnen zijn gegeven in één, twee of drie dimensies. Eén-dimensionale aansluitingspunten zijn punten waarvan de hoogte (*H* NAP) bekend is. Twee-dimensionale aansluitingspunten (RD-punten of grondslagelementen) zijn punten waarvan de coördinaten voor de situatie (*x*,*y* RD) bekend zijn. Drie-dimensionale aansluitingspunten (doorgaans punten van het GPS-kernnet) zijn gegeven als (*x*,*y* RD) voor de situatie en (*H* NAP) voor de hoogte.

Vereffening

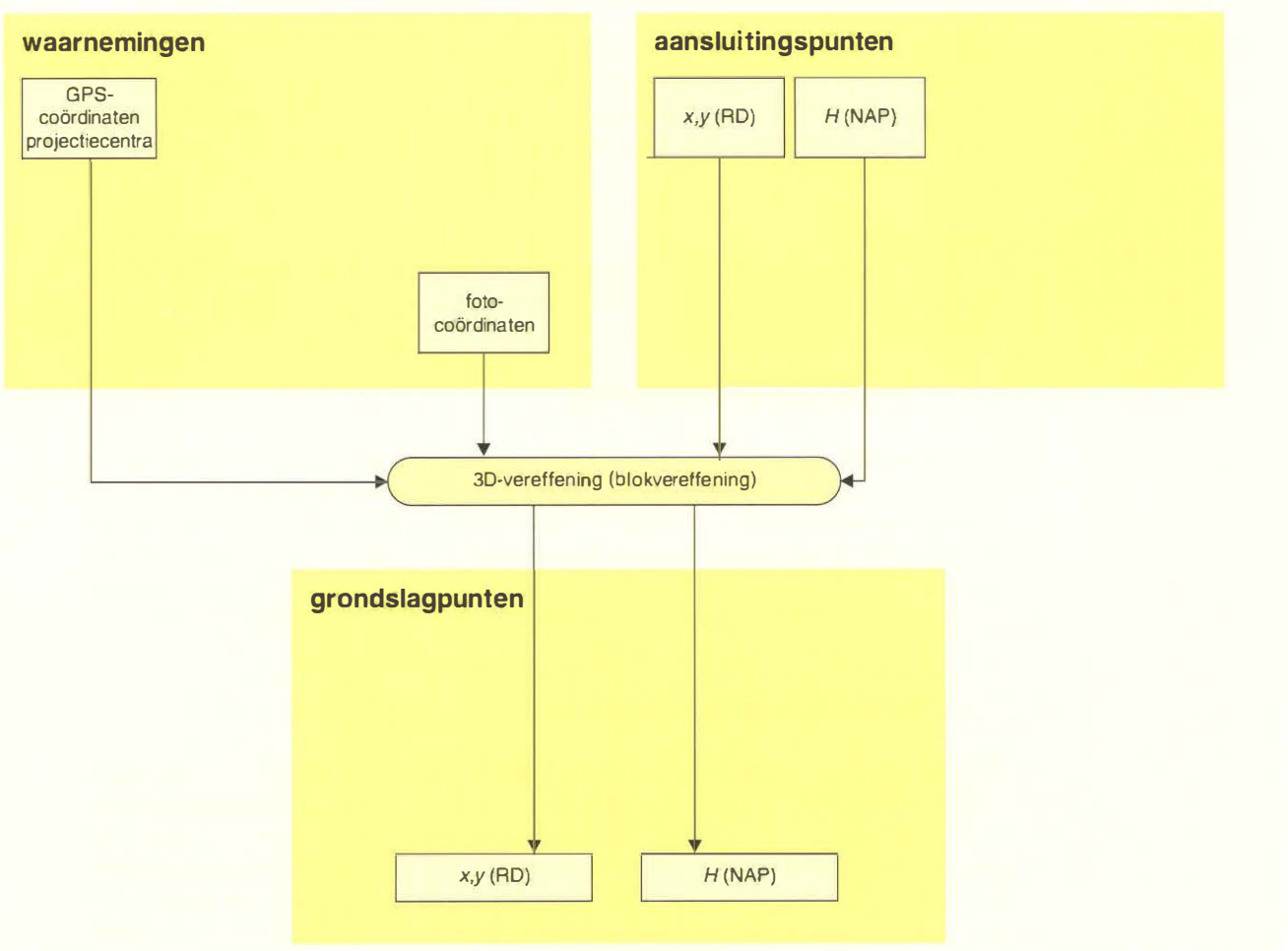
Voor gecombineerde netwerken is een vereffening gebaseerd op geografische coördinaten het meest efficiënt, omdat dan gemakkelijk waarnemingen en aansluitingspunten van een verschillende dimensie kunnen worden gecombineerd. (Indien bijvoorbeeld een RD-punt als aansluitingspunt wordt gebruikt, hoeft de hoogte van dat punt niet in het model te worden opgenomen.) De (onbekende) coördinaten van de punten van het netwerk kunnen het beste in het RD(Bessel)-stelsel worden gedefinieerd.

Grondslagpunten
Resultaat van de netwerkvereffening zijn de coördinaten van alle punten van het netwerk in het RD-stelsel.

De bepaling van hoogten uit gecombineerde netwerken
De bepaling van hoogten uit gecombineerde netwerken is alleen zinvol voor die punten die met GPS zijn aangemeten. De bepaling van de hoogte is beschreven in § 5.2.4.

5.2.6 Fotogrammetrische netwerken

Fotogrammetrische grondslagnetwerken, ook wel fotogrammetrische blokken genoemd, worden opgezet en vereffend voorafgaand aan de fotogrammetrische detailmeting (zie hoofdstuk 7). Tijdens de fotogrammetrische detailmeting of kartering worden de drie-dimensionale coördinaten van de punten in het fotogrammetrische blok gebruikt voor de aansluiting van de fotogrammetrische modellen. Meestal wordt de kartering per model uitgevoerd. De fotogrammetrische grondslagbepaling wordt alleen in combinatie met de fotogrammetrische detailmeting toegepast.



Figuur 5.7: Gegevensverwerking bij fotogrammetrische grondslagmetingen.

In figuur 5.7 is de gegevensverwerking van de fotogrammetrische grondslagmeting schematisch weergegeven. Het schema bevat verschillende onderdelen.

Waarnemingen
Waarnemingsgrootheden zijn:
- fotocoördinaten;
- coördinaten van de aansluitingspunten;
- coördinaten van de projectiecentra bij fotogrammetrische opname met GPS.

Aansluitingspunten
De coördinaten van de aansluitingspunten (in de fotogrammetrie paspunten genoemd) zijn *voor* de vereffening bepaald met behulp van terrestrische, GPS- of gecombineerde grondslagnetten. In sommige gevallen worden ook de coördinaten van de projectiecentra, oftewel de positie van de camera tijdens de opname, bepaald met behulp van GPS (zie § 7.3).
De coördinaten van de aansluitingspunten kunnen gegeven zijn in één, twee of drie dimensies. Eén-dimensionale aansluitingspunten zijn punten waarvan de hoogte (H NAP) bekend is. Twee-dimensionale aansluitingspunten zijn punten waarvan de coördinaten voor de situatie (x,y RD) gegeven zijn. Van drie-dimensionale aansluitingspunten zijn zowel de hoogte als de situatie gegeven (x,y,H).

Vereffening
De 3D-vereffening wordt in de fotogrammetrie (bundel)blokvereffening genoemd. De blokvereffening wordt doorgaans uitgevoerd in een cartesisch stelsel, dat in het gebied van het project het RD-stelsel benadert voor de situatie en het NAP-stelsel voor de hoogte.

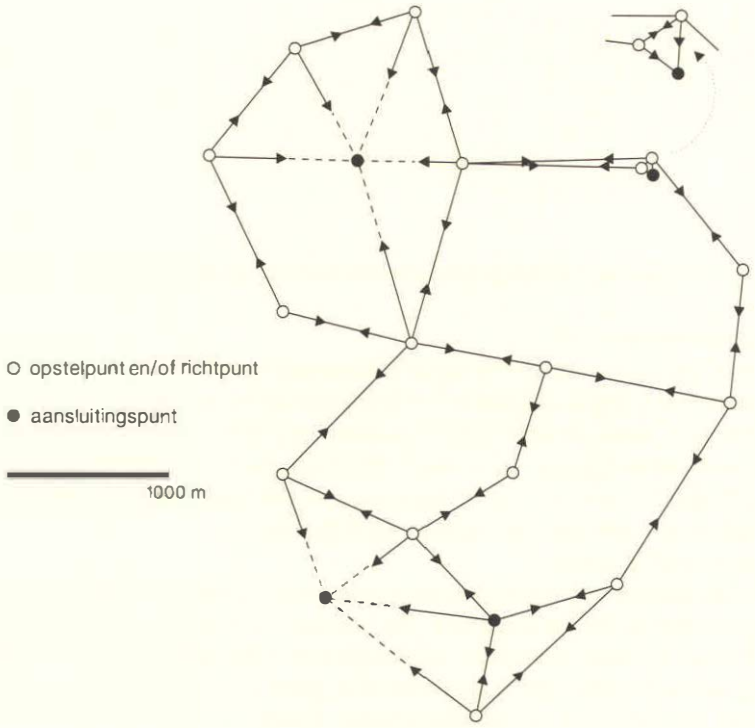
Grondslagpunten
Resultaat van de netwerkvereffening zijn de coördinaten van alle punten van het netwerk in het RD-stelsel en hoogten in het NAP-stelsel.

5.3 Terrestrische grondslagmeting

Een terrestrisch grondslagnet is een samenhangende en geordende verzameling van richtingen en afstanden tussen bestaande en nieuwe punten ten behoeve van de verdichting van de bestaande grondslag. Kenmerkend voor terrestrische grondslagmeting is dat de puntsbepaling plaats vindt op basis van de klassieke waarnemingsgrootheden, namelijk richtingen en afstanden. Terrestrische grondslagmeting wordt hoofdzakelijk toegepast bij de verdichting van het bestaande puntenveld voor de detailmeting.

5.3.1 Doelstelling en randvoorwaarden

De *doelstelling* van een grondslagnet is in het algemeen de verdichting van het bestaande puntenveld ten behoeve van een bepaald meetproject. Grondslagnetten kunnen in elke verdichtingsfase worden gebruikt. Hoofdgrondslagnetten worden vooral gelegd in grotere gebieden voor de bepaling van hoofdpunten en paspunten of als eerste verdichtingsfase voor grotere meetprojecten. Detailgrondslagnetten hebben als voornaamste doel om punten te bepalen die direct kunnen worden gebruikt voor de terrestrische detailmeting. Het detailgrondslagnet verbindt de opstelpunten van de detailmeting bij de ver-



Figuur 5.8: Voorbeeld van een hoofdgrondslagnet (kringnet).

vaardiging en bijhouding van een (digitale) kaart. Voor reconstructiedoeleinden is slechts zelden een detailgrondslag nodig, namelijk alleen dan wanneer in grotere gebieden de kadastrale grenzen gereconstrueerd moeten worden.
Detailgrondslagnetten kunnen ook worden opgezet voor de verdichting van het RD-puntenveld. De detailgrondslag dient dan voor het bepalen van terrestrische grondslagelementen die een laatste verdichting van het RD-puntenveld vormen. Terrestrische grondslagelementen zijn aansluitingspunten voor latere detailmetingen en detailgrondslagen.

De *uitgangspunten* voor terrestrische grondslagnetten komen overeen met die van grondslagnetten in het algemeen:

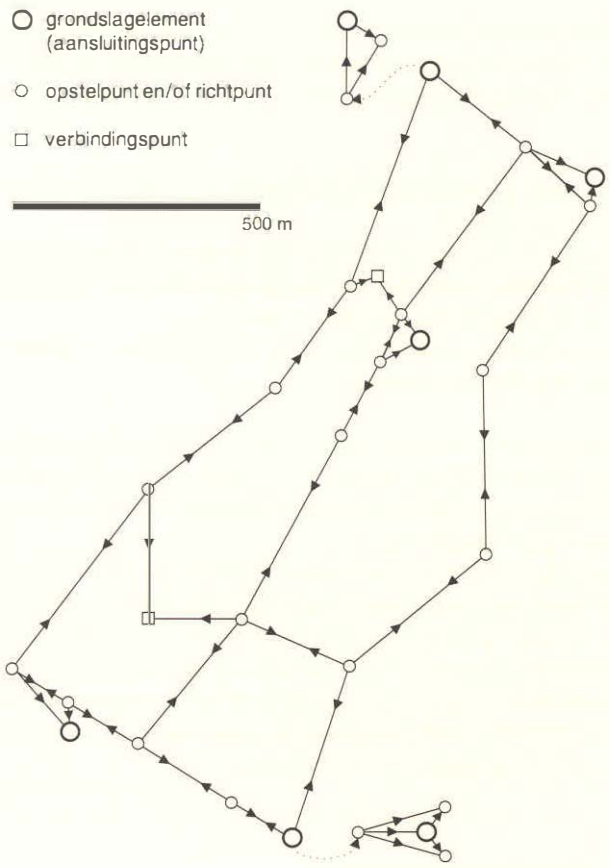
- De levensduur van de grondslag is beperkt tot de duur van het project waarvoor de grondslag wordt gemaakt, tenzij punten van het grondslagnet als hoofdpunt dan wel als terrestrisch grondslagelement worden bepaald.
- Het meetontwerp van de grondslag is zodanig dat modelfouten in het waarnemingsmateriaal kunnen worden opgespoord.

Nieuwe hoofdgrondslagnetten worden altijd aangesloten aan RD-punten. Detailgrondslagnetten die voor de verdichting van het RD-puntenveld worden gebruikt, worden aangesloten aan RD-punten, terrestrische grondslagelementen en eventueel punten van recent gemeten hoofdgrondslagnetten.
De meetontwerpen van grondslagnetten moeten gericht zijn op de betrouwbaarheid van de resultaten. Daarnaast moet een nieuwe grondslag ook aan bepaalde (relatieve) precisie-eisen voldoen. Gezien de hoge kwaliteit van het meetinstrumentarium wordt het meetontwerp voornamelijk bepaald door de betrouwbaarheidseisen. Voor grondslagnetten streeft men een homogene precisie na; bij hoofdgrondslagnetten streeft men daarnaast ook een homogene betrouwbaarheid na. De eisen aan precisie en betrouwbaarheid worden per soort terrestrisch grondslagnet besproken.

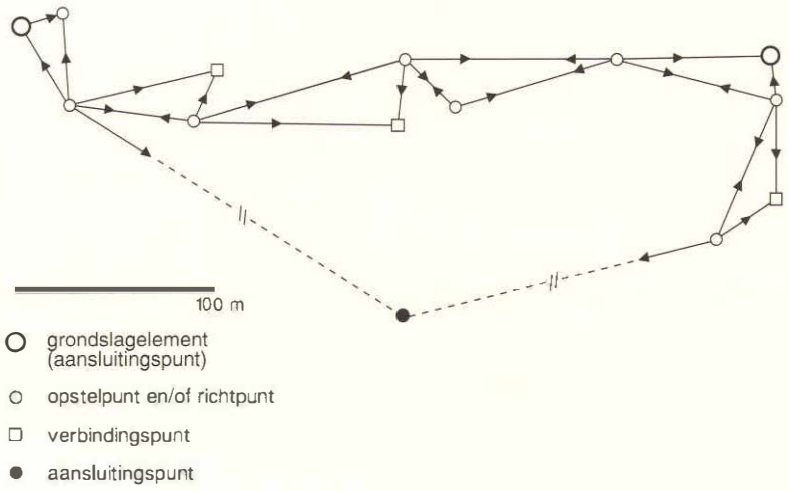
Op grond van het meetontwerp worden drie soorten grondslagnetten onderscheiden:

1 Hoofdgrondslagnetten
Een veel gebruikte vorm voor een hoofdgrondslagnet is het kringnet. Dit is een verzameling van kringen of gesloten veelhoeken waarin bestaande grondslagpunten zijn opgenomen, hetzij als onderdeel van een kring, hetzij door voorwaartse insnijding vanuit een aantal punten van het netwerk (zie figuur 5.8). Terrestrisch gemeten hoofdgrondslagnetten worden steeds minder vaak gebruikt, omdat in toenemende mate gebruik wordt gemaakt van GPS-grondslagmeting.

2 Detailgrondslagnetten
Voor detailgrondslagnetten zijn de eisen minder streng en zijn de beperkingen die door het terrein worden opgelegd vaak veel groter. Hoewel ook hier kringen zijn aan te bevelen vanwege de logische en inzichtelijke structuur, is er meer vrijheid in de keuze van meetconstructies mogelijk (zie figuur 5.9). Zo kan bijvoorbeeld gebruik worden gemaakt van verbindingspunten waarbij de grondslagpunten niet rechtstreeks met elkaar worden verbonden. Veelal gebeurt de terreinverkenning en meting in directe samenhang met de terrestrische detailmeting, omdat hierbij vaak dezelfde meetapparatuur wordt gebruikt. De berekening van de grondslag en de detailmeting geschiedt echter bij voorkeur afzonderlijk, hoewel integrale vereffening van een grondslagnet en een detailmeting heel goed mogelijk is.



Figuur 5.9: Voorbeeld van een detailgrondslagnet.



Figuur 5.10: Voorbeeld van een veelhoek.

De detailgrondslag kan worden gebruikt voor de verdichting van het RD-puntenveld (bepaling van terrestrische grondslagelementen), als grondslag voor de bijhouding of vervaardiging van een digitale kaart of een combinatie van beide.
Er wordt niet van een detailgrondslag gesproken als een beperkt aantal opstelpunten (5 of minder) wordt gebruikt voor een detailmeting.

3 Veelhoeken (polygonen)
De veelhoek is een bijzondere vorm van een detailgrondslagnet. De veelhoek wordt afzonderlijk behandeld, omdat het meetontwerp hiervoor afwijkt van dat van detailgrondslagnetten (zie figuur 5.10). De veelhoek kan dienen als een grondslag bij kleine bijhoudingsmetingen en de reconstructie van grenzen. De veelhoek mag *niet* worden gebruikt voor het verdichten van het RD-puntenveld.

Het is van belang zorgvuldig aandacht te besteden aan de keuze van de aansluitingspunten, teneinde een verantwoorde relatieve precisie van de nieuwe punten te waarborgen ten opzichte van het bestaande puntenveld en een homogeen puntenveld te creëren. Als meetinstrumentarium wordt in het algemeen gebruik gemaakt van een theodoliet in combinatie met een elektronische afstandsmeter of van een elektronische tachymeter.

	hoofdgrondslag	detailgrondslag	veelhoek
voorbeeld	figuur 5.8	figuur 5.9	figuur 5.10
toepassing	• verdichting RD-net • paspuntsbepaling • back-up methode bij uitval GPS	• topografische opname • bijhoudingsmeting • reconstructie	• bijhoudingsmeting • reconstructie
kenmerkende zijdelengte	1 km	50-500 m	50-500 m
frequentie toepassing	zelden	veelvuldig	soms
kenmerkende kwaliteit	• hoge precisie • hoge betrouwbaarheid	• hoge precisie • redelijke tot hoge betrouwbaarheid	• redelijke precisie • matige betrouwbaarheid
ontwerpregels	streng	pragmatisch	streng
eisen aan de meting	hoog	pragmatisch	pragmatisch
bijzonderheden	vaak basis voor detail-grondslag	vaak in combinatie met detailmeting	vaak in combinatie met detailmeting

Tabel 5.2: Kenmerkende eigenschappen van de verschillende soorten terrestrische grondslagnetten.

In tabel 5.2 worden de kenmerken van de drie soorten terrestrische grondslagnetten aangegeven.

Zowel voor een hoofdgrondslag, als voor een detailgrondslag en een veelhoek worden de volgende meetconstructies gebruikt:
- open veelhoeken;
- gesloten veelhoeken (kringen);
- insnijdingen;
- centreringen.

Bij een detailgrondslag (inclusief veelhoeken) kan daarnaast nog gebruik worden gemaakt van verbindingspunten.

De eisen aan de metingen zijn voor hoofdgrondslagen strenger dan voor detailgrondslagen. Zo moet bij een hoofdgrondslag op zowel standplaats als richtpunt een statief worden gebruikt. Bij de richtingsmeting moeten twee dubbelseries worden gemeten en de afstanden worden zowel heen als terug gemeten. Bij detailgrondslagen is het gebruik van statieven op de richtpunten niet noodzakelijk en zijn enkele richtingen en afstanden voldoende.

Voor alle soorten terrestrische grondslagnetten is het meet- en verwerkingsproces in grote lijnen hetzelfde. De structuur van het functiemodel en de vereffeningsmethodiek zijn gelijk. Het kansmodel voor de metingen en de aansluitingspunten is meestal verschillend voor hoofdgrondslagen en detailgrondslagen. Alleen indien nodig wordt een onderscheid gemaakt tussen de verschillende soorten grondslagen. Dit is voornamelijk het geval bij de ontwerpregels.

Eisen aan het meetontwerp

Het meetontwerp van terrestrische grondslagnetten wordt in hoge mate bepaald door de eisen aan de precisie van de grondslagpunten en de betrouwbaarheid van de waarnemingen. Voor terrestrische grondslagnetten zijn duidelijke normen ontwikkeld.

Voor *hoofdgrondslagen* worden de volgende kwaliteitseisen gesteld aan het meetontwerp:
- De relatieve precisie tussen de punten van het hoofdgrondslagnet moet homogeen zijn.
- In het vrije net moet de relatieve precisie van de coördinaten van een tweetal willekeurige punten i en j kunnen worden beschreven met een standaardellips die ligt binnen een cirkel met een straal r_{ij} waarvoor geldt:

  $$r_{ij} \leqq \sqrt{2c_1 l_{ij}} \ \text{[cm]} \quad , \quad \text{met } c_1 = 2 \text{ cm}^2/\text{km} \quad ,$$

  waarbij l_{ij} de afstand is tussen de punten i en j in kilometers.
- Modelfouten in de waarnemingen moeten kunnen worden opgespoord tijdens de vereffening van het vrije net.
- De betrouwbaarheid van de waarnemingsgrootheden moet homogeen zijn.
- Fouten in de aansluitingspunten moeten kunnen worden gevonden bij de toetsing van de aansluitingspunten.

Voor *detailgrondslagen* worden de volgende kwaliteitseisen gesteld aan het meetontwerp:

- In het vrije net moet de relatieve precisie van de coördinaten van een tweetal willekeurige punten i en j kunnen worden beschreven met een standaardellips die ligt binnen een cirkel met een straal r_{ij} waarvoor geldt:

$$r_{ij} \leqq \sqrt{2c_0 + 2c_1 l_{ij}} \ \text{[cm]} \quad , \quad \text{met } c_0 = 2 \text{ cm}^2 \text{ en } c_1 = 5 \text{ cm}^2/\text{km} \quad ,$$

  waarbij l_{ij} de afstand is tussen de punten i en j in kilometers.
- Een homogene relatieve precisie tussen de punten van het detailgrondslagnet moet worden nagestreefd.
- Modelfouten in de waarnemingen moeten kunnen worden opgespoord tijdens de vereffening van het vrije net.
- Fouten in de aansluitingspunten moeten kunnen worden gevonden bij de toetsing van de aansluitingspunten.

Voor *veelhoeken* gelden voor wat betreft de precisie dezelfde eisen als voor detailgrondslagnetten.

5.3.2 Procesbeschrijving

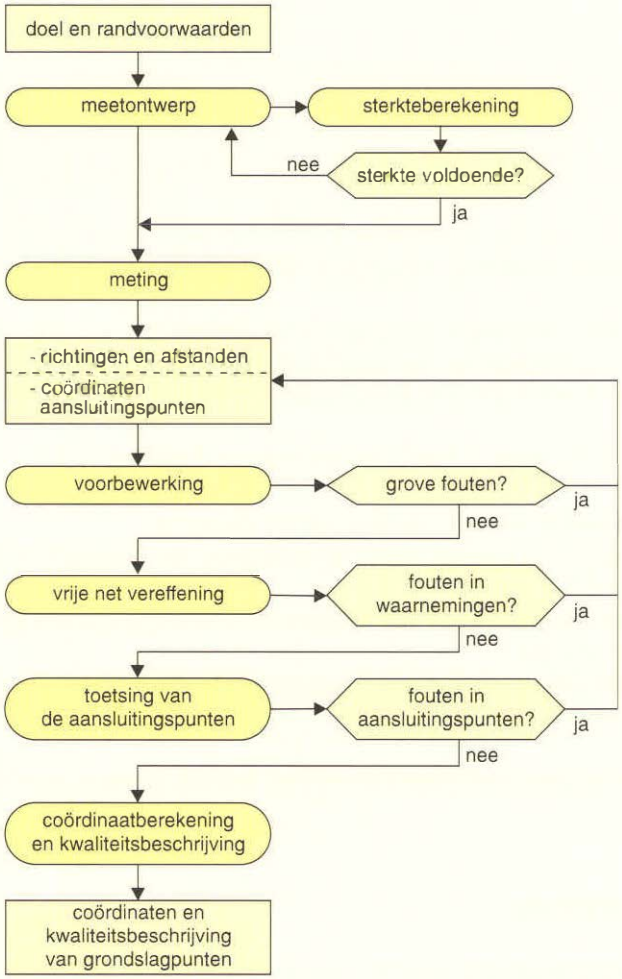
Het meet- en verwerkingsproces voor het realiseren van een grondslagnet is in figuur 5.11 in beeld gebracht.

Doel en randvoorwaarden

De uitgangspunten van het proces zijn het doel van het te leggen grondslagnet en het gebied waarvoor nieuwe grondslagpunten moeten worden vastgesteld. In dit stadium wordt reeds gekozen voor het soort grondslagnet.

Indien punten van oude grondslagen aanwezig zijn, is het in het algemeen ongewenst deze punten als aansluitingspunten in het nieuwe grondslagnet op te nemen. Immers, grondslagpunten hebben slechts een functie in het project waarvoor ze zijn bestemd. De inhomogeniteit van oude puntenvelden kan dan niet doorwerken in de nieuwe grondslag waardoor de kwaliteit van het nieuwe puntenveld niet nadelig wordt beïnvloed. Alleen RD-punten en terrestrische grondslagelementen (bij detailgrondslagen en veelhoeken) hebben een functie als aansluitingspunt bij de verdichting.

Uitgaande van het doel van de meting en de bestaande aansluitingspunten wordt bepaald op welke plaatsen nieuwe punten moeten komen. Als het doel van de meting is de bepaling van paspunten voor een fotogrammetrische opname, dan is het signaliseringsplan de bron voor de bepaling van de plaats van de nieuwe punten (zie § 7.3). Tevens wordt bepaald welke nieuwe hoofdpunten (bij kringnetten) of terrestrische grondslagelementen (bij detailgrondslagen) moeten worden gecreëerd.



Figuur 5.11: Meet- en verwerkingsproces voor terrestrische grondslagnetten.

Meetontwerp

Op basis van de plaats van de bestaande punten en de nieuw te bepalen punten wordt het meetontwerp gemaakt. Hiervoor zijn ontwerpregels beschikbaar. Het meetontwerp bestaat uit een aantal onderdelen:

- Een analyse van de bestaande grondslag. Voor een hoofdgrondslag betreft dit met name de RD-punten in het gebied. Op grond van een globale analyse van het meetproject wordt bepaald aan welke RD-punten wordt aangesloten. Eventueel wordt in overleg met de Rijksdriehoeksmeting de kwaliteit van de in het gebied gelegen RD-punten geanalyseerd. Zo nodig worden maatregelen getroffen om de beschikbare coördinaten te verbeteren. Eventueel kan een extra RD-punt worden bepaald door de Rijksdriehoeksmeting.
  Bij een detailgrondslagnet of veelhoek wordt aangesloten aan recent bepaalde grondslagpunten, aan terrestrische grondslagelementen, of aan RD-punten. Ook hier wordt een expliciete keuze gemaakt voor de punten die als aansluitingspunt moeten gaan dienen.
- De keuze van het instrumentarium. Voor hoofdgrondslagen wordt gebruik gemaakt van theodolieten en afstandsmeters of van elektronische tachymeters, mits aan de eisen voor de meetprecisie kan worden voldaan. Bij detailgrondslagen en veelhoeken wordt gebruik gemaakt van tachymeters.
- Een verkenning in het terrein. De terreinverkenning vindt plaats aan de hand van een meetontwerp. De onderlinge zichtbaarheid van de grondslagpunten wordt onderzocht om een meetontwerp te kunnen maken dat kan worden gerealiseerd in het terrein. Het meetontwerp wordt doorgaans vastgelegd op een topografische kaart.

Sterkteberekening
Voor de beoordeling van de kwaliteit van het meetontwerp kan een sterkteberekening van het grondslagnet worden uitgevoerd. Dit houdt in dat door middel van een rekenkundige analyse van het meetontwerp wordt onderzocht of de meetopzet voldoende betrouwbaar is en of aan de precisie-eisen wordt voldaan. Toepassing van de ontwerpregels biedt voldoende waarborg voor een goed meetontwerp en in dat geval hoeft geen sterkteberekening te worden uitgevoerd. Wanneer wordt afgeweken van de ontwerpregels, is het aan te bevelen wel een sterkteberekening uit te voeren. Het meetontwerp dient uiteraard te worden verbeterd als uit de sterkteberekening blijkt dat het net zwakke plekken heeft.

Meting
Op basis van het meetontwerp wordt een meetopzet (bestek) gemaakt waarin de te verrichten metingen worden beschreven. Hierin wordt expliciet aangegeven welke waarnemingen moeten worden verricht en aan welke precisie-eisen de waarnemingen moeten voldoen.
De meetresultaten vormen de invoer voor het verwerkingsproces. Naast de metingen zijn ook de coördinaten van de aansluitingspunten waarnemingsgrootheden.

Voorbewerking
Het doel van de voorbewerking is de berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van de netwerkpunten. De benaderde waarden zijn nodig om het functiemodel op te stellen voor de toetsing en de coördinaatberekening. Daarnaast dient de voorbewerking om grove fouten in de waarnemingen op te sporen en te herstellen. Grove fouten zijn bijvoorbeeld ontbrekende metingen, foute puntnummers en blunders.

Vrije net vereffening en toetsing van de aansluitingspunten
De beoordeling van de kwaliteit van het net vindt plaats door middel van een kleinstekwadraten vereffening, waarbij wordt getoetst of de waarnemingen passen in het gekozen model. Deze toetsing wordt uitgevoerd in twee fasen. In de eerste fase, of vrije net vereffening, wordt alleen het vrije net getoetst om fouten in de waarnemingen op te sporen. Als foute metingen niet kunnen worden hersteld, moeten ze uit het waarnemingenbestand worden verwijderd, of worden overgemeten. De coördinaten van de aansluitingspunten worden hierbij niet betrokken. Vervolgens worden in de tweede fase vereffening fouten in de aansluitingspunten opgespoord. Er wordt beoordeeld of het nieuwe net voldoende past in het bestaande puntenveld. Bij deze toetsing worden ook de coördinaten van de aansluitingspunten als waarnemingen beschouwd. Fouten in de aansluitingspunten moeten worden hersteld, of de betreffende aansluitingspunten moeten worden verwijderd.

Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving
Zodra de toetsing tot bevredigende resultaten heeft geleid, kan de definitieve coördinaatberekening worden uitgevoerd. De punten die als permanente grondslagpunten worden aangemerkt, zoals hoofdpunten en terrestrische grondslagelementen, worden met de bijbehorende kwaliteitsparameters gearchiveerd. De kwaliteit van de andere punten van de grondslag wordt niet expliciet beschreven en is overeenkomstig de kwaliteit van gelijksoortige grondslagen, mits de vuistregels en ontwerpregels zijn gevolgd (zie § 2.6.2).

5.3.3 Meetontwerp

Het meetontwerp wordt afzonderlijk behandeld voor hoofdgrondslagen, detailgrondslagen en veelhoeken. Voor hoofdgrondslagen zijn de ontwerpregels het strengst. De ontwerpregels voor de detailgrondslagen houden rekening met het feit dat de ligging van de grondslagpunten veelal door de eisen van de detailmeting wordt bepaald. De ontwerpregels voor detailgrondslagen vertonen echter wel overeenkomsten met die van hoofdgrondslagen.

5.3.3.1 Meetontwerp hoofdgrondslagen

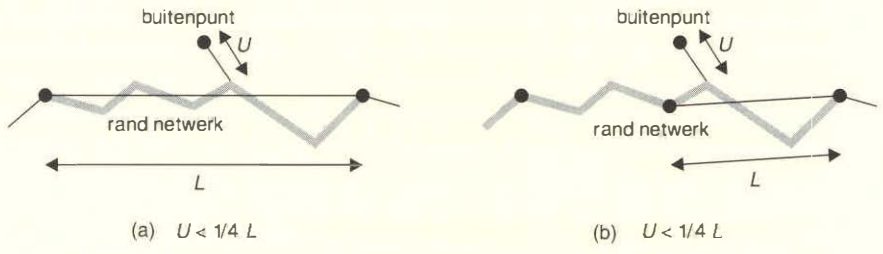
Ontwerpregels

Aansluitingspunten
Voor de aansluitingspunten gelden de volgende ontwerpregels:

- Aansluitingspunten zijn RD-punten.
- Alle in het gebied aanwezige RD-punten moeten worden opgenomen in het net.
- Aan de rand van het netwerk dienen regelmatig verspreid aansluitingspunten te liggen.
- Aansluitingspunten die minder dan 1 km buiten het net zijn gelegen, moeten in het net worden opgenomen. Dit is niet nodig indien reeds op voldoende wijze aan nabij gelegen aansluitingspunten is aangesloten. Potentiële aansluitingspunten buiten het net worden buitenpunten genoemd.
- Voor de buitenpunten geldt het criterium van de uitbuiging (zie figuur 5.12). Een buitenpunt moet in het netwerk worden opgenomen indien:

  $$U < \tfrac{1}{4} L \quad ,$$

  waarbij U de afstand is van het buitenpunt tot het meest nabijgelegen punt aan de rand van het net. L is de afstand tussen de twee dichtst bij het buitenpunt gelegen aansluitingspunten.



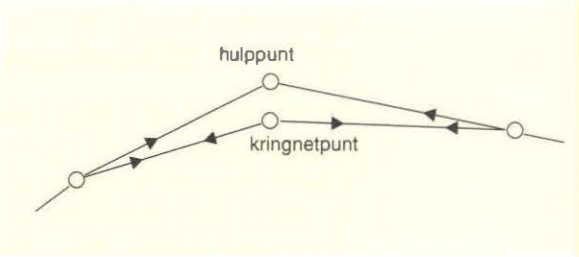
Figuur 5.12: Uitbuiging van netwerk: (a) uitbuiging is te groot, dus netwerk uitbreiden; (b) uitbuiging is toegestaan.

  Het niet voldoen aan het criterium van de uitbuiging kan reden zijn om het net uit te breiden of zonodig de Rijksdriehoeksmeting een nieuw aansluitingspunt te laten plaatsen.
- Het aantal aansluitingspunten is ten minste 4.

Grootte van de kringen

Een hoofdgrondslag is in beginsel een kringnet. In een kringnet wordt onderscheid gemaakt tussen buitenkringen (kringen aan de rand van het net) en binnenkringen (kringen die volledig zijn ingesloten door andere kringen). Het maximale aantal zijdelengten van een kring is 7 voor buitenkringen en 12 voor binnenkringen. De ideale kringgrootte is 6 zijden voor buitenkringen en 10 voor binnenkringen.

Indien de maximale kringgrootte wordt overschreden, wordt getracht de constructie te versterken door het uitvoeren van extra richtings- en afstandsmetingen. Dit kan bijvoorbeeld door het toevoegen van een extra hulppunt vlakbij een grondslagpunt (zie figuur 5.13). Op dit hulppunt behoeft niet te worden opgesteld. Ook is het mogelijk de betrouwbaarheid te verhogen door vanaf meerdere punten metingen uit te voeren naar een willekeurig punt (bijvoorbeeld door middel van een insnijdingsconstructie; zie figuur 5.16).



Figuur 5.13: Voorbeeld van het gebruik van een hulppunt.

Verdichtingsafstand

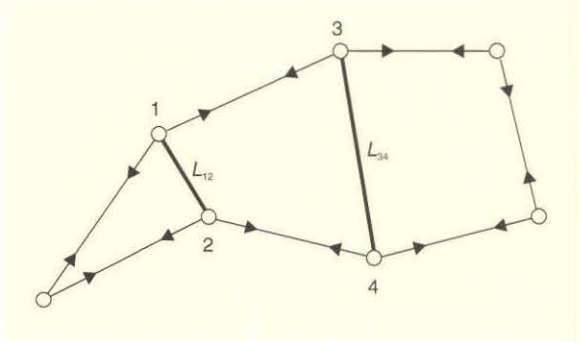
Ten aanzien van de vorm van de kringen geldt een grote mate van vrijheid. De invloed van de vorm op de precisie en de betrouwbaarheid is voor een normale meetkundige constructie gering. Om een goede relatieve precisie te waarborgen mogen punten, die niet direct onderling met metingen zijn verbonden, niet te dicht bij elkaar liggen. De kortste afstand die mag optreden tussen twee punten in het net die niet door metingen zijn verbonden, de zogenaamde verdichtingsafstand, wordt berekend als:

$$L_{min} = L_{gem} \times \sqrt{\frac{n}{3}} \quad ,$$

waarbij:

L_{min} verdichtingsafstand;
n het aantal punten op de kortste verbindingsweg langs de zijden van het net (inclusief begin- en eindpunt);
L_{gem} gemiddelde zijdelengte in het netwerk.

Een voorbeeld van het gebruik van de verdichtingsafstand is gegeven in figuur 5.14. De afstand van punt 1 naar 2 (L_{12}) is kleiner dan de verdichtingsafstand ($n = 3$), dus de punten 1 en 2 moeten met elkaar worden verbonden. De afstand van punt 3 naar 4 (L_{34}) is groter dan de verdichtingsafstand ($n = 4$); de punten 3 en 4 hoeven niet met elkaar te worden verbonden.



Figuur 5.14: Voorbeeld van een toepassing van de verdichtingsafstand.

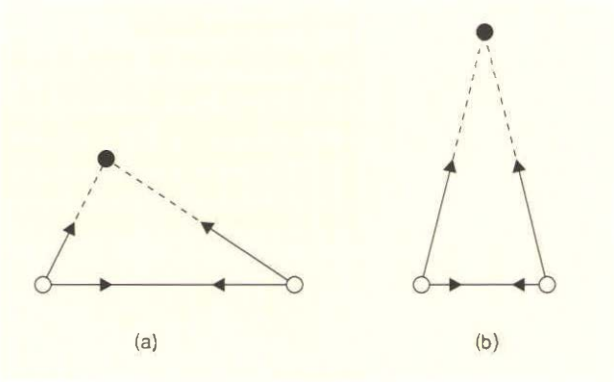
Lengte van de kringnetzijde
De zijdelengten moeten dezelfde orde van grootte hebben, bij voorkeur variërend van 500 m tot 1500 m. Als minimale zijdelengte wordt 500 m aanbevolen.

Insnijdingen
Een in te snijden punt dient ten minste door 4 richtingen te worden ingesneden, bij voorkeur vanuit opeenvolgende kringnetpunten. De opeenvolging is niet noodzakelijk. Wel is het vereist dat er minimaal twee opeenvolgende punten zijn met een richtingsmeting naar het in te snijden punt in verband met de berekening van benaderde coördinaten.

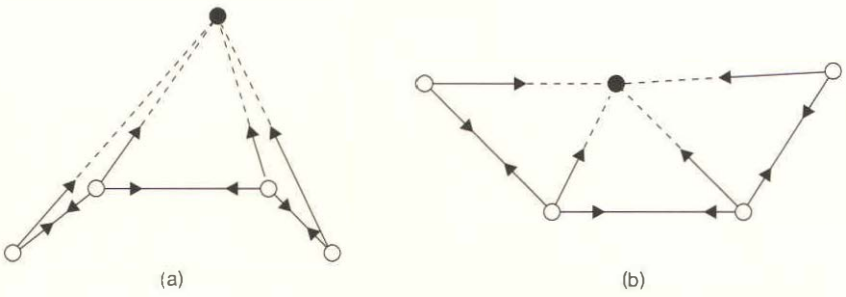
Het minimale aantal van 4 richtingen is een gevolg van de eis om eventuele fouten te kunnen lokaliseren. Bij een insnijding met 2 richtingen is het ingesneden punt wel bepaald, maar zijn de waarnemingen niet gecontroleerd. Met 3 insnijdingen ontstaat er één voorwaarde, zodat bij de vrije net vereffening alleen geconstateerd kan worden dat er een fout is gemaakt. Het is dan niet mogelijk om te bepalen welke waarneming fout is.

De afstanden naar een in te snijden aansluitingspunt moeten ongeveer even groot zijn en van dezelfde grootte-orde als de gemiddelde zijdelengte van het net. De afstand tot het aansluitingspunt mag niet groter zijn dan ongeveer 1,5 km, terwijl de minimale lengte ongeveer 60% van de gemiddelde zijdelengte mag zijn.

Ten aanzien van de precisie is een insnijding vanuit twee punten optimaal, wanneer een tophoek van ongeveer 100 gon ontstaat (zie figuur 5.15a). Daarbij dienen de twee punten van waaruit de insnijding plaats heeft, te zijn verbonden door richtings- en afstandsmeting.
Ten aanzien van de betrouwbaarheid geldt dat, bij insnijding van een punt met een kleine tophoek, de beide richtingen elkaar controleren (zie figuur 5.15b).
Deze beide uitgangspunten zijn in figuur 5.16a gecombineerd. Een mooiere insnijdingsconstructie is die waarbij het aansluitingspunt zodanig omsloten wordt dat er een vorm ontstaat die vergeleken kan worden met een 'half wagenwiel' (zie figuur 5.16b).



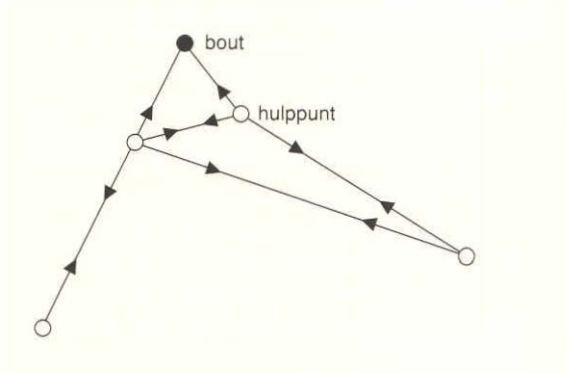
Figuur 5.15: Tophoek bij insnijdingen (tophoek van ±100 gon (a) en kleine tophoek (b)).



Figuur 5.16: Insnijdingsconstructies die aan de eisen van precisie en betrouwbaarheid voldoen.

Centreringen (excentrische opstellingen)
In bepaalde gevallen kan niet rechtstreeks op een punt worden opgesteld, bijvoorbeeld als het een punt in een gevel betreft dat is verzekerd door middel van een bout. In dergelijke gevallen wordt veelal op het punt aangesloten door gebruik te maken van een hulpconstructie: het zogenaamde Kadasterdriehoekje. Dit driehoekje wordt gevormd door het aansluitingspunt, het (excentrische) punt van een kring en een hulppunt.

Het driehoekje dient voor een goede betrouwbaarheid zoveel mogelijk te worden volgemeten en tijdens de metingen dient dwangcentrering te worden toegepast. Voor controle dient bovendien op het hulppunt in ieder geval een richting en zo mogelijk een afstand te worden gemeten naar een nabij gelegen kringnetpunt.



Figuur 5.17: Centreringsmeting met willekeurig gekozen hulppunt.

Als het aansluitingspunt een RD-punt is waarnaar geen afstand kan worden gemeten (bijvoorbeeld de spits van een kerktoren), is het veelal noodzakelijk dit punt aan te meten door middel van een lokale driehoeksmeting.

Vuistregels voor de metingen
- Op alle punten moet (voorzover mogelijk) met behulp van een statief worden opgesteld.
- De richtingsmeting moet worden uitgevoerd met twee dubbelseries (volgens Bessel) en er moet een stationsvereffening worden uitgevoerd (zie appendix B).
- Afstanden moeten in heen- en teruggang worden gemeten.
- De gemeten afstanden moeten worden gecorrigeerd voor (zie appendix B):
  - meteo (temperatuur en druk worden gemeten en verwerkt conform de correctieformules van de fabrikant);
  - optelconstante (elke gebruikte combinatie afstandsmeter-prisma moet gekalibreerd zijn);
  - verticale hoek;
  - hoogte boven zeeniveau (ellipsoïde);
  - lijnvergroting (kaartprojectie).
- De gecorrigeerde afstanden voor de metingen in heen- en teruggang moeten worden gemiddeld. Het verschil tussen de twee afstanden mag niet groter zijn dan driemaal de standaardafwijking van een enkele afstandsmeting.

Vuistregels voor de berekening en toetsing
Als van de ontwerpregels wordt afgeweken, moet voor de meting en verwerking van het netwerk een sterkteberekening worden uitgevoerd.

De voorbewerking is een belangrijke stap voorafgaand aan de vereffening van een hoofdgrondslag. Door het berekenen en toetsen van sluitfouten per kring kunnen grove fouten gemakkelijk worden opgespoord. Het berekenen van goede benaderde waarden is vooral van belang als centreringen deel uitmaken van het netwerk. Voor de andere punten kunnen de benaderde waarden ook uit de topografische kaart worden geprikt.

De berekening wordt uitgevoerd in drie stappen:
1 vereffening van het vrije net, waarin op fouten in de waarnemingen wordt getoetst;
2 toetsing van de aansluitingspunten, waarin primair de coördinaten van de aansluitingspunten worden getoetst;
3 coördinaatberekening, waarin de definitieve coördinaten van de punten van het netwerk worden berekend.

Voor de toetsing wordt in alle rekenstappen de B-methode van toetsen gevolgd en worden de toetsingsparameters als volgt gekozen:
- onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets $\alpha_0 = 0{,}001$;
- onderscheidingsvermogen voor alle toetsen $\gamma_0 = 0{,}80$.

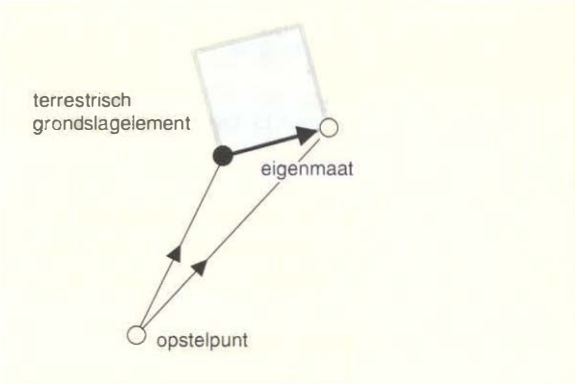
Bij de toetsing van het vrije net worden de fouten één voor één verwijderd of hersteld. Na toetsing van de waarnemingen moet het vrije net aan de kwaliteitseisen van een hoofdgrondslag voldoen; indien dit niet het geval is moeten waarnemingen worden overgemeten. Bij de toetsing van de aansluitingspunten mogen maximaal 2 aansluitingspunten worden verworpen. Bij netwerken met 4 aansluitingspunten mag echter slechts één aansluitingspunt worden verworpen.

5.3.3.2 Meetontwerp detailgrondslagen

Ontwerpregels

Aansluitingspunten
Als het doel van de detailgrondslag is de verdichting van het RD-puntenveld (bijvoorbeeld het bepalen van terrestrische grondslagelementen), gelden de volgende ontwerpregels voor de aansluitingspunten:
- Aansluitingspunten zijn RD-punten, terrestrische grondslagelementen en eventueel punten van een grondslagnet. Punten van een grondslagnet mogen alleen worden gebruikt wanneer ze recentelijk of in het kader van hetzelfde project zijn bepaald en er zekerheid is dat de verzekering intact is.
- Aan de rand van het netwerk dienen regelmatig verspreid aansluitingspunten te liggen.
- Alle in het gebied aanwezige RD-punten en terrestrische grondslagelementen moeten worden opgenomen in het net.
- Het wordt aangeraden om de mogelijke aansluitingspunten die buiten het net liggen (de buitenpunten) in het net op te nemen als de afstand van een dergelijk buitenpunt tot de rand van het net kleiner is dan de gemiddelde zijdelengte van het net.
- Buitenpunten moeten in het netwerk worden opgenomen als voor de uitbuiging geldt dat $U < \frac{1}{4}L$ (zie figuur 5.12).

- Aansluitingspunten worden gecontroleerd aangemeten. Bij voorkeur wordt een aansluitingspunt vanuit twee standplaatsen aangemeten. Als dit niet mogelijk is, moeten controlemetingen worden uitgevoerd (zie bijvoorbeeld figuur 5.18). Indien mogelijk wordt een dubbele controle uitgevoerd.
- Het aantal aansluitingspunten is ten minste 4.



Figuur 5.18: Voorbeeld van het gecontroleerd aanmeten van een terrestrisch grondslagelement.

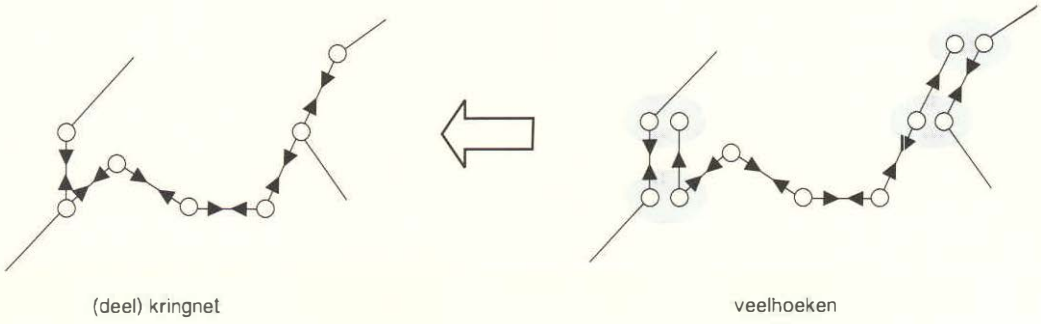
In veel gevallen wordt de detailgrondslag gebruikt voor de bijhouding of vervaardiging van een digitale kaart. Dan gelden voor de aansluitingspunten de volgende ontwerpregels:

- Aansluitingspunten zijn RD-punten, terrestrische en grafische grondslagelementen en grondslagpunten (echter alleen wanneer deze recentelijk zijn bepaald en geverifieerd is dat de verzekering intact is).
- Alle in het gebied aanwezige terrestrische of grafische grondslagelementen, die vanuit de standplaatsen zichtbaar zijn, worden aangemeten.
- Grondslagelementen moeten gecontroleerd worden aangemeten. Dit kan door het grondslagelement vanuit twee standplaatsen aan te meten of door middel van controlemetingen (zie figuur 5.18).
- In gebieden zonder terrestrische of grafische grondslagelementen moeten punten van de harde topografie, waarvan de coördinaten in de digitale kaart bekend zijn, worden gekozen als aansluitingspunt om de nabijheidsrelaties te waarborgen. Deze punten worden gepromoveerd tot grafisch grondslagelement wanneer geen fouten worden aangetoond bij de toetsing.
- Het aantal aansluitingspunten is ten minste 4.

Als de detailgrondslag de basis vormt voor de reconstructie van grenzen, hoeft niet te worden aangesloten aan het RD-puntenveld of punten van de digitale kaart.

Netstructuur

- De standplaatsen moeten zodanig worden gekozen dat de detailpunten doelmatig kunnen worden ingemeten.
- Nieuw te bepalen terrestrische grondslagelementen moeten vanuit minimaal 2 standplaatsen met richtings- en afstandsmeting worden ingemeten.
- De maximale grootte van de kringen is 10 zijden. Er wordt geen onderscheid gemaakt tussen binnen- en buitenkringen. Bij een detailgrondslag die is bedoeld voor de bijhouding of de vervaardiging van een kaart kan, als de maximale kringgrootte wordt overschreden, worden getracht de constructie te versterken door hulpconstructies.
- Onder bepaalde voorwaarden mag een kring met behulp van verbindingspunten worden opgebouwd (zie hierna).
- In plaats van kringen mag een net ook uit veelhoeken bestaan, mits in de eindpunten van de veelhoeken afsluitingsrichtingen naar punten in andere veelhoeken gemeten worden (zie figuur 5.19).

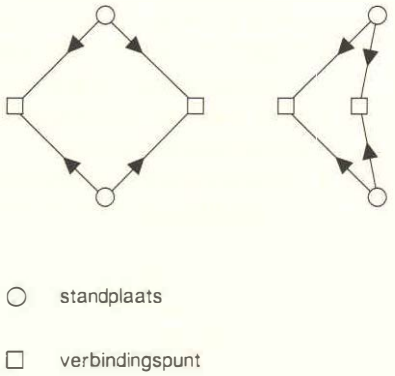


Figuur 5.19: Detailgrondslagnet opgebouwd uit veelhoeken.

- Bij twijfel verdient het aanbeveling de ontwerpregels voor het ontwerp van hoofdgrondslagen te volgen (hoewel de gemiddelde zijdelengte voor een detailgrondslag korter is en de zijdelengten sterker variëren).

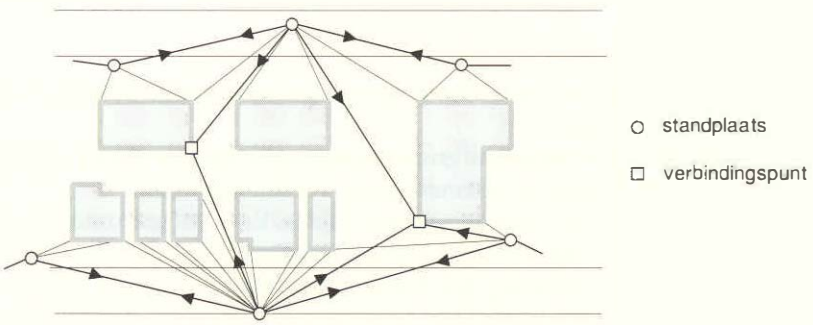
Verbindingspunten

Als hulpmiddel voor het ontwerp van de detailgrondslag kunnen twee standplaatsen indirect met elkaar worden verbonden via twee of meer verbindingspunten (zie figuur 5.20). Op beide standplaatsen worden de richtingen *en* afstanden gemeten naar de verbindingspunten. Op de verbindingspunten wordt niet opgesteld.



Figuur 5.20: Twee standplaatsen verbonden via verbindingspunten.

Deze constructie moet worden gezien als een aanvulling op de detailgrondslag gebaseerd op kringen. Omdat de ligging van de standplaatsen voornamelijk wordt bepaald door de doelmatigheid van de detailmeting, zijn standplaatsen onderling niet altijd goed zichtbaar. In dergelijke gevallen biedt deze opzet een goed alternatief (een voorbeeld is gegeven in figuur 5.21).



Figuur 5.21: Het gebruik van verbindingspunten bij de detailgrondslag (gemeten in combinatie met de detailmeting).

Voor het gebruik van verbindingspunten bij detailgrondslagen gelden de volgende ontwerpregels:

- Indien twee standplaatsen onderling zichtbaar zijn, moeten de standplaatsen rechtstreeks met elkaar worden verbonden.
- Het verbindingspunt kan samenvallen met een detailpunt. Ook hulppunten mogen als verbindingspunt worden gebruikt. Deze hulppunten moeten goed idealiseerbaar zijn in het terrein (bijvoorbeeld hoeken van putdeksels) of met meetspijkers of piketten tijdelijk worden verzekerd.
- Voor het verbinden van 2 standplaatsen zijn 2 verbindingspunten voldoende, mits deze standplaatsen onderdeel zijn van een kring.
- Vormen de verbindingspunten het enige verband met de overige standplaatsen, dan zijn ten minste 3 verbindingspunten nodig.
- Indien men een kring volledig met behulp van verbindingspunten wil opbouwen geldt:
  - de kring mag uit maximaal 6 standplaatsen bestaan;
  - de grootste hoek tussen de richtingen naar twee verbindingspunten moet minimaal 60 gon bedragen;
  - de afstanden tussen twee standplaatsen mogen niet sterk variëren (de verhouding tussen de en langste en kortste afstand mag niet groter zijn dan 2).

Verbindingspunten worden ook gebruikt om bij kleinere meetopzetten enkele opstelpunten onderling te verbinden (bijvoorbeeld de vrije opstelling bij bijhoudingsmetingen). In dat geval is er geen sprake van een detailgrondslag en wordt verwezen naar de ontwerpregels van een detailmeting in § 6.3.

Vuistregels voor de metingen

- De grondslagmetingen mogen gelijktijdig met de detailmeting worden uitgevoerd. In dat geval moet wel eerst een duidelijk zichtbare richting als oriëntering worden gemeten. Na afloop van de gecombineerde grondslag- en detailmeting moet de oriëntering opnieuw worden gemeten. Het verschil tussen begin- en afsluitingsrichting moet kleiner zijn dan 5 mgon.
- Bij gelijktijdige meting van de grondslag en de detailmeting is de volgorde van de aan te meten punten niet van belang.
- Op de richtpunten mag met behulp van een reflectorstok worden opgesteld, mits de reflectorstok verticaal gehouden wordt door middel van een doosniveau.
- De meting van de richtingen mag worden uitgevoerd met enkele richtingsmeting.
- Afstanden moeten in heen- en teruggang worden gemeten.
- De gemeten afstanden moeten worden gecorrigeerd voor:
  - optelconstante (de combinatie afstandsmeter-prisma moet gekalibreerd zijn);
  - verticale hoek.
- De gecorrigeerde afstanden voor de metingen in heen- en teruggang moeten worden gemiddeld. Het verschil tussen de twee afstanden mag niet groter zijn dan driemaal de standaardafwijking van een enkele afstandsmeting.

Vuistregels voor de berekening en toetsing

In beginsel komen de vuistregels overeen met die van hoofdgrondslagen. Het verdient echter de voorkeur de benaderde waarden te berekenen en niet te bepalen met behulp van een topografische kaart.

De detailgrondslag kan apart of gelijktijdig met de detailmetingen worden vereffend. De gelijktijdige vereffening van de grondslag en detailmeting wordt integrale vereffening genoemd. Het is aan te bevelen de detailgrondslag eerst apart te vereffenen. Dit is

efficiënter in verband met de berekening van benaderde waarden en de opsporing van fouten, zowel in de waarnemingen als in de aansluitingspunten. Vervolgens kan eventueel een integrale vereffening worden uitgevoerd.
Als bij de toetsing een grondslagelement als aansluitingspunt wordt verworpen, moet de selectie van het punt als grondslagelement ongedaan worden gemaakt.

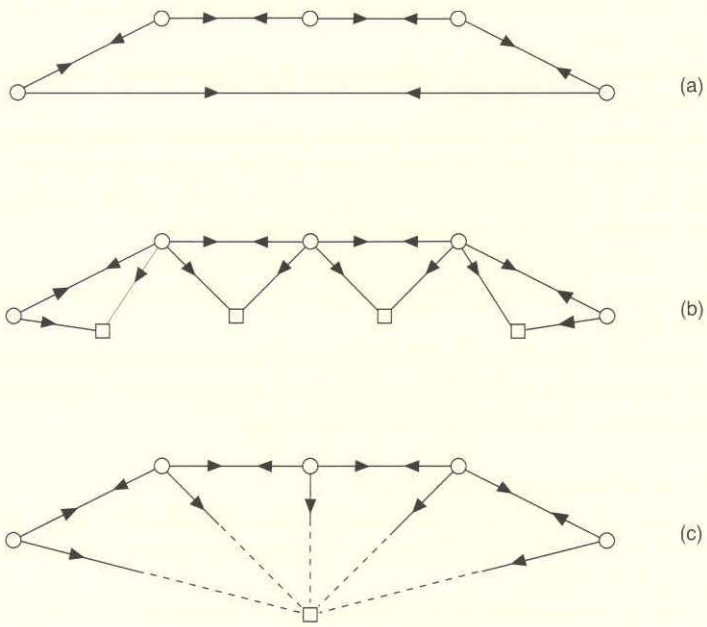
5.3.3.3 Meetontwerp veelhoeken

In het algemeen is het gebruik van veelhoeken voor een detailgrondslag af te raden. Als vrij net is de klassieke open veelhoek niet betrouwbaar. In de HTW wordt alleen het gebruik van een veelhoek met hulpconstructies beschreven. *Veelhoeken mogen niet worden gebruikt voor de verdichting van het RD-puntenveld.* Voor grondslagen ten behoeve van de bijhouding en reconstructie kunnen wel veelhoeken worden gebruikt, indien de terreinomstandigheden dit noodzakelijk maken.

Ontwerpregels

Aansluitingspunten
Veelhoeken worden meestal gebruikt voor lokale stelsels zonder aansluitingspunten. Traditioneel zijn de eindpunten van de veelhoek de aansluitingspunten en wordt vanaf elk eindpunt richtingsmeting verricht naar een aansluitingspunt (meestal een kerktoren).

Structuur veelhoek
- Bij gebruik van een afsnijdingsconstructie mag de veelhoek niet groter zijn dan 8 standplaatsen. Een afsnijdingsconstructie ontstaat door wederzijdse richtings- en afstandsmeting op de eindpunten van de veelhoek (zie figuur 5.22a). Er is dan sprake van een (langgerekte) kring.



Figuur 5.22: Veelhoeken met (a) afsnijdingsconstructie, (b) hulppunten en (c) insnijdingsrichtingen.

- Bij het gebruik van hulppunten mag de veelhoek niet groter zijn dan 6 standplaatsen. Als hulppunt kan een detailpunt worden gebruikt (zie figuur 5.22b).
- Het insnijden van een hulppunt vanuit alle standplaatsen is alleen dan een geschikte methode om een veelhoek te verbeteren als vanuit *alle* standplaatsen een richtingsmeting naar het hulppunt wordt uitgevoerd (zie figuur 5.22c).
- Verbindingspunten mogen niet worden gebruikt om een veelhoek mee op te bouwen.

Vuistregels voor de metingen
Hier gelden de vuistregels voor de meting van detailgrondslagen.

Vuistregels voor de berekening
Hier gelden in beginsel de vuistregels voor de berekening van detailgrondslagen. Bij veelhoeken is het aan te bevelen ook een integrale vereffening uit te voeren.

5.3.4 Functiemodel

Het functiemodel moet worden opgesteld voor de vereffening van het vrije net, de toetsing van de aansluitingspunten en de coördinaatberekening. Schematisch is de structuur van de functiemodellen in de verschillende fasen van de berekening weergegeven in figuur 5.23.
Bij detailgrondslagen en veelhoeken kunnen de vereffeningsstappen integraal worden uitgevoerd, dat wil zeggen dat de grondslag- en detailmetingen worden verwerkt in één rekengang.

Coördinaatdefinitie
Coördinaten zijn onbekenden in het functiemodel in alle berekeningsstappen. Voor de berekeningen is daarom de coördinaatdefinitie van belang. Bij de vrije net vereffening moeten altijd twee punten als rekenbasis worden gekozen. De coördinaten van de rekenbasis zijn bij de vereffening van het vrije net geen onbekenden. Bij de vereffening van het vrije net worden de coördinaten berekend in het stelsel gedefinieerd door de 2 punten van de rekenbasis. Een dergelijke rekenbasis wordt ook wel schrankingsbasis genoemd. Bij de toetsing van de aansluitingspunten en de coördinaatberekening zijn de coördinaten van de aansluitingspunten bekend in het RD-stelsel. De aansluitingspunten leggen het coördinatenstelsel in operationele zin vast. De coördinaten worden daardoor in het RD-stelsel berekend. Bij de toetsing van de aansluitingspunten zijn de coördinaten van alle punten onbekenden en zijn de coördinaten van de aansluitingspunten tevens waarnemingsgrootheden. Bij de coördinaatberekening worden de gegeven waarden voor de coördinaten van de aansluitingspunten gebruikt. Deze coördinaten treden bij de coördinaatberekening niet op als onbekenden, noch als waarnemingen.

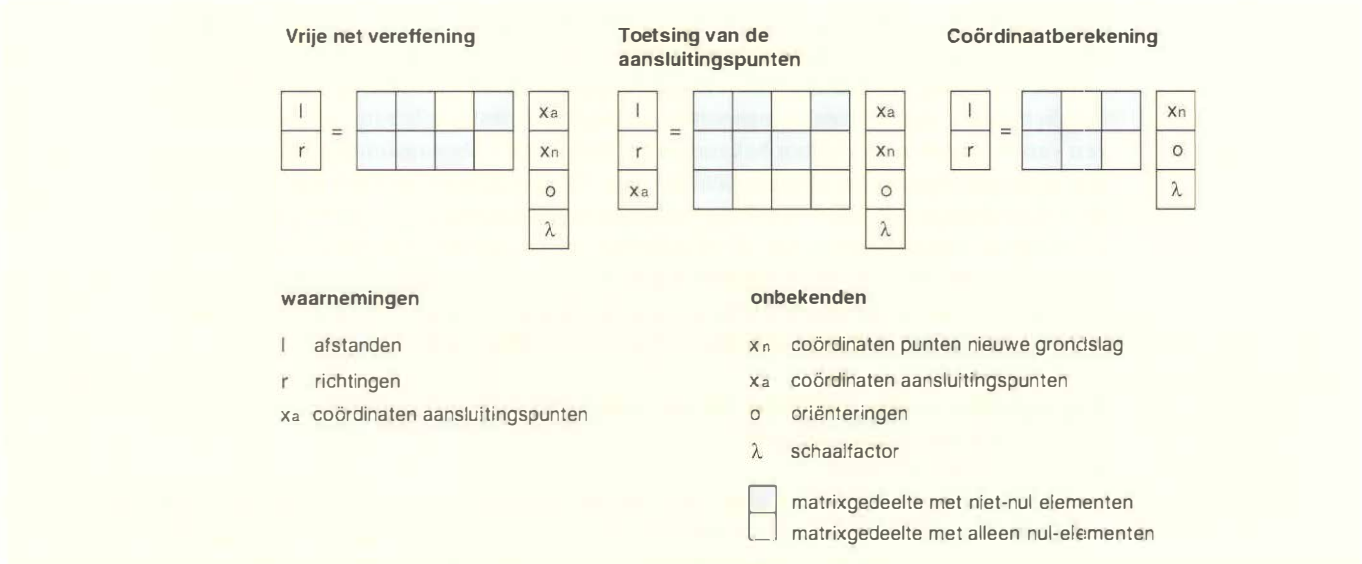
Functiemodel van de vereffening van het vrije net
De waarnemingsgrootheden zijn:
- Horizontale richtingen.
- Horizontale afstanden. De gemeten (schuine) afstanden moeten zijn gecorrigeerd voor de verticale hoek, de optelconstante en (bij hoofdgrondslagen) voor meteo, hoogte boven zeeniveau en lijnvergroting (zie appendix B). De gemeten afstanden in heen- en teruggang worden gemiddeld.

De onbekenden zijn:
- Coördinaten van de punten van het netwerk. De coördinaten van twee punten van het netwerk (de rekenbasis) worden vastgehouden en zijn geen onbekenden. Het coördinatenstelsel waarin de onbekende coördinaten zijn gedefinieerd, is afhankelijk van de basiskeuze.
- Oriënteringsonbekende per opstelling met richtingsmeting. Per punt kan dus meer dan één oriënteringsonbekende voorkomen.
- Schaalfactor voor de afstanden. Indien de metingen worden gecombineerd met detailmetingen moet voor meetbandafstanden (indien gemeten) een aparte schaalfactor worden ingevoerd.

Functiemodel van de toetsing van de aansluitingspunten
De waarnemingsgrootheden zijn:
- Horizontale richtingen.
- Horizontale afstanden.
- Coördinaten van de aansluitingspunten.

De onbekenden zijn:
- Coördinaten van de punten van het netwerk (inclusief de aansluitingspunten).
- Oriënteringsonbekende per opstelling met richtingsmeting.
- Schaalfactor voor de afstanden.

Functiemodel van de coördinaatberekening
De coördinaatberekening kan op basis van twee modellen worden uitgevoerd. Bij de meest gangbare methode worden de coördinaten van de aansluitingspunten bekend verondersteld en zijn deze grootheden niet als onbekenden, noch als waarnemingsgrootheden in het model opgenomen. De waarnemingsvergelijkingen van dit model zijn schematisch weergegeven in figuur 5.23.



Figuur 5.23: Structuur van het (gelineariseerde) functiemodel voor de verschillende vereffeningsstappen in matrixvorm.

De waarnemingsgrootheden zijn dan:
- Horizontale richtingen.
- Horizontale afstanden.

De onbekenden zijn:
- Coördinaten van de niet-aansluitingspunten van het netwerk.
- Oriënteringsonbekende per opstelling met richtingsmeting.
- Schaalfactor voor de afstanden.

Als alternatief kan bij de coördinaatberekening ook het functiemodel van de toetsing van de aansluitingspunten worden gebruikt, aangevuld met restricties op de onbekenden in de vorm van voorwaardevergelijkingen. De coördinaten van de aansluitingspunten mogen bij de coördinaatberekening immers geen correctie krijgen. De voorwaardevergelijkingen voor de coördinaten van de aansluitingspunten zijn van de vorm $\Delta x = 0$, $\Delta y = 0$.

Waarnemingsvergelijkingen
De (niet-lineaire) waarnemingsvergelijking van een horizontale afstand (l_{ij}) tussen de punten i en j is:

$$l_{ij} = \lambda \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad ,$$

waarbij λ de schaalfactor is.

De (niet-lineaire) waarnemingsvergelijking van een horizontale richting (r_{ij}) van punt i naar punt j is:

$$r_{ij} = \arctan \left(\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i} \right) - o_i \quad ,$$

waarbij o_i de oriënteringsonbekende in opstelpunt i is.

De waarnemingsvergelijkingen van de coördinaten van een aansluitingspunt i zijn:

$$x_i = x_i \quad ,$$
$$y_i = y_i \quad .$$

5.3.5 Kansmodel

Het kansmodel wordt beschreven met een variantiematrix. De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de aansluitingspunten, de richtingen en de afstanden. Er is geen correlatie tussen de verschillende soorten waarnemingsgrootheden. De precisie van de richtingen en de afstanden is opgebouwd uit de meetprecisie en de centreringsprecisie.

Centreringsprecisie
Bij hoofdgrondslagnetten is de centreringsprecisie voor alle punten 0,3 cm, omdat zowel op de standplaatsen als de richtpunten wordt opgesteld met behulp van een statief.
Bij detailgrondslagnetten en veelhoeken is de centreringsprecisie 0,3 cm bij de punten waarop is opgesteld met een statief. Voor richtpunten waarop is opgesteld met een reflectorstok is de centreringsprecisie 0,5 cm. Voor alle overige richtpunten is de centrerings-

precisie 1 cm (bijvoorbeeld hoeken van gebouwen die als verbindingspunt worden gebruikt). Bij een vrije standplaats is er geen centrering voor het opstelpunt (de centreringsprecisie is 0 cm).
De centreringsprecisie is gelijk voor de richtings- en afstandsmeting.

Richtingen
De standaardafwijking $\sigma_{r(si)}$ van de horizontale richtingsmeting van standplaats s naar richtpunt i is gedefinieerd als:

$$\sigma_{r(si)} = \sqrt{(a + bl_{si})^2 + ((\sigma_c^s)^2 + (\sigma_c^i)^2)\left(\frac{1}{100 \times l_{si}} \times \frac{200}{\pi}\right)^2} \quad [\text{mgon}] \ ,$$

met:

- a constante factor voor de meetprecisie in mgon;
- b afstandsafhankelijke factor voor de meetprecisie in mgon/km;
- σ_c^s standaardafwijking van de centrering (centreringsprecisie) in standplaats s in cm;
- σ_c^i standaardafwijking van de centrering (centreringsprecisie) in richtpunt i in cm;
- l_{si} afstand tussen standplaats s en richtpunt i in km.

De factor a is afhankelijk van het type instrument en de manier waarop de meting wordt uitgevoerd (enkelserie, dubbelserie of Besselmeting). Met behulp van de factor b worden omgevingsinvloeden (refractie) gemodelleerd.

Voor hoofdgrondslagnetten moet het instrumentarium zodanig worden gekozen dat $a \leqq 0{,}4$ mgon en $b \leqq 0{,}5$ mgon/km. Als de zijdelengten in het netwerk ongeveer even groot zijn, kan een vaste standaardafwijking voor de richtingen worden gekozen. Bij een gemiddelde zijdelengte van 1 km kan deze standaardafwijking rond 1 mgon liggen. Voor detailgrondslagnetten en veelhoeken geldt dat $a \leqq 1{,}5$ mgon.

De richtingsmetingen worden onderling ongecorreleerd verondersteld; de variantiematrix van de richtingen is een diagonaalmatrix.

Afstanden
De standaardafwijking $\sigma_{l(si)}$ van de horizontale afstandsmeting van standplaats s naar richtpunt i is gedefinieerd als:

$$\sigma_{l(si)} = \sqrt{(a + bl_{si})^2 + (\sigma_c^s)^2 + (\sigma_c^i)^2} \quad [\text{cm}] \ ,$$

met:

- a constante factor voor de meetprecisie in cm;
- b afstandsafhankelijke factor voor de meetprecisie in cm/km.

De factor a is afhankelijk van het type instrument. Met behulp van de factor b worden omgevingsinvloeden (refractie, dispersie) gemodelleerd.

Voor hoofdgrondslagnetten moet het instrumentarium zodanig worden gekozen dat $a \leqq 0{,}5$ cm en $b \leqq 0{,}5$ cm/km. Als de zijdelengten in het netwerk ongeveer even groot zijn, kan een vaste standaardafwijking voor de afstanden worden gekozen. Bij een gemiddelde zijdelengte van 1 km kan deze standaardafwijking rond 1 cm liggen. Voor detailgrondslagnetten en veelhoeken geldt dat $a \leqq 1$ cm.

De standaardafwijking van de gemiddelde afstand van heen- en terugmeting wordt berekend als:

$$\sigma = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\,\sigma_l \quad .$$

De afstanden worden onderling ongecorreleerd verondersteld; de variantiematrix van de afstanden is een diagonaalmatrix.

Aansluitingspunten

Het kansmodel van de aansluitingspunten moet worden gespecificeerd bij de toetsing van de aansluitingspunten en bij de coördinaatberekening. De modellering van het kansmodel van de aansluitingspunten is overeenkomstig het kwaliteitsmodel. Als variantiematrix van de aansluitingspunten wordt een vervangingsmatrix gebruikt. Aansluitingspunten van het RD-puntenveld en grondslagpunten zijn doorgaans goed verzekerd en hebben geen idealisatieprecisie.

Als vervangingsmatrix voor de aansluitingspunten, die deel uitmaken van het RD-puntenveld, wordt een Baarda-Alberda matrix gebruikt. De kenmerkende kwaliteit van deze aansluitingspunten wordt beschreven met:

- eerste-orde RD-punten $c_0 =$ 0,0 cm^2; $c_1 =$ 0,3 cm^2/km;
- tweede-orde RD-punten $c_0 =$ 0,0 cm^2; $c_1 =$ 0,5 cm^2/km;
- derde-orde RD-punten $c_0 =$ 0,0 cm^2; $c_1 =$ 1,0 cm^2/km;
- hoofdpunten $c_0 =$ 0,0 cm^2; $c_1 =$ 2,0 cm^2/km;
- punten van het GPS-kernnet (planimetrisch) $c_0 =$ 0,0 cm^2; $c_1 =$ 1,0 cm^2/km.

Als vervangingsmatrix voor aansluitingspunten die onderdeel zijn van een grondslagnet wordt eveneens een Baarda-Alberda matrix gebruikt. De kenmerkende kwaliteit van punten van grondslagen wordt beschreven met:

- punten van GPS-grondslagnetten $c_0 =$ 0,0 cm^2; $c_1 =$ 1,0 cm^2/km;
- punten van hoofdgrondslagnetten $c_0 =$ 0,0 cm^2; $c_1 =$ 2,0 cm^2/km;
- punten van detailgrondslagnetten:
  - met centrering m.b.v. statief $c_0 =$ 0,5 cm^2; $c_1 =$ 5,0 cm^2/km;
  - met centrering m.b.v. reflectorstok $c_0 =$ 2,0 cm^2; $c_1 =$ 5,0 cm^2/km.

Als vervangingsmatrix voor grondslagelementen wordt een diagonaalmatrix gebruikt. De grondslagelementen zijn goed idealiseerbare detailpunten en hebben een idealisatieprecisie die gelijk is aan die van punten van de harde topografie (zie tabel 2.10 in § 2.5). De puntprecisie van de grondslagelementen wordt ontleend aan het bestand van de digitale kaart. De puntprecisie van grondslagelementen is beter dan of gelijk aan:

- terrestrische grondslagelementen $c_0 =$ 25 cm^2; $c_1 =$ 0 cm^2/km;
- grafische grondslagelementen:
  - in bebouwd en stedelijk gebied $c_0 =$ 400 cm^2; $c_1 =$ 0 cm^2/km;
  - in landelijk gebied $c_0 =$ 1600 cm^2; $c_1 =$ 0 cm^2/km.

Het kan voorkomen dat een vervangingsmatrix moet worden opgesteld voor een puntenveld, samengesteld uit verschillende soorten aansluitingspunten. Dan wordt in de vervangingsmatrix de grootste c_1-parameter gebruikt als parameter voor de puntprecisie.

Bij het opstellen van een Baarda-Alberda matrix moet ook een variantiefactor d^2 worden gespecificeerd. Deze parameter moet zo worden gekozen dat geldt $d^2 \geqq c_0 + c_1 l_{max}$, waarbij l_{max} de grootste afstand is tussen twee punten van het totale netwerk na de aansluiting. Als er aangesloten wordt aan verschillende soorten puntenvelden, dan wordt één parameter d^2 gekozen waarbij voor ieder puntenveld wordt voldaan aan $d^2 \geqq c_0 + c_1 l_{max}$.

5.3.6 Sterkteberekening

Met een sterkteberekening wordt onderzocht of het meetontwerp aan de gestelde eisen voldoet. Zwakke punten van het netwerk kunnen naar aanleiding van de sterkteberekening worden verbeterd door extra waarnemingen of door een ander meetontwerp. Als van de ontwerpregels wordt afgeweken, wordt sterk aangeraden om een sterkteberekening uit te voeren. Zowel voor de vereffening van het vrije net als de toetsing van de aansluitingspunten kan een sterkteberekening worden uitgevoerd.

De betrouwbaarheid van het meetontwerp wordt beoordeeld aan de hand van de (genormaliseerde) grenswaarden (de inwendige betrouwbaarheid) en de verstoringsfactoren (de uitwendige betrouwbaarheid). De precisie van de coördinaten wordt in beginsel beschreven met de variantiematrix. De vereiste precisie van de coördinaten wordt beschreven met behulp van de criteria voor de relatieve precisie tussen twee punten (zie § 2.5). Het model dat aan de sterkteberekening ten grondslag ligt, is afhankelijk van het meetontwerp dat de structuur van het functiemodel bepaalt, en de aangenomen precisie van de waarnemingen (kansmodel).

Voor een sterkteberekening zijn de volgende gegevens nodig:
- benaderde coördinaten van de punten van het netwerk;
- geplande metingen;
- kansmodel van de waarnemingen;
- gekozen toetsingsprocedure;
- toetsingsparameters (onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 en onderscheidingsvermogen γ_0).

Voor de sterkteberekening van de toetsing van de aansluitingspunten zijn bovendien de parameters nodig voor de vervangingsmatrix van de aansluitingspunten.

De sterkteberekening levert de volgende resultaten:
- *Inwendige betrouwbaarheid* (zie § 3.6.3). Per waarneming wordt de grenswaarde (∇y) of genormaliseerde grenswaarde ($\sqrt{\lambda_y}$) berekend. Voor aansluitingspunten kunnen naast grenswaarden voor een enkele coördinaat ook grenswaarde-ellipsen per punt worden berekend. Voor een sterkteberekening moeten ten minste de (genormaliseerde) grenswaarden voor alle waarnemingen worden berekend.
  De grenswaarden zijn zeer geschikt voor de beoordeling van de inwendige betrouwbaarheid van een hoofdgrondslag. Voor detailgrondslagen zijn genormaliseerde grenswaarden beter geschikt, omdat detailgrondslagen doorgaans een wat minder homogene structuur hebben. In een goed hoofdgrondslagnet zijn in het vrije net de grenswaarden van de richtingen 6-10 mgon en de grenswaarden van de afstanden 10-15 cm. Dit komt overeen met genormaliseerde grenswaarden kleiner dan 12 (dat wil zeggen dat $\sqrt{\lambda_y} < 12$). Bij detailgrondslagen moet voor het vrije net worden gestreefd naar genormaliseerde grenswaarden kleiner dan 15 (zeker als het doel van de grondslag de bepaling van terrestrische grondslagelementen is).

De inwendige betrouwbaarheid van de aansluitingspunten is goed als de halve lange as van de grenswaarde-ellips kleiner is dan 25 cm voor hoofdgrondslagen en kleiner dan 40 cm voor detailgrondslagen. Als voor de aansluitingspunten de grenswaarden per coördinaat worden berekend, wordt als maat de lengte van de grenswaardevector ($\sqrt{\nabla x^2 + \nabla y^2}$) gebruikt. De inwendige betrouwbaarheid is goed als deze lengte kleiner is dan 25 cm bij hoofdgrondslagen en kleiner dan 40 cm bij detailgrondslagen.

- *Uitwendige betrouwbaarheid.* De uitwendige betrouwbaarheid wordt in de regel beoordeeld aan de hand van de verstoringsfactoren ($\sqrt{\lambda_s}$). In bijzondere gevallen worden uitwendige betrouwbaarheidsvectoren berekend. Voor de analyse van de uitwendige betrouwbaarheid moeten ten minste de verstoringsfactoren worden berekend voor alle waarnemingen. De verstoringsfactoren moeten betrekking hebben op de coördinaten van de punten van het netwerk (exclusief de hulppunten) en dus niet op alle onbekenden.
  De uitwendige betrouwbaarheid van het vrije net is goed als voor alle waarnemingsgrootheden de verstoringsfactor kleiner is dan 10 (dat wil zeggen dat $\sqrt{\lambda_s} < 10$). Deze eis geldt voor hoofdgrondslagen. Voor detailgrondslagen is een verstoringsfactor kleiner dan 15 nog acceptabel.
- *Precisie.* De precisie van een grondslagnet wordt beoordeeld op basis van de berekende variantiematrix of grootheden die daaruit zijn afgeleid. De beschrijving van de precisie van het vrije net is sterk afhankelijk van de gekozen rekenbasis. Voor een aangesloten netwerk is de beschrijving afhankelijk van de coördinaatdefinitie van de aansluitingspunten. Bij de analyse moet hiermee rekening worden gehouden. De technieken van de precisie-analyse zijn nader beschreven in § 3.6.2.
  In de praktijk vindt de analyse van de precisie meestal plaats aan de hand van relatieve standaardellipsen. Voor een aantal representatieve puntenparen wordt de berekende relatieve precisie vergeleken met de vereiste relatieve precisie. De halve lange as van de relatieve standaardellips, berekend uit de variantiematrix, moet korter zijn dan de straal van de criteriumcirkel.

In de praktijk vormt de precisie zelden een probleem bij de beoordeling van een grondslagnet. Dit komt doordat de eisen, die worden gesteld uit het oogpunt van de betrouwbaarheid, vrijwel altijd leiden tot een netontwerp dat aan de precisie-eisen voldoet.

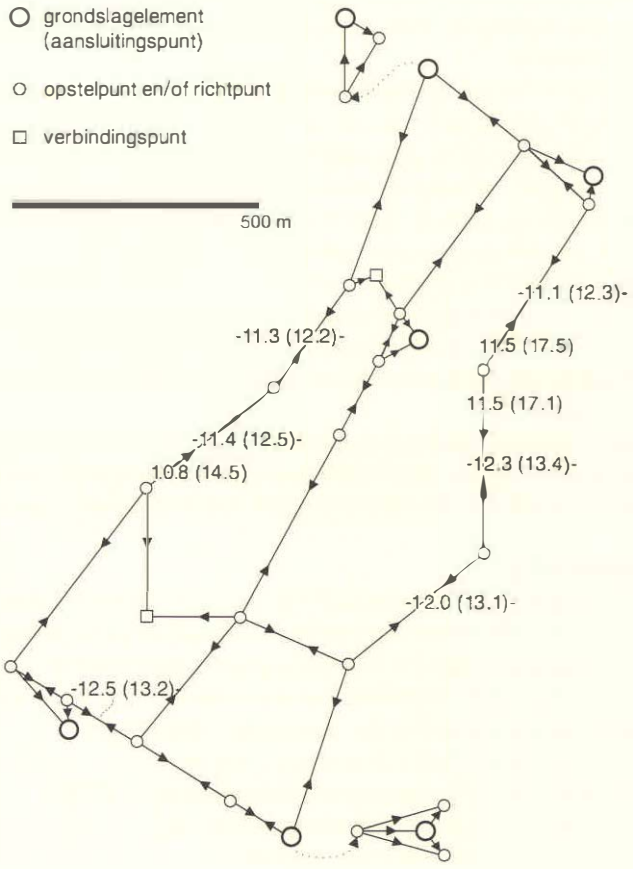
Voorbeeld sterkteberekening

Ter illustratie van de analyse van de geometrische kwaliteit van een netwerk wordt de detailgrondslag van figuur 5.9 gebruikt. Het netwerk is opgebouwd uit afstands- en richtingsmetingen en is aangesloten aan 5 terrestrische grondslagelementen. Er is aangenomen dat op de richtpunten wordt opgesteld met een reflectorstok. Het kansmodel dat aan de sterkteberekening ten grondslag ligt, is als volgt opgebouwd:

- de standaardafwijking van de richtingsmeting is 1 mgon;
- de standaardafwijking van de elektronische afstandsmeting is 0,5 cm;
- de standaardafwijking van de meetbandmetingen is 0,5 cm;
- de centreringsprecisie op de opstelpunten is 0,3 cm;
- de centreringsprecisie op de richtpunten is 0,5 cm;
- de centreringsprecisie op de verbindingspunten en de grondslagelementen is 1 cm;
- de puntprecisie van de grondslagelementen is $c_0 = 25$ cm^2;
- de idealisatieprecisie van de grondslagelementen is $\bar{d}^2 = 1$ cm^2.

Voor de sterkteberekening worden als toetsingsparameters $\alpha_0 = 0{,}001$ en $\gamma_0 = 0{,}80$ gebruikt. Er is aangenomen dat elke waarneming afzonderlijk wordt getoetst. Voor de aansluitingspunten wordt een punttoets uitgevoerd.

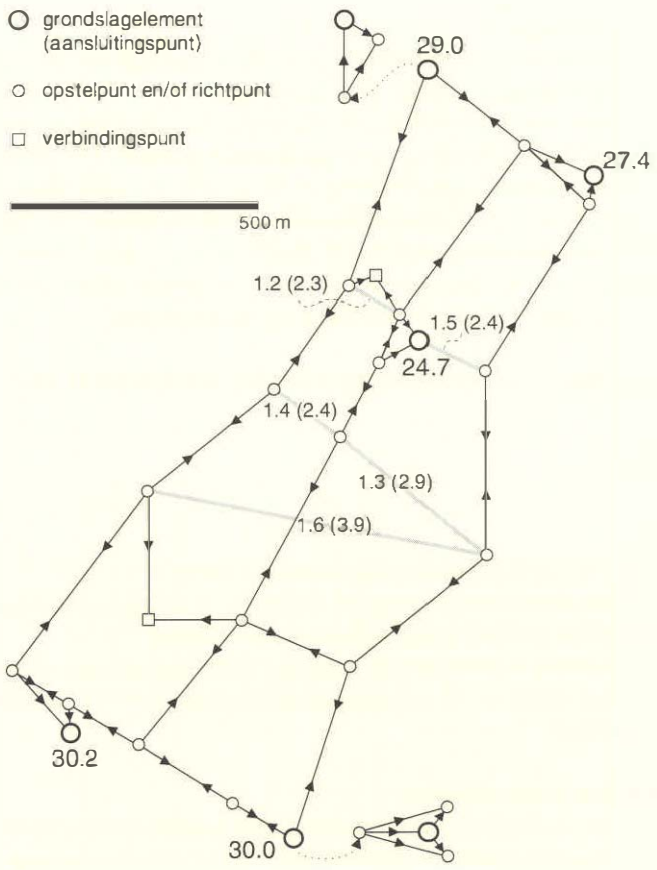
Het netwerk is opgezet overeenkomstig de ontwerpregels, zij het dat één van de kringen 12 zijden heeft. Er is geprobeerd het net te versterken door gebruik te maken van twee verbindingspunten. Allereerst is de betrouwbaarheid van de waarnemingen in het vrije netwerk geanalyseerd aan de hand van de verstoringsfactoren en de genormaliseerde grenswaarden (zie figuur 5.24). In de figuur zijn alle verstoringsfactoren aangegeven die groter zijn dan 11, behalve die bij de metingen naar de grondslagelementen. Bij dergelijke hulpconstructies is het vooral van belang of een fout in een meting kan worden geconstateerd, zodat een onderscheid kan worden gemaakt tussen een fout in een waarneming of in een aansluitingspunt. De verstoringsfactoren hebben betrekking op de coördinaten van de punten van het netwerk. Tussen haakjes zijn de genormaliseerde grenswaarden gegeven. De waarden tussen streepjes hebben betrekking op de afstanden. Uit het voorbeeld blijkt dat het zinvol is om een maximale kringgrootte van 10 te eisen. Zelfs in de kring met 9 zijden zijn de verstoringsfactoren soms groter dan 11.



Figuur 5.24: Selectie van verstoringsfactoren en genormaliseerde grenswaarden (tussen haakjes).

Na de analyse van het vrije net kan de betrouwbaarheid van de aansluitingspunten worden geanalyseerd. In figuur 5.25 is bij de grondslagelementen de lengte van de halve lange as van de grenswaarde-ellips weergegeven (in cm, met een groot cijfer). De halve lange as is bij alle aansluitingspunten kleiner dan 40 cm en vrijwel gelijk voor alle aan-

sluitingspunten. Dit wordt mede veroorzaakt door de structuur van het kansmodel van de coördinaten van de grondslagelementen (een diagonaalmatrix). De lengte van de as van de grenswaarde-ellips wordt vooral bepaald door de puntprecisie van de grondslagelementen en het aantal grondslagelementen. Het meest excentrisch gelegen aansluitingspunt zal de grootste lange as hebben. In deze stap kan nogmaals de betrouwbaarheid van de waarnemingen worden geanalyseerd. Deze is altijd beter dan in het vrije net door de grotere overtalligheid. In dit voorbeeld zal de verbetering echter gering zijn, omdat de grondslagelementen weinig bijdragen aan de sterkte van het vrije net.



Figuur 5.25: Lengte van de halve lange as van de grenswaarde-ellipsen van de aansluitingspunten en een selectie van relatieve standaardellipsen en criteriumcirkels (tussen haakjes).

De relatieve precisie is geanalyseerd voor het netwerk na een tweede fase pseudo kleinste-kwadraten aansluiting. Voor geselecteerde puntenparen is de lengte van de halve lange as (in cm) van de relatieve standaardellips weergegeven in figuur 5.25. Tussen haakjes is de straal (in cm) van de relatieve criteriumcirkel weergegeven, uitgaande van een criterium van $c_0 = 2$ cm^2 en $c_1 = 5$ cm^2/km. Voor de geselecteerde puntenparen voldoet de precisie aan de criteria.

5.3.7 Voorbewerking

Doel van de voorbewerking is de berekening van benaderde waarden voor de onbekenden en de opsporing van grove fouten. De foutopsporing vindt plaats door middel van toetsing van de sluitfouten in kringen.

Berekening en toetsing van de sluitfouten
Voor elke kring van een grondslagnet kunnen drie typen sluitfouten worden berekend, namelijk:
- de hoeksluitfout van de kring (t_h);
- de sluitfout in x-richting (t_x);
- de sluitfout in y-richting (t_y).

De grootte van de sluitfouten is een indicatie voor de aanwezigheid van fouten in één (of meer) van de waarnemingen waaruit de kring is opgebouwd. De sluitfouten t_x en t_y worden berekend door van twee punten van de kring de coördinaten als gegeven te beschouwen. De sluitfouten worden op hun significantie getoetst. Dit gebeurt door de sluitfout te delen door zijn standaardafwijking en dit quotiënt te vergelijken met de kritieke waarde. Uitgaande van de standaardafwijking van de richtings- en afstandsmeting kan in elke kring de standaardafwijking van de sluitfouten t_x, t_y en t_h worden berekend. Deze standaardafwijkingen worden bepaald door de voortplantingswet toe te passen op de gelineariseerde formules voor de berekening van de sluitfouten.

Een sluitfout is significant, en is een indicatie voor een mogelijke fout, als:

$$\frac{|t_.|}{\sigma_{t_.}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad ,$$

waarbij:

$t_.$	een van de drie typen sluitfouten: t_x, t_y of t_h;
$\sigma_{t_.}$	de standaardafwijking van de sluitfout $t_.$, waarbij de standaardafwijking dezelfde eenheid moet hebben als de sluitfout;
$N_{\alpha/2}(0,1)$	de kritieke waarde van de normale verdeling met een onbetrouwbaarheidsdrempel α. Als onbetrouwbaarheidsdrempel kan worden gekozen $\alpha = 0{,}001$.

Opsporing van een fout in een richting
Voor de opsporing van een fout in een richting wordt de hoeksluitfout t_h berekend. Hiervoor worden alle richtingsmetingen in de kring benut. Voor het berekenen van t_x en t_y zijn daarentegen niet alle richtingsmetingen nodig. De richtingsmetingen in het startpunt van de berekening van t_x en t_y worden niet gebruikt. Nu wordt ieder punt in de kring beurtelings als startpunt gebruikt en de lengte van de sluitvector voor ieder startpunt wordt berekend volgens:

$$t_l = \sqrt{t_x^2 + t_y^2} \quad .$$

Wanneer op een bepaald startpunt t_l een duidelijk lagere waarde heeft dan op de andere punten, dan duidt dit erop dat de fout zit in één van de twee richtingsmetingen in dat punt.

Opsporing van een fout in een afstandsmeting
Als t_x of t_y significant zijn, terwijl t_h wordt geaccepteerd, kan dit erop wijzen dat er een fout zit in een van de afstandsmetingen van de kring. In dat geval is de richting van de sluitvector ongeveer gelijk aan de richting van de afstandsmeting waarin de fout is gemaakt. Daarom wordt van elke afstandsmeting het argument berekend, dat wil zeggen de richting ten opzichte van de y-as. Eveneens wordt het argument van de sluitvector berekend. Het is zeer waarschijnlijk dat de fout zit in de afstand die ongeveer hetzelfde argument heeft als de sluitvector. Om iedere afstandsmeting in de sluitfouttoetsing te betrekken dienen t_x en t_y ten minste tweemaal per kring te worden berekend vanuit verschillende punten in de kring.

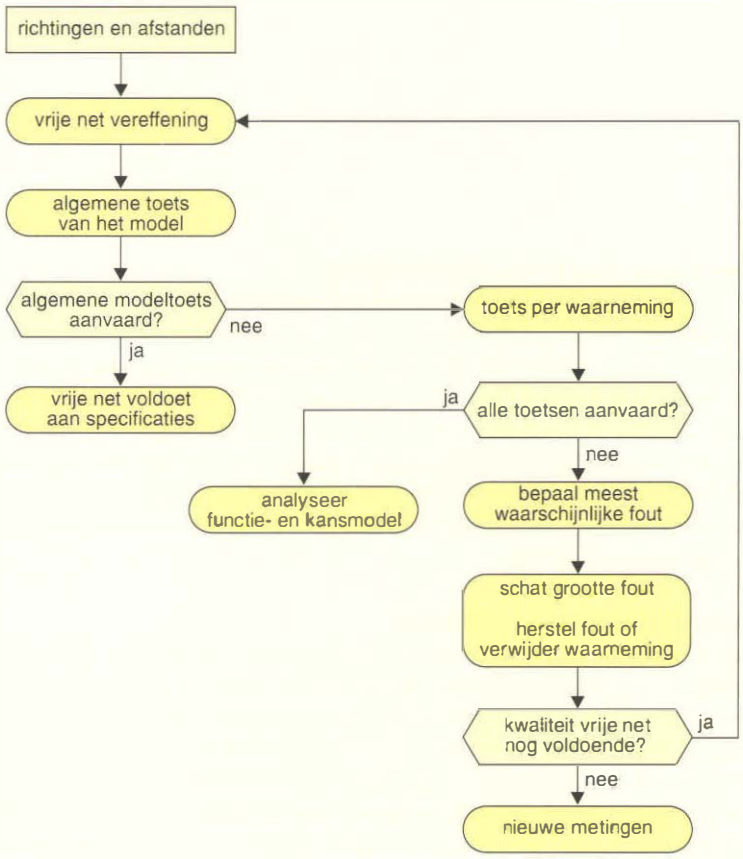
Berekening van benaderde coördinaten
Het verdient aanbeveling bij netwerken de benaderde waarden te berekenen in plaats van te bepalen met behulp van een topografische kaart. In het algemeen verloopt dit rekenproces in twee stappen. Eerst worden de voorlopige coördinaten van alle punten in een willekeurig stelsel berekend door van twee punten de coördinaten aan te nemen. Vervolgens wordt een 2D-gelijkvormigheidstransformatie uitgevoerd waarbij de voorlopige coördinaten worden getransformeerd naar het stelsel van de aansluitingspunten. In deze stap kunnen ook grove fouten worden opgespoord in de gegeven coördinaten van de aansluitingspunten.
Als de benaderde waarden van de coördinaten niet worden berekend, dan worden de benaderde coördinaten bepaald met behulp van een topografische kaart. Voor hoofdgrondslagnetten is een kaartschaal van 1 : 25 000 voldoende. Bij excentrische opstellingen moet de kaart in combinatie met het veldwerk worden gebruikt.

5.3.8 Toetsing

De toetsing vindt plaats in twee stappen. In de eerste stap worden de waarnemingen getoetst tijdens de vereffening van het vrije net. In de tweede stap worden primair de coördinaten van de aansluitingspunten getoetst. De toetsing in de tweede stap wordt uitgevoerd op basis van een tweede fase kleinste-kwadraten vereffening.

In beide stappen wordt aangeraden de toetsing uit te voeren met de B-methode van toetsen. Als onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets wordt gekozen $\alpha_0 = 0{,}001$. Het onderscheidingsvermogen van alle toetsen is $\gamma_0 = 0{,}80$. Bij een grote overtalligheid kan de onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets van het model zeer groot worden als gevolg van het toepassen van de B-methode van toetsen. Dit betekent dat de kans groot wordt dat de algemene toets van het model ten onrechte wordt verworpen. Hiermee moet rekening worden gehouden bij een onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets van het model groter dan 0,10. Als in dat geval alle één- en twee-dimensionale toetsen worden aanvaard, terwijl de algemene toets wordt verworpen, is er mogelijkerwijs toch geen modelfout aanwezig.

Toetsing van het vrije net
De procedure voor de toetsing van de waarnemingen tijdens de vereffening van het vrije net is gegeven in figuur 5.26.

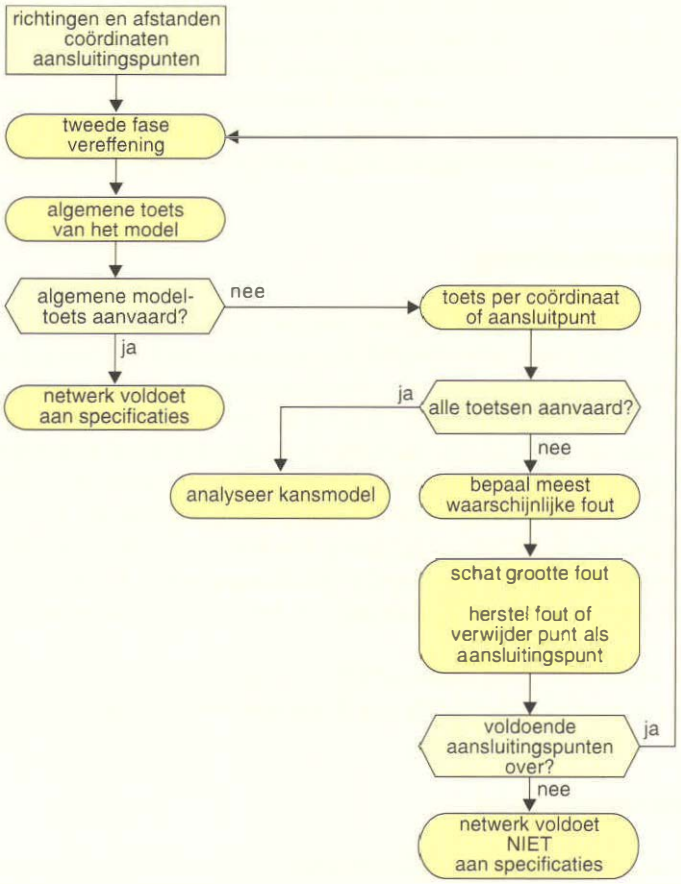


Figuur 5.26: Toetsingsprocedure bij de vereffening van het vrije net.

De toetsing begint met het uitvoeren van de algemene toets van het model. Als deze toets wordt aanvaard, zijn er kennelijk geen modelfouten in het vrije netwerk en voldoet het vrije net aan de specificaties. Bij verwerping van de algemene modeltoets wordt allereerst gezocht naar fouten in de afzonderlijke waarnemingen. In de praktijk is het zinvol gebleken om een toets per waarneming uit te voeren, ook als dat de algemene modeltoets aanvaardt. Dit maakt het mogelijk kleinere fouten op te sporen. Alle waarnemingen worden apart getoetst met behulp van de w-toets. De meest waarschijnlijke fout is de waarneming waarvoor de absolute waarde van de w-toets het grootst is. De berekening van de grootte van de bijbehorende fout kan een indicatie geven over de oorzaak van de fout. Een foute waarneming moet uit het bestand van waarnemingen worden verwijderd of hersteld, waarna de toetsing kan worden herhaald. In beginsel worden de waarnemingen één voor één verwijderd of hersteld, maar in grotere netwerken kunnen meerdere waarnemingen gelijktijdig worden verwijderd wanneer deze waarnemingen niet in dezelfde of aangrenzende kringen voorkomen. Dit proces wordt herhaald totdat er geen waarnemingen meer worden verworpen. Als na verwijdering van een waarneming de kwaliteit van het netwerk niet meer voldoende is, moeten er waarnemingen worden overgemeten. Dit is bijvoorbeeld het geval als na verwijdering van waarnemingen delen van het net ongecontroleerd zijn.
In sommige gevallen kan het voorkomen dat de algemene toets wordt verworpen, terwijl niet duidelijk een waarneming als fout wordt aangemerkt. In die gevallen is de oorzaak waarschijnlijk een systematische foutenbron in het functiemodel, bijvoorbeeld het optreden van refractie of een onjuiste correctie van de waarnemingen. Een andere mogelijke foutenbron is een fout opgesteld kansmodel, bijvoorbeeld onjuist gekozen standaardafwijkingen van de waarnemingen.

Toetsing van de aansluitingspunten
De tweede stap van de toetsing is primair gericht op het vinden van fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten. Daarnaast kan in deze fase ook worden getoetst op fouten

in de metingen. De toetsingwordt uitgevoerd als onderdeel van een tweede fase kleinste-kwadraten aansluitingsvereffening. Bij deze toetsing worden de coördinaten van de aansluitingspunten stochastisch verondersteld. De toetsingsprocedure is gegeven in figuur 5.27.



Figuur 5.27: Procedure voor de toetsing van de aansluitingspunten bij de tweede fase kleinste-kwadraten vereffening.

De procedure voor de toetsing van de aansluitingspunten vertoont grote overeenkomsten met die van de toetsing van het vrije net. Als eerste wordt een algemene toets van het model uitgevoerd. Als deze toets wordt aanvaard, zijn er in principe geen modelfouten in het netwerk aanwezig. Bij verwerping van de algemene toets wordt om te beginnen gezocht naar fouten in de aansluitingspunten. Hiervoor kan per coördinaat of per punt worden getoetst. In het eerste geval gebruikt men de w-toets, in het tweede geval de twee-dimensionale punttoets. De meest waarschijnlijke fout is die waarvan het quotiënt van de toetsingsgrootheid en zijn kritieke waarde het grootst is. Bij verwerping van een coördinaat of van een punt moet het betreffende punt als aansluitingspunt worden verwijderd of hersteld, waarna opnieuw een toetsing wordt uitgevoerd. Er mogen nooit meer dan twee aansluitingspunten worden verworpen. Als dit wel gebeurt, is dat een sterke indicatie voor een slechte kwaliteit van het veld van aansluitingspunten. De kwali-

teit van de aansluitingspunten voldoet dan niet aan de specificaties en zal dan eerst nader moeten worden geanalyseerd. Dit resulteert eventueel in een verbetering of sanering van het veld van aansluitingspunten. Bij aansluiting aan vier aansluitingspunten mag maximaal één aansluitingspunt worden verworpen.
Tijdens de toetsing van de aansluitingspunten kunnen ook de waarnemingen nogmaals worden getoetst. Doordat in de tweede fase het netwerk een grotere overtalligheid heeft, kan scherper op waarnemingsfouten worden getoetst. Toch moeten fouten in de waarnemingen bij voorkeur eerst in het vrije net worden opgespoord.
Als de algemene toets niet wordt aanvaard, terwijl er geen aansluitingspunt of waarneming duidelijk wordt verworpen, is een gebrekkige modellering van het kansmodel van de aansluitingspunten een mogelijke oorzaak. De structuur of de parameters van de vervangingsmatrix van de aansluitingspunten zijn dan bijvoorbeeld slecht gekozen.

5.3.9 Coördinaatberekening

Na de toetsing en de bijbehorende eliminatie van modelfouten kan de coördinaatberekening plaatsvinden. Dit geschiedt door middel van een tweede fase pseudo kleinste-kwadraten vereffening, waarbij het netwerk aan de aansluitingspunten wordt aangesloten. Bij de coördinaatberekening veranderen de coördinaten van de aansluitingspunten niet. De berekening kan op basis van twee modellen worden uitgevoerd. Er kan gebruik worden gemaakt van een model van waarnemingsvergelijkingen waarin de coördinaten van de aansluitingspunten niet voorkomen als waarnemingen, noch als onbekenden. Als alternatief kan men de berekening baseren op een model van waarnemingsvergelijkingen met restricties op de coördinaten van de aansluitingspunten. In dit laatste model zijn de coördinaten van de aansluitingspunten wel een onderdeel van de waarnemingsvergelijkingen.
De berekende coördinaten zijn onafhankelijk van het gekozen model. De keuze voor een model is in de praktijk afhankelijk van de beschikbare programmatuur.

5.3.10 Kwaliteitsbeschrijving

De kwaliteit van de punten van het grondslagnetwerk wordt beschreven door de kenmerkende relatieve precisie van gelijksoortige grondslagnetwerken. Als het netwerk conform het meetontwerp is opgezet, wordt de kwaliteit beschreven op basis van het soort grondslag. Deze beschrijving is in overeenstemming met het kwaliteitsmodel van puntenvelden.
De betrouwbaarheid van de punten van het grondslagnet wordt impliciet gewaarborgd door de beheersing van de betrouwbaarheid in het meet- en verwerkingsproces. Door eisen te stellen aan het meetontwerp, de verwerking en de toetsing wordt de betrouwbaarheid wel expliciet onderzocht tijdens het meet- en verwerkingsproces.

De kwaliteit van de grondslag wordt beschreven door middel van de puntprecisie van het vrije grondslagnet en kan voor de verschillende soorten grondslagnetten worden beschreven met de volgende parameters:

- punten van hoofdgrondslagnetten — $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 2{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van detailgrondslagnetten:
  - met centrering m.b.v. statief — $c_0 = 0{,}5\ \text{cm}^2$; $c_1 = 5{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
  - met centrering m.b.v. reflectorstok — $c_0 = 2{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 5{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- terrestrische grondslagelementen — $c_0 = 25{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Daarnaast krijgen terrestrische grondslagelementen ook een idealisatieprecisie toegekend.

Als van de ontwerpregels wordt afgeweken, moet worden gecontroleerd of de relatieve precisie voldoet aan de specificaties. Hiertoe wordt de variantiematrix van de coördinaten berekend, waarbij rekening wordt gehouden met het stochastische karakter van de aansluitingspunten.
Voor het berekenen van de variantiematrix is een bijzondere voortplantingswet nodig, indien de coördinaatberekening is uitgevoerd met het model van waarnemingsvergelijkingen waarin de coördinaten van de aansluitingspunten niet voorkomen als waarnemingen, noch als onbekenden (zie ook § 4.6.6 voor een gelijksoortige situatie bij de aansluiting van puntenvelden).
De technieken voor de analyse van de precisie zijn beschreven in § 3.6.2. In de praktijk wordt doorgaans een eenvoudige methode gebruikt die is gebaseerd op de vergelijking van berekende relatieve standaardellipsen met de vereiste relatieve precisie. Het is niet nodig voor alle puntenparen de relatieve standaardellips te berekenen. In ieder geval moet de relatieve precisie tussen nabijgelegen punten, die niet onderling door metingen zijn verbonden, worden gecontroleerd. De halve lange as van de relatieve standaardellips tussen de punten i en j (a_{ij}) dient te voldoen aan:

$$a_{ij} \leqq \sqrt{2c_0 + 2c_1 l_{ij}} \quad ,$$

met:

a_{ij} de halve lange as van de relatieve standaardellips tussen de punten i en j;
l_{ij} de afstand tussen de punten i en j in km.

Hierbij komen de parameters c_0 en c_1 overeen met die van gelijksoortige grondslagnetwerken.

5.3.11 Kwaliteitscontrole

Bij de uitvoering van het meet- en verwerkingsproces kan in elke stap een kwaliteitscontrole worden uitgevoerd. Bij de beoordeling van het resultaat moet met name worden gelet op de volgende aspecten:

- het uiteindelijk gerealiseerde netwerk moet overeenkomstig de ontwerpregels zijn opgezet;
- het meet- en rekenproces moet overeenkomstig de vuistregels zijn uitgevoerd.

Een controle van de resultaten kan verkregen worden door:

- Beoordeling van de rekenresultaten. Dit vereist dat de uitvoer beschikbaar is van de toetsing en eventueel van de sterkteberekening. Deze vorm van controle is afhankelijk van de toegepaste programmatuur, algoritmen en procedures.
- Herberekening op basis van de oorspronkelijke waarnemingen. Deze controle vereist dat het gehele rekenproces opnieuw wordt uitgevoerd. Als gebruik wordt gemaakt van andere programmatuur dan bij de oorspronkelijke verwerking, is er sprake van een onafhankelijke controle.

5.4 GPS-grondslagmeting

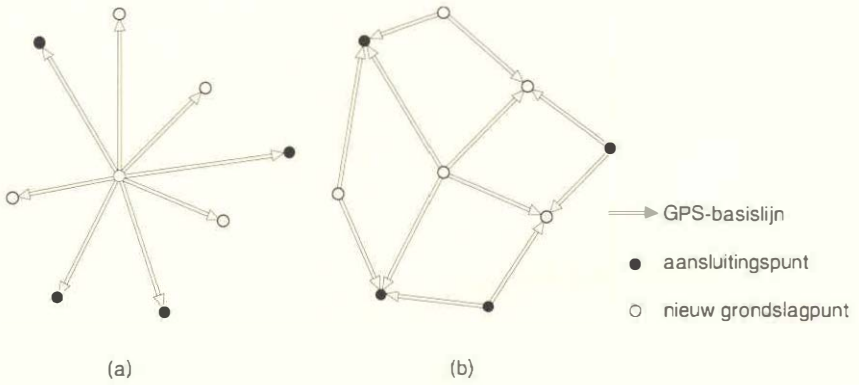
Het Global Positioning System (GPS) is een wereld-omspannend satelliet-plaatsbepalingssysteem dat steeds vaker wordt ingezet voor grondslagmeting. Naast economische motieven is één van de belangrijkste redenen hiervoor dat er geen zicht nodig is tussen de door meting te verbinden grondslagpunten zoals bij de terrestrische grondslagmeting. Daardoor, en door de goede precisie van GPS-metingen, ontstaat een grote vrijheid in de keuze van de ligging van de grondslagpunten. Anderzijds wordt deze vrijheid beperkt doordat de ligging van GPS-grondslagpunten zo gekozen moet worden dat de satellietsignalen niet door obstakels in de directe omgeving van het grondslagpunt geblokkeerd worden. Dit bemoeilijkt het gebruik van GPS in stedelijke gebieden.

Het Global Positioning System is een militair systeem van de Verenigde Staten. De satellietsignalen kunnen overal ter wereld kosteloos ontvangen worden. Hoewel het systeem mede om die reden ook veel niet-militaire toepassingen kent, heeft de civiele gebruiker slechts beperkte garanties voor een goede werking van het systeem. Men is afhankelijk van de beslissingen van de beheerder, het Amerikaanse Ministerie van Defensie. Wel bestaat de verwachting dat het civiele gebruik van GPS ook in de toekomst mogelijk zal blijven. Of er dan kosten aan het gebruik verbonden zullen zijn, is nog een open vraag.

GPS kan voor zowel absolute als relatieve plaatsbepaling worden ingezet. Bij absolute plaatsbepaling wordt gebruik gemaakt van één GPS-ontvanger waarvan de positie met een precisie van ongeveer 100 meter kan worden bepaald. De absolute plaatsbepaling wordt voornamelijk in de navigatie toegepast. Voor landmeetkundige toepassingen wordt uitsluitend gebruik gemaakt van relatieve plaatsbepaling met GPS, waarbij twee of meer ontvangers worden ingezet. Doordat er een grote overeenkomst bestaat tussen de verstoringen van de GPS-signalen die gelijktijdig door de ontvangers geregistreerd worden, kunnen deze verstoringen bij relatieve plaatsbepaling geëlimineerd worden. De precisie van de relatieve plaatsbepaling ligt in de orde van 1 mm/km (1 ppm). Een algemene beschrijving van het GPS-systeem en haar landmeetkundige toepassingen is opgenomen in appendix C.

Een GPS-grondslagnet komt tot stand door meting van een netwerk van basislijnen. Een *basislijn* bestaat uit twee opstelpunten waar gelijktijdig GPS-metingen zijn verricht. Basislijnmetingen resulteren in de drie-dimensionale coördinaatverschillen tussen de opstelpunten. Deze coördinaatverschillen worden *basislijncomponenten* genoemd en worden berekend op basis van de registraties van de signalen die door de GPS-satellieten uitgezonden zijn. In deze paragraaf wordt uitgegaan van de basislijncomponenten als waarnemingsgrootheden voor de GPS-grondslagnetten. Deze worden met gespecialiseerde programmatuur berekend. Deze berekening kan na de meetcampagne of direct in de ontvanger worden uitgevoerd. Op de basislijnberekening wordt in appendix C nader ingegaan.

In deze paragraaf worden twee soorten netstructuren voor GPS-grondslagnetten behandeld, namelijk de *kringnetstructuur*, die ook bij terrestrische grondslagmeting toegepast wordt, en de *sternetstructuur*, die ontstaat door het gebruik van tenminste één vaste GPS-ontvanger die tijdens de metingen niet verplaatst wordt. Beide netstructuren zijn in figuur 5.28 schematisch weergegeven. De verschillende netstructuren ontstaan door een verschillende logistiek. Afhankelijk van logistieke overwegingen zal voor één van de twee structuren gekozen worden. Het sternet wordt het meest toegepast omdat de logistiek bij sternetmeting vaak eenvoudiger is dan bij kringnetmeting met GPS. Een net



Figuur 5.28: Structuur van GPS-grondslagnetten: (a) sternet en (b) kringnet.

waarin meerdere sternetstructuren worden gecombineerd, leidt tot een tussenvorm (zie figuur 5.31). Om de voordelen van GPS-metingen en terrestrische meettechnieken te combineren kan gebruik gemaakt worden van gecombineerde GPS-terrestrische grondslagnetten. Dit type grondslagnet wordt behandeld in § 5.5.

5.4.1 Doelstelling en randvoorwaarden

De *doelstelling* van een grondslagnet is de verdichting van een bestaand puntenveld ten behoeve van een bepaald meetproject. Bij grondslagmeting met behulp van GPS zal met het bestaande puntenveld veelal het zogenaamde GPS-kernnet bedoeld worden, een veld van RD-punten dat met name geschikt is voor GPS-metingen (zie § 2.3).

GPS-grondslagmeting kan worden toegepast ten behoeve van hoofdgrondslagnetten, detailgrondslagnetten en paspuntsbepaling voor de fotogrammetrie. Daar waar nodig wordt onderscheid gemaakt tussen deze typen grondslagnetten. In § 5.3.1 zijn de eisen behandeld die worden gesteld aan deze typen grondslagnetten.

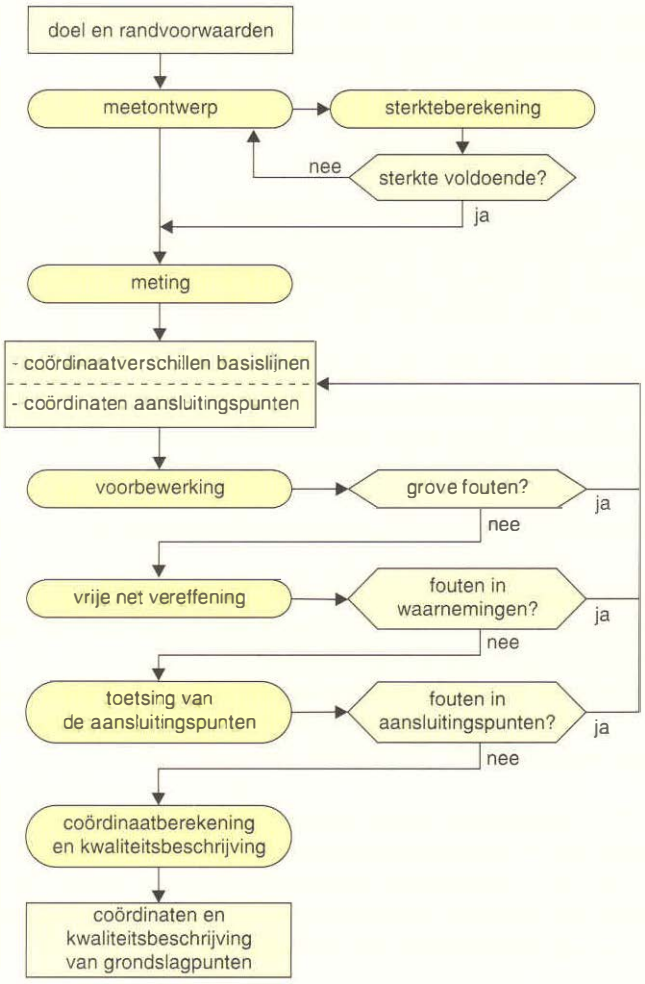
De uitgangspunten voor de GPS-grondslagnetten zijn gelijk aan die voor terrestrische grondslagnetten:
- De levensduur van de grondslag is beperkt tot de duur van het project waarvoor de grondslag wordt gemaakt, tenzij punten van het grondslagnet als hoofdpunt dan wel als terrestrisch grondslagelement worden bepaald.
- Het meetontwerp van de grondslag moet zodanig zijn dat modelfouten in het waarnemingsmateriaal kunnen worden opgespoord. Dat wil zeggen dat het meetontwerp van GPS-grondslagnetten een goede betrouwbaarheid moet hebben.

Voor grondslagnetten streeft men naar een homogene relatieve precisie en een homogene betrouwbaarheid. Gezien de goede relatieve precisie van de GPS-metingen wordt het meetontwerp van een GPS-grondslagnet voornamelijk bepaald door de betrouwbaarheidseisen. De eisen die aan het meetontwerp van een GPS-grondslagnet worden gesteld, zijn gelijk aan die van een terrestrisch grondslagnet.

De *randvoorwaarden* waarmee rekening moet worden gehouden bij toepassing van GPS voor grondslagmeting zijn:
- De grondslagpunten, inclusief de aansluitingspunten, dienen geschikt te zijn voor GPS-meting. Punten die niet geschikt zijn voor GPS-meting moeten met terrestrische metingen in het net worden opgenomen.
- Er dient geschikte apparatuur en programmatuur beschikbaar te zijn voor de meting en verwerking van GPS-metingen.
- Het GPS-systeem dient goed te functioneren. Het is van belang dat de signalen van een voldoende aantal goed werkende (in GPS-termen: *healthy*) satellieten ontvangen kunnen worden. Plaatselijk kunnen storende stralingsbronnen dit verhinderen.

5.4.2 Procesbeschrijving

Het meet- en verwerkingsproces voor het realiseren van een GPS-grondslagmeting is in figuur 5.29 in beeld gebracht. Het proces van GPS-grondslagmeting kent een stap meer dan het proces van de terrestrische grondslagmeting (vergelijk figuur 5.11), namelijk de berekening van de basislijnen op basis van de GPS-metingen. In deze paragraaf worden de stappen van het proces kort toegelicht.



Figuur 5.29: Meet- en verwerkingsproces voor GPS-grondslagmeting.

Doel en randvoorwaarden

Als uitgangspunten voor de GPS-grondslagmeting dient duidelijkheid te bestaan over het doel van de metingen en de randvoorwaarden waarmee rekening gehouden moet worden. Het doel van de meting, verdichting van het bestaande puntenveld, dient uitgewerkt te worden met de keuze van de ligging van de nieuwe grondslagpunten. Als voorbereiding op de volgende stap in het proces, het meetontwerp, wordt de bestaande

grondslag geïnventariseerd. Zowel bij de keuze van nieuwe grondslagpunten als bij de inventarisatie van de bestaande grondslag dient gelet te worden op de geschiktheid van de punten voor meting met behulp van GPS. Voor punten die ongeschikt zijn voor GPS-meting en toch in het net moeten worden opgenomen, moet meestal worden gekozen voor arbeidsintensieve excentrische opstellingen.
Zowel voor GPS- als voor terrestrische grondslagen geldt dat het in het algemeen ongewenst is om punten van oude grondslagen als aansluitingspunt in het nieuwe net op te nemen.

Meetontwerp
Het meetontwerp voor een GPS-grondslag wordt in grote mate bepaald door de logistieke aspecten van een GPS-meting. GPS-metingen zijn onafhankelijk van de onderlinge zichtbaarheid van de grondslagpunten. Ook de goede relatieve precisie van de GPS-metingen resulteert in een grote vrijheid voor het meetontwerp.

Het meetontwerp omvat:
- keuze van de nieuwe grondslagpunten en de aansluitingspunten;
- het netontwerp;
- keuze van de GPS-meetmethode (instrumentarium);
- keuze van de berekeningsmethode (programmatuur);
- planning van de metingen (meetduur en logistiek).

Voor wat betreft de keuze van de aansluitingspunten zal de aandacht in eerste instantie uitgaan naar de GPS-kernnetpunten in het gebied waar het meetproject wordt uitgevoerd. Het GPS-kernnet maakt een koppeling tussen de GPS-metingen en het RD-puntenveld mogelijk. De punten van het kernnet zijn zeer geschikt voor GPS-meting. Ook voor wat betreft de aanwezige RD-punten en de terrestrische grondslagelementen dient beslist te worden over opname in het grondslagnet en de wijze waarop dit geschiedt. De nieuwe grondslagpunten en de aansluitingspunten worden gemarkeerd op een topografische kaart. Tevens wordt op deze kaart het netontwerp aangegeven, bestaande uit de geplande basislijnen en eventuele hulpconstructies. Het netontwerp wordt gebaseerd op een keuze tussen ster- en kringnetstructuur.

De keuze van de GPS-meetmethode en het instrumentarium, het aantal en type GPS-ontvangers en antennes, is onderdeel van het meetontwerp. De GPS-meetmethoden worden besproken in appendix C. Voor GPS-grondslagmeting wordt doorgaans de *kort-statische* meetmethode gebruikt (afhankelijk van de GPS-leveranciers *rapid-*, *fast-*, *short-* of *quick-static* genoemd), omdat deze met relatief korte meettijden in een goede precisie van de waarnemingen resulteert. Onderdeel van het meetontwerp is ook de keuze van de programmatuur die gebruikt zal worden voor de verwerking van de ruwe GPS-fasemetingen tot basislijnen.

De planning van de uitvoering van de metingen is afhankelijk van de hiervoor gemaakte keuzen. Vooral de gekozen netstructuur en het aantal beschikbare GPS-ontvangers bepalen de logistiek van de meetcampagne. De toegepaste GPS-meetmethode is bepalend voor de duur van de meetsessies. Een (meet)sessie is de periode gedurende welke twee of meer ontvangers gelijktijdig de signalen van dezelfde satellieten registreren. Door de gelijktijdige inzet van meer dan twee GPS-ontvangers kan de duur van het project aanzienlijk worden bekort. Het synchroon registreren van de GPS-signalen door twee of meer ontvangers is het belangrijkste doel van de planning.

Sterkteberekening
Een analyse van de sterkte van het net in de vorm van een sterkteberekening is alleen noodzakelijk wanneer van de ontwerpregels wordt afgeweken.

Meting
De metingen worden uitgevoerd op basis van het meetontwerp. De GPS-metingen worden vooraf gegaan door het instellen van de ontvangers. De feitelijke meting bestaat uit het opstellen van de GPS-antennes en het starten van de ontvangers die vervolgens de signalen van de satellieten registreren. De metingen hebben plaats in zogenaamde sessies. Tussen opeenvolgende sessies wordt een deel van de ontvangers verplaatst naar andere grondslagpunten.

Berekening basislijnen
De waarnemingen voor de net vereffening, in de vorm van basislijncomponenten (driedimensionale coördinaatverschillen van de basislijnen), worden berekend uit de GPS-fasemetingen, zoals die door de ontvangers zijn geregistreerd. Hierbij wordt ook de variantiematrix van deze basislijncomponenten berekend. De basislijncomponenten zijn de waarnemingsgrootheden in de netwerkvereffening.

Per sessie is het aantal onafhankelijke basislijnen steeds één kleiner dan het aantal ontvangers. De basislijnberekening wordt in het algemeen uitgevoerd met programmatuur die door de fabrikant met de GPS-ontvangers meegeleverd wordt. In appendix C wordt dieper op de basislijnberekening ingegaan.

Voorbewerking
De voorbewerking bij GPS-meting heeft twee doelen. Ten eerste is dit de berekening van benaderde waarden voor de coördinaten van de netwerkpunten. Ten tweede dient de voorbewerking om grove fouten in de waarnemingen op te sporen en zo mogelijk te herstellen. Grove fouten hebben bijvoorbeeld betrekking op ontbrekende of slecht bepaalde basislijnen, foute puntcoderingen (identificatiefouten), fouten in de aansluitingspunten en blunders bij het bedienen van de apparatuur of het opstellen van de antennes.

Vereffening van het vrije net
De beoordeling van de kwaliteit van het net vindt plaats door middel van een kleinstekwadraten vereffening, waarbij wordt getoetst of de waarnemingen passen in het gekozen model. In de vrije net vereffening wordt getoetst op fouten in de basislijnen. Fouten in de basislijnen moeten uit het waarnemingenbestand worden verwijderd, hersteld, dan wel worden overgemeten.

Toetsing van de aansluitingspunten
In de tweede fase aansluitingsvereffening worden eventuele fouten in de aansluitingspunten opgespoord. Er wordt beoordeeld of het nieuwe net voldoende past in het bestaande puntenveld. Bij deze toetsing worden naast de basislijnen ook de coördinaten van de aansluitingspunten als waarnemingen beschouwd.

Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving
Zodra de toetsing tot bevredigende resultaten leidt, kan de definitieve coördinaatberekening worden uitgevoerd. De punten die als permanente grondslagpunten worden aangemerkt, zoals hoofdpunten en terrestrische grondslagelementen, worden met de bijbehorende kwaliteitsparameters gearchiveerd en gepubliceerd.

5.4.3 Meetontwerp

In deze paragraaf worden ontwerpregels, vuistregels en aanbevelingen gegeven om tot een meetontwerp te komen waarmee de kwaliteit van de resultaten van de GPS-grondslagmeting wordt gewaarborgd. De regels zijn in beginsel van toepassing op hoofdgrondslagnetten, detailgrondslagnetten en paspuntsbepaling met GPS. Sommige regels gelden voor een bepaald type grondslagnet.

Ontwerpregels

GPS-grondslagpunten

Grondslagpunten voor GPS-meting moeten aan de volgende eisen voldoen:

- Gezien vanuit de GPS-antenne moet boven de 15 graden elevatie de hemel grotendeels vrij zijn van objecten die de GPS-signalen kunnen blokkeren. GPS-signalen dringen niet door bebouwing en dichte begroeiing. De afstand tot dergelijke obstakels moet minimaal 4 maal groter zijn dan de hoogte van het obstakel.
- Er mogen zich geen objecten in de directe omgeving van het grondslagpunt bevinden die GPS-signalen kunnen reflecteren. Dit om het zogenaamde *multi-path* effect te vermijden (zie appendix C). Het gaat met name om metalen objecten zoals auto's of een hekwerk binnen een afstand van ongeveer 10 meter tot het punt. Ook op muren is reflectie van de signalen mogelijk. Is een dergelijke omgeving niet te vermijden, dan wordt de geplande meetduur verlengd tot minimaal een half uur.
- Er mogen geen zenders aanwezig zijn die de GPS-signalen kunnen storen. Zenders, radarinstallaties, hoogspanningstransformatoren en hoogspanningsleidingen kunnen GPS-signalen storen. De afstand die nodig is om storingen te vermijden hangt bijvoorbeeld af van de frequentie, de sterkte en de gerichtheid van de stralingsbron. Eventuele problemen zullen vrijwel altijd tijdens de metingen of bij de basislijnberekening blijken.

Vooral bij detailgrondslagen is het een voordeel wanneer er vrij zicht is vanuit het grondslagpunt naar minimaal één ander punt van de GPS-grondslag of naar een RD-punt. Dit om bij het opstellen van een tachymeter ten behoeve van verdere verdichting van de grondslag of detailmeting een oriënteringsrichting ter beschikking te hebben.

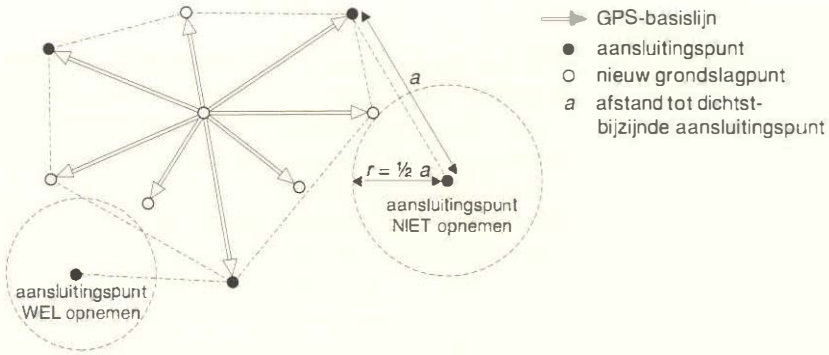
Aansluitingspunten

De volgende ontwerpregels zijn van belang voor de keuze van de aansluitingspunten:

- Aansluitingspunten kunnen zijn punten van het GPS-kernnet, andere RD-punten en, wanneer het gaat om een detailgrondslag, terrestrische grondslagelementen.
- Alle in het gebied van de grondslag aanwezige punten van het GPS-kernnet moeten als aansluitingspunten worden opgenomen in het net.
- Er worden ten minste 4 aansluitingspunten gebruikt waarvan de RD-coördinaten bekend zijn.
- Er worden ten minste 4 aansluitingspunten gebruikt waarvan de NAP-hoogten bekend zijn. Deze punten kunnen samenvallen met de punten waarvan de RD-coördinaten gegeven zijn.
- Voor hoofdgrondslagnetten en paspuntsbepaling worden ten minste 4 aansluitingspunten van het GPS-kernnet gebruikt.
- Bij hoofdgrondslagnetten en paspuntsbepaling wordt aangeraden om de in het gebied aanwezige RD-punten in het net op te nemen, voor zover deze geschikt zijn voor GPS-meting.
- Bij detailgrondslagnetten wordt aangeraden om de in het gebied aanwezige RD-pun-

ten en de terrestrische grondslagelementen in het net op te nemen, voor zover deze geschikt zijn voor GPS-meting.

- Een GPS-kernnetpunt, dat buiten het gebied van het grondslagnet ligt, dient als aansluitingspunt in het net te worden opgenomen wanneer de afstand tot (een verbindingslijn tussen twee punten van) het grondslagnet kleiner is dan de helft van de afstand tot het dichtstbijzijnde reeds in het net opgenomen kernnetpunt (zie figuur 5.30).



Figuur 5.30: Uitbuigingsregel voor het in het net opnemen van punten van het GPS-kernnet.

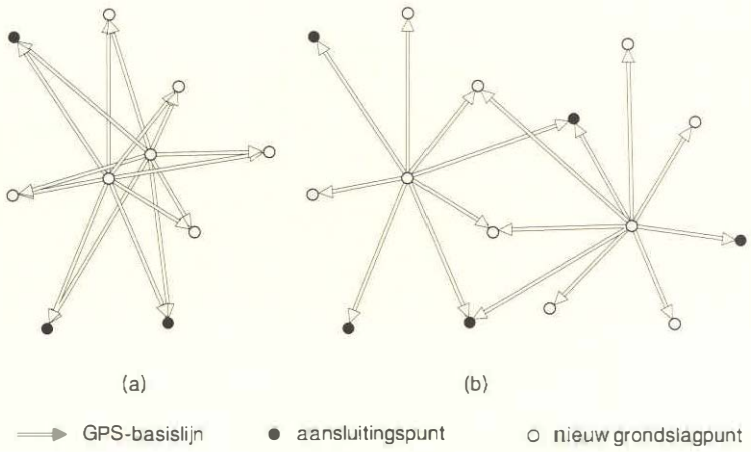
De bovenstaande ontwerpregels volgend, kan het voorkomen dat er binnen het gebied van het GPS-grondslagnet RD-punten en terrestrische grondslagelementen liggen die niet in het net zijn opgenomen. Hoewel het aan te raden is deze punten in het net op te nemen, zal dit uit economisch oogpunt vaak niet haalbaar zijn. De goede precisie van de GPS-metingen beperkt de eventuele nadelige gevolgen van het niet in het net opnemen van de genoemde punten. Wel dienen de grondslagpunten op een zo groot mogelijke afstand van de niet in het net opgenomen RD-punten en terrestrische grondslagelementen gekozen te worden.

Kan geen GPS-antenne worden opgesteld boven een aansluitingspunt dat men in de grondslag wil opnemen, dan wordt veelal op het punt aangesloten door gebruik te maken van een hulpconstructie, de zogenaamde *excentrische opstelling*. Voor een dergelijke constructie geldt hetgeen is opgemerkt in § 5.3.3. Afhankelijk van de mogelijkheden van de netwerkvereffeningsprogrammatuur kunnen de voor de excentrische opstelling benodigde terrestrische metingen in één keer met de basislijnen meevereffend worden. In feite is dan sprake van een gecombineerd netwerk. Is deze gecombineerde vereffening niet mogelijk, dan zullen de metingen van de excentrische opstelling in een aparte stap verwerkt moeten worden.

Netontwerp

Er worden twee typen netstructuur onderscheiden, het kringnet en het sternet die beide geschikt zijn voor de verschillende typen grondslagnetten. Een GPS-kringnet ontstaat door op naburige punten van de grondslag gelijktijdig GPS-signalen te registreren. Ten opzichte van een sternet heeft het kringnet het nadeel van een gecompliceerde logistiek doordat steeds verschillende ontvangers moeten worden verplaatst. Het kringnet heeft echter als voordeel dat onafhankelijke controle mogelijk is, wat de betrouwbaarheid ten goede komt.

Een sternet ontstaat door één ontvanger op een centraal punt in het gebied van de grondslag op te stellen en met een tweede ontvanger de grondslagpunten te bezoeken. De vaste ontvanger hoeft zich niet op een grondslagpunt te bevinden. Doordat de vaste ontvanger continu registreert is de synchronisatie gegarandeerd met de ontvangers waarmee de grondslagpunten bezocht worden. De ontvangers die worden verplaatst, worden onderling niet gesynchroniseerd. De vaste ontvanger kan onbemand de metingen verrichten. Om verstoringen door bijvoorbeeld vandalisme te voorkomen, is het aan te raden de vaste ontvanger op een hulppunt te plaatsen dat niet voor iedereen bereikbaar is. Betrouwbaarheid ontstaat bij een sternet pas wanneer ieder grondslagpunt minimaal tweemaal bezocht wordt of wanneer er van twee (of meer) vaste ontvangers gebruik wordt gemaakt (zie figuur 5.31a). Wel dient men zich te realiseren dat de afhankelijkheid van het goed functioneren van de vaste ontvanger(s) groot is. Regelmatige controle op een goede werking is dan ook gewenst.
Beslaat de grondslag een groot gebied, dan zal de vaste ontvanger verplaatst moeten worden, opdat de basislijnen niet te lang worden (zie hierna). Daarmee ontstaat een nieuw sternet. Door meerdere punten die in de voorgaande ster gemeten zijn opnieuw te bezoeken worden verschillende sterren gecombineerd. Daarmee vervaagt de scheiding tussen ster- en kringnetstructuur (zie figuur 5.31b). De ontwerpregels zijn voor een kringnet en een sternet vrijwel gelijk.



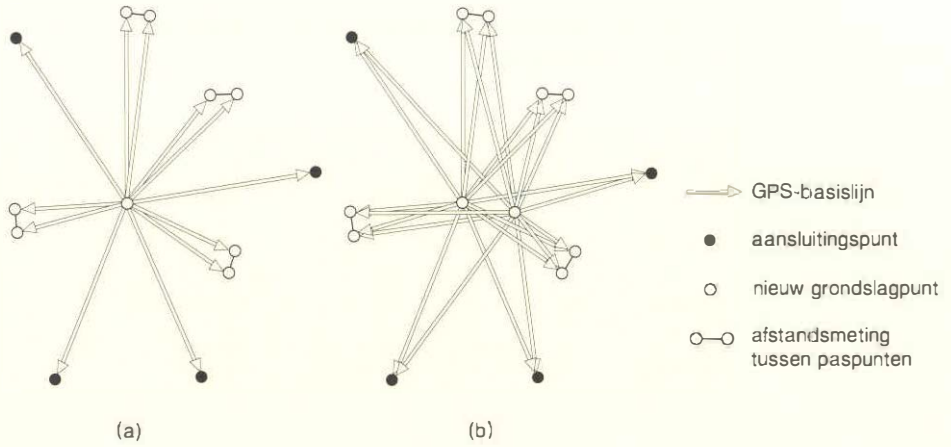
Figuur 5.31: Sternetstructuur met twee vaste ontvangers (a) en voor een groot gebied (b).

De ontwerpregels voor hoofd- of detailgrondslagnetten zijn:
- Maximale lengte van een basislijn is 15 km.
- Er mogen geen ongecontroleerde basislijnen in het net voorkomen (zogenaamde losse poten).
- Voor een hoofdgrondslagnet moet per punt minimaal tweemaal onafhankelijk opgesteld worden. Aangeraden wordt om minstens één uur tussentijd te laten tussen twee opstellingen.
- Een draaipunt (een enkel verbindingspunt tussen twee delen van het net) is niet toegestaan.
- Een kring van een hoofdgrondslagnet mag uit maximaal zes basislijnen bestaan.
- Een kring van een detailgrondslagnet mag uit maximaal tien basislijnen bestaan.

- Voor sternetten wordt aangeraden om gebruik te maken van twee vaste ontvangers.
- De afstand tussen twee vaste ontvangers van een sternet is minimaal 100 m.

De ontwerpregels voor de paspuntsbepaling komen overeen met die voor hoofdgrondslagnetten, aangevuld met de volgende regels (zie figuur 5.32):

- Bij een groep van drie gesignaliseerde paspunten op één lijn worden de buitenste twee paspunten bepaald.
- De afstand tussen de twee te bepalen paspunten wordt gemeten. Deze afstand kan gemeten worden met een meetband. Dit gebeurt ook voor twee natuurlijke paspunten die minder dan 50 m uit elkaar liggen. Bij drie paspunten worden ook de twee afstanden naar het middelste paspunt gemeten om de coördinaten hiervan te kunnen berekenen (zie § 7.3.3.3).
- Wordt gebruik gemaakt van twee vaste ontvangers, dan vervalt de eis van tweemaal onafhankelijk opstellen.



Figuur 5.32: Netontwerp voor paspuntsbepaling met één (a) en twee vaste ontvangers (b).

Vuistregels voor de metingen

GPS-meetmethode

Een korte omschrijving van verschillende GPS-meetmethoden is opgenomen in appendix C. De meetmethode die geschikt is voor grondslagmeting is de kort-statische meetmethode. De kort-statische methode verschilt niet essentieel van de statische methode. De meetduur wordt bepaald door het aantal metingen dat nodig is voor de bepaling van de zogenaamde fase-meerduidigheden.

De vuistregels voor de GPS-ontvanger en antenne zijn:

- Er kunnen zowel landmeetkundige één- als tweefrequentie-ontvangers worden gebruikt. Een tweefrequentie-ontvanger heeft het voordeel van een betere precisie naarmate de basislijnen langer worden. Tot een basislijnlengte van zo'n 10 km is het verschil tussen één- en tweefrequentie-ontvangers voor wat betreft de precisie verwaarloosbaar, zolang de meerduidigheden bepaald kunnen worden. Een voordeel van een tweefrequentie-ontvanger is dat in het algemeen met kortere meettijden volstaan kan worden.

- De antennes moeten van het geodetische type zijn. Dat wil zeggen dat het fasecentrum van een dergelijke antenne zeer stabiel is.
- Er dient gebruik gemaakt te worden van een grondplaat. Dit om het multi-path effect te voorkomen dat ontstaat door de ontvangst van op de grond of op wateroppervlakken gereflecteerde GPS-signalen.

Het wordt aangeraden om binnen één project één type ontvangers en antennes in te zetten. Kan de ontvanger (of de bijbehorende programmatuur) uitvoer leveren in het RINEX-formaat, een uitwisselingsformaat voor GPS-metingen, dan ontstaat de mogelijkheid om de metingen met programmatuur van verschillende fabrikanten te verwerken. Het is aan te raden de mogelijkheden hiertoe en de haalbare kwaliteit van tevoren te verifiëren.

Meting (planning)

Bij de planning van een GPS-meetcampagne komen de volgende vragen aan de orde:

- Wanneer kunnen de metingen worden uitgevoerd?
- Hoelang wordt per sessie gemeten?
- Hoeveel tijd is er nodig tussen de sessies?

Bij de keuze van dag en tijdstip voor de GPS-grondslagmeting is het aan te raden van tevoren informatie in te winnen over de beschikbaarheid van de GPS-signalen en de geldende gebruiksvoorwaarden. Hiervoor kan men terecht bij de Meetkundige Dienst van de Rijkswaterstaat. Zij stelt de informatie ook beschikbaar via Internet.
Nadat de datum voor het uitvoeren van de meetcampagne is gekozen, kan met behulp van een GPS-planningsprogramma nagegaan worden hoe de satellietconfiguratie en daarmee de PDOP-waarde gedurende de dag verandert. PDOP staat voor *Position Dilution Of Precision* (zie appendix C). De PDOP-waarde is gedurende het grootste deel van de dag lager dan 6. Dit hangt samen met het feit dat er in Nederland onder normale omstandigheden altijd vijf of meer satellieten beschikbaar zijn die zich meer dan 15 graden boven de horizon bevinden.

De benodigde meetduur is van veel factoren afhankelijk en zal in de praktijk variëren van enkele minuten tot een half uur, uitgaande van de kort-statische meetmethode. De meetduur dient voldoende lang te zijn voor de bepaling van de meerduidigheden. Kunnen de meerduidigheden bepaald worden, dan is ook de precisie van de basislijnmeting voldoende voor grondslagbepaling. In hoofdzaak zijn de volgende factoren bepalend voor de meetduur per sessie:

- de beschikbare programmatuur voor de basislijnberekening;
- het aantal voor meting beschikbare satellieten;
- het type ontvanger (één- of tweefrequentie-ontvangers);
- de configuratie van de beschikbare satellieten;
- de lengte van de basislijn.

Met éénfrequentie-ontvangers is de benodigde meetduur in het algemeen langer dan met tweefrequentie-ontvangers, vooral bij basislijnen langer dan 10 km. De benodigde meetduur neemt toe met de lengte van de basislijn, met name als gevolg van een toename van de invloed van de ionosfeer. Door een voor GPS ongunstige ontwikkeling van de ionosfeer zou de benodigde meetduur voor het kort-statisch meten tot het jaar 2000 kunnen toenemen, daarna wordt weer een verbetering verwacht. Deze ionosferische invloeden maken een cyclus met een periode van 11 jaar door. Daar tegenover staat de ontwikkeling van algoritmen, die een steeds kortere meetduur mogelijk maken.

Bij een meetduur in de ordegrootte van enkele minuten is de tijd die nodig is voor het afbreken, verplaatsen en weer opstellen van de ontvangers een belangrijke tijdsfactor. De hiervoor benodigde tijd kan worden bekort door zo goed mogelijk bereikbare grondslagpunten te kiezen, bijvoorbeeld langs wegen. Bij sternetmeting treedt geen tijdverlies op voor het garanderen van de synchronisatie van de ontvangers.
Bij kringnetmeting is de verplaatsing die het meeste tijd kost bepalend voor de benodigde tijd tussen de sessies. Goede communicatie tijdens de uitvoering is bij kringnetmeting daarom van groot belang.

De vuistregels voor de planning van GPS-grondslagmetingen zijn:
- De minimale elevatie van de gebruikte satellieten is 15 graden.
- Tenminste vijf satellieten dienen zichtbaar te zijn. Hiervoor moet rekening worden gehouden met eventuele obstakels in de directe omgeving van het grondslagpunt en de minimale elevatie. Het gaat om dezelfde vijf (of meer) satellieten die op beide opstelpunten van een basislijn meer dan 15 graden boven de horizon moeten zijn. Door het verlengen van de meetduur kan een periode met minder dan vijf satellieten worden overbrugd.
- De PDOP-waarde dient tijdens de meting maximaal 6 te zijn. Door een verlenging van de meetduur kan een periode met een PDOP-waarde groter dan 6 worden overbrugd.
- Afhankelijk van de aanwijzingen in de handleiding van de ontvangers of de programmatuur zal het tijdsinterval tussen opeenvolgende registraties van de satellietsignalen door de ontvanger variëren van 5 tot 10 sec. Hierbij speelt de benodigde meetduur een rol. Naarmate er langer moet worden gemeten, kan het tijdsinterval tussen de metingen tot maximaal 10 sec worden vergroot.
- Het tijdstip van meting dient zo te worden gekozen dat aan de bovenstaande eisen voor GPS-grondslagmeting kan worden voldaan.
- Volg voor de benodigde meetduur de aanwijzingen van de handleiding van de ontvanger en van de programmatuur voor de basislijnberekening.

Meting (uitvoering)
De uitvoering van de metingen geschiedt volgens het tevoren opgestelde meetontwerp. Blijkt tijdens de metingen dat niet aan alle uitgangspunten voor het meetontwerp kan worden voldaan, dan dient het meetontwerp te worden bijgesteld. Daarbij is een goede communicatie tussen de deelnemers aan de meetcampagne van belang.

Vuistregels voor de uitvoering van de metingen:
- De ontvangers worden voor het begin van de metingen ingesteld op de voor de meetcampagne vastgestelde parameterwaarden.
  Afhankelijk van het type ontvanger kunnen de volgende gegevens worden ingesteld (tussen haakjes de waarden in geval van grondslagmeting):
  - de GPS-meetmethode (kort-statisch);
  - het registratie-interval (5 tot 10 sec);
  - de minimum satellietelevatie (15 graden);
  - het minimum aantal waar te nemen satellieten (5);
  - de maximale PDOP-waarde (6).
- Er dient gebruik te worden gemaakt van een statief en een stelschroevenblok met optisch lood voor het opstellen van de GPS-antenne. Op deze manier kan worden voldaan aan de vereiste centreringsprecisie van 3 mm per coördinaatcomponent.
- De antenne dient te worden voorzien van een grondplaat.
- De GPS-antenne wordt naar het noorden gericht. Het naar het noorden richten van de antennes leidt tot eliminatie van een eventuele fout in de plaats van het fasecentrum, voorzover deze fout bij de verschillende antennes gelijk is.

- De antennehoogte wordt gecontroleerd gemeten volgens een van tevoren vastgestelde procedure met een standaardafwijking van 3 mm of beter. Daarbij moet rekening worden gehouden met de instructies van de fabrikant. Voor de bepaling van de antennehoogte kunnen per antenne speciale loodstokken beschikbaar zijn. Een goede controle verkrijgt men door de antennehoogte te meten vóór en na de GPS-meting.

Registratie van de atmosferische omstandigheden is voor GPS-grondslagmeting niet nodig.

Vuistregels voor de berekening en toetsing

De verwerking van de GPS-metingen bestaat uit vier stappen. De eerste stap is de verwerking van de ruwe GPS-metingen, zoals die in de ontvangers worden geregistreerd, tot basislijnen. Aangeraden wordt om de basislijnberekening binnen een dag na de meting uit te voeren om eventuele problemen zo snel mogelijk aan het licht te brengen. In de volgende drie stappen heeft de vereffening en toetsing plaats en worden de coördinaten van de nieuwe grondslagpunten berekend.

De vuistregels voor de berekening van de basislijnen zijn:

- Gebruik de door de fabrikant van de ontvangers geleverde programmatuur.
- De volledige variantiematrix van de drie basislijncomponenten dient berekend te worden. Deze variantiematrix vormt een onderdeel van het kansmodel van de netwerkvereffening (zie § 5.4.5). Correlaties tussen basislijnen mogen worden verwaarloosd.
- De standaardafwijking van de benaderde coördinaten van het referentiestation voor de basislijnberekening (meestal is dit de vaste ontvanger van een sternet) dient maximaal 10 m te bedragen.
- Per sessie worden de kortste onafhankelijke basislijnen berekend. Het aantal onafhankelijke basislijnen is altijd één kleiner dan het aantal gelijktijdig ingezette ontvangers. De berekeningen kunnen per basislijn of per sessie (alle basislijnen in één berekening) plaats hebben. De berekening per basislijn heeft de voorkeur aangezien eventuele fouten dan beter opgespoord kunnen worden.
- De basislijnberekening is gebaseerd op de *double difference fixed* oplossing (zie appendix C). Kunnen de geheeltallige meerduidigheden niet, of met onvoldoende zekerheid bepaald worden, dan dient de basislijn overgemeten te worden.

De volgende indicatoren kunnen gebruikt worden bij de beoordeling van de kwaliteit van de oplossing:

- De geschatte standaardafwijking van de fasemeting (bij de beste fixed-oplossing). Deze standaardafwijking wordt ook wel RMS genoemd en is meestal kleiner dan 1 cm.
- Het quotiënt van de geschatte standaardafwijking van de (beste) fixed-oplossing en de float-oplossing. Dit quotiënt is meestal kleiner dan 2.
- Het quotiënt van de variantie van de één na beste fixed-oplossing en de variantie van de beste fixed-oplossing. Dit quotiënt wordt ook wel *ratio* genoemd en is in het algemeen groter dan 2.

De verwerking van de basislijnen bestaat uit de volgende stappen:

- vrije netvereffening en toetsing van de basislijnen;
- toetsing van de aansluitingspunten;
- coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving.

Voor de toetsing wordt in beginsel in alle rekenstappen de B-methode van toetsen gevolgd en worden de toetsingsparameters als volgt gekozen:
- onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets $\alpha_0 = 0.001$;
- onderscheidingsvermogen voor alle toetsen $\gamma_0 = 0.80$.

Bij de toetsing van het vrije net worden de basislijnen getoetst met behulp van een toets per basislijn en een toets per basislijncomponent. Worden één of meer van deze toetsen verworpen, dan dient de betreffende basislijn te worden verwijderd of zo mogelijk hersteld. Na toetsing van de basislijnen en hun componenten moet het vrije net voldoen aan de gestelde kwaliteitseisen: indien dit niet het geval is moeten basislijnen worden overgemeten.

Bij de toetsing van de aansluitingspunten wordt een één-, twee- of drie-dimensionale toets uitgevoerd, afhankelijk van de beschikbare coördinaten. De één-dimensionale toets is een toets die voor alle coördinaten van de aansluitingspunten afzonderlijk wordt uitgevoerd. De twee-dimensionale toetsen (planimetrie) en de drie-dimensionale toetsen zijn toetsen per aansluitingspunt. Wordt één van deze toetsen verworpen, dan wordt het betreffende aansluitingspunt verwijderd.
Er mogen maximaal 2 aansluitingspunten worden verworpen. Bij netwerken met 4 aansluitingspunten mag echter slechts één aansluitingspunt worden verworpen.

5.4.4 Functiemodel

In deze paragraaf wordt het functiemodel besproken van de vereffening van een GPS-netwerk. In appendix C wordt kort op het functiemodel van de basislijnberekening ingegaan. Het functiemodel wordt schetsmatig behandeld voor de vereffening van het vrije net, voor de toetsing van de aansluitingspunten en voor de coördinaatberekening, waarbij voornamelijk op de structuur van het functiemodel wordt ingegaan.
Bij het opstellen van het functiemodel is het uitgangspunt de verdichting van het bestaande RD-puntenveld. Het netwerk van GPS-basislijnen wordt aangesloten aan punten van het GPS-kernnet. Het hier behandelde functiemodel kan niet worden gebruikt voor een precieze bepaling van de orthometrische hoogte van de grondslagpunten (zie § 2.4).
Bij de berekeningen met GPS wordt gebruik gemaakt van waarnemingsgrootheden, gedefinieerd in verschillende stelsels. De basislijnen zijn gedefinieerd in drie dimensies (in het WGS84-stelsel) en de coördinaten van de aansluitingspunten in twee dimensies (RD-coördinaten) en één dimensie (NAP-hoogte). Van de grondslagpunten worden uiteindelijk weer coördinaten in twee dimensies (RD-coördinaten) en soms in één dimensie (NAP-hoogten) bepaald. Het vereffeningsmodel wordt echter geformuleerd in drie dimensies, omdat het hier een drie-dimensionaal vereffeningsprobleem betreft.

Coördinatenstelsels
Bij het opstellen van het functiemodel van GPS-netten zijn de volgende coördinatenstelsels van belang:
- Het mondiale referentiestelsel WGS84.
- Het nationale referentiestelsel RD(Bessel).
- Het Europese referentiestelsel ETRS89. Het ETRS89-stelsel vormt de verbindende schakel tussen het RD(Bessel)-stelsel enerzijds en het WGS84-stelsel anderzijds.
- Het RD-stelsel waarin de (kaart)coördinaten van de punten van het GPS-kernnet zijn gegeven en waarin de coördinaten van de grondslagpunten worden bepaald.
- Het NAP-stelsel, waarin de hoogte van de kernnet-punten is gegeven.

De relaties tussen het WGS84-stelsel, het ETRS89-stelsel en het RD(Bessel)-stelsel zijn beschreven in § 2.4. Voor landmeetkundige toepassingen komt het WGS84-stelsel overeen met het ETRS89-stelsel. De relatie tussen RD-coördinaten in het RD-stelsel en geografische coördinaten in het RD(Bessel)-stelsel is gegeven in § 2.3.

De waarnemingsgrootheden zijn gegeven in de volgende coördinatenstelsels:
- Basislijncomponenten zijn coördinaatverschillen gegeven in het WGS84-stelsel.
- Coördinaten van de aansluitingspunten zijn gegeven in het RD-stelsel voor de planimetrie en in het NAP-stelsel voor de hoogte.

Het functiemodel wordt opgesteld op basis van drie-dimensionale coördinaten van de onbekenden. Bij het opstellen van het functiemodel kunnen voor de onbekende coördinaten van de grondslagpunten verschillende stelsels worden gekozen, in het bijzonder RD(Bessel) en ETRS89. Daarnaast kunnen ook verschillende soorten coördinaten worden gebruikt, namelijk geografische en geocentrisch-cartesische coördinaten. Voor de praktijk zijn de volgende keuzes zinvol:
- geocentrisch-cartesische coördinaten (X, Y, Z) in ETRS89;
- geografische coördinaten (φ, λ, h) in ETRS89;
- geocentrisch-cartesische coördinaten (X, Y, Z) in RD(Bessel);
- geografische coördinaten (φ, λ, h) in RD(Bessel).

De relatie tussen de geografische en geocentrisch-cartesische coördinaten is beschreven in appendix A.
Omwille van de inzichtelijkheid is er in deze paragraaf voor gekozen het functiemodel te beschrijven op basis van slechts één soort coördinaten voor de onbekenden, namelijk de drie-dimensionale geocentrisch-cartesische coördinaten in RD(Bessel). Het functiemodel kan echter ook op basis van een andere coördinaatkeuze van de onbekenden worden opgesteld. Voor de hier gehanteerde keuze zijn de functiemodellen schematisch weergegeven in figuur 5.33.

Coördinaatdefinitie
De coördinaten van de grondslagpunten zijn onbekenden in het functiemodel in alle berekeningsstappen. Voor de berekeningen is daarom de coördinaatdefinitie van belang. Bij de vereffening van het vrije net wordt één punt als rekenbasis gekozen. De coördinaten van de rekenbasis zijn bij de vereffening van het vrije net geen onbekenden.
Bij de toetsing van de aansluitingspunten en de coördinaatberekening zijn de coördinaten van de aansluitingspunten gegeven in het RD-stelsel (planimetrie) en het NAP-stelsel (hoogte), en daarmee met behulp van de geoïdehoogte in het RD(Bessel)-stelsel. De aansluitingspunten leggen het coördinatenstelsel in operationele zin vast. Bij de toetsing van de aansluitingspunten zijn de coördinaten van alle punten onbekenden. Bij de coördinaatberekening worden de coördinaten van de aansluitingspunten bekend verondersteld en worden de gepubliceerde coördinaten gebruikt. De coördinaten worden daardoor berekend in het RD(Bessel)-stelsel. Met behulp van de in § 2.3 gegeven formules kunnen deze vervolgens worden omgerekend naar RD-coördinaten.

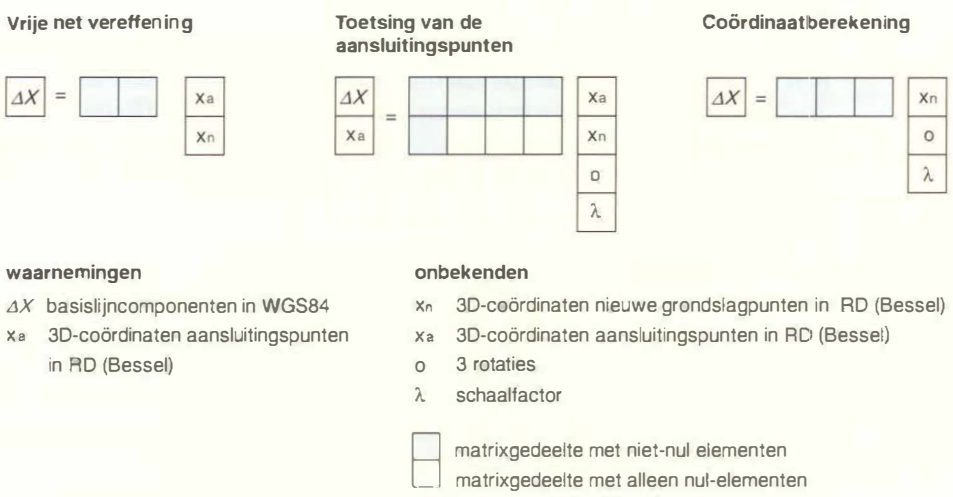
Functiemodel van de vereffening van het vrije net
De waarnemingsgrootheden zijn:
- Basislijncomponenten (coördinaatverschillen in WGS84).

De onbekenden zijn:
- Coördinaten van de punten van het netwerk in RD(Bessel). De coördinaten van één punt van het netwerk (de rekenbasis) worden vastgehouden en zijn geen onbekenden. In deze stap worden verschillen tussen WGS84 en RD(Bessel) verwaarloosd.

Functiemodel van de toetsing van de aansluitingspunten
De waarnemingsgrootheden zijn:
- Basislijncomponenten (coördinaatverschillen in WGS84).
- Coördinaten van de aansluitingspunten in RD (planimetrie) en NAP (hoogte).

De onbekenden zijn:
- Coördinaten van de punten van het netwerk in RD(Bessel).
- Drie rotatieparameters en een schaalfactor die de relatie beschrijven tussen het stelsel waarin de basislijncomponenten zijn gedefinieerd (WGS84) en het stelsel van de aansluitingspunten (RD(Bessel)).

De relatie tussen het stelsel van de aansluitingspunten en het stelsel van de basislijncomponenten wordt gemodelleerd met 4 transformatieparameters (3 rotatieparameters en een schaalparameter; aangezien er coördinaatverschillen worden gemeten zijn er geen translatieparameters als onbekenden). Omdat de aansluitingspunten gegeven zijn in RD(Bessel) en de basislijncomponenten in WGS84 is de verwachting dat de geschatte transformatieparameters slechts in beperkte mate afwijken van de gepubliceerde datumtransformatieparameters tussen ETRS89 en RD(Bessel). De geschatte transformatieparameters hebben echter alleen betrekking op de gebruikte aansluitingspunten.



Figuur 5.33: Structuur van het gelineariseerde functiemodel voor de verschillende vereffeningsstappen in matrixvorm.

Functiemodel van de coördinaatberekening
De coördinaatberekening kan op basis van twee modellen worden uitgevoerd. Bij de meest gangbare methode worden de coördinaten van de aansluitingspunten bekend verondersteld en bevat het model deze grootheden als onbekenden noch als waarnemingsgrootheden. Dit model is weergegeven in figuur 5.33.

De waarnemingsgrootheden zijn:
- Basislijncomponenten (coördinaatverschillen in WGS84).

De onbekenden zijn:
- Coördinaten van de punten van het netwerk in RD(Bessel).
- Drie rotatieparameters en de schaalfactor van de transformatie.

Ook in deze stap wordt de relatie tussen het stelsel van de aansluitingspunten en het stelsel van de basislijncomponenten gemodelleerd met 4 transformatieparameters.

Als alternatief kan bij de coördinaatberekening het functiemodel van de toetsing van de aansluitingspunten worden gebruikt, aangevuld met restricties op de onbekenden. De coördinaten van de aansluitingspunten mogen bij de coördinaatberekening immers geen correctie krijgen. De vereffening is dan gebaseerd op een gemengd model van waarnemingsvergelijkingen met restricties ten aanzien van de onbekenden (zie § 3.4.3).

Waarnemingsvergelijkingen
De niet-lineaire waarnemingsvergelijking van de basislijn tussen de punten *i* en *j* luidt:

$$\begin{pmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{pmatrix}_{\text{WGS84}} = \lambda\, R(\gamma,\beta,\alpha) \begin{pmatrix} X_j - X_i \\ Y_j - Y_i \\ Z_j - Z_i \end{pmatrix}_{\text{RD(Bessel)}} ,$$

met:

$\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij}$	basislijncomponenten (coördinaatverschillen in WGS84);
X_i, Y_i, Z_i	geocentrische coördinaten van punt *i* in RD(Bessel);
$R(\gamma,\beta,\alpha)$	drie-dimensionale rotatiematrix;
λ	schaalfactor.

De waarnemingsvergelijkingen van de coördinaten worden niet expliciet gegeven. Ze zijn ingewikkeld, omdat ze mede zijn opgebouwd uit de formules van de kaartprojectie en de omrekening van geografische naar cartesische coördinaten.

5.4.5 Kansmodel

Het kansmodel van de waarnemingsgrootheden wordt beschreven met een variantiematrix. Bij GPS-grondslagmeting zijn de waarnemingsgroepen de coördinaten van de aansluitingspunten en de basislijncomponenten. De waarnemingsgroepen zijn onderling ongecorreleerd. De precisie van de basislijnmeting is opgebouwd uit de centreringsprecisie en de meetprecisie. De correlaties tussen de basislijnen kunnen worden verwaarloosd.

Basislijnen
In de praktijk is gebleken dat de variantiematrix die berekend wordt bij de basislijnberekening meestal te optimistisch is. Een realistisch kansmodel kan worden verkregen door deze variantiematrix zodanig te schalen dat de variantie van de lengte van de basislijn gelijk wordt aan een gekozen functie van de afstand tussen de opstelpunten. Deze functie heeft de volgende gedaante:

$$\sigma_{l_{ij}}^2 = (a + b\, l_{ij})^2 \quad ,$$

met:

$\sigma_{l_{ij}}$ (model)standaardafwijking van de lengte van de basislijn in mm;
a constante instrumentele standaardafwijking in mm;
b afstandsafhankelijke factor voor de meetprecisie in mm/km;
l_{ij} lengte van de basislijn tussen de punten i en j in km.

De volgende waarden voor de parameters a en b blijken in de praktijk goed te voldoen:

$a = 2$ mm;
$b = 1$ mm/km.

Uit de variantiematrix die door de programmatuur voor de basislijnberekening berekend is, kan de variantie van de lengte van de basislijn als volgt worden afgeleid:

$$\sigma_{o,l_{ij}}^2 = \frac{1}{l_{ij}^2} (\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij})\, Q_o\, (\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij})^T \quad ,$$

waarin:

$$l_{ij}^2 = \Delta X_{ij}^2 + \Delta Y_{ij}^2 + \Delta Z_{ij}^2 \quad ,$$

met:

$\sigma_{o,l_{ij}}$ standaardafwijking van de lengte van de basislijn in mm;
Q_o (3 × 3)-variantiematrix uit de basislijnberekening in mm²;
$\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij}$ componenten van de basislijn tussen de punten i en j.

Uit de verhouding tussen de realistische en berekende variantie van de basislijnlengte volgt de schalingsfactor s^2:

$$s^2 = \frac{\sigma_{l_{ij}}^2}{\sigma_{o,l_{ij}}^2} \quad .$$

De (3 × 3)-variantiematrix van een GPS-basislijn inclusief de centreringsprecisie wordt vervolgens berekend als:

$$Q_{\Delta X} = s^2\, Q_o + 2\sigma_c^2\, I_3 \quad ,$$

met:

$Q_{\Delta X}$ (model)variantiematrix van de basislijn in mm²;
σ_c centreringsprecisie in mm;
I_3 eenheidsmatrix van dimensie 3.

Bij GPS-grondslagmeting is de centreringsprecisie 3 mm.
De correlaties tussen de basislijnen kunnen worden verwaarloosd.

Aansluitingspunten

De precisie van de RD-coördinaten van de aansluitingspunten wordt voor GPS-grondslagmeting op dezelfde manier beschreven als voor terrestrische grondslagmeting (zie § 5.3.5). Als vervangingsmatrix wordt gebruik gemaakt van een Baarda-Allberda matrix of van een diagonaalmatrix. Aansluitingspunten van het RD-puntenveld en grondslagpunten zijn doorgaans goed verzekerd en hebben geen idealisatieprecisie.

De kenmerkende kwaliteit van de aansluitingspunten van het RD-puntenveld wordt beschreven met:

- eerste-orde RD-punten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}3\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- tweede-orde RD-punten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0{,}5\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- derde-orde RD-punten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- hoofdpunten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 2{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van het GPS-kernnet (planimetrisch) $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van het GPS-kernnet (hoogte) $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$.

Als vervangingsmatrix van aansluitingspunten die onderdeel zijn van een grondslagnet wordt eveneens een Baarda-Alberda matrix gebruikt. De kenmerkende kwaliteit van punten van grondslagen wordt beschreven met:

- punten van GPS-grondslagnetten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- punten van terrestrische hoofdgrondslagnetten $c_0 = 0{,}0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 2{,}0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Voor de vervangingsmatrix van alle genoemde aansluitingspunten kan ook gebruik worden gemaakt van een diagonaalmatrix. In dat geval geldt voor planimetrie en hoogte $c_0 = 4{,}0\ \text{cm}^2$.

Het kan voorkomen dat een vervangingsmatrix moet worden opgesteld voor een puntenveld, samengesteld uit verschillende soorten aansluitingspunten. Dan wordt de grootste c_1-parameter gebruikt als parameter voor de puntprecisie.

Bij het opstellen van een Baarda-Alberda matrix moet ook een variantiefactor d^2 worden gespecificeerd. Deze parameter moet zo worden gekozen dat geldt $d^2 \geqq c_0 + c_1 l_{max}$, waarbij l_{max} de grootste afstand is tussen twee punten van het totale netwerk na de aansluiting. Als er aangesloten wordt aan verschillende soorten puntenvelden, dan wordt één parameter d^2 gekozen waarbij voor ieder puntenveld voldaan wordt aan $d^2 \geqq c_0 + c_1 l_{max}$.

5.4.6 Sterkteberekening

Voordat de GPS-metingen worden uitgevoerd kan de kwaliteit van het toekomstige grondslagnet worden geanalyseerd door middel van een sterkteberekening.
Zowel voor de vereffening van het vrije net als voor de toetsing van de aansluitingspunten kan een sterkteberekening worden uitgevoerd. Wordt van de ontwerpregels in § 5.4.3 afgeweken, dan moet altijd een sterkteberekening worden uitgevoerd. Blijkt dat niet aan de gestelde betrouwbaarheids- en precisie-eisen kan worden voldaan, dan dient het ontwerp aangepast te worden. Vaak zullen dan extra basislijnen aan het ontwerp moeten worden toegevoegd.

De betrouwbaarheid van het meetontwerp van het vrije net wordt beoordeeld op grond van de (genormaliseerde) grenswaarden die per waarneming, hier de GPS-basislijncomponenten ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$), kunnen worden berekend. Ook kunnen per basislijn berekende grenswaarde-ellipsoïden worden gebruikt. De uitwendige betrouwbaarheid wordt gekwantificeerd met behulp van de verstoringsfactoren (per basislijncomponent) of verstoringsellipsoïden (per basislijn).

De precisie van de coördinaten wordt beschreven door de variantiematrix. Deze wordt berekend op basis van het netontwerp (het functiemodel) en de aangenomen precisie van de waarnemingen (het kansmodel). De vereiste precisie van de coördinaten wordt

beschreven met behulp van de criteria voor de relatieve precisie tussen twee punten of een criteriummatrix voor alle grondslagpunten in het netwerk. De precisie is bij GPS-metingen hoog in vergelijkingen tot de precisie van terrestrische meetmethoden. Daarom ligt bij het netontwerp van GPS-grondslagen de nadruk op de betrouwbaarheid.

Voor een sterkteberekening van een GPS-grondslagnet zijn de volgende gegevens nodig:
- benaderde coördinaten van de punten van het netwerk in drie dimensies;
- de geplande (onafhankelijke) basislijnen;
- het kansmodel van de waarnemingen in de vorm van de variantiematrices van de basislijnen;
- de gebruikte toetsingsprocedure;
- de toetsingsparameters (onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 en onderscheidingsvermogen γ_0).

Voor de sterkteberekening van de toetsing van de aansluitingspunten zijn bovendien de parameters voor de vervangingsmatrix van de aansluitingspunten nodig. Deze vervangingsmatrix kan voor wat betreft de planimetrie bestaan uit een Baarda-Alberda matrix, opgebouwd met waarden voor de parameters c_0 en c_1 in overeenstemming met het type aansluitingspuntenveld. De hoogten worden ongecorreleerd verondersteld. Aangenomen kan worden dat de precisie van de gegeven hoogtecoördinaten afstandsonafhankelijk is.

Het kansmodel van de waarnemingen is in het geval van GPS-basislijnen niet eenvoudig. De precisie van de basislijnen is bij GPS-meting afhankelijk van vele factoren, zoals het aantal beschikbare satellieten en de satellietconfiguratie. Aangezien de benodigde gegevens van tevoren (benaderd) bekend zijn, kan het kansmodel in principe opgesteld worden op basis van deze informatie. Hiervoor was ten tijde van het tot stand komen van de HTW nog geen programmatuur beschikbaar. Daarom wordt aangeraden voorlopig de sterkte van GPS-netwerken te analyseren op basis van bestaande en gemeten netwerken.

De sterkteberekening levert de volgende resultaten:
- *Inwendige betrouwbaarheid.* De inwendige betrouwbaarheid van een basislijn wordt gekarakteriseerd door een drie-dimensionale grenswaarde-ellipsoïde. Per basislijncomponent wordt de grenswaarde of genormaliseerde grenswaarde berekend. Bij de sterkteberekening van de toetsing van de aansluitingspunten kunnen per aansluitingspunt drie-dimensionale grenswaarde-ellipsoïden worden berekend, naast grenswaarden voor een enkele coördinaat.
  Een grote (genormaliseerde) grenswaarde duidt op een zwakke controle en een kleine grenswaarde op een goede controle. De inwendige betrouwbaarheid van de waarnemingen is goed als in het vrije net voor alle waarnemingsgrootheden de genormaliseerde grenswaarde kleiner is dan 10. Voor de inwendige betrouwbaarheid van de aansluitingspunten zijn de eisen onafhankelijk van de meetmethode. Evenals voor de terrestrische grondslagmeting is de inwendige betrouwbaarheid goed als de halve lange as van de grenswaarde-ellipsoïde kleiner is dan 25 cm voor hoofdgrondslagen en kleiner dan 40 cm voor detailgrondslagen.
- *Uitwendige betrouwbaarheid.* De uitwendige betrouwbaarheid van een net wordt beoordeeld aan de hand van de invloed van eventuele fouten in de waarnemingen ter grootte van de grenswaarde op de onbekende 3D-coördinaten van de punten. De uitwendige betrouwbaarheid wordt gekarakteriseerd door de verstoringsfactor $\sqrt{\lambda_x}$. Deze factor kan voor iedere basislijncomponent berekend worden.

De uitwendige betrouwbaarheid van het vrije net is goed als voor alle waarnemingsgrootheden de verstoringsfactor kleiner is dan 10 (dat wil zeggen dat $\sqrt{\lambda_i} < 10$).

- *Precisie.* De precisie van een grondslagnet wordt beoordeeld op basis van de berekende variantiematrix van de coördinaten van de grondslagpunten. Men kan voor een aantal representatieve puntenparen de berekende relatieve precisie vergelijken met de vereiste relatieve precisie. Deze vergelijking is gebaseerd op de analyse van relatieve standaardellipsoïden. De langste as van de relatieve standaardellipsoïde, berekend uit de variantiematrix, moet korter zijn dan de straal van de criteriumcirkel.
  Bij GPS-grondslagmeting zal de precisie zelden een probleem vormen doordat de precisie van GPS-metingen goed is en omdat de eisen die worden gesteld uit oogpunt van de betrouwbaarheid leiden tot een netontwerp dat vrijwel altijd aan de precisie-eisen voldoet.

5.4.7 Voorbewerking

De voorbewerking van de GPS-grondslagmeting volgt op de berekening van de basislijnen en heeft ten doel de berekening van de benaderde waarden voor de onbekenden en de opsporing van grove fouten in de basislijnmetingen. De basislijnberekening wordt niet gerekend tot de voorbewerking. De basislijnberekening kan worden gezien als een reductie van de GPS-fasemetingen in combinatie met de gemeten antennehoogten. Deze berekening wordt in het algemeen uitgevoerd met de programmatuur die wordt meegeleverd met de ontvangers (zie appendix C).

De opsporing van grove fouten vindt plaats door middel van toetsing van sluitfouten in kringen. Deze foutopsporing is niet alleen mogelijk bij gebruik van de kringnetstructuur. Ook wanneer een sternetstructuur wordt gebruikt en de ontwerpregels van § 5.4.3 worden toegepast, ontstaan kringen waarvan de sluitfouten berekend en getoetst kunnen worden.
Wordt de GPS-antenne tweemaal onafhankelijk opgesteld op een grondslagpunt, dan kan getoetst worden op een opstelfout of een foutief gemeten antennehoogte. Wordt gebruik gemaakt van twee vaste ontvangers en éénmaal op elk te bepalen grondslagpunt opgesteld, dan kunnen wel kringsluitfouten worden berekend en getoetst, maar kan niet worden getoetst op opstelfouten of een foutieve antennehoogte. Wordt gebruik gemaakt van één vaste ontvanger en wordt slechts éénmaal opgesteld op de grondslagpunten, dan is geen sluitfoutberekening mogelijk. Deze werkwijze wordt afgeraden omdat de grondslagpunten dan met ongecontroleerde metingen bepaald worden. Er ontstaat dan een sternet, opgebouwd uit 'losse poten'.

Berekening en toetsing van de sluitfouten
Voor elke kring van een GPS-grondslagnet worden de sluitfouten berekend in drie coördinaatrichtingen. Om de oorzaak van de eventuele sluitfout te achterhalen worden de sluitfouten getransformeerd naar een drie-dimensionaal lokaal-cartesisch stelsel, aangeduid met: Easting, Northing, Height (E,N,H). De grootte van de sluitfouten is een indicatie voor de aanwezigheid van fouten in één (of meer) van de basislijnen waaruit de kring is opgebouwd. Veelal zal het gaan om een fout bij het opstellen of om een fout in de antennehoogte.
De sluitfouten kunnen worden berekend door per kring de basislijncomponenten te sommeren. De sluitfouten worden vervolgens naar een drie-dimensionaal lokaal stelsel getransformeerd en op hun significantie getoetst. Dit laatste gebeurt door de sluitfout te delen door zijn standaardafwijking en dit quotiënt te vergelijken met de kritieke waarde.

De standaardafwijking van iedere basislijncomponent wordt berekend door de geschaalde (volle) variantiematrix van de basislijnvector te transformeren naar een lokaal stelsel. De benodigde transformatie is een benaderde rotatie van de sluitfoutcomponenten en de bijbehorende variantiematrix naar de lokale horizon. Een benaderde transformatie op basis van de geografische coördinaten van een centraal gelegen punt van het netwerk volstaat, omdat het om de interpretatie van de toetsingsresultaten gaat en niet om de coördinaatberekening. De transformatie en de bijbehorende rotatiematrix hebben de volgende vorm:

$$\begin{pmatrix} t_E \\ t_N \\ t_H \end{pmatrix}_{\text{lokaal}} = R \begin{pmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{pmatrix}_{\text{WGS84}} \quad \text{en} \quad Q_{t\text{-lokaal}} = R\, Q_{t\text{-WGS84}}\, R^T \ ,$$

met:

$$R = \begin{pmatrix} -\sin(\lambda_0) & \cos(\lambda_0) & 0 \\ -\sin(\varphi_0)\cos(\lambda_0) & -\sin(\varphi_0)\sin(\lambda_0) & \cos(\varphi_0) \\ \cos(\varphi_0)\cos(\lambda_0) & \cos(\varphi_0)\sin(\lambda_0) & \sin(\varphi_0) \end{pmatrix} \ ,$$

waarin:

t_E, t_N, t_H	de sluitfouten in een (benaderd) lokaal stelsel;
t_X, t_Y, t_Z	de sluitfouten in WGS84;
$Q_{t\text{-WGS84}}$	variantiematrix van de sluitfouten in WGS84, verkregen uit de sommatie van de geschaalde variantiematrices van de basislijnen ($Q_{\Delta X}$; zie 5.4.5);
$Q_{t\text{-lokaal}}$	variantiematrix van de sluitfouten in een (benaderd) lokaal stelsel;
R	rotatiematrix van WGS84 naar een lokaal stelsel;
φ_0, λ_0	geografische breedte en lengte van een centraal gelegen punt van de grondslag.

De toets van de sluitfout wordt verworpen en kan op een mogelijke fout wijzen als:

$$\frac{|t_\cdot|}{\sigma_{t_\cdot}} > N_{\alpha/2}(0,1) \ ,$$

waarin:

$t_\cdot$	t_E, t_N of t_H de sluitfouten in de drie lokale coördinaatrichtingen;
$\sigma_{t_\cdot}$	de standaardafwijking van de sluitfout $t_\cdot$ (uit $Q_{t\text{-lokaal}}$), waarbij de standaardafwijking dezelfde eenheid moet hebben als de sluitfout;
$N_{\alpha/2}(0,1)$	de kritieke waarde van de normale verdeling met een onbetrouwbaarheidsdrempel α. Als onbetrouwbaarheidsdrempel kan worden gekozen $\alpha = 0{,}001$.

Opsporing van een opstelfout

Als t_E of t_N significant is, of beide significant zijn, dan kan dit erop wijzen dat er een keerfout is opgesteld. Een opstelfout kan alleen worden aangetoond als er binnen de kring tweemaal op hetzelfde punt is opgesteld. Sluitfouten in de orde van centimeters duiden op een centrcerfout. Bij grotere sluitfouten moet de fout worden gezocht in het opstellen op het verkeerde punt. Met de toetsing van een enkele kring kan niet worden aangetoond in welk punt de opstelfout is opgetreden. Worden de toetsingsresultaten van meerdere kringen gecombineerd, dan is het mogelijk om één of enkele punten aan te wijzen waarin de fout kan zijn opgetreden.

Opsporing van een foutieve antennehoogte
Wordt t_H verworpen, dan is een fout in de antennehoogte binnen die kring waarschijnlijk. Een fout in de meting van de antennehoogte kan tijdens de voorbewerking alleen aangetoond worden als er binnen een kring ten minste tweemaal op hetzelfde punt is opgesteld en de antennehoogte is gemeten. Is slechts éénmaal opgesteld en is er een fout gemaakt bij de meting van de antennehoogte, dan zal deze fout leiden tot een foutieve bepaling van de hoogte van het grondslagpunt. Ook bij de vereffening en toetsing kan een dergelijke fout niet gevonden worden, tenzij het een aansluitingspunt betreft waarvan de hoogte bekend is.

Berekening van benaderde coördinaten
Bij GPS-grondslagmeting kunnen de benaderde waarden van de coördinaten door sommatie van de coördinaatverschillen van de basislijnen worden berekend. Uitgaande van de RD(Bessel)-coördinaten van één punt in het net kunnen de benaderde coördinaten berekend worden. De procedure ziet er als volgt uit:
- Transformeer de RD(Bessel)-coördinaten van het startpunt naar ETRS89 (zie § 2.4.2).
- 'Sommeer' de basislijncomponenten uitgaande van de ETRS89- coördinaten van het startpunt.
- Transformeer de verkregen ETRS89-coördinaten naar RD(Bessel) (conform § 2.4.2).

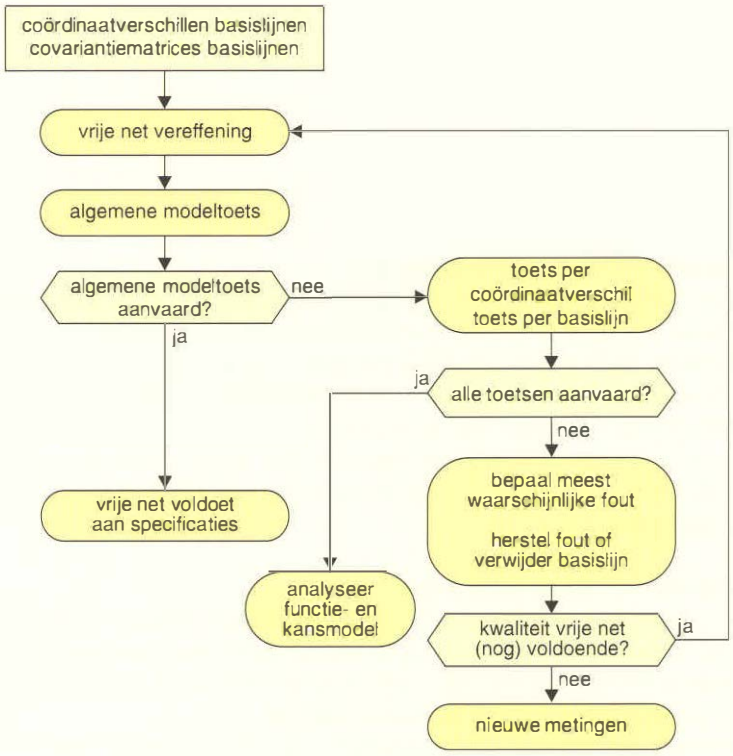
Door een vergelijking van de berekende met de gegeven coördinaten van de aansluitingspunten kunnen grove fouten in de gegeven coördinaten worden opgespoord.

5.4.8 Toetsing

De toetsing vindt plaats in twee stappen. In de eerste stap worden de waarnemingen getoetst tijdens de vereffening van het vrije net. In de tweede stap ligt de nadruk op de toetsing van de coördinaten van de aansluitingspunten. De toetsing in de tweede stap wordt uitgevoerd op basis van een tweede fase kleinste-kwadraten vereffening.

In beide stappen wordt aangeraden de toetsing uit te voeren met de B-methode van toetsen. Als onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets wordt gekozen $\alpha_0 = 0{,}001$. Het onderscheidingsvermogen van alle toetsen is $\gamma_0 = 0{,}80$. Bij een grote overtalligheid kan de onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets van het model zeer groot worden als gevolg van het toepassen van de B-methode. Dit betekent dat de kans groot wordt dat de algemene toets van het model ten onrechte wordt verworpen. Hiermee moet rekening worden gehouden bij een onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets van het model groter dan 0,10. Als in dat geval alle één-, twee- en driedimensionale toetsen worden aanvaard, terwijl de algemene toets wordt verworpen, is er mogelijkerwijs toch geen modelfout opgetreden.

Toetsing van het vrije net
De procedure voor de toetsing van de basislijn-metingen tijdens de vereffening van het vrije net is gegeven in figuur 5.34.
De toetsing begint met het uitvoeren van de algemene modeltoets. Als deze toets wordt aanvaard, zijn er kennelijk geen modelfouten in het vrije netwerk en voldoet het vrije net aan de specificaties. Bij verwerping van de algemene modeltoets wordt allereerst gezocht naar fouten in de afzonderlijke waarnemingen (basislijncomponenten). In de praktijk is



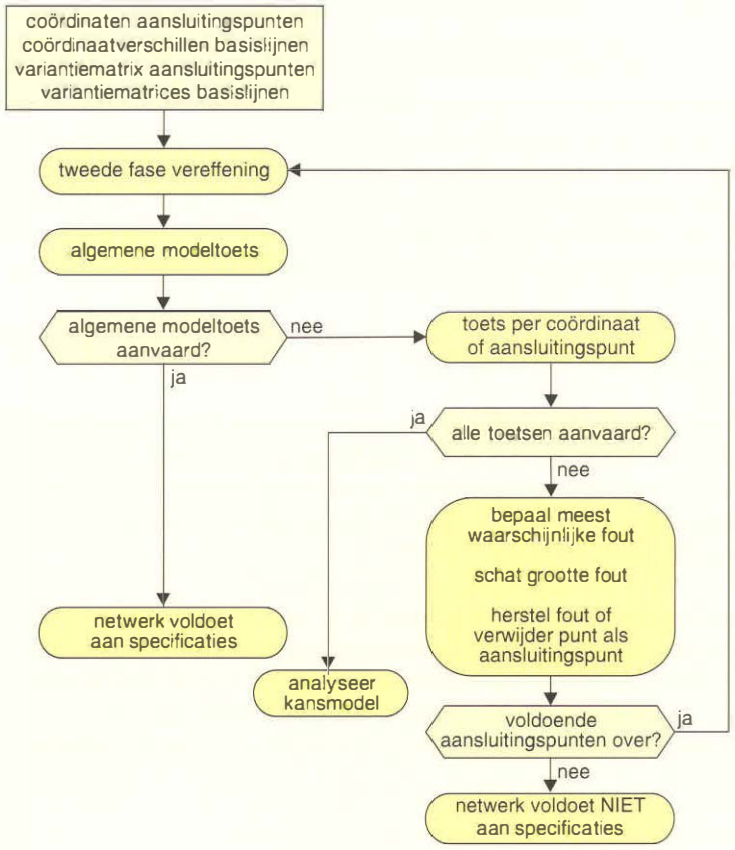
Figuur 5.34: Toetsingsprocedure bij de vereffening van het vrije net.

het zinvol gebleken en daardoor gebruikelijk om, ook in het geval dat de algemene toets wordt aanvaard, een toets per waarneming uit te voeren. Dit geldt zeker bij grote netwerken en maakt het mogelijk kleinere fouten op te sporen.
Alle basislijncomponenten worden apart getoetst met behulp van de één-dimensionale w-toets. Per basislijn worden nog twee toetsen uitgevoerd. De eerste toets veronderstelt een fout in één van de basislijnen (dit is de drie-dimensionale basislijntoets). De tweede toets is de één-dimensionale hoogte-toets. Deze toets veronderstelt een fout in de hoogterichting van één van de basislijnen. Een dergelijke fout kan optreden door een fout in de gemeten antennehoogte in één van de opstelpunten.
Aangenomen wordt dat de gezochte foutieve basislijn die basislijn is waarvan één van de vijf toetsen het duidelijkst wordt verworpen. Het grootste quotiënt tussen toetsingsgrootheid en kritieke waarde duidt op de meest waarschijnlijke fout. Zijn de verschillen tussen de verworpen toetsen klein, dan geeft de drie-dimensionale basislijntoets de doorslag bij het aanwijzen van een foutieve basislijn. Een foutieve basislijn moet uit het bestand van waarnemingen worden verwijderd, waarna de toetsing kan worden herhaald. In beginsel worden de basislijnen één voor één verwijderd, maar in grotere netwerken kunnen meerdere basislijnen gelijktijdig worden verwijderd wanneer deze niet in dezelfde of aangrenzende kringen voorkomen. Dit proces wordt herhaald totdat er geen waarnemingen meer worden verworpen. Als na verwijdering van een basislijn niet meer wordt voldaan aan de ontwerpregels, dan voldoet het vrije net niet aan de specificaties en moeten er basislijnen worden overgemeten. Dit is bijvoorbeeld het geval als na verwijdering van basislijnen delen van het net ongecontroleerd zijn.

Wordt de algemene modeltoets verworpen, terwijl de andere toetsen niet tot eenduidige conclusies leiden, dan zou zich een systematische foutenbron in het functiemodel kunnen bevinden. Een tweede mogelijkheid is een fout bij het opstellen van het kansmodel, bijvoorbeeld ontstaan door een onjuiste schaling van de variantiematrices van de basislijnen.

Toetsing van de aansluitingspunten

De tweede stap van de toetsing is met name gericht op het vinden van fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten. Daarnaast kan in deze fase ook op fouten in de basislijnen worden getoetst en kan worden gecontroleerd op een correcte bepaling van de transformatieparameters. De toetsing wordt uitgevoerd als onderdeel van een tweede fase kleinste-kwadraten aansluitingsvereffening. Bij deze toetsing worden de coördinaten van de aansluitingspunten stochastisch verondersteld. De toetsingsprocedure is gegeven in figuur 5.35.



Figuur 5.35: Procedure voor de toetsing van de aansluitingspunten bij de tweede fase kleinste-kwadraten vereffening.

De procedure voor de toetsing van aansluitingspunten vertoont grote overeenkomsten met die van de toetsing van het vrije net. Als eerste wordt een algemene modeltoets uitgevoerd. Als deze toets wordt aanvaard, zijn er in principe geen modelfouten in het netwerk. Het wordt aangeraden om vervolgens toch de toetsing van de aansluitingspunten uit te voeren. Bij verwerping van de algemene modeltoets wordt deze toetsing eveneens uitgevoerd om daarmee naar fouten in de aansluitingspunten te zoeken. Er kan per coördinaat of per punt worden getoetst. In het eerste geval gebruikt men de w-toets, in het tweede geval de twee- of drie-dimensionale punttoets, afhankelijk van het feit of alleen de x- en y-coördinaat van het aansluitingspunt gegeven zijn of alle drie de coördi-

naten. Bij verwerping van (één van) deze toetsen is er waarschijnlijk een fout opgetreden in het aansluitingspunt waarvan het quotiënt van de toetsingsgrootheid en zijn kritieke waarde het grootst is. Bij verwerping van een coördinaat of een punt moet het betreffende punt als aansluitingspunt worden verwijderd of verbeterd, waarna steeds opnieuw een toetsing wordt uitgevoerd. Tijdens de toetsing van de aansluitingspunten kunnen ook de basislijnen nogmaals worden getoetst. Het is mogelijk dat fouten ontdekt worden die in de toetsing van het vrije net niet naar voren kwamen.

Bij aansluiting aan vier punten mag maximaal één aansluitingspunt worden verwijderd. In dat geval moeten drie volledige aansluitingspunten overblijven. De rotatieparameters van de transformatie van WGS84 naar RD(Bessel) zijn dan slecht bepaald, waardoor de betrouwbaarheid van de gegeven hoogten van de aansluitingspunten slecht is.
Er mogen nooit meer dan twee aansluitingspunten worden verworpen. Worden twee of meer aansluitingspunten verworpen, dan is dit een sterke aanwijzing voor een slechte kwaliteit van het veld van aansluitingspunten. Wordt de algemene modeltoets verworpen terwijl er geen aansluitingspunt of basislijn duidelijk wordt verworpen, dan is het mogelijk dat het kansmodel van de aansluitingspunten onjuist is gekozen. In dat geval resulteren de structuur of de parameters van de vervangingsmatrix in een onjuiste beschrijving van de kwaliteit van het veld van aansluitingspunten.

5.4.9 Coördinaatberekening

Na het accepteren van de resultaten van de toetsing kan de coördinaatberekening plaatsvinden. De coördinaten worden in het RD(Bessel)-stelsel berekend door middel van een tweede fase pseudo kleinste-kwadraten vereffening, waarbij de GPS-grondslag aan de aansluitingspunten wordt aangesloten. Bij deze coördinaatberekening wijzigen de coördinaten van de aansluitingspunten niet.

De geocentrisch-cartesische coördinaten die in het functiemodel als onbekenden optreden, worden in twee stappen getransformeerd naar RD- en NAP-coördinaten. De eerste stap is die van geocentrisch-cartesische coördinaten (X, Y, Z) naar geografische coördinaten (φ, λ, h) (zie appendix A). In de tweede stap worden de geografische coördinaten getransformeerd naar het RD-stelsel (x, y) en met behulp van de geoïdehoogte naar het NAP-stelsel (H).

5.4.10 Kwaliteitsbeschrijving

De kwaliteit van de punten van een GPS-grondslagnet wordt beschreven door de kenmerkende relatieve precisie van dergelijke grondslagnetwerken. De betrouwbaarheid van de punten van het grondslagnetwerk wordt impliciet gewaarborgd door de beheersing van de betrouwbaarheid in het meet- en verwerkingsproces. Door eisen te stellen aan het meetontwerp, de verwerking en de toetsing wordt de betrouwbaarheid tijdens het meet- en verwerkingsproces wel expliciet onderzocht.

Als een GPS-grondslagnet conform het meetontwerp is opgezet, wordt de kwaliteit ervan beschreven door middel van de puntprecisie van het vrije grondslagnet. De Baarda-Alberda matrix, die de precisie van een GPS-grondslag beschrijft, wordt met de volgende parameters opgesteld:

- planimetrie $c_0 = 0\ \text{cm}^2$; $c_1 = 1\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- hoogte $c_0 = 4\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Wordt gebruik gemaakt van een diagonaalmatrix, dan geldt:

- planimetrie en hoogte $c_0 = 4\ \text{cm}^2$; $c_1 = 0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Als van de ontwerpregels wordt afgeweken, moet worden gecontroleerd of de relatieve precisie voldoet aan de specificaties. Hiervoor moet de variantiematrix van de coördinaten worden berekend, waarbij rekening wordt gehouden met het stochastische karakter van de aansluitingspunten. Deze variantiematrix moet betrekking hebben op de RD-coördinaten. Aangezien in het functiemodel de onbekenden gedefinieerd zijn in een geocentrisch-cartesisch stelsel (of mogelijk in geografische coördinaten) dient de voortplantingswet toegepast te worden voor de transformatie naar RD-coördinaten. De berekende variantiematrix kan worden geanalyseerd door de vergelijking van op basis van de variantiematrix berekende relatieve standaardellipsen met de vereiste relatieve precisie. Het is niet nodig voor alle puntenparen de relatieve standaardellips te berekenen. In ieder geval moet de relatieve precisie tussen nabijgelegen punten, die niet onderling door basislijnen zijn verbonden, worden gecontroleerd. De halve lange as van de relatieve standaardellips tussen de punten i en j (a_{ij}) dient te voldoen aan:

$$a_{ij} \leqq \sqrt{2c_0 + 2c_1 l_{ij}} \quad ,$$

met:

a_{ij} de halve lange as van de relatieve standaardellips tussen de punten i en j;
l_{ij} de afstand tussen de punten i en j in km;
c_0, c_1 parameters van de Baarda-Alberda matrix.

5.4.11 Kwaliteitscontrole

Bij het beoordelen van een GPS-grondslagnet moet met name op de volgende aspecten worden gelet:

- Het uiteindelijk gerealiseerde netwerk moet voldoen aan de ontwerpregels.
- Het meet- en rekenproces moet overeenkomstig de vuistregels zijn uitgevoerd.

Het wordt aangeraden om tijdens de uitvoering het meet- en verwerkingsproces op deze aspecten te controleren.

Een controle van de resultaten van de GPS-grondslagmeting kan worden verkregen door:

- Beoordeling van de rekenresultaten. De resultaten van de toetsing en eventueel die van de sterkteberekening kunnen worden geanalyseerd. Deze vorm van controle is beperkt doordat zij afhankelijk is van de toegepaste programmatuur, algoritmen en procedures.
- Herberekening op basis van de oorspronkelijke waarnemingen. Deze controle vereist dat het gehele rekenproces opnieuw wordt uitgevoerd. Er is sprake van een onafhankelijke controle als daarvoor andere programmatuur gebruikt wordt dan voor de oorspronkelijke berekeningen is ingezet.

5.5 Gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting

De beide methoden van grondslagmeting die in de voorgaande twee paragrafen besproken zijn, de terrestrische en de GPS-grondslagmeting, kunnen gecombineerd worden toegepast. Deze toepassing binnen één meetproject maakt het mogelijk de voordelen van beide technieken te combineren. Zo kan een grondslagpunt dat ongeschikt is voor meting met GPS in het net worden opgenomen met behulp van terrestrische metingen. Denk bijvoorbeeld aan een kerktoren die men als aansluitingspunt wil gebruiken. Is als gevolg van de terreingesteldheid het zicht tussen de grondslagpunten onderling een probleem, dan ligt het gebruik van GPS voor de hand. In het algemeen kan het gebruik van GPS de benodigde hoeveelheid terrestrische metingen verminderen, met name door de goede precisie van GPS over lange afstanden. Door de voordelen van de gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting ten opzichte van de afzonderlijk toegepaste methoden, wordt steeds vaker voor deze combinatie gekozen.

Gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting kan voor zowel hoofdgrondslagen als detailgrondslagen worden toegepast. Het gebruik voor detailgrondslagen ligt echter meer voor de hand.
Onderwerpen als het functie- en kansmodel van de gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting, worden in deze paragraaf niet apart behandeld. In de voorgaande twee paragrafen (§ 5.3 en § 5.4) worden deze onderwerpen voor beide meettechnieken afzonderlijk besproken. De inhoud van deze paragrafen is in het algemeen ook van toepassing op de gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting.

5.5.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Met gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting kan de algemene *doelstelling* van een grondslagnet verwezenlijkt worden, namelijk de verdichting van een bestaand puntenveld ten behoeve van een bepaald meetproject. De eisen aan de grondslagnetten zijn onafhankelijk van de toegepaste meettechniek. Daarom zal hier niet op de levensduur, de betrouwbaarheid of de precisie-eisen voor deze netten ingegaan worden. Deze zijn behandeld in § 5.3.1 en § 5.4.1.

De *randvoorwaarden* waarmee rekening gehouden moet worden voor toepassing van gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting zijn:
- Er dient geschikte apparatuur beschikbaar te zijn voor zowel de terrestrische meting als de GPS-meting. Hetzelfde geldt voor de programmatuur voor de integrale verwerking van beide typen metingen.
- Het GPS-systeem dient tijdens de GPS-metingen goed te functioneren. Het is van belang dat de signalen van een voldoende aantal goed werkende satellieten ontvangen kunnen worden. Plaatselijk kunnen storende stralingsbronnen dit verhinderen.

De gecombineerde meetmethode kan voor zowel hoofdgrondslagen als detailgrondslagen worden ingezet. In het algemeen geldt dat met de combinatie van beide meetmethoden het bereiken van het gestelde doel wordt vergemakkelijkt doordat de voordelen van beide meettechnieken gecombineerd kunnen worden. De combinatie van terrestrische en GPS-grondslagmeting biedt de volgende voordelen:
- Meer vrijheid in de keuze van de aansluitingspunten en de ligging van de grondslagpunten. Dit is een gevolg van het feit dat niet alle punten geschikt hoeven te zijn voor GPS-meting en dat niet in alle delen van het net onderlinge zichtbaarheid tussen de punten is vereist.

- Meer vrijheid in het netontwerp. Dit hangt samen met het voorgaande punt. De inzet van GPS maakt het mogelijk om het net te versterken waar dit met terrestrische meetmethoden niet mogelijk is. Het netontwerp is bij GPS-grondslagmeting vrijwel geheel onafhankelijk van de terreingesteldheid.
- De omvang van het (terrestrische deel van het) net kan beperkt blijven tot een voor de detailmeting noodzakelijk minimum. Aansluitingspunten kunnen met GPS-metingen, over mogelijk grote afstand, in het net opgenomen worden.
- Buitenpunten die men niet in het net wil opnemen, maar waarbij dit op grond van precisie-overwegingen wel zou moeten, kunnen met behulp van GPS-metingen van het net worden 'afgeschermd' (zie § 5.5.3).

De nadelen van een gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting ten opzichte van de afzonderlijke technieken kunnen als volgt samengevat worden:
- Er is meer kennis nodig voor de gecombineerde grondslagmeting. Het gaat om kennis van beide meettechnieken afzonderlijk, maar ook om kennis van de combinatie van beide.
- De uitvoering van de metingen kan logistiek gezien lastiger zijn. Dit als gevolg van de beide typen instrumenten en het feit dat een grondslagpunt in het algemeen niet gelijktijdig terrestrisch en met GPS gemeten kan worden.
- De verwerking is complexer door de combinatie van de verschillende waarnemingstypen. De programmatuur moet de integrale vereffening van de verschillende waarnemingsgrootheden ondersteunen.

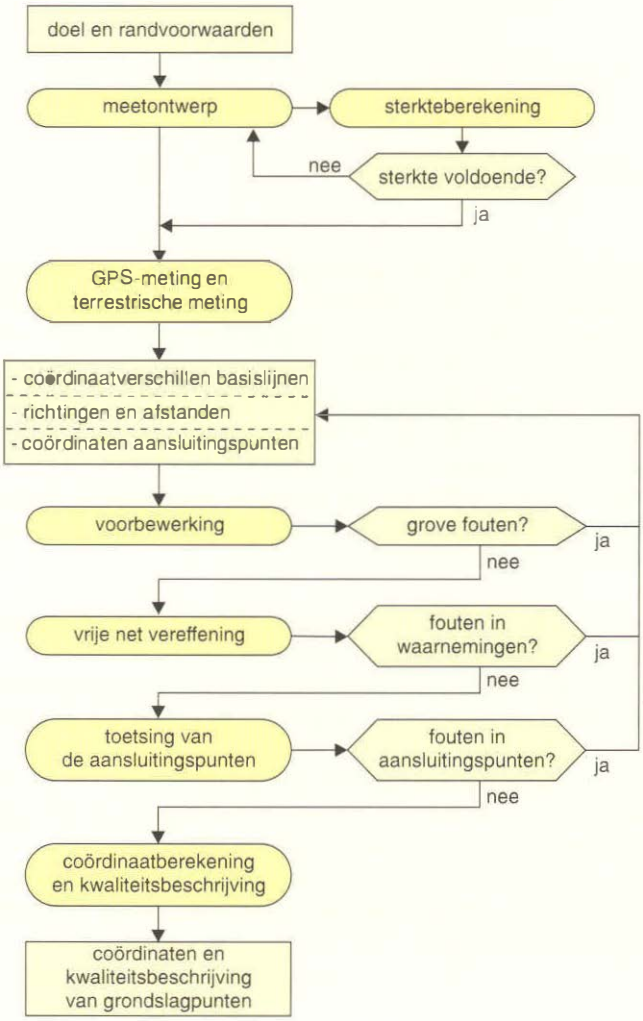
5.5.2 Procesbeschrijving

Het proces voor het realiseren van een gecombineerd terrestrisch GPS-grondslagnet is weergegeven in figuur 5.36. Dit processchema vertoont grote overeenkomst met het schema voor de afzonderlijke technieken (zie figuur 5.11 en figuur 5.29).

Doel en randvoorwaarden
Het doel van de meting, verdichting van het bestaande puntenveld, dient uitgewerkt te worden met de keuze van de ligging van de nieuwe grondslagpunten. Daarvoor wordt allereerst de bestaande grondslag geïnventariseerd. Zowel voor de bestaande als voor de nieuwe grondslagpunten wordt nagegaan of deze geschikt zijn voor terrestrische of GPS-meting, of voor beide.

Meetontwerp
Op basis van het doel en de randvoorwaarden wordt het meetontwerp voor de gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting vastgesteld. De combinatie van beide meettechnieken laat echter een grote vrijheid voor het meetontwerp.

Het meetontwerp omvat:
- Keuze van de aansluitingspunten en de nieuwe grondslagpunten.
- Het netontwerp. Daarbij wordt aangegeven welke meetmethode in welke delen van het net toegepast zal worden.
- Keuze van de berekeningsmethode (en daarmee van de programmatuur).
- Planning van de metingen (met name van de logistiek).

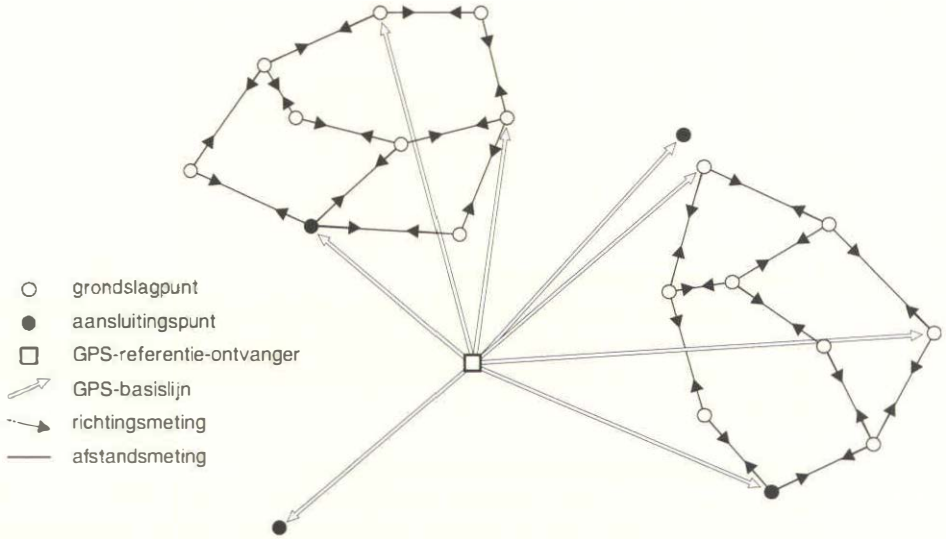


Figuur 5.36: Meet- en verwerkingsproces voor gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting.

Evenals bij GPS-netten dienen de GPS-kernnetpunten in de omgeving van het meetproject geïnventariseerd te worden. Met behulp van GPS-metingen kunnen deze punten als aansluitingspunten in het net worden opgenomen. Door de combinatie met terrestrische metingen kunnen ook RD-punten en terrestrische grondslagelementen als aansluitingspunten worden gebruikt zonder veel extra inspanning.

Het type netstructuur van het terrestrische gedeelte van gecombineerde grondslagnetten is de kringnetstructuur. De structuur van het GPS-gedeelte van het net zal meestal een sternetstructuur zijn. Aangezien het met GPS mogelijk is om over grote afstanden een goede relatieve precisie te bereiken, kunnen hiermee op zichzelf staande (kleine) terrestrische netwerken worden verbonden tot gecombineerde netwerken. Een voorbeeld van een dergelijk netontwerp wordt gegeven in figuur 5.37. Ook is het mogelijk dat een terrestrisch kringnet wordt verstevigd met behulp van GPS-metingen waarbij geen gebruik wordt gemaakt van een vast opgestelde referentie-ontvanger. Dit kan zich voordoen wanneer er geen onderling zicht bestaat tussen grondslagpunten die op grond van de ontwerpregels door metingen met elkaar dienen te worden verbonden.

De meetopzet en de logistiek van de meetcampagne is afhankelijk van het gekozen netontwerp. Het ligt voor de hand om de terrestrische en GPS-metingen in dezelfde periode uit te voeren om het instrumentarium efficiënt te gebruiken. Wel dient men er rekening mee te houden dat het in het algemeen niet mogelijk is om GPS-metingen en terrestrische metingen gelijktijdig op hetzelfde grondslagpunt uit te voeren, tenzij men de beschikking heeft over een tachymeter met geïntegreerde GPS-antenne.



Figuur 5.37: Voorbeeld van een combinatie van terrestrische en GPS-grondslagmeting.

De berekeningen vallen uiteen in de berekening van de basislijnen uit de GPS-metingen en de netwerkvereffening. Voor beide verwerkingsstappen moeten keuzes worden gemaakt ten aanzien van de berekeningsmethode en de hiervoor in te zetten programmatuur.

Sterkteberekening
Een analyse van de sterkte van het net in de vorm van een sterkteberekening is alleen noodzakelijk wanneer van de ontwerpregels wordt afgeweken. Door de combinatie van terrestrische en GPS-metingen is een grote variatie aan netontwerpen mogelijk. Met behulp van sterkteberekeningen is het mogelijk om de kwaliteit van een ontwerp op voorhand te beoordelen.

Meting
De metingen worden uitgevoerd op basis van het meetontwerp. In de meetopzet die onderdeel uitmaakt van het meetontwerp, worden de te verrichten metingen nader omschreven.

Berekening basislijnen
In deze stap worden de GPS-metingen verwerkt tot de basislijncomponenten in de vorm van drie-dimensionale coördinaatverschillen. De coördinaatverschillen (met de bijbehorende variantiematrices) zijn de waarnemingsgrootheden in de netvereffening. In appendix C wordt dieper op de basislijnberekening ingegaan.

Voorbewerking
Ook bij gecombineerde terrestrische en GPS-meting heeft de voorbewerking twee doelen. Ten eerste is dit de berekening van de benaderde waarden voor de coördinaten van de netwerkpunten. Ten tweede dient de voorbewerking om grove fouten in de waarnemingen op te sporen en zo mogelijk te herstellen. De voorbewerking kan voor de twee typen metingen afzonderlijk worden uitgevoerd, maar het is ook mogelijk om alle waarnemingen in één voorbewerking te combineren. In een gecombineerde voorbewerking kunnen eventuele fouten beter worden gevonden.

Vrije net vereffening
De beoordeling van de kwaliteit van het net vindt plaats door middel van een kleinstekwadraten vereffening, waarbij wordt getoetst of de waarnemingen passen in het gekozen model. In de vrije net vereffening wordt getoetst op fouten in (de componenten van) de basislijnen of in de terrestrische waarnemingen. Fouten moeten uit het waarnemingenbestand worden verwijderd, hersteld, dan wel worden overgemeten.

Toetsing van de aansluitingspunten
In de tweede fase aansluitingsvereffening worden eventuele fouten in de aansluitingspunten opgespoord. Bij deze toetsing worden naast de basislijnen en de terrestrische waarnemingen ook de coördinaten van de aansluitingspunten als waarnemingen beschouwd.

Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving
Zodra de toetsing tot bevredigende resultaten leidt, kan de definitieve coördinaatberekening worden uitgevoerd. Zowel de coördinaten als de bijbehorende kwaliteitsparameters worden opgeslagen.

5.5.3 Meetontwerp

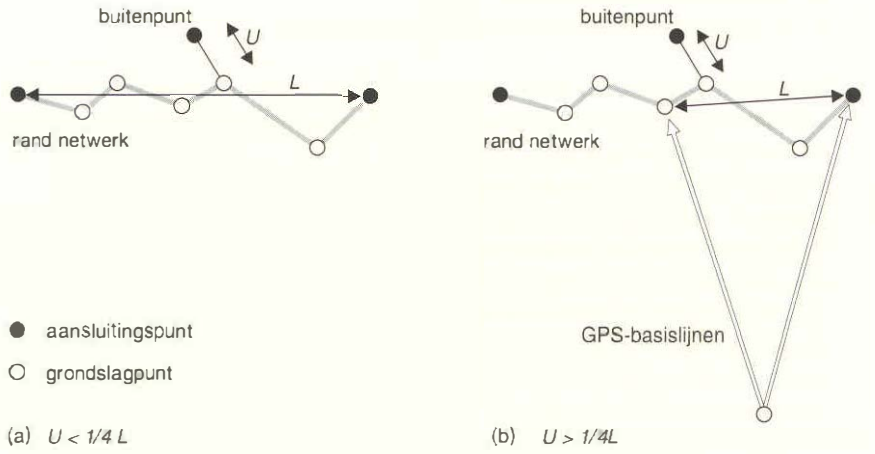
De in deze paragraaf gegeven ontwerpregels, vuistregels en aanbevelingen voor de gecombineerde terrestrische en GPS-grondslagmeting vormen meestal een aanvulling op of een precisering van de regels voor de afzonderlijke meettechnieken. Het merendeel van deze regels behoudt in de gecombineerde grondslagmeting zijn geldigheid. Deze regels zijn opgenomen in § 5.3.3 en § 5.4.3 en worden hier niet herhaald.

Ontwerpregels

Grondslagpunten
- Grondslagpunten die met GPS worden gemeten, moeten voldoen aan de eisen genoemd in § 5.4.3. De belangrijkste eis is een obstakelvrij zicht op de hemel, zodat de satellietsignalen ongehinderd hun weg naar de antenne kunnen vinden.
- Terrestrisch te meten grondslagpunten moeten (op statiefhoogte) een voldoende onderlinge zichtbaarheid hebben zodat de geplande richtings- en afstandsmetingen uitgevoerd kunnen worden.

Aansluitingspunten
De volgende ontwerpregels zijn van belang voor de keuze van de aansluitingspunten:
- Aansluitingspunten kunnen zijn punten van het GPS-kernnet, RD-punten en, wanneer het gaat om een detailgrondslag, terrestrische grondslagelementen. Voor een detailgrondslag kunnen punten van een recent gemeten hoofdgrondslag als aansluitingspunten worden gebruikt, mits zeker is dat de verzekering niet is verstoord.
- Alle in het gebied van de grondslag aanwezige RD-punten, inclusief de punten van het GPS-kernnet, moeten als aansluitingspunten worden opgenomen in het net. Bij een detailgrondslag worden in terrestrisch gemeten delen van het net ook alle terrestrische grondslagelementen in het net opgenomen.
- Er worden ten minste 4 aansluitingspunten gebruikt waarvan de RD-coördinaten bekend zijn.
- Worden de transformatieparameters van WGS84 naar RD(Bessel) in de vereffening geschat (zie § 5.4), dan dienen in het GPS- gedeelte van het netwerk ten minste 4 aansluitingspunten te zijn opgenomen waarvan de NAP-hoogte bekend is.
- Voor hoofdgrondslagnetten en paspuntsbepaling worden ten minste 4 aansluitingspunten van het GPS-kernnet gebruikt.
- Het wordt aangeraden om de mogelijke aansluitingspunten die buiten het net liggen (de buitenpunten) in het net op te nemen als de afstand van een dergelijk buitenpunt tot de rand van het net kleiner is dan de gemiddelde zijdelengte van het terrestrische gedeelte van het netwerk.

- Met behulp van de uitbuigingsregel voor terrestrische metingen wordt onderzocht of een buitenpunt als aansluitingspunt in het net moet worden opgenomen. Bij het toepassen van de uitbuigingsregel kan een grondslagpunt als aansluitingspunt worden opgevat als dat punt door één of twee GPS-basislijnen is verbonden met een aansluitingspunt. In deze situatie wordt gesproken van het afschermen van het betreffende buitenpunt (zie figuur 5.38b). Het afschermen voorkomt dat het buitenpunt in het net moet worden opgenomen.



Figuur 5.38: Het afschermen van een buitenpunt: (a) uitbuiging is te groot: net uitbreiden of buitenpunt afschermen; (b) afschermen van buitenpunt.

Netontwerp

In die gedeelten van het net waar een combinatie van terrestrische en GPS-metingen voorkomt gelden de volgende aanvullingen op de ontwerpregels voor de afzonderlijke meettechnieken:

- Een kring van een hoofdgrondslagnet mag uit maximaal 6 zijden bestaan. Een zijde kan worden gevormd door een GPS-basislijn of door een combinatie van wederzijdse richtings- en afstandsmeting.
- Een kring van een detailgrondslagnet mag uit maximaal 10 zijden bestaan.
- Ook voor de bepaling van de verdichtingsafstand worden kringnetzijden gevormd door terrestrische metingen of door GPS-basislijnen (zie figuur 5.14).
- Bestaat het gecombineerde netwerk uit losse (niet door terrestrische metingen met elkaar verbonden) terrestrische deelnetten die door GPS-basislijnen met elkaar zijn verbonden, dan dient elk deelnet door tenminste 3 basislijnen met de rest van het net te zijn verbonden (zie figuur 5.37).
- Het wordt sterk aangeraden om het GPS-gedeelte van het netwerk zo te ontwerpen dat de basislijnen een gesloten netwerk vormen. In dit GPS-deel van het net mag geen draaipunt voorkomen. Een draaipunt is een enkel verbindingspunt tussen twee delen van het net.

Vuistregels voor de metingen
Voor de planning en uitvoering van de metingen gelden de vuistregels van de afzonderlijke meettechnieken.

Vuistregels voor de berekening en toetsing
De verwerking van de metingen bestaat uit de volgende stappen (zie figuur 5.36):
- basislijnberekening (alleen voor de GPS-metingen);
- voorbewerking;
- vereffening van het vrije net:
- toetsing van de aansluitingspunten;
- coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving.

Het wordt aangeraden om de verwerking van de metingen zo snel mogelijk na de uitvoering te starten zodat eventuele fouten in een vroeg stadium worden ontdekt en kunnen worden gecorrigeerd.
Voor de berekening van de basislijnen gelden de vuistregels van § 5.4.3.
Een sterkteberekening is bij gecombineerde netwerken aan te raden, zeker wanneer van de hiervoor vermelde ontwerpregels wordt afgeweken. Gecombineerde netwerken kunnen namelijk een gecompliceerde structuur hebben waardoor de precisie en betrouwbaarheid zonder sterkteberekeningen soms moeilijk zijn te beoordelen.
De voorbewerking kan voor beide typen metingen afzonderlijk worden uitgevoerd. Het wordt echter aangeraden om de voorbewerkingen van de verschillende waarnemingstypen te integreren, eventueel volgend op de afzonderlijke voorbewerkingen. Zo kunnen de met behulp van de terrestrische metingen berekende benaderde waarden worden vergeleken met de benaderde waarden berekend met behulp van de GPS-basislijnen.

Het functiemodel voor de vereffening kan op verschillende manieren worden opgesteld. Het functiemodel dient zo te worden gekozen dat een integrale vereffening van terrestrische en GPS-waarnemingsgrootheden kan worden uitgevoerd. De drie belangrijkste mogelijkheden zijn:
- Een integrale 3D-vereffening (in een ellipsoïdisch of een cartesisch stelsel) waarin de niet-gereduceerde terrestrische waarnemingsgrootheden worden gecombineerd met de GPS-basislijnen (zie figuur 5.6). Zowel de RD-coördinaten als de NAP-hoogten van de aansluitingspunten kunnen worden verwerkt.
- De terrestrische waarnemingsgrootheden kunnen voor vereffening worden gereduceerd naar een referentievlak, bijvoorbeeld de Bessel-ellipsoïde of een lokaal referentievlak. De resulterende twee-dimensionale waarnemingsgrootheden worden in een integrale vereffening gecombineerd met de drie-dimensionale GPS-basislijnen. Van grondslagpunten die niet met GPS zijn gemeten, kan de hoogte niet bepaald worden. Alleen van aansluitingspunten die met GPS zijn gemeten, kunnen behalve de RD-coördinaten ook de NAP-hoogten worden verwerkt.
- Zowel de terrestrische waarnemingen als de GPS-metingen kunnen worden gereduceerd naar een lokaal referentievlak of naar een ellipsoïde. In dat geval is een tweedimensionaal functiemodel nodig en kunnen geen hoogten worden bepaald. Van de aansluitingspunten worden alleen de RD-coördinaten gebruikt.

De voorkeur gaat uit naar de eerste opzet van het functiemodel. Hierbij kan het GPS-gedeelte van het functiemodel worden opgesteld conform § 5.4.4.

Voor de toetsing bij de vrije netvereffening en voor de toetsing van de aansluitingspunten wordt de B-methode van toetsen toegepast. De toetsingsparameters worden als volgt gekozen:

- onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets $\alpha_0 = 0{,}001$;
- onderscheidingsvermogen voor alle toetsen $\gamma_0 = 0{,}80$.

Het wordt aangeraden om een integrale toetsing van zowel terrestrische als GPS-waarnemingen uit te voeren op basis van één van de hiervoor geschetste functiemodellen. Soms is het mogelijk om de toetsing ook voor beide typen metingen afzonderlijk uit te voeren. Dit is niet zinvol als de opsplitsing van het netwerk in een terrestrisch en een GPS-gedeelte leidt tot het uiteenvallen van het netwerk in kleine deelnetten. Dit kan zich bijvoorbeeld voordoen als verschillende terrestrische (deel)netwerken met behulp van GPS-metingen tot één gecombineerd netwerk zijn gekoppeld (zie bijvoorbeeld figuur 5.37).

Bij de toetsing van de aansluitingspunten mogen maximaal 2 aansluitingspunten worden verworpen. Bij netwerken met 4 aansluitingspunten mag echter slechts één aansluitingspunt worden verworpen. Deze regels gelden voor zowel de gegeven RD-coördinaten als de NAP-hoogten. De eventuele verwerpingen van RD-coördinaten kunnen zich in andere aansluitingspunten voordoen dan de verwerpingen van de hoogte-coördinaten.

6 Detailmeting

6.1 Inleiding

Detailmeting is een verzamelnaam voor meetmethoden waarmee de ligging van objecten wordt vastgelegd. Deze objecten kunnen zichtbare natuurlijke en gebouwde topografische elementen zijn, maar ook ondergrondse leidingen of virtuele objecten zoals kadastrale grenzen.
Ten behoeve van de kartering vindt meestal vastlegging plaats ten opzichte van grondslagpunten, zodat de ligging van de objecten wordt bepaald in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting. In veel gevallen is al een (digitale) kaart aanwezig en dient de detailmeting om mutaties vast te leggen ter bijhouding van het bestand. In dat geval hoeft niet vanuit grondslagpunten te worden gewerkt maar kan de relatieve ligging van nieuwe en bestaande objecten worden bepaald. Door aanmeting van aansluitingspunten, zoals grondslagelementen, kan de bijhoudingsmeting dan worden ingepast in de digitale kaart. Voor wat betreft de geometrische kwaliteit is vrijwel altijd de bepaling van de relatieve ligging van objecten van groter belang dan de ligging in RD.

Detailmeting kan zowel betrekking hebben op de *inwinning* of opname van objecten ten behoeve van kartering, als op het *uitzetten* van de ligging in het terrein van nog te realiseren objecten. Bij opnemen, respectievelijk uitzetten wordt in grote lijnen het proces van detailmeting vanaf verschillende kanten doorlopen. Bij inwinning worden door detailmeting de coördinaten van punten van objecten bepaald, terwijl bij uitzetting de geplande ligging van objecten door metingen in het terrein zichtbaar wordt gemaakt. Naast de detailopname wordt in dit hoofdstuk aandacht besteed aan uitzetten, voor zover dit betrekking heeft op kadastrale werkzaamheden.

Voor wat betreft de inwinning bevat de detailmeting slechts het geometrische gedeelte van de detailopname, namelijk de vastlegging van de ligging van objecten door het aanmeten van punten. Daarnaast vindt bij de detailopname registratie van andere eigenschappen plaats, zoals de aard van de objecten en topologische relaties tussen de objecten. Deze informatie wordt als object- en tekencodering geïntegreerd met de detailmeting ingewonnen. Tevens kan tijdens de detailopname registratie van semantische informatie als straatnamen en huisnummers plaatsvinden.

De HTW beperkt zich tot behandeling van de methoden van detailmeting waarbij de ligging van kadastrale grenzen en grootschalige topografie wordt vastgelegd of uitgezet. Dit betreft het voor kadastrale werkzaamheden relevante toepassingsgebied. De bepaling van de hoogtecomponent of de vastlegging van leidingen komen dus niet aan de orde. Ook wordt geen aandacht besteed aan kleinschalige inwinningsmethoden zoals remote sensing technieken.
De volgende drie methoden voor grootschalige detailmeting worden behandeld:
- terrestrische detailmeting;
- detailmeting met behulp van GPS;
- fotogrammetrische kartering.

Onder *terrestrische detailmeting* wordt verstaan een verzameling van klassieke landmeetkundige methoden. Hiervan is de tachymetrische opnamemethode de belangrijkste.

Daarbij worden voerstraalmetingen automatisch geregistreerd, in combinatie met object- en tekencodering. Aanvullend worden vaak meetlijnconstructies en blok- en relatiematen gebruikt. De terrestrische detailmeting komt uitgebreid aan de orde in § 6.3.

Bij *detailmeting* met GPS worden de coördinaten van detailpunten bepaald of uitgezet met behulp van het GPS-systeem. GPS-detailmeting kan voor een aantal toepassingsgebieden als alternatief voor tachymetrie worden ingezet. In § 6.4 wordt GPS-detailmeting nader besproken.

Detailmeting door middel van *fotogrammetrische kartering* komt niet in dit hoofdstuk aan de orde, maar in het hoofdstuk Fotogrammetrie (§ 7.5, § 7.6 en § 7.7). Fotogrammetrische kartering is een belangrijke inwinningsmethode voor de kartering van grootschalige topografie.

Voor de inwinning van grootschalige topografische elementen zal in veel gevallen van een combinatie van bovenstaande drie methoden gebruik worden gemaakt. Zo worden terrestrische detailmetingen ingezet bij de naverkenning van fotogrammetrische opnamen. Voor het vastleggen van kadastrale grenzen komen slechts de methoden van terrestrische of GPS-detailmeting in aanmerking. Dit geldt tevens voor het uitzetten van topografische of kadastrale objecten. In § 6.2 wordt ingegaan op de inzet van de drie methoden voor detailmeting bij verschillende toepassingen.

6.1.1 Doel en uitgangspunten van detailmeting

Het doel van detailmeting is het vastleggen van de ligging van topografische elementen, leidingen of kadastrale grenzen, dan wel het uitzetten van geplande topografische of kadastrale objecten of het reconstrueren van liggingsgegevens van leidingen of kadastrale grenzen in het terrein. Detailmeting kan zowel worden ingezet voor de vervaardiging of bijhouding van produkten met een algemene doelstelling, zoals grootschalige topografische basiskaarten of kadastrale kaarten, als voor toepassingen met een specifieke doelstelling, zoals grensreconstructie, uitzetten van kavels en bouwwerken en kaartverificatie.

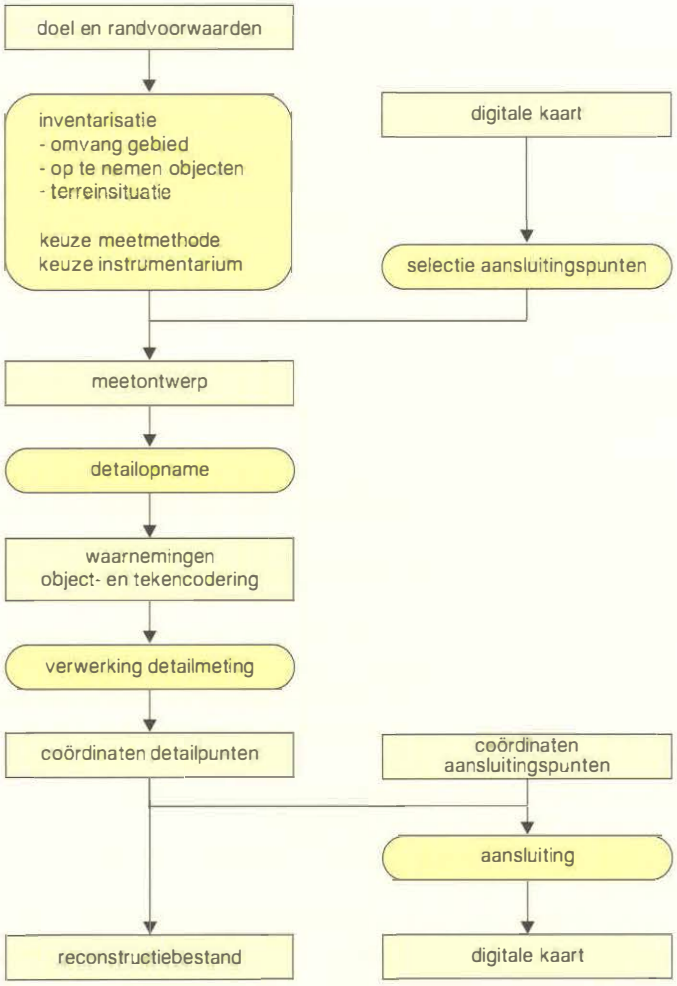
Los van de toepassing van een detailmeting worden de volgende algemene *uitgangspunten* gehanteerd:

- Vrijwel altijd moet bij detailmeting de nadruk worden gelegd op een goede vastlegging van de relatieve ligging van de detailpunten. Bij digitale kaartvervaardiging vindt detailmeting plaats vanuit grondslagpunten in RD. Bij aktepostmeting en grensreconstructie kan detailmeting in een lokaal stelsel plaatsvinden. Ten behoeve van de bijhouding van de digitale kaart kunnen dan voldoende aansluitingspunten worden opgenomen. Bij voorkeur worden hiervoor grondslagelementen gebruikt.
- De vereiste precisie en betrouwbaarheid kunnen sterk variëren, afhankelijk van het doel van de detailmeting. Bij de keuze van de methode en meetopzet spelen daarnaast de terreinsituatie en de efficiëntie van de meting een belangrijke rol. In het algemeen wordt bij de inwinning de methode gekozen die aan de geometrische kwaliteitsvereisten voldoet en waarmee de detailopname op de meest doelmatige wijze plaatsvindt. Binnen een gekozen methode is de efficiënte aanmeting van de detailpunten een belangrijk uitgangspunt voor het ontwerp van de meetopzet.

- In beschouwingen over de precisie van detailmetingen en detailpuntenvelden dient de idealisatieprecisie van de vastgelegde objecten te worden betrokken. Zeker bij terrestrische detailmeting heeft de idealisatieprecisie een overheersende rol, zodat ze van grote invloed is op de toetsing en geometrische kwaliteitsbeschrijving.

6.1.2 Het proces van detailmeting

In figuur 6.1 is de algemene procesgang van de detailmeting weergegeven, onafhankelijk van de gekozen methode van detailmeting. Het proces van uitzetten van detailpunten is niet weergegeven maar komt in § 6.1.4 aan de orde.



Figuur 6.1: Het proces van detailmeting.

Methode en meetontwerp
Op grond van het doel en de gestelde randvoorwaarden ten aanzien van geometrische kwaliteit, levertijd en kosten, wordt de methode van detailmeting gekozen. Dit gebeurt aan de hand van een inventarisatie van de op te nemen objecten, de omvang van het op te nemen gebied en de terreinsituatie.
Bij de topografische kartering van een omvangrijk gebied betreft het meetontwerp vooral de opzet van de detailgrondslag of de fotovlucht. Bij bijhoudingsmetingen van beperkte omvang richt het meetontwerp zich op de verbinding van de opstelpunten, de controle van detailpunten en de aanmeting van de aansluitingspunten. De aansluitingspunten worden geselecteerd uit de bestaande digitale kaart. Bij terrestrische en GPS-detailmeting vindt het meetontwerp in het terrein plaats en veelal gaandeweg de daadwerkelijke opname.

Detailopname
De detailopname bestaat, naast de inwinning en registratie van meetcijfers, uit de verzameling van gegevens omtrent de aard en topologie van de objecten. Bij fotogrammetrische kartering vindt geïntegreerde meting en registratie plaats achter het uitwerkingsinstrument. Ook bij tachymetrische en GPS-detailmeting vindt geïntegreerde registratie van meetcijfers en objectgegevens plaats. Naast automatische alfanumerieke opslag op een veldgeheugen wordt bij terrestrische en GPS-detailmeting vaak een veldwerk gemaakt. Behalve een schets van de terreinsituatie en de meetopzet bevat het veldwerk de geometrische gegevens die niet automatisch zijn geregistreerd. Naast meetlijnen en blok- en relatiematen kunnen dit ook geometrische relaties betreffen tussen de punten en objecten, zoals haaksheid, evenwijdigheid en collineariteit.

Verwerking van detailmetingen
Bij de verwerking van de detailmeting kunnen in grote lijnen drie stappen worden onderscheiden:
- De met verschillende meetmethoden ingewonnen gegevens worden samengebracht om verwerking mogelijk te maken. Bij fotogrammetrische detailmeting wordt de kartering gecombineerd met de gegevens van de naverkenning. Bij terrestrische en GPS-detailmeting worden de op het veldgeheugen geregistreerde gegevens gecombineerd met de gegevens op het veldwerk.
- Indien het een gecontroleerde detailmeting betreft worden de meetgegevens vereffend en getoetst. Bij de vervaardiging en bijhouding van topografische bestanden blijft de controle soms beperkt tot de detailgrondslag en visuele inspectie van een proefplot. Bij aktepostmetingen is numerieke toetsing van de reconstructiepunten vereist.
- De verwerking resulteert in een bestand met berekende coördinaten voor de detailpunten. Het is aan te bevelen om de coördinaten van de aansluitingspunten pas in tweede instantie bij de coördinaatberekening te betrekken teneinde de foutopsporing te vergemakkelijken.

Bij de vervaardiging of bijhouding van de digitale topografische kaart wordt slechts het coördinatenbestand na aansluiting als resultaat van de detailmeting opgeslagen. Aktepostmeting resulteert in twee sets coördinaten. In eerste instantie worden de metingen verwerkt tot een lokaal stelsel coördinaten dat een onvervormde weergave is van de nieuwe kadastrale situatie. Dit lokale stelsel wordt, tezamen met het veldwerk, meestal opgeslagen in het reconstructiebestand, waarmee in een later stadium de kadastrale grenzen onvervormd kunnen worden gereconstrueerd. In tweede instantie wordt de detailmeting aangesloten aan de aansluitingspunten, zodat op rekenkundige wijze inpassing plaatsvindt van de gewijzigde situatie in de digitale kaart.

6.1.3 Detailmeting ten behoeve van gegevensinwinning

Voor kadastrale werkzaamheden is de inwinning van gegevens betreffende grootschalige topografie en kadastrale grenzen de belangrijkste toepassing van detailmeting. Detailmeting vormt daarbij slechts een onderdeel van het inwinningsproces, en wel de meetkundige vastlegging van de ligging van terreinobjecten. Daarnaast worden tijdens de detailopname niet-metrische gegevens ingewonnen betreffende de topologie, de aard van de topografie en semantische informatie.

Doelstelling en uitgangspunten
Het doel van detailmeting ten behoeve van gegevensinwinning is door meting de onderlinge ligging van objecten in het terrein vast te leggen. Ten behoeve van de vervaardiging of bijhouding van digitaal kaartmateriaal dient de detailmeting bovendien te resulteren in coördinaten in het RD-stelsel.
Bij de vaststelling van het doel van een detailmeting kan een eerste onderscheid worden gemaakt tussen de vervaardiging van nieuw kaartmateriaal en de bijhouding van een bestaande kaart ten gevolge van mutaties in de topografische of kadastrale situatie. In het navolgende wordt hier nader op ingegaan. In de HTW wordt er zowel voor de vervaardiging als voor de bijhouding vanuit gegaan dat het kaartmateriaal in digitale vorm betreft. Als zodanig wordt het begrip digitale kaart gehanteerd. Vanuit het gezichtspunt van detailmeting en geometrische kwaliteit is dit begrip synoniem voor begrippen als kartografisch bestand en digitale topografie.

Voor detailmeting ten behoeve van gegevensinwinning gelden de volgende algemene uitgangspunten:

- Bij detailopname van objecten dienen in de eerste plaats de nabijheidsrelaties tussen de objecten te worden vastgelegd. Dat houdt in dat de meting zodanig wordt opgezet dat de onderlinge ligging van detailpunten van hetzelfde object, of van nabijgelegen objecten, met een goede relatieve precisie wordt bepaald.
- De precisie van de meetmethode wordt afgestemd op de voor het produkt vereiste precisie van de geometrische beschrijving (coördinaten) en de idealisatieprecisie van de op te nemen objecten. De meetprecisie behoeft niet beter te zijn dan de idealisatieprecisie van de terreinelementen.
- Kadastrale grenzen dienen met een precisie te worden vastgelegd overeenkomstig de idealisatieprecisie van de terreinelementen waaraan zij zijn gerelateerd. De detailopname van kadastrale grenzen resulteert, naast bijhouding van de digitale kadastrale kaart, in een onvervormde beschrijving van de ligging door middel van de oorspronkelijke meetgegevens of coördinaten in een lokaal stelsel ten behoeve van de mogelijkheid tot onvervormde reconstructie in het terrein.
- Voor de bijhouding van de digitale topografische of kadastrale kaart dienen in de detailmeting voldoende aansluitingspunten te worden opgenomen om gecontroleerde inpassing van de bijhoudingsmeting in de digitale kaart mogelijk te maken. Voor de aansluitingspunten wordt bij voorkeur gebruik gemaakt van terrestrische of grafische grondslagelementen.
- Bij de verwerking van detailmetingen dienen drie stappen te worden onderscheiden. In de eerste stap worden de metingen getoetst en vindt coördinaatberekening in een lokaal stelsel plaats, zonder gebruik te maken van de bekende coördinaten van de aansluitingspunten. In de tweede stap vindt kleinste-kwadraten aansluiting plaats van het lokale stelsel, waarbij de coördinaten van de aansluitingspunten worden getoetst. In de derde stap vindt coördinaatberekening in RD plaats door middel van een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting, waarbij het lokale stelsel wordt ingepast in het bestaande puntenveld.

Toepassingen

Vervaardiging van grootschalig topografisch kaartmateriaal
Ten behoeve van digitale topografische kaartvervaardiging zijn alle drie genoemde methoden voor detailmeting beschikbaar: terrestrische detailmeting, GPS-detailmeting en fotogrammetrische detailmeting. De keuze voor een methode hangt af van de omvang van het gebied, de terreinsituatie, de te karteren objecten en de vereiste geometrische kwaliteit. Doelmatigheid en kosten spelen bij deze keuze een belangrijke rol. In veel gevallen wordt een combinatie van methoden gebruikt of wordt de detailmeting gecombineerd met (gedigitaliseerd) bestaand kaartmateriaal. Onderdeel van de detailmeting en de kaartvervaardiging vormt de bepaling van terrestrische of grafische grondslagelementen.

Vernieuwing van de kadastrale kaart
Detailopname ten behoeve van de vervaardiging van de digitale kadastrale kaart vindt plaats in het kader van kadastrale kaartvernieuwing. Kaartvernieuwing wordt behandeld in hoofdstuk 8.

Bijhouding van grootschalig topografisch kaartmateriaal
Bij wijzigingen van beperkte omvang wordt de topografische kaart bijgehouden met behulp van terrestrische of GPS-detailmetingen. Door aanmeting van voldoende grondslagelementen kan de bijhoudingsmeting worden aangesloten op de digitale kaart. De nauwkeurigheid van de detailmeting dient in overeenstemming te zijn met de vereiste nauwkeurigheid van de digitale kaart. Betreft dit een grafische precisie dan kan voor mutaties in omvangrijke gebieden ook van fotogrammetrische kartering gebruik worden gemaakt, gecombineerd met inspiegeling van de bestaande digitale kaart.

Bijhouding van de kadastrale kaart en het reconstructiebestand
Indien wijziging van de kadastrale situatie meting van nieuwe kadastrale grenzen noodzakelijk maakt, voert de landmeter van het Kadaster een zogenaamde aktepostmeting uit. Met deze detailmeting worden de nieuwe kadastrale grenzen vastgelegd ten opzichte van bestaande grenzen en punten van de lokale topografie. Dit zijn bij voorkeur goed identificeerbare punten van de harde topografie. In landelijk gebied worden hiervoor ook wel lijnelementen zoals het slotenpatroon gebruikt. Ten opzichte van deze punten moet in een later stadium de grens kunnen worden gereconstrueerd met een precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie. Voor de aktepostmeting wordt in hoofdzaak van terrestrische detailmeting gebruik gemaakt. In landelijk gebied kan ook GPS-detailmeting worden toegepast.

Kenmerkend voor het kwaliteitsbeheer van de geometrische informatie over kadastrale grenzen is de *scheiding tussen digitale kaart en reconstructiebestand*. Het reconstructiebestand bestaat uit veldwerken met de oorspronkelijke maatvoering, al of niet aangevuld met coördinatenlijsten of bestanden van de opgemeten punten in lokale coördinatenstelsels. Met de gegevens uit het reconstructiebestand kunnen de kadastrale grenzen onvervormd in het terrein worden gereconstrueerd. Bijhouding van de kadastrale kaart vindt plaats door de detailmeting of het daaruit resulterende lokale stelsel coördinaten in te passen in de digitale kaart. In de bijhoudingsmeting dienen daartoe voldoende aansluitingspunten te worden opgenomen. Bij de bijhouding blijven bestaande elementen in de kadastrale kaart ongewijzigd. Omdat de kadastrale kaart in principe een grafische precisie heeft zal de aansluiting tot vervorming van het lokale stelsel leiden.

In veel gevallen zal wijziging van de kadastrale situatie samenvallen met veranderingen in de topografie. Zo mogelijk vindt dan geïntegreerde bijhouding plaats van de topografie en de kadastrale grenzen.
Na kadastrale grensreconstructie wordt de uitgezette en vastgestelde grens opnieuw ingemeten zodat bijhouding (vernieuwing) van de kadastrale kaart plaatsvindt. Als onderdeel van de verwerking van de aktepostmeting wordt de grootte bepaald van de nieuw gevormde kadastrale percelen.

Vastlegging van de ligging van leidingen
Bij detailmetingen ten behoeve van de vastlegging van de ligging van (ondergrondse) leidingen is meestal vooral de maatvoering ten opzichte van nabijgelegen (harde) topografie van belang. Met behulp van deze maatvoering kan kartering in een topografische kaart plaatsvinden en kan in een later stadium de ligging van de leiding in het terrein worden gereconstrueerd. Als methode komt terrestrische detailmeting in aanmerking, en dan met name blok- en relatiematen. Plaatsbepaling van het hoofdleidingennet kan met behulp van GPS of door terrestrische opname plaatsvinden.

Detailmeting ten behoeve van bouw- en kunstwerken
Ter voorbereiding van bouwprojecten en de aanleg van kunstwerken en infrastructuur worden detailmetingen verricht van de bestaande situatie. De metingen hebben veelal een lokaal karakter: met name de relatieve ligging van het nieuwe bouw- of kunstwerk ten opzichte van de bestaande objecten dient met een hoge nauwkeurigheid te worden bepaald. Daartoe wordt terrestrische of GPS-detailmeting toegepast. Ten behoeve van de voorbereiding en tracébepaling van infrastructurele werken wordt ook fotogrammetrische kartering ingezet.

Te behandelen toepassingen
De HTW beperkt zich tot behandeling van detailmeting voor toepassingen die tot de werkzaamheden van het Kadaster behoren. In de komende paragrafen komen daarmee de volgende onderwerpen aan de orde:
- topografische en kadastrale kaartvervaardiging;
- bijhouding van de topografische en kadastrale kaart; aktepostmetingen;
- groottebepaling van kadastrale percelen.

Indeling in kenmerken
Vanwege de verschillende toepassingen van detailmeting kunnen de methode, het meetontwerp en de verwerking van detailmetingen variëren. Detailmetingen kunnen daartoe worden gekarakteriseerd aan de hand van de volgende indeling in kenmerken:

Vervaardiging versus bijhouding van bestanden
Ten eerste kan onderscheid worden gemaakt tussen de vervaardiging van een nieuwe grootschalige basiskaart of vernieuwing van de kadastrale kaart en de bijhouding van mutaties in topografische of kadastrale bestanden.
Een detailmeting ten behoeve van de vervaardiging van nieuw kaartmateriaal beslaat meestal een groter gebied (bijvoorbeeld een uitbreidingsplan of landinrichtingsgebied) waarvoor een afzonderlijke grondslag in RD wordt aangelegd. Voor de detailopname heeft men vervolgens de keuze tussen terrestrische detailmeting, fotogrammetrische kartering en GPS-detailmeting. In veel gevallen wordt een combinatie van inwinningsmethoden gebruikt.

Onder bijhoudingsmetingen worden detailmetingen verstaan met als doel wijzigingen vast te leggen in de topografische of kadastrale situatie. Het betreft meestal lokale metingen van beperkte omvang waarbij de relatieve ligging wordt vastgelegd van de nieuwe topografie en kadastrale grenzen ten opzichte van de bestaande situatie. Door de verbinding te leggen met reeds in het bestand aanwezige elementen kan de nieuwe situatie worden ingepast in de bestaande kaart.

Vastlegging van topografie versus kadastrale grenzen
Ten tweede kan onderscheid worden gemaakt tussen de opname van topografische objecten en van kadastrale grenzen. Dit heeft vooral te maken met de te stellen eisen aan de betrouwbaarheid van het meetontwerp. Indien mogelijk wordt geïntegreerde bijhouding toegepast, waarbij zowel mutaties in de topografische als de kadastrale situatie in één project worden vastgelegd.
Bij de opname van topografische elementen worden in de regel weinig overtallige metingen uitgevoerd waarmee de meetopzet kan worden gecontroleerd. Daarbij moet onderscheid worden gemaakt in harde en zachte topografie. De zachte topografie wordt meestal ongecontroleerd gemeten. De controle blijft dan beperkt tot een visuele inspectie van de proeftekening. De harde topografie (of de belangrijkste punten daarvan – de hoofdbebouwing) vormt de geometrische basis van de kaart en de bron voor de selectie van grondslagelementen en wordt daarom wel gecontroleerd gemeten.

Voor kadastrale grenzen geldt de eis dat deze te allen tijde in het terrein reconstrueerbaar moeten zijn met een nauwkeurigheid overeenkomstig de idealisatieprecisie. In verband met de rechtszekerheid is het noodzakelijk dat de inmeting en verwerking van kadastrale grenzen gecontroleerd plaatsvindt, zodat de meetkundige gegevens van het Kadaster betrouwbaar zijn. Een aktepostmeting ten gevolge van een gewijzigde kadastrale situatie wordt dan ook gecontroleerd uitgevoerd. Daarbij wordt de relatieve ligging van de nieuwe kadastrale grenzen vastgelegd ten opzichte van bestaande grenzen en topografie (de zogenaamde nabijheidsrelaties). De controle-eis geldt dan ook met name voor de grondslagelementen en de zogenaamde *reconstructiepunten*: punten ten opzichte waarvan de kadastrale grens in het terrein kan worden gereconstrueerd. In bebouwd gebied is dat de harde topografie, in landelijk gebied kan dat ook zachte topografie zijn, zoals het slotenpatroon.

Terrestrische versus grafische precisie vereist
Ten derde is het van belang te onderscheiden of een terrestrische of grafische precisie is vereist. Dit stelt voorwaarden aan de meetprecisie en de wijze van controle.
De vereiste precisie voor de vervaardiging of bijhouding van een grootschalige topografische kaart varieert per gebruiker en per gebied. In landelijk gebied is de gewenste precisie meestal lager dan in stedelijk gebied, waar in sommige gevallen naar een topografisch bestand met een terrestrische precisie wordt gestreefd. Voor de bijhouding van de kadastrale kaart is een grafische nauwkeurigheid voldoende. Met terrestrische detailmetingen zal (ruimschoots) aan de precisie-eisen worden voldaan.

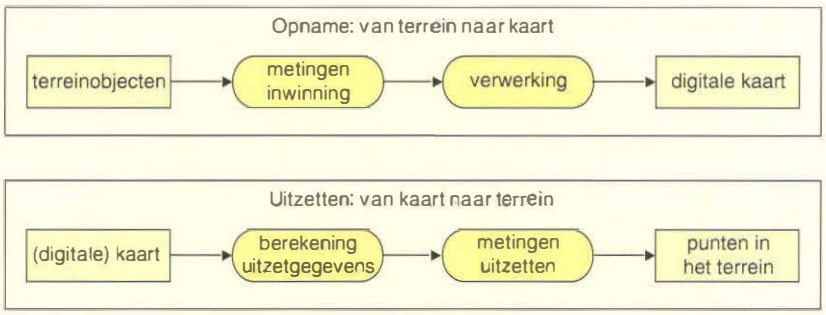
Kadastrale grenzen moeten echter met een terrestrische precisie ten opzichte van de omliggende topografie in het terrein kunnen worden uitgezet in verband met het behoud van de nabijheidsrelaties. Dat maakt een terrestrische precisie van het reconstructiebestand noodzakelijk. Daarom wordt onderscheid gemaakt tussen de kadastrale kaart met een grafische precisie in RD en het reconstructiebestand (veldwerkarchief) bestaande uit lokale stelsels met een terrestrische precisie. Kadastrale grenzen worden bovendien gecontroleerd ingemeten. Dat geldt ook voor terrestrische en grafische grondslagelementen.

Het onderscheid in de verschillende kenmerken kan als volgt worden samengevat:

vervaardiging	*of*	***bijhouding***
grotere gebieden		kleinere gebieden
nieuwe kaartvervaardiging		inpassing in bestaande kaart
aansluiting aan grondslag in RD		aansluiting aan grondslagelementen
topografisch	*of*	***kadastraal***
topografische elementen		kadastrale grenzen en bebouwing
gecontroleerde meting harde topografie		gecontroleerde meting
selectie van grondslagelementen		reconstructie en oppervlakteberekening
terrestrische precisie	*of*	***grafische precisie***
reconstructiebestand		kadastrale kaart
topografische kaart (1:1)		topografische kaart (grafisch)
controle door numerieke toetsing		controle door visuele inspectie

6.1.4 Detailmeting ten behoeve van uitzetten

Voor verschillende doeleinden kan het noodzakelijk zijn de in kaarten of veldwerken vastgelegde situatie te reconstrueren in het terrein. De realisatie in het terrein wordt uitzetten genoemd. Bij het uitzetten wordt de omgekeerde weg van het normale meetproces van de detailmeting gevolgd: aan de digitale kaart of het veldwerk worden gegevens ontleend teneinde de ligging van een object in het terrein zichtbaar te maken. Het verschil tussen opnemen en uitzetten wordt geïllustreerd in figuur 6.2, waaruit blijkt dat bij het uitzetten de relatie tussen de digitale kaart en het terrein in omgekeerde zin tot stand wordt gebracht.



Figuur 6.2: Het proces van opname en het proces van uitzetten.

Doelstelling en uitgangspunten
Uitzetten heeft ten doel om de ligging van objecten, die in een digitale kaart zijn geregistreerd of ontworpen, in het terrein te realiseren. Van belang is onderscheid te maken tussen het reconstrueren van bestaande gegevens van een digitale kaart of een veldwerk en het concretiseren van een ontwerp van een nieuwe terreinindeling. Bij het reconstrueren van bestaande gegevens denke men aan het reconstrueren van kadastrale grenzen. Het concretiseren van een ontworpen situatie vindt bijvoorbeeld plaats bij het uitzetten van nieuw geprojecteerde kavelgrenzen in de landinrichting of van een matenplan in de bouw.

Bij uitzetten zijn de volgende uitgangspunten van belang:
- De objecten moeten worden uitgezet ten opzichte van de reeds in het terrein bestaande objecten, dat wil zeggen dat de nabijheidsrelaties moeten worden gewaarborgd. Daartoe kan bijvoorbeeld gebruik worden gemaakt van een meetkundige grondslag, van grondslagelementen of van andere topografische objecten die eenduidig in het terrein kunnen worden geïdentificeerd.
- Bij de uitzetting van nieuw ontworpen objecten dient geen vorm- en schaalverandering van deze objecten plaats te vinden. Immers, de vorm en schaal van deze objecten mag niet worden beïnvloed door de aansluiting aan de bestaande objecten.
- Bij de reconstructie van bestaande objecten behoeft de precisie niet beter te zijn dan de idealisatieprecisie bij de oorspronkelijke opname.

Toepassingen
Er zijn diverse uiteenlopende toepassingen voor het uitzetten van objecten in het terrein. De meest in de praktijk voorkomende toepassingen worden in het kort beschreven.

Reconstructie van kadastrale grenzen
De reconstructie van kadastrale grenzen is de activiteit die door de landmeter van het Kadaster op verzoek van belanghebbenden wordt uitgevoerd. Op grond van de ter beschikking staande gegevens wordt een kadastrale grens, die vroeger door het Kadaster is opgemeten en vastgesteld, weer in het terrein gereconstrueerd. In de dagelijkse praktijk van het Kadaster wordt deze activiteit *grensuitzetting* genoemd. Bij de opmeting van kadastrale grenzen wordt met de latere reconstructie rekening gehouden. De oorspronkelijke meetgegevens worden mede daarom bewaard in het reconstructiebestand.
De digitale kaart heeft in het algemeen een grafische precisie en is daarom in beginsel ongeschikt om met de vereiste nauwkeurigheid grenzen in het terrein te reconstrueren. Om die reden worden de oorspronkelijke meetgegevens voor dit doel bewaard in het reconstructiebestand. In sommige situaties bevat het reconstructiebestand echter geen bruikbare gegevens voor de grensuitzetting. Dit komt voor bij zeer oude grenzen maar ook in gebieden waar door middel van luchtkartering nieuwe kadastrale kaarten zijn vervaardigd. In dat geval zal men gebruik moeten maken van de beschikbare (digitale) kaarten. Slechts in landelijk gebied zal de precisie van de kadastrale kaart soms toereikend zijn om met een redelijke mate van nauwkeurigheid de reconstructie uit te voeren.

Uitzetten van kavelgrenzen in landinrichtingsprojecten
In landinrichtingsgebieden worden nieuwe percelen gemaakt; de nieuwe eigendomsgrenzen moeten in het terrein worden gerealiseerd. Deze nieuwe percelen, ook wel kavels genoemd, worden ontworpen met behulp van de beschikbare digitale kaart. Deze werkwijze wordt het scherp inrekenen van kavelgrenzen genoemd. Voor het uitzetten van deze grenzen in het terrein worden uitzetgegevens uit het bestand berekend die vervolgens worden gebruikt om de kavelgrenzen in het terrein te realiseren.

Uitzetten van kavels in gemeentelijke uitbreidingsplannen
In gemeentelijke uitbreidingsplannen wordt door of in opdracht van een gemeente een ontwerp gemaakt van een nieuwe terreinindeling en de daarin voorkomende bouwterreinen. Voor het uitzetten van dit ontwerp in het terrein werd voorheen een matenplan gemaakt. Tegenwoordig is het gebruikelijk een digitaal bestand te creëren waaraan de benodigde uitzetmaten kunnen worden ontleend. Deze werkwijze vertoont grote overeenkomsten met het uitzetten van kavelgrenzen in landinrichtingsprojecten.

Uitzetten van bouw- en kunstwerken
Ten behoeve van een aannemer die geprojecteerde nieuwe bouwwerken moet uitvoeren, zoals een huis, een nieuwe weg of een sleuf voor een nieuwe leiding, moet de positie van deze bouwwerken in het terrein worden uitgezet. Voor gebouwen worden in het algemeen de gevellijnen uitgezet. Voor wegen en waterlopen wordt meestal de hartlijn in het terrein aangegeven, evenals voor nieuw aan te leggen leidingen.

Opsporing van leidingen
Een digitale kaart met liggingsgegevens van leidingen wordt ondermeer gebruikt voor de opsporing van deze, meestal ondergrondse, leidingen. Als methoden voor de opsporing van leidingen staan de volgende mogelijkheden ter beschikking:
- Op basis van het kaartbeeld, waaruit is af te leiden waar de leiding ten opzichte van de topografie ligt (bijvoorbeeld in de berm of in het trottoir), wordt een sleuf gegraven loodrecht op de richting van de leiding. Als aanvulling hierop maakt men eventueel gebruik van een metaaldetector.
- De oorspronkelijke constructiematen waarmee de leiding is aangemeten aan de topografie worden gebruikt voor het uitzetten van de ligging van de leiding ten opzichte van de oorspronkelijke topografie.
- Een derde mogelijkheid is om constructiematen uit de digitale kaart te berekenen. Deze methode kan worden toegepast als de oorspronkelijke constructiematen niet beschikbaar zijn of onbruikbaar zijn geworden omdat de oorspronkelijke topografie is verdwenen.

Te behandelen toepassingen
Gezien het takenveld van het Kadaster beperkt de HTW zich tot die toepassingen waarbij kadastrale grenzen zijn betrokken. Dit betekent dat de behandeling zich richt op de volgende onderwerpen:
- de reconstructie van grenzen (grensuitzetting);
- het uitzetten van kavels in landinrichtingsprojecten;
- het uitzetten van kavels in uitbreidingsplannen.

Het meetontwerp van de grensuitzetting, en in mindere mate dat van het uitzetten van kavels, is sterk afhankelijk van de terreinsituatie en het inzicht van de landmeter. In § 6.6 ligt daarom de nadruk op de procesbeschrijving en richtlijnen voor het meetontwerp, om de landmeter een handvat te bieden bij zijn werkzaamheden. De verwerking en de kwaliteitsbeschrijving van de metingen is bij het uitzetten in beginsel identiek aan de terrestrische detailopname. Dit wordt behandeld in § 6.3.

6.1.5 Overzicht van dit hoofdstuk

In § 6.2 wordt een overzicht gegeven van de verschillende methoden van detailmeting en hun toepassing. In § 6.3 wordt uitgebreid aandacht besteed aan de terrestrische detailmeting. Binnen de kadastrale toepassingen is dit de meest gebruikte inwinningsmethode. In § 6.4 wordt vervolgens enige aandacht gegeven aan detailmeting met behulp van GPS, welke methode in een aantal situaties kan worden ingezet als alternatief voor terrestrische of fotogrammetrische detailmeting. Fotogrammetrische detailmeting komt niet aan de orde in dit hoofdstuk, maar in hoofdstuk 7. Kadastrale groottebepaling wordt, als afgeleid produkt van de detailopname, behandeld in § 6.5. Tenslotte komt het uitzetten van kadastrale grenzen en van kavels aan de orde in § 6.6.

6.2 Overzicht van de methoden van detailmeting

In deze paragraaf wordt een overzicht gegeven van de inzet van de verschillende methoden van detailmeting bij de opname en het uitzetten van detailpunten. In de HTW komen de volgende drie methoden van detailmeting aan de orde:

- terrestrische detailmeting;
- GPS-detailmeting;
- fotogrammetrische detailmeting.

Andere methoden worden niet behandeld. Dit geldt bijvoorbeeld voor detailmeting met behulp van de FRANK-methode, waarbij topografische objecten worden opgenomen met behulp van overlappende fish-eye panoramafoto's. Deze methode is inzetbaar voor de vervaardiging en bijhouding van digitaal topografisch kaartmateriaal.
Voor een aantal toepassingen kan een combinatie van de genoemde methoden worden ingezet. Zo zal voor de naverkenning van de fotogrammetrische kartering van terrestrische detailmeting gebruik worden gemaakt en kan GPS-detailmeting worden aangevuld met terrestrische metingen. In dergelijke gevallen dient te worden gestreefd naar een gezamenlijke verwerking van de verschillende meetgegevens. Zo wordt in § 6.3 een integrale vereffening voorgesteld voor de gezamenlijke verwerking van de verschillende typen metingen bij terrestrische detailmeting.

De keuze voor een methode van detailmeting
De keuze voor een methode van detailmeting voor een bepaalde toepassing wordt bepaald door het doel van de detailopname en de gestelde randvoorwaarden. Bij deze afweging kan de karakterisering van een detailopname uit § 6.1.3 worden gehanteerd:

- vervaardiging of bijhouding van bestanden;
- vastlegging van topografie of kadastrale grenzen;
- terrestrische of grafische precisie vereist.

De keuze van een methode is afhankelijk van:

- Het onderscheid tussen *inwinnen* van gegevens en *uitzetten* van punten in het terrein. Voor de detailopname kan in principe elk van de drie genoemde methoden van detailmeting worden ingezet. Voor het uitzetten van punten komt slechts terrestrische of GPS-detailmeting in aanmerking.
- De *omvang* van het gebied en de *dichtheid* van de op te nemen of uit te zetten punten. Voor de topografische opname van een omvangrijk gebied komt fotogrammetrische detailmeting in aanmerking, zeker buiten het stedelijk gebied. Voor de opname van gebieden van beperkte omvang, maar ook in dicht bebouwd gebied, zal vooral terrestrische detailmeting worden toegepast. GPS-detailmeting kan juist efficiënt worden

ingezet in open terrein en bij een relatief lage dichtheid van de op te nemen detailpunten. In de afweging speelt het kostenaspect en de doorlooptijd van het project een belangrijke rol.

- De *gesteldheid van het terrein*, waarbij met name het zicht en de toegankelijkheid van punten een rol spelen. Wegens het vereiste zicht naar boven zijn fotogrammetrische en GPS-detailmeting minder geschikt voor de opname in dicht bebouwd gebied, of indien de op te nemen objecten door bijvoorbeeld begroeiing zijn afgedekt. Anderzijds kunnen met fotogrammetrie punten aan de achterkant van bebouwing worden aangemeten, die met terrestrische of GPS-detailmeting lastig kunnen worden bereikt. GPS-detailmeting is slecht geschikt voor de aanmeting van punten van de bebouwing.
- De *vereiste kwaliteit*. Een belangrijke randvoorwaarde voor de keuze van een methode van detailmeting wordt gevormd door de gewenste geometrische kwaliteit van het resulterende puntenveld. Ten behoeve van de reconstructie dienen kadastrale grenzen met een terrestrische precisie te worden vastgelegd. Terrestrische detailmeting komt hier in de eerste plaats voor in aanmerking. Indien gecontroleerde vastlegging van de detailpunten is vereist wordt vaak een combinatie van meetmethoden gebruikt.
- Het onderscheid tussen *vervaardiging*, *aanvulling* en *bijhouding* van digitaal kaartmateriaal. De al aanwezige gegevens vormen een belangrijk uitgangspunt bij de keuze van een opnamemethode en meetopzet. Een volledig nieuwe topografische kartering kan worden gebaseerd op fotogrammetrische detailmeting, die in combinatie met inspiegeling ook kan worden gebruikt voor de aanvulling of bijhouding van een digitale kaart. Aanvulling houdt bijvoorbeeld in het completeren van een digitale kaart van uitsluitend de harde topografie met objecten van de zachte topografie. De te kiezen methode voor de bijhouding van de digitale kaart hangt af van de omvang van de mutatie en de op te nemen objecten.
- De *aard van de op te nemen objecten*. Kadastrale grenzen kunnen slechts, na aanwijzing in het terrein, met terrestrische of GPS-detailmeting worden vastgelegd. Ook voor de inwinning van semantische of thematische informatie is vaak terreinbezoek noodzakelijk. Bij fotogrammetrische detailmeting worden deze gegevens veelal tijdens de naverkenning geregistreerd.

In het navolgende wordt per methode van detailmeting de toepassingsgebieden aangegeven.

Terrestrische detailmeting

In dit hoofdstuk wordt uitgebreid ingegaan op de methode van terrestrische detailmeting, aangezien deze methode de meest aangewezen is voor het binnen de kadastrale werkzaamheden primaire proces van kadastrale bijhouding. Ook voor de reconstructie van kadastrale grenzen wordt voornamelijk van terrestrische metingen gebruik gemaakt. Onder de noemer van terrestrische detailmeting worden de volgende type metingen begrepen:

- voerstraalmeting (met behulp van tachymetrie);
- meetlijnconstructies;
- blok- en relatiematen;
- geometrische relaties tussen punten en lijnelementen.

In § 6.3 wordt de meetopzet en de verwerking van terrestrische detailmetingen behandeld. De nadruk ligt daarbij op de efficiënte combinatie en integrale vereffening van de verschillende type metingen.

Terrestrische detailmeting wordt ingezet bij:
- aktepostmeting, de inmeting van nieuwe kadastrale grenzen ter bijhouding van het reconstructiebestand en de kadastrale kaart;
- reconstructie van kadastrale grenzen en uitzetting van kavels;
- vervaardiging van digitaal topografisch kaartmateriaal, met name indien voor topografische elementen – bijvoorbeeld de voorgevels van de bebouwing – een terrestrische precisie gewenst is;
- bijhouding van digitaal topografisch kaartmateriaal;
- bepaling van terrestrische en grafische grondslagelementen;
- naverkenning van een fotogrammetrische kartering.

GPS-detailmeting
De toepassingen van detailmeting met GPS zijn in grote lijnen dezelfde als van terrestrische detailmeting, met dien verstande dat GPS-metingen slechts kunnen worden verricht in open gebied en minder geschikt zijn voor de aanmeting van bebouwing. Vooral in landelijk gebied kan GPS-detailmeting als alternatief voor tachymetrie worden ingezet. Detailmeting met behulp van GPS kan met name efficiënter zijn dan tachymetrische detailmeting bij een lage dichtheid van de op te nemen punten, dus indien met tachymetrie per opstelpunt slechts een beperkt aantal detailpunten kan worden aangemeten. In § 6.4 wordt afzonderlijk aandacht besteed aan detailmeting met GPS.

Ten behoeve van kadastrale werkzaamheden kan GPS-detailmeting worden ingezet bij:
- inmeting van nieuwe kadastrale grenzen in landelijk gebied;
- uitzetting van kavelgrenzen in landinrichtings- en uitbreidingsplannen;
- vervaardiging en bijhouding van digitaal topografisch kaartmateriaal in open gebied, met name voor elementen van de zachte topografie.

Fotogrammetrische detailmeting
Fotogrammetrische detailmeting wordt behandeld in § 7.5 (Fotogrammetrische kartering), § 7.6 (Fotogrammetrische bijhouding) en § 7.7 (Naverkenning).

Fotogrammetrische detailmeting kan worden ingezet bij:
- vervaardiging van digitaal topografisch kaartmateriaal;
- omvangrijke aanvulling of bijhouding van digitaal topografisch kaartmateriaal, in combinatie met inspiegeling van de bestaande digitale kaart.

6.3 Terrestrische detailmeting

6.3.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Bij een terrestrische detailopname wordt door middel van een samenhangende verzameling terrestrische metingen de relatieve ligging vastgelegd van punten van topografische en kadastrale objecten. Tevens vindt registratie plaats van de aard van en de relaties tussen de opgenomen punten (objectvorming) en van semantische informatie. De HTW beperkt zich tot de puntsbepalingsaspecten van de detailopname. Indien de terreinsituatie in RD-coördinaten moet worden vastgelegd wordt de detailmeting aangesloten aan grondslagpunten of grondslagelementen.
Onder terrestrische metingen worden metingen begrepen die worden verricht met het klassieke landmeetkundige instrumentarium, zoals tachymeter (theodoliet, elektronische afstandmeter), meetband en pentagoonprisma. Bij de bepaling van de relatieve lig-

ging van topografische of kadastrale elementen kunnen daarnaast de geometrische relaties tussen de opgenomen punten een rol spelen.

Kenmerken van terrestrische detailmeting
Een terrestrische detailopname heeft de volgende kenmerken, waarmee tevens het onderscheid met terrestrische grondslagmeting duidelijk wordt (zie § 5.3):

- Terrestrische detailmetingen kenmerken zich in de regel door een grote verscheidenheid aan metingen. In de huidige praktijk wordt vooral tachymetrie gecombineerd met blok- en relatiematen. Aanvullend worden geometrische relaties als collineariteit, haaksheid en evenwijdigheid gebruikt.
- Tevens kenmerkt de detailopname zich door een grote verscheidenheid van op te nemen punten. Wordt bij grondslagmeting voornamelijk tussen verzekerde punten gemeten, bij detailmeting kan sprake zijn van aanzienlijke verschillen in idealisatieprecisie van de punten.
- Het meetontwerp van een terrestrische detailmeting wordt grotendeels bepaald door de terreinsituatie van de op te nemen topografische en kadastrale elementen. De opstelpunten van de tachymeter worden in de regel zo gekozen dat de inmeting van detailpunten op efficiënte wijze kan plaatsvinden. De homogeniteit van het meetontwerp is van minder belang dan bij grondslagmeting.
- De sterkte van het meetontwerp en de mate van controle bij de detailopname is in de regel beduidend lager dan bij grondslagmeting en verder sterk afhankelijk van het doel van de detailmeting. Dit heeft consequenties voor de eisen die worden gesteld aan de meting en aan de verwerking.
- De detailopname heeft naast de metrische component ook een belangrijke topologische en semantische component. Registratie van object- en tekencoderingen maakt een essentieel en integraal onderdeel uit van de detailopname.

Doelstellingen van terrestrische detailmeting
Voor wat betreft de kadastrale praktijk kunnen we de volgende doelen van terrestrische detailopname onderscheiden (zie ook § 6.1.3):

Vervaardiging van grootschalig topografisch kaartmateriaal
Terrestrische detailmeting is één van de beschikbare opnamemethoden om de topografische situatie vast te leggen in een digitale kaart, naast fotogrammetrische kartering en digitalisering van analoog kaartmateriaal. In de regel gaat het daarbij om grotere gebieden waarvoor een afzonderlijke detailgrondslag wordt aangelegd. Met terrestrische detailmetingen zal vrijwel altijd aan de vereiste precisie van het bestand kunnen worden voldaan. De detailpunten worden grotendeels ongecontroleerd ingemeten. Er wordt dan volstaan met visuele inspectie van de proeftekening. Alleen de belangrijkste punten van de harde topografie worden gecontroleerd gemeten.

Bijhouding van grootschalig topografisch kaartmateriaal
Net als bij de vervaardiging van grootschalig kaartmateriaal kan terrestrische detailmeting worden ingezet voor de bijhouding van een digitale topografische kaart. In de regel gaat het om mutaties van beperkte omvang. Om inpassing in de bestaande digitale kaart mogelijk te maken worden grondslagelementen als aansluitingspunt opgenomen. Zo mogelijk vindt geïntegreerde bijhouding plaats van topografische en kadastrale gegevens.

Bijhouding van de kadastrale kaart en het reconstructiebestand
De belangrijkste kadastrale toepassing van terrestrische detailmeting wordt gevormd door de zogenaamde aktepostmeting. Daarbij wordt de gewijzigde kadastrale – en eventueel topografische – situatie vastgelegd ten opzichte van de bestaande topografie en kadastrale grenzen. De bijhoudingsmeting heeft als doel de meetkundige vastlegging van nieuwe kadastrale grenzen en wordt gebruikt voor de actualisering van zowel de (digitale) kadastrale kaart als het reconstructiebestand. Omdat de kadastrale grenzen te allen tijde in het terrein moeten kunnen worden gereconstrueerd worden, met name eisen gesteld aan de betrouwbaarheid van de detailmeting.

Kadastrale kaartvernieuwing
In situaties waarbij sprake is van een nieuwe kadastrale indeling in gebieden van enige omvang, bijvoorbeeld een uitbreidingsplan, wordt de detailmeting bij voorkeur aangesloten aan een nieuwe detailgrondslag. De metingen worden dan niet aangesloten aan de bestaande (digitale) kadastrale kaart. De inrichting van een dergelijk gebied kan gepaard gaan met de reconstructie van te handhaven grenzen. De bestaande kadastrale kaart wordt in het betreffende gebied vervangen door een nieuwe versie. Aanliggende kaartbladen zullen aan het nieuwe bestand moeten worden aangesloten met behulp van de methoden van kaartvernieuwing (hoofdstuk 8).

Kwaliteitseisen
De eisen die aan de precisie en betrouwbaarheid van terrestrische detailmetingen worden gesteld zijn afhankelijk van het produkt dat door middel van de detailopname wordt vervaardigd of bijgehouden. Voor de verschillende produkten worden de kwaliteitseisen uit § 2.6 daarom geresumeerd.
Bij kadastrale bijhouding zal men overigens zoveel mogelijk streven naar integrale bijhouding van de digitale (topografische en kadastrale) kaart en het reconstructiebestand. De hoge kwaliteitseisen welke gelden voor de bijhouding van het reconstructiebestand zijn in dat geval bepalend, zodat de bijhouding van de digitale kaart ruimschoots aan de kwaliteitseisen zal voldoen.

Grootschalige topografische kaarten (GBKN)
Voor de vervaardiging of bijhouding van grootschalige topografische kaarten is een grafische precisie meestal voldoende (een relatieve precisie van $\sqrt{2} \times 20$ cm in bebouwd en $\sqrt{2} \times 40$ cm in landelijk gebied). In stedelijke gebieden en sommige provincies wordt soms een terrestrische precisie verlangd. Alleen harde topografie wordt gecontroleerd gemeten. Voor de overige topografie volstaat een visuele controle.

Kadastrale kaarten
Voor de vervaardiging of bijhouding van kadastrale kaarten volstaat een grafische precisie (een relatieve precisie van $\sqrt{2} \times 20$ cm in bebouwd en $\sqrt{2} \times 40$ cm in landelijk gebied). Zowel de kadastrale grenzen als de belangrijkste punten van de harde topografie (reconstructiepunten en grondslagelementen) worden gecontroleerd gemeten. Bijkomende eis is dat op eenvoudige wijze de oppervlakte van kadastrale percelen moet kunnen worden bepaald.

Kadastraal reconstructiebestand (veldwerkarchief)
Een kadastrale grens moet in het terrein kunnen worden gereconstrueerd met een precisie die overeenkomt met de idealisatieprecisie van de terreinelementen waaraan de grens bij opname was gerelateerd. De opmeting dient dus te geschieden met een terrestrische precisie ten opzichte van deze terreinelementen. De detailmeting dient gecontroleerd plaats te vinden door inwinning van overtallige metingen en toetsing.

Grondslagelementen
Voor terrestrische grondslagelementen is de vereiste puntprecisie tenminste 5 centimeter ($c_0 = 25$ cm^2). Voor grafische grondslagelementen geldt dezelfde eis als voor de punten van de harde topografie van de grootschalige topografische of kadastrale kaart (puntprecisie 20 cm in bebouwd en 40 cm in landelijk gebied). In beide gevallen dient de opmeting te worden gecontroleerd door inwinning en toetsing van overtallige metingen.

Naverkenning
Voor terrestrische metingen bij de naverkenning van een fotogrammetrische kartering is een precisie vereist die overeenkomt met de idealisatieprecisie van de opgenomen objecten (zie § 7.7). Detailmeting ten behoeve van bijvoorbeeld het terugzetten van dakoverstekken behoeft meestal slechts visueel te worden gecontroleerd. Controle door toetsing kan worden verricht als naast de dakoverstekken ook de blokmaten worden gemeten. Indien de detailmeting dient ter inwinning van ontbrekende topografie van enige omvang, dan wordt de harde topografie gecontroleerd gemeten.

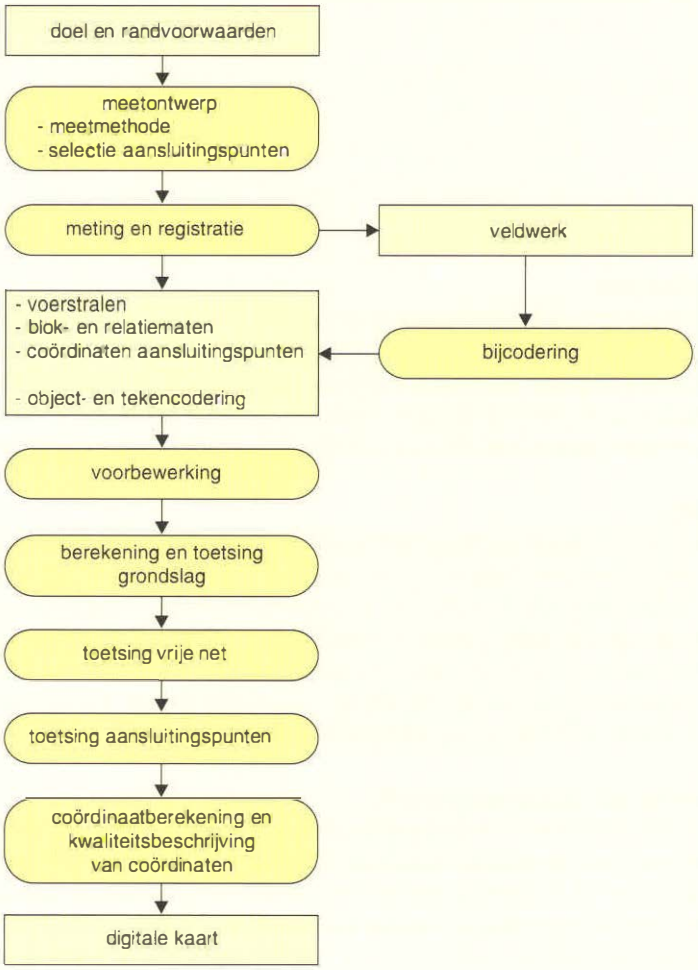
Groottebepaling van kadastrale percelen
Bij percelen gevormd uit nieuwe kadastrale grenzen moet de kadastrale grootte kunnen worden berekend uit terrestrische metingen of coördinaten met een terrestrische precisie in een lokaal stelsel. Indien een perceel is gevormd uit grotendeels bestaande kadastrale grenzen mag de oppervlakte worden berekend met behulp van coördinaten uit de kadastrale kaart. In beide gevallen vindt controle plaats door vergelijking met de in de akte opgegeven grootte. In § 6.5 wordt nader ingegaan op de bepaling van de kadastrale grootte.

6.3.2 Procesbeschrijving

Het meet- en verwerkingsproces van terrestrische detailmetingen is in twee schema's samengevat. Het schema in figuur 6.3 beschrijft de detailopname ten behoeve van de vervaardiging van een digitale topografische kaart terwijl het schema in figuur 6.4 de kadastrale bijhouding van het reconstructiebestand en de kadastrale kaart (aktepostmeting) omvat.

Doel en randvoorwaarden
Voorafgaande aan de detailopname wordt het doel vastgesteld aan de hand van de kenmerken in § 6.1.3. Het onderscheid tussen vervaardiging of bijhouding leidt tot verschillende verwerkingsprocessen. Het onderscheid tussen topografische en kadastrale detailmeting is van belang voor de te hanteren ontwerpregels. Vaststelling van de vereiste kwaliteit is vooral van invloed op de wijze waarop controles worden uitgevoerd.
De meetopzet wordt verder beïnvloed door de aard en omvang van het gebied. Voor een gebied van grotere omvang zal een nieuwe detailgrondslag worden aangelegd. Verder zijn het aantal en de complexiteit van de op te nemen topografische en kadastrale elementen van invloed op het instrumentarium en de meetmethode.

Meetontwerp
Bij terrestrische detailmeting wordt in de eerste plaats gebruik gemaakt van de voorstraalmethode met een elektronische tachymeter. Afhankelijk van de situatie wordt gekozen voor de methode van vaste of vrije opstelling. Voor aanvullende metingen wordt gebruik gemaakt van meetband, pentagoonprisma en jalons voor de bepaling van meetlijnen en blok- en relatiematen.



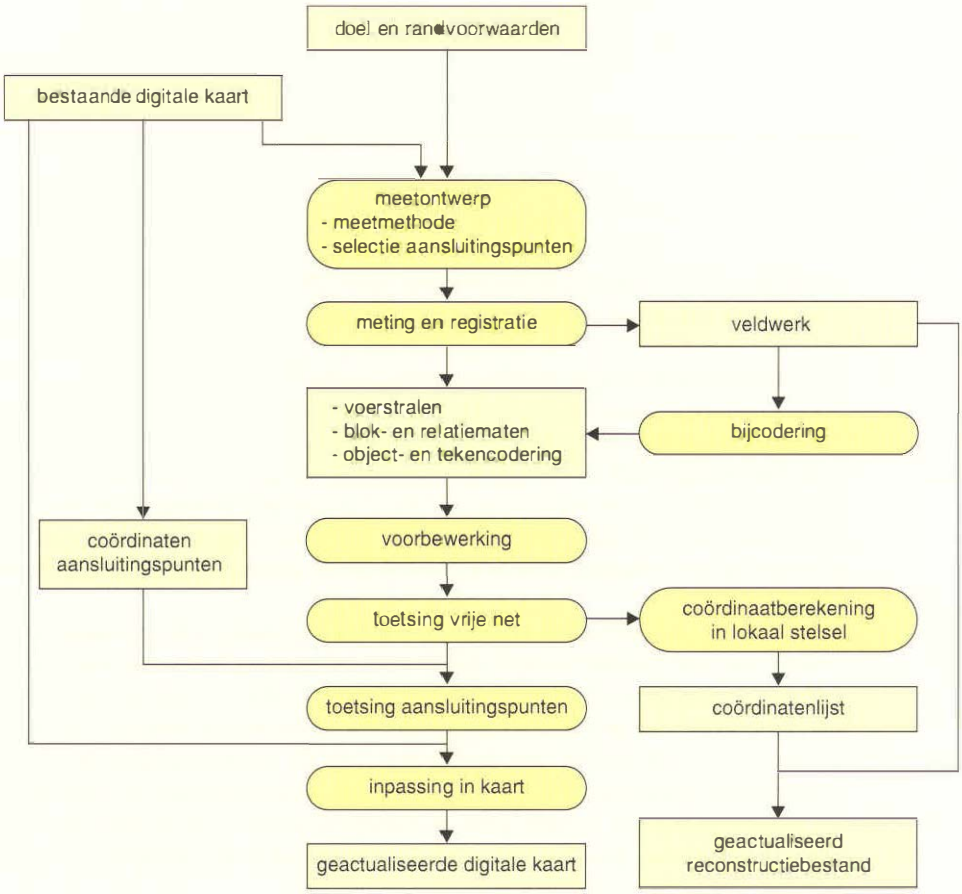
Figuur 6.3: Procesbeschrijving van de topografische kaartvervaardiging.

De aansluitingspunten bestaan uit de beschikbare of nieuw bepaalde grondslagpunten of uit grondslagelementen. Bij het gebruik van grondslagelementen moet worden vastgesteld of deze een terrestrische of grafische precisie hebben. Indien onvoldoende grondslagelementen voorhanden zijn voor een verantwoorde aansluiting, kunnen tijdens de detailopname nieuwe grondslagelementen worden geselecteerd uit punten van de harde topografie.

Bij terrestrische detailmeting wordt geen expliciet meetontwerp gemaakt en geen sterkteberekening verricht vooraf gaande aan de meting. Het meetontwerp is sterk afhankelijk van de terreinsituatie en ontstaat gaandeweg de eigenlijke detailopname aan de hand van ontwerpregels die moeten waarborgen dat de detailmeting aan de gestelde eisen voldoet.

Meting en registratie
De tachymetrische meetgegevens worden automatisch geregistreerd, tezamen met overige informatie over de opgenomen objecten (objectcodering en tekencodering). De andere metingen en de coderingen worden op het veldwerk of het (grafisch) veldboek geregistreerd.

Voorbewerking
De verwerking van de detailopname start met het samenbrengen van de tachymetrisch verkregen meetgegevens en de meetgegevens van het veldwerk. Hiertoe zullen analoog geregistreerde meetgegevens van het veldwerk moeten worden bijgecodeerd. Tijdens de voorbewerking worden de meetgegevens opgeschoond en gecontroleerd op grove fou-



Figuur 6.4: Procesbeschrijving van de kadastrale bijhouding.

ten, die vaak het gevolg zijn van coderingsfouten. Tevens vindt identiekverklaring plaats van verschillende metingen naar hetzelfde punt, als dit nog niet in het terrein gebeurd is. Indien de toetsing en coördinaatberekening is gebaseerd op een vereffening van een model van waarnemingsvergelijkingen, dienen ter voorbereiding tevens benaderde coördinaten te worden berekend.

Berekening en toetsing van de grondslag

Bij de terrestrische detailopname van een groter gebied zal in de regel een nieuwe detailgrondslag worden aangelegd. Daarbij zal de grondslagmeting meestal geïntegreerd plaatsvinden met de tachymetrische detailmetingen. De grondslagmetingen en detailmetingen kunnen vervolgens ook geïntegreerd worden verwerkt. Het is echter aan te bevelen de detailgrondslag eerst afzonderlijk te toetsen, zowel als vrij net als bij aansluiting aan de grondslagpunten of grondslagelementen. Door de opsporing van fouten in de grondslagmetingen en fouten in de detailmetingen te scheiden wordt de toetsing overzichtelijker. De meting en verwerking van terrestrische (detail)grondslagen komt aan de orde in § 5.3.

Toetsing van het vrije net en van de aansluitingspunten

De toetsing van de detailmetingen vindt plaats op basis van een kleinste-kwadraten vereffening. Daarbij wordt onderscheid gemaakt in de toetsing van de detailmetingen en de toetsing van de coördinaten van de aansluitingspunten.

Op basis van een vereffening van het vrije net worden de waarnemingen getoetst zonder dat eventuele fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten daarop van invloed zijn. Vervolgens wordt op basis van een tweede fase of aansluitingsvereffening getoetst of het nieuw bepaalde detailpuntenveld past in het bestaande puntenveld van de aansluitingspunten. In de kleinste-kwadraten vereffening worden de coördinaten van de aansluitingspunten als stochastische waarnemingsgrootheden beschouwd. De vereffening

en toetsing kunnen gepaard gaan met een sterkteberekening om na te gaan of de gerealiseerde meetopzet aan de ontwerpregels voldoet.

Coördinaatberekening in een lokaal stelsel en in RD
Na toetsing en eventuele verbetering of verwijdering van waarnemingen en aansluitingscoördinaten kan de eigenlijke coördinaatberekening plaatsvinden. In geval van kadastrale bijhouding vindt zowel coördinaatberekening in een lokaal stelsel als in RD plaats. De vereffening van het vrije net resulteert in coördinaten ten opzichte van een aangenomen rekenbasis. Dit lokale stelsel is alleen door de metingen bepaald zodat de relatieve precisie van de coördinaten is opgebouwd uit de meetprecisie en de idealisatieprecisie van de punten.
De aansluitingsvereffening resulteert in coördinaten in RD. De coördinaten worden met behulp van een pseudo kleinste-kwadraten vereffening berekend ten opzichte van de gegeven coördinaten van de aansluitingspunten. Daarbij wordt het vrije net ingepast in het puntenveld van de aansluitingspunten. De geometrische kwaliteit van het ingepaste puntenveld is afhankelijk van de precisie van de aansluitingspunten. Daarom moet onderscheid worden gemaakt tussen aansluiting aan punten met een terrestrische precisie (grondslagpunten, terrestrische grondslagelementen) en punten met een grafische precisie (grafische grondslagelementen). De coördinaatberekening wordt aangevuld met een beschrijving van de geometrische kwaliteit.

Archivering in het reconstructiebestand en inpassing in de digitale kaart
Het lokale stelsel coördinaten wordt, samen met het veldwerk, gearchiveerd in het reconstructiebestand. Met de gegevens van het reconstructiebestand (of veldwerkarchief) kunnen kadastrale grenzen met een terrestrische precisie in het terrein worden gereconstrueerd.
Door aansluiting van de detailopname vindt bijhouding plaats van de digitale kaart. In de regel zullen vervolgens nog bewerkingen op het bestand plaatsvinden zoals perceels- of objectvorming en kartografische afwerking.

6.3.3 Meetontwerp

De basis van een terrestrische detailopname bestaat meestal uit voerstraalmetingen, verricht met een elektronische tachymeter vanuit een vaste of vrije opstelling. Ter aanvulling en controle wordt gebruik gemaakt van meetlijnconstructies, blok- en relatiematen en geometrische relaties. Het geheel van de metingen legt de relatieve ligging van de punten vast en is op te vatten als een landmeetkundig netwerk. Er vindt bij detailmetingen geen sterkteberekening van het meetontwerp plaats voorafgaande aan de meting. Het meetontwerp wordt tijdens de detailopname bepaald door de terreinsituatie en aan de hand van ontwerpregels, die moeten waarborgen dat de detailmeting aan de gestelde kwaliteitseisen voldoet.

In deze paragraaf worden allereerst algemene regels gegeven voor het meetontwerp en voor de vastlegging van verschillende type punten. Vervolgens worden ontwerpregels gegeven voor de voerstraalmeting en de overige metingen. Tenslotte volgen regels voor de verwerking van detailmetingen.

6.3.3.1 Ontwerpregels

Algemene regels voor het meetontwerp

- Het meetontwerp van detailmetingen is in de eerste plaats gericht op een efficiënte vastlegging van de op te nemen detailpunten. De keuze voor de vaste of vrije opstelling bij voerstraalmeting wordt dan bepaald door de ligging van de opstelpunten. Is rechtstreeks zicht tussen de opstelpunten mogelijk dan heeft de methode van vaste opstellingen de voorkeur. De methode van vrije opstelling wordt toegepast als direct zicht tussen opstelpunten tot een inefficiënte meetopzet zou leiden (bijvoorbeeld tot extra opstelpunten zou leiden).
- Om de detailmeting op gecontroleerde wijze te kunnen aansluiten aan het RD puntenveld of de digitale kaart dienen minimaal 3 aansluitingspunten te worden opgenomen die de detailopname behoorlijk omsluiten. Bij voorkeur wordt van 4 of 5 aansluitingspunten gebruik gemaakt zodat fouten in de aansluitingspunten kunnen worden gelokaliseerd. De aansluitingspunten kunnen bestaan uit punten van een detailgrondslag of van terrestrische of grafische grondslagelementen. Alle grondslagelementen in het gebied van de detailmeting moeten als aansluitingspunt worden meegenomen. Bij het ontbreken van voldoende grafische grondslagelementen kan een bijhoudingsmeting ook worden aangesloten op goed identificeerbare punten van de harde topografie. Na toetsing kunnen deze punten dan als nieuw grondslagelement worden aangemerkt.
- Het netwerk dat bestaat uit de onderlinge verbinding van de opstelpunten is de grondslag van de detailopname. Samen met de aanmeting van de aansluitingspunten vormt dit de ruggegraat van de detailmeting. Bij een detailmeting van enige omvang (meer dan 5 opstelpunten) wordt een afzonderlijke detailgrondslag gemeten en verwerkt volgens de regels van § 5.3. Bij kleine bijhoudingsmetingen wordt de grondslag niet expliciet onderscheiden en vormt de onderlinge verbinding van de opstelpunten een onderdeel van de detailmeting.
- Afhankelijk van het type op te nemen detailpunten vindt gecontroleerde vastlegging plaats. Kadastrale grenzen en de belangrijkste punten van de harde topografie (potentiële grondslagelementen en reconstructiepunten) worden in ieder geval gecontroleerd gemeten. De gecontroleerde meting is zodanig dat fouten kunnen worden opgespoord en vindt plaats door het punt te betrekken in twee of meer onafhankelijke metingen. Bijvoorbeeld voerstraalmeting vanuit twee opstelpunten of voerstraalmeting en één of meer controlematen. Bij de verwerking wordt voor de foutopsporing van rekenkundige toetsing gebruik gemaakt.
- Bij aktepostmeting dient de detailmeting gericht te zijn op het vastleggen van de nabijheidsrelaties tussen kadastrale grenzen en (bij voorkeur harde) topografie met een precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie.

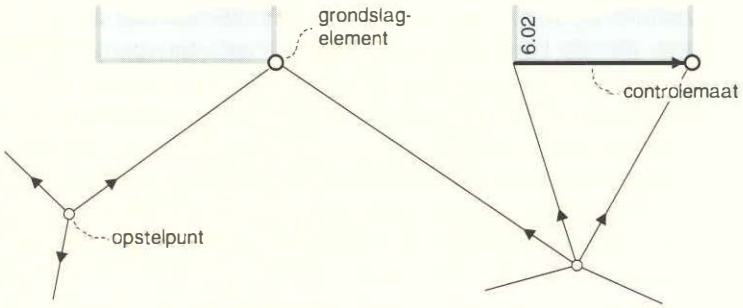
Ontwerpregels voor de vastlegging van verschillende type punten

Afhankelijk van het type vast te leggen punten worden bij de detailmeting verschillende voorschriften gehanteerd, met name ten aanzien van de controle van de aanmeting. Achtereenvolgens worden onderscheiden: aansluitingspunten, harde en zachte topografie en kadastrale grenzen.

Aanmeting van aansluitingspunten

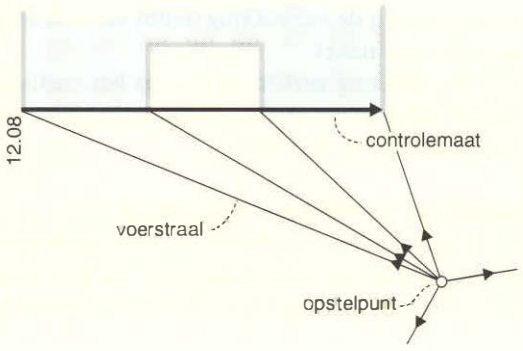
Grondslagpunten, grondslagelementen en andere aansluitingspunten dienen gecontroleerd te worden aangemeten. De detailmeting moet ter plekke dus in zichzelf zijn gecontroleerd, zonder gebruik te maken van de coördinaten van het aansluitingspunt. Alleen dan kan bij de toetsing onderscheid worden gemaakt tussen een fout in de meting en een

fout in de coördinaten van de aansluitingspunten. Terrestrische grondslagelementen moeten vanuit de detailgrondslag met voerstraalmeting worden vastgelegd.
Bij voorkeur wordt een aansluitingspunt vanuit twee opstelpunten met voerstraalmeting aangemeten. Bij grondslagelementen kan ook een controle worden bereikt door naast het grondslagelement nog een of meer andere hoeken van de gevel met voerstraalmeting aan te meten en daartussen controlematen te bepalen. De controle dient door rekenkundige toetsing te worden uitgevoerd.



Figuur 6.5: Controle van grondslagelementen.

Aanmeting van topografie
Van de harde topografie dienen de belangrijkste punten gecontroleerd te worden aangemeten. Dit geldt voor de hoekpunten van bebouwingsblokken, in ieder geval aan de straatzijde. Deze punten vormen immers voor de selectie van grondslagelementen de eerste keuze. Bij voorkeur worden deze punten met voerstraalmeting aangemeten, gecombineerd met controlematen. De controles dienen met behulp van rekenkundige toetsing te worden verricht.



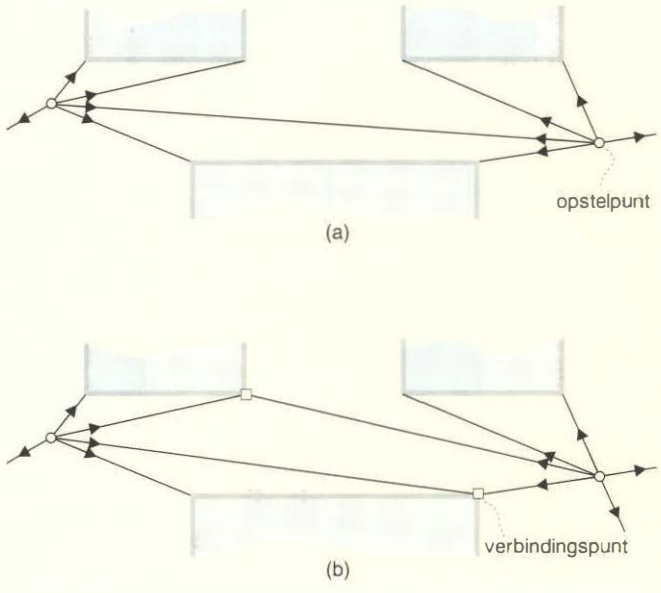
Figuur 6.6: Controle van harde topografie.

Voor de overige punten van de harde topografie en de zachte topografie volstaat een controle gebaseerd op geometrische relaties. Controlemogelijkheden zijn dan bijvoorbeeld haaksheid van de bebouwing, collineariteit en evenwijdigheid van weg- en sloot-kanten, collineariteit van erfafscheidingen en evenwijdigheid van bebouwing en wegkant. De controles kunnen worden uitgevoerd door visuele inspectie van een proeftekening of door numerieke verwerking van de geometrische relaties. In het laatste geval dienen de relaties te worden bijgecodeerd.

Aanmeting van kadastrale grenzen
Kadastrale grenzen moeten worden vastgelegd met een precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie van de topografie waaraan de grens is gerelateerd (zie tabel 2.10 in § 2.5.5). De aanmeting dient bovendien gecontroleerd plaats te vinden. De vereiste hoge relatieve precisie tussen kadastrale grenzen en gerelateerde topografie (nabijheidsrelaties) kan worden bereikt door de voerstraalmeting aan te vullen met kortgesloten maten. Bij geïntegreerde bijhouding wordt in de aktepostmeting dus onderscheid gemaakt tussen de aanmeting van detailpunten waarmee de kadastrale grens in het terrein kan worden gereconstrueerd, de zogenaamde reconstructiepunten, en de opname van overige punten voor de bijhouding van de digitale kaart. Ook reconstructiepunten moeten gecontroleerd worden aangemeten met behulp van controlematen en geometrische relaties. De controle dient door toetsing plaats te vinden.

6.3.3.2 Ontwerpregels voor voerstraalmeting

Bij een voerstraalmeting worden de punten vastgelegd in een lokaal stelsel poolcoördinaten met het opstelpunt als oorsprong en de nulrichting van de horizontale rand als oriëntering. Om dit lokale stelsel te kunnen relateren aan de overige detailmetingen dienen minstens twee punten ook in andere metingen te zijn vastgelegd.
De richtingsmeting kan met een enkele serie worden uitgevoerd. Ter controle moet aan het begin en het einde van de serie een scherp identificeerbaar richtpunt worden aan-

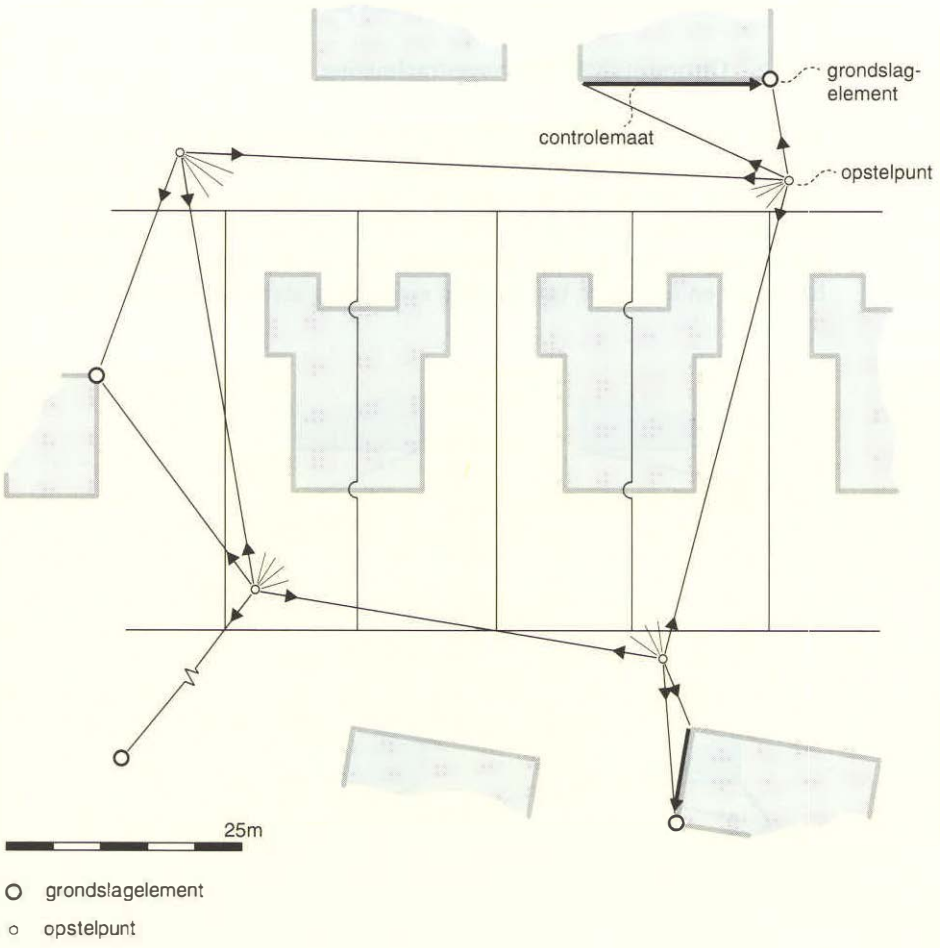


Figuur 6.7: Voerstraalmeting: (a) vaste opstelling en (b) vrije opstelling.

gemeten (afsluitingsrichting). Gemeten afstanden dienen te worden gecorrigeerd voor verticale hoek en optelconstante. Wegens de korte afstanden hoeven andere correcties, zoals voor kaartprojectie, niet te worden toegepast.

Vaste en vrije opstelling

Bij een vaste opstelling wordt het opstelpunt rechtstreeks verbonden met andere opstelpunten. Omdat een opstelpunt dan in een eerder of later stadium vanuit andere opstelpunten wordt aangemeten, dient deze met een piket of krijt te worden gemarkeerd. Bij aanmeting vanuit andere opstelpunten behoeft hierboven geen statief met reflector te worden opgesteld, maar kan centrering met behulp van de reflectorstok plaatsvinden.
Bij een vrije opstelling wordt het opstelpunt niet rechtstreeks verbonden met andere opstelpunten. De tachymeter behoeft dan niet boven een gemarkeerd punt te worden gecentreerd. Onderlinge verbinding van de opstelpunten vindt plaats door zogenaamde verbindingspunten vanuit twee of meer opstelpunten aan te meten. Voor de verbindingspunten kan van speciaal gemarkeerde punten, maar ook van goed idealiseerbare detailpunten gebruik worden gemaakt, zoals hoeken van gebouwen en van putdeksels. Wel moet dan bijzondere zorg worden besteed aan de identificatie en centrering.

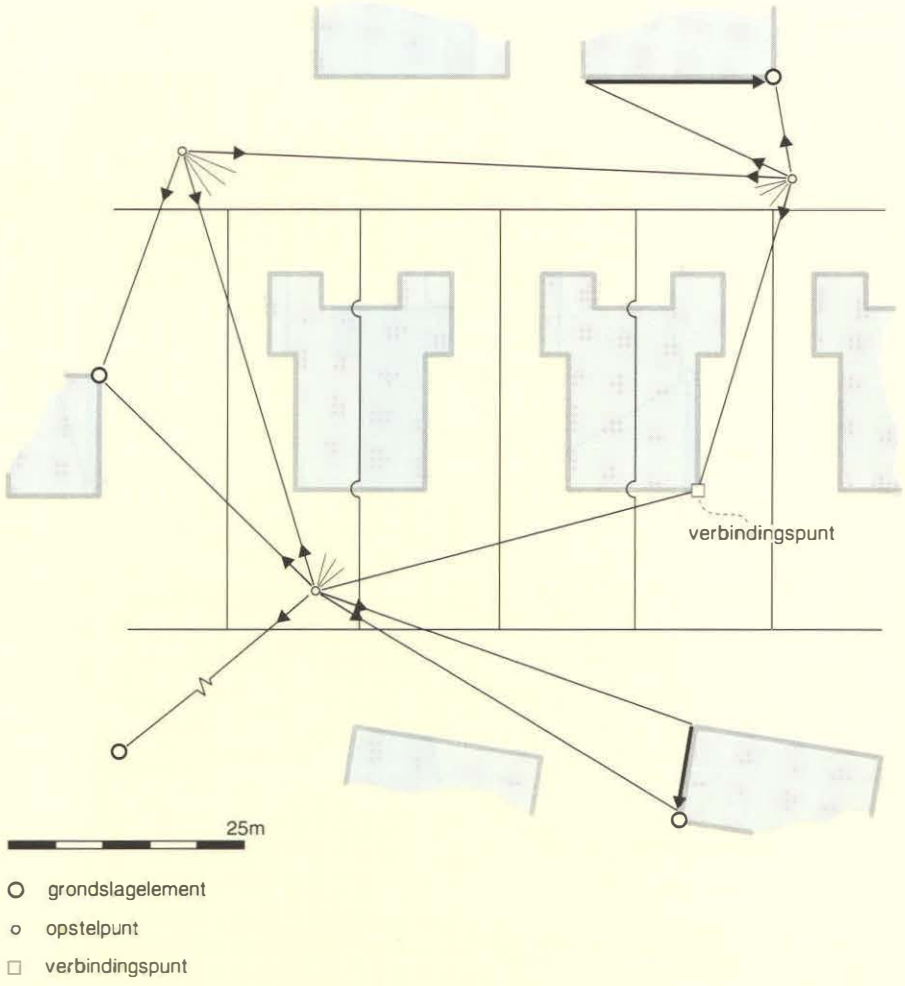


Figuur 6.8: Verbinding van opstelpunten en grondslagelementen: vaste opstelling, gesloten polygoon.

Verbinding van de opstelpunten

De grondslag van de detailmeting wordt gevormd door het netwerk bestaande uit de opstelpunten, verbindingspunten en aansluitingspunten. Bij meer dan 5 opstelpunten dient de detailgrondslag afzonderlijk te worden onderscheiden en ontworpen en verwerkt volgens de regels voor detailgrondslagen uit § 5.3.

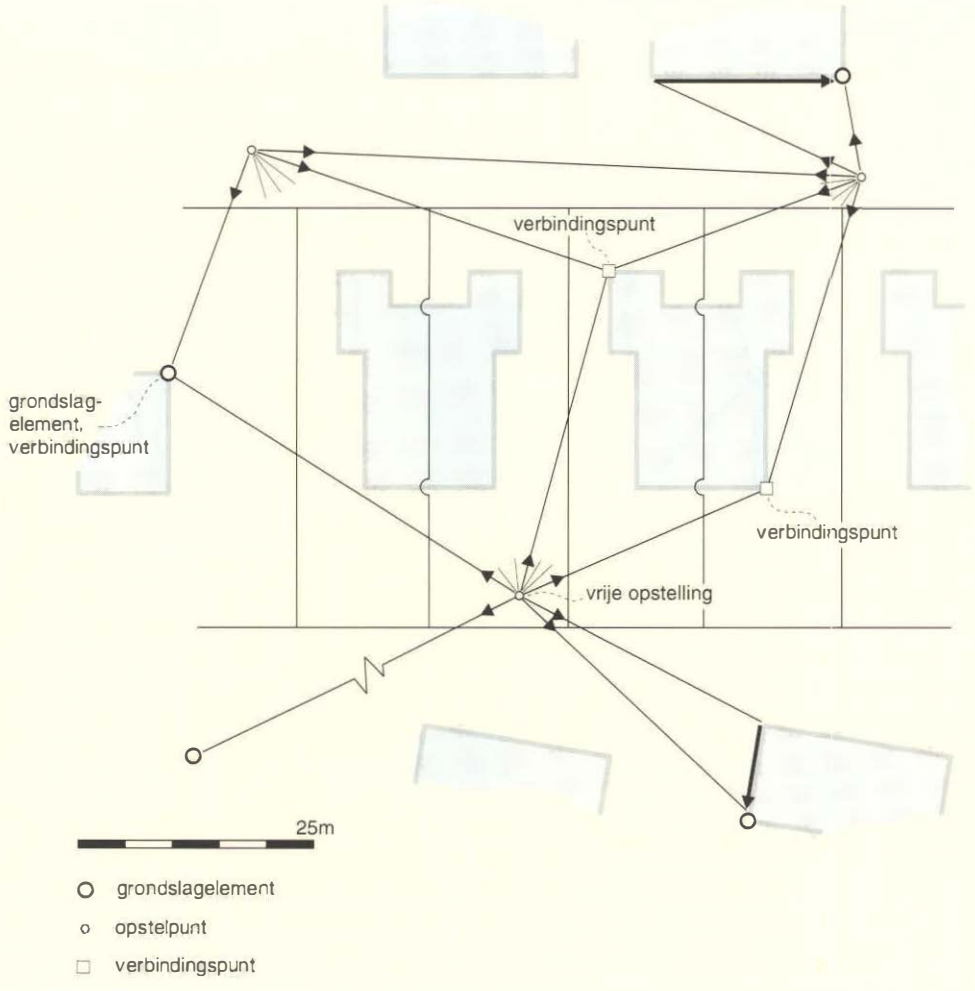
De grondslag moet in een lokaal stelsel als één netwerk te berekenen zijn en bovendien moeten de waarnemingen door toetsing op basis van een vereffening van het vrije net kunnen worden gecontroleerd. Bij voorkeur wordt een opstelpunt daarom direct of via verbindingspunten met 2 of meer andere opstelpunten verbonden. Een vrije opstelling moet via minimaal 3 verbindingspunten met de andere opstelpunten zijn verbonden.
In de figuren 6.8, 6.9 en 6.10 zijn drie voorbeelden gegeven van de grondslag van een bijhoudingsmeting (één grondslagelement ligt buiten de figuur). In figuur 6.8 is de vaste opstelling gehanteerd en zijn de 4 opstelpunten onderling verbonden door een gesloten polygoon. In figuur 6.9 zijn de 3 opstelpunten als vaste opstelling verbonden door een open polygoon die wordt gesloten met behulp van een verbindingspunt tussen de twee



Figuur 6.9: Verbinding van opstelpunten en grondslagelementen: vaste opstelling, open polygoon en verbindingspunt.

niet rechtstreeks verbonden opstelpunten. In figuur 6.10 is gebruik gemaakt van 2 vaste opstellingen en 1 vrije opstelling. De vrije opstelling is met behulp van 3 verbindingspunten met de andere opstelpunten verbonden. In alle gevallen is de grondslag voldoende betrouwbaar en vindt gecontroleerde aanmeting van de grondslagelementen plaats.

De keuze voor het gebruik van de vaste of vrije opstelling moet afhankelijk worden gesteld van de op te nemen detailpunten en de terreinsituatie. In de eerste plaats dienen de opstelpunten zo te worden gekozen dat een efficiënte opname van de detailpunten mogelijk is. Gestreefd wordt dus naar een beperkt aantal opstelpunten met een gunstige ligging ten opzichte van de detailpunten en de aansluitingspunten. Voor een goede onderlinge verbinding staan vervolgens de methode van de vaste en vrije opstelling ter beschikking. Bij onderling zicht tussen twee opstelpunten dienen deze rechtstreeks te worden verbonden (vaste opstelling). Indien rechtstreekse verbinding tot extra opstelpunten of een ongunstige ligging ten opzichte van de detailpunten zou noodzaken, verdient de vrije opstelling de voorkeur. Een goed gebruik van gecombineerde vaste en vrije opstelling kan tot een besparing van het aantal benodigde opstelpunten leiden.



Figuur 6.10: Verbinding van opstelpunten en grondslagelementen: gecombineerde vaste en vrije opstelling.

Aanmeting van detailpunten

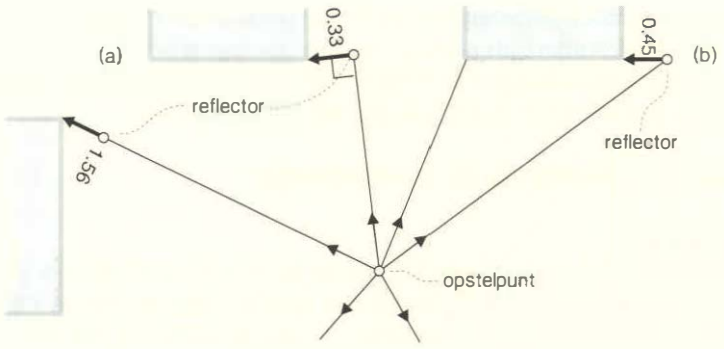
Het ontwerp van de aanmeting van detailpunten met betrekking tot precisie en betrouwbaarheid is in het algemeen niet kritisch, zolang aan enkele algemene regels wordt voldaan ten aanzien van aanmeting, verbinding en controle. De vereiste betrouwbaarheid en (relatieve) precisie hangt af van het doel van de detailopname en het type detailpunt.

Bij de aanmeting van de detailpunten moet extrapolatie worden vermeden. Dat wil zeggen dat vanuit een opstelpunt de voerstralen naar detailpunten niet veel langer (maximaal anderhalf keer) mogen zijn dan de voerstralen naar verbindingspunten of andere opstelpunten.
De hoogste betrouwbaarheid wordt verkregen door een detailpunt vanuit twee opstelpunten aan te meten. Voor een voldoende controle van enkelvoudig aangemeten detailpunten kan de voerstraalmeting worden aangevuld met controlematen en geometrische relaties. Om een goede relatieve precisie te waarborgen worden nabijgelegen detailpunten bij voorkeur vanuit hetzelfde opstelpunt aangemeten. Is dit niet mogelijk dan dienen de twee opstelpunten in ieder geval onderling verbonden te zijn (rechtstreeks of via verbindingspunten). Ook kan de voerstraalmeting worden aangevuld met kortgesloten maten.

Bij het aanmeten van bebouwing dient bijzondere aandacht te worden besteed aan de positie van de reflector. Immers, het centrum van de reflector valt niet samen met de hoek van de gevel. In dat geval wordt gebruik gemaakt van een excentrisch richtpunt.

Excentrisch richtpunt

Indien door obstakels een detailpunt niet zichtbaar is of er geen reflector kan worden opgesteld, kan gebruik worden gemaakt van een excentrisch richtpunt. Deze situatie moet overigens zo veel mogelijk worden vermeden, omdat de extra metingen een bron van fouten vormen en inefficiënt zijn. In elk geval dient de excentrische afstand zo kort mogelijk te worden gehouden.



Figuur 6.11: Excentrisch richtpunt: (a) t.o.v. de voerstraal en (b) t.o.v. de topografie.

Er zijn twee mogelijkheden voor de plaatsing van de reflector bij een excentrisch richtpunt:

- De reflector kan in de voerstraal van opstelpunt naar detailpunt worden gezet, of loodrecht daarop. De afstand van het detailpunt tot de reflector wordt met duimstok of rolmaat gemeten. In dat geval kan direct bij de meting of tijdens de voorbewerking eenvoudig een correctie plaatsvinden naar het eigenlijke detailpunt.
- Bij harde topografie kan de reflector ook in het verlengde van de gevel worden geplaatst, waarna opnieuw de onderlinge afstand wordt gemeten. Het detailpunt kan dan alleen achteraf worden berekend of gereconstrueerd als er ook een ander punt van de gevel is bepaald. Deze methode wordt dan ook weinig toegepast.

Indien een hoek van de bebouwing wel zichtbaar is maar niet of slecht bereikbaar met de reflector, kan richtingsmeting naar de hoek worden verricht en elektronische afstandsmeting naar de excentrisch opgestelde reflector. Er hoeft dan alleen correctie van de afstandsmeting plaats te vinden.

6.3.3.3 Ontwerpregels voor meetlijnen en blok- en relatiematen

De overige methoden voor terrestrische detailmeting zijn voornamelijk gebaseerd op maatvoering van de topografie en projectie van detailpunten op meetlijnen. Er wordt daarbij gebruik gemaakt van de meetband, aangevuld met jalons en pentagoonprisma. Richtlijnen voor de afstandsmeting met de meetband, het opzetten van meetlijnen en het neerlaten van loodlijnen zijn bijvoorbeeld te vinden in de Handleiding Landmeetkundige Veldwerkzaamheden van het Kadaster (HLV).
De metingen kunnen vooral worden beschouwd als *aanvulling* op de voerstraalmetingen. Vanwege de automatische digitale registratie verdienen voerstraalmetingen uit overwegingen van efficiëntie de voorkeur. De meetbandmetingen zullen handmatig moeten worden bijgecodeerd, hetzij in het terrein met een (grafisch) veldboek hetzij achteraf op kantoor. Een uitzondering hierop vormen eenvoudige ongecontroleerde metingen voor de naverkenning van een fotogrammetrische kartering of de bijhouding van de topografische kaart. Er kan dan worden volstaan met blok- en relatiematen waarmee constructie in de digitale kaart plaatsvindt.

Als aanvulling op de voerstraalmeting vervullen de metingen twee functies. Enerzijds worden er punten mee ingemeten die niet, of niet efficiënt door voerstraalmeting kunnen worden vastgelegd. Anderzijds kunnen met deze metingen de voerstraalmetingen worden gecontroleerd en verbeteren ze de betrouwbaarheid en de relatieve precisie. Hierna worden constructies voor de beide functies beknopt behandeld.

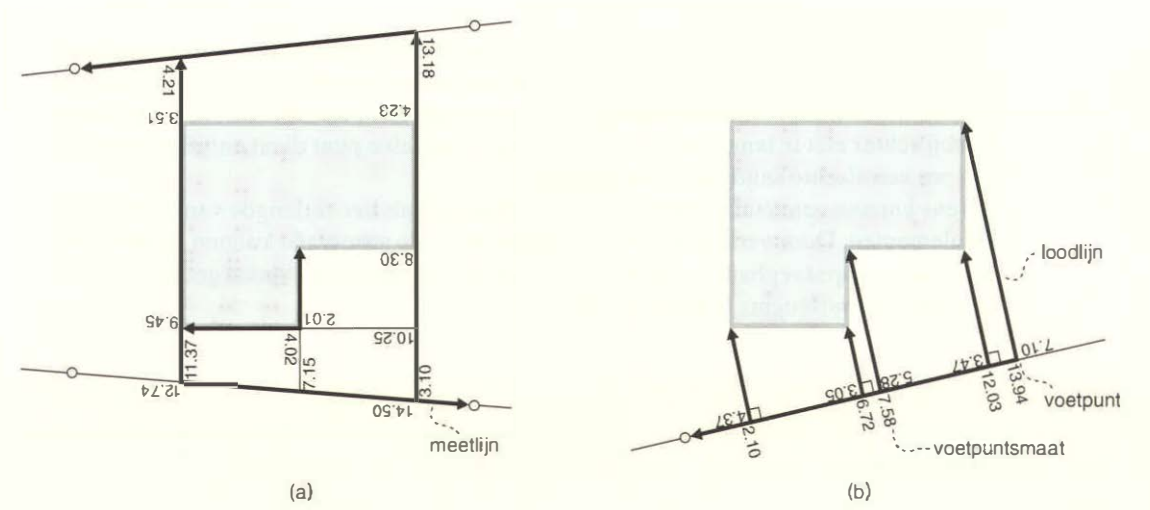
Constructies ter aanvulling van de voerstraalmeting

Meetlijnmethode
De meetlijnmethode is een klassieke kadastrale inwinningsmethode voor de vastlegging van een detailpuntenveld. Daarbij wordt een verband van meetlijnen vastgelegd met behulp van meetbandafstanden. Aangezien de meetlijnmethode zich slecht leent voor digitale verwerking is het gebruik daarvan als opnamemethode af te raden. Wel kunnen met voerstraalmeting lastig aan te meten hoeken van de harde topografie worden vastgelegd door verlenging van de gevel tot op een natuurlijke meetlijn, bijvoorbeeld een stoepband. Bij verlenging dient sterke extrapolatie te worden vermeden; de verlenging dient beperkt te blijven tot maximaal twee maal de gevellengte. Van het verlengde lijnelement dienen minstens twee punten te worden ingemeten. Ook de meetlijn moet door minstens twee punten zijn vastgelegd.

Orthogonaalmethode

Bij de orthogonaalmethode worden detailpunten loodrecht op een meetlijn geprojecteerd (voetpunt). Daartoe wordt met behulp van een pentagoonprisma het voetpunt bepaald. Vervolgens worden de voetpuntsmaat en de lengte van de loodlijn met de meetband gemeten. Gezien de beperkte nauwkeurigheid van het pentagoonprisma dient de lengte van de loodlijn beperkt te blijven tot enkele tientallen meters.

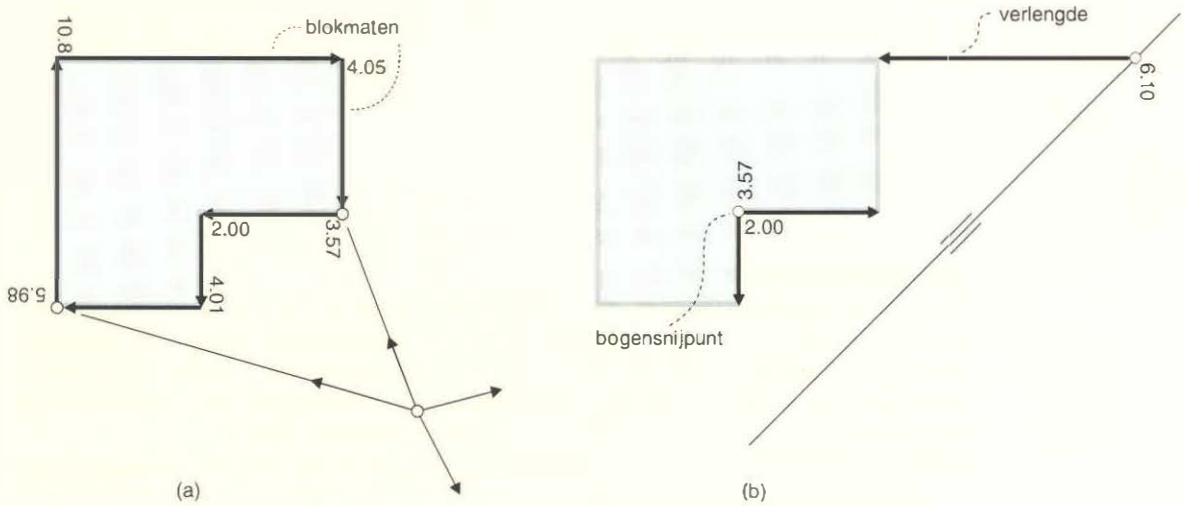
Ook hier kan de meetlijn uit een natuurlijk lijnelement bestaan dat door minstens twee punten wordt vastgelegd. De orthogonaalmethode leent zich beter voor digitale verwerking dan de meetlijnmethode. Ze is echter ook erg bewerkelijk, zowel bij de meting als bij de verwerking. Het gebruik ervan moet dan ook worden beperkt.



Figuur 6.12: Meetlijnmethode (a) en orthogonaalmethode (b).

Rechthoekige polygoon

Als de positie van een rechthoekig gebouw door voerstraalmeting naar twee punten is vastgelegd kunnen de overige punten worden geconstrueerd door bepaling van de eigenmaten (blokmaten), waarbij gebruik wordt gemaakt van de haaksheid van de gevels. Met zo'n serie van eigenmaten, ook wel rechthoekige polygoon genoemd, kan de opname van harde topografie efficiënt worden gecompleteerd. Dit geldt met name voor een inspringing van de gevel en de achterzijde van bebouwing.

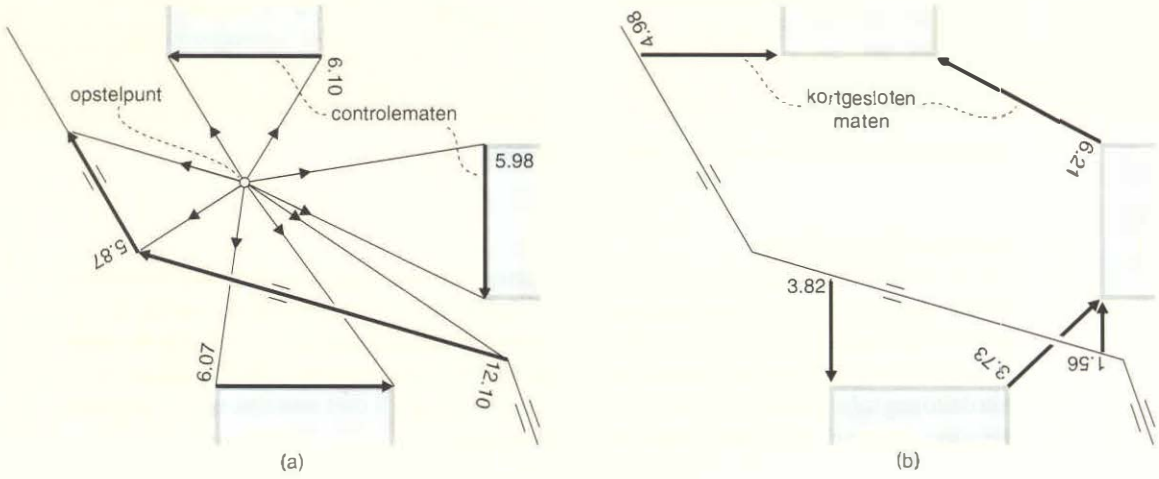


Figuur 6.13: Rechthoekige polygoon (a), bogensnijpunt en verlengde (b).

Bogensnijpunt en verlengde

Tenslotte kunnen twee constructies worden onderscheiden waarmee een resterend punt kan worden ingemeten ten opzichte van reeds vastgelegde punten. Een punt kan worden ingemeten door meetbandmeting naar twee al vastgelegde punten. De afstanden dienen hierbij echter niet te lang te zijn. De hoek in het te bepalen punt dient enigszins haaks te zijn om een slechte snijding te voorkomen.

Tevens kunnen eenvoudig punten worden vastgelegd als het verlengde van al bepaalde lijnelementen. Door verlenging van de zijden van harde topografie kunnen op efficiënte wijze punten op stoepbanden, afscheidingen en perceelsgrenzen worden gecreëerd. Ook hier dient de verlenging beperkt te zijn.



Figuur 6.14: Controlematen (a) en kortgesloten maten (b).

Metingen ter controle en versterking van de meetopzet

Controlematen

Met voerstraalmeting vastgelegde punten kunnen op eenvoudige wijze worden gecontroleerd door met de meetband hun onderlinge afstand te bepalen. Dit is met name van toepassing op de controle van de belangrijkste hoekpunten van de harde topografie. Bij voorkeur moet de onderlinge afstand rechtstreeks worden bepaald, omdat dan de preci-

sie van voerstraal- en meetbandmeting gelijkwaardig zijn. Het meten van controlematen draagt alleen dan bij aan de betrouwbaarheid van de meetopzet als ze daadwerkelijk gezamenlijk met de voerstraalmeting worden verwerkt.

Kortgesloten maten

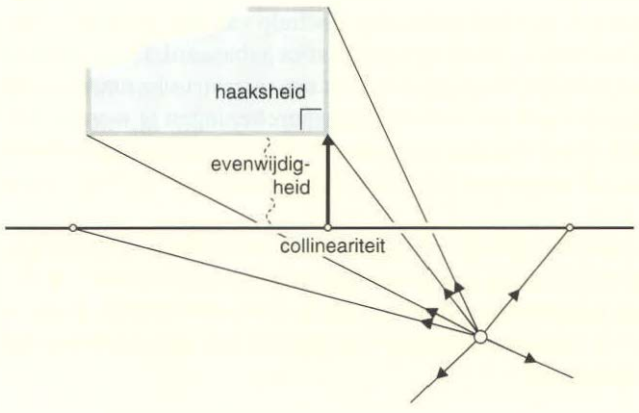
Bij detailpuntenvelden is vooral een goede relatieve precisie van belang (nabijheidsrelaties). Punten op beperkte onderlinge afstand moeten daarom bij voorkeur rechtstreeks door meting worden verbonden. Het rechtstreeks met de meetband bepalen van de onderlinge afstand tussen twee punten levert een grote bijdrage aan de sterkte van de meetopzet. Het belang van dergelijke kortgesloten maten (relatiematen) neemt toe als de onderlinge afstand klein is in verhouding tot de voerstraallengte en ook bij nabijgelegen punten die vanuit verschillende standplaatsen zijn aangemeten.
Bij de meting is er geen scherp onderscheid tussen controlematen en kortgesloten maten. Een meetbandafstand tussen twee punten draagt zowel bij aan de betrouwbaarheid als aan de relatieve precisie. Controlematen en kortgesloten maten worden, samen met de rechthoekige polygoon, ook wel blok- en relatiematen genoemd.

Geometrische relaties

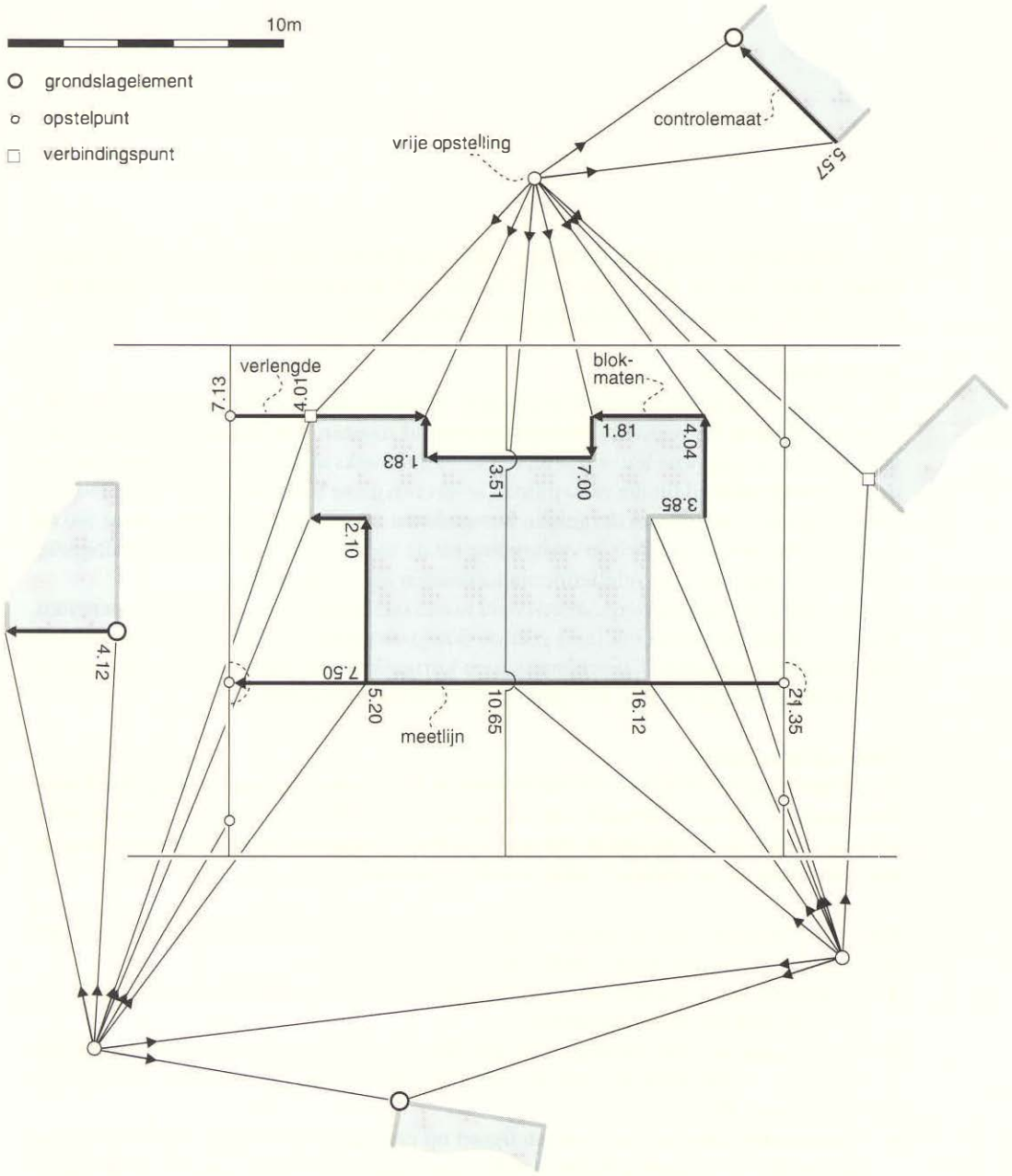
Om de betrouwbaarheid van een detailopname te verhogen kan vaak goed gebruik worden gemaakt van de geometrie van de op te nemen objecten. Door de geometrische relaties tussen de aangemeten punten expliciet te registreren en te toetsen kan de betrouwbaarheid op efficiënte wijze worden verbeterd.

Bij rechte lijnelementen, waarvan steeds minimaal twee punten zijn aangemeten, kunnen een drietal geometrische relaties worden onderscheiden:

- Haaksheid: lijnelementen staan loodrecht op elkaar. Deze relatie is voornamelijk van toepassing op de harde topografie.
- Evenwijdigheid: lijnelementen zijn parallel. Bij de opname van zachte topografie, zoals weg- en slootkanten, kan de evenwijdigheid van de lijnelementen als controle worden gebruikt.
- Collineariteit: drie of meer punten liggen op een rechte lijn. Deze relatie vormt een eenvoudige controlemogelijkheid indien meer dan twee punten van een recht lijnelement zijn opgemeten.



Figuur 6.15: Geometrische relaties: haaksheid, evenwijdigheid en collineariteit.



Figuur 6.16: Voorbeeld aktepostmeting.

Een visuele controle van de detailmeting met behulp van een proeftekening is voor een groot deel op geometrische en topologische relaties gebaseerd. De geometrische relaties kunnen ook worden gebruikt voorcontrole met een terrestrische nauwkeurigheid. In dat geval dienen de relaties expliciet in de toetsingsberekeningen te worden betrokken. De geometrische relatie dient dan als een stochastische waarnemingsgrootheid te worden opgevat, waarbij in elk geval rekening wordt gehouden met de idealisatieprecisie (zie § 6.3.5).

De geometrische relaties moeten overigens met de nodige zorgvuldigheid worden gehanteerd. Het te lichtvaardig opvoeren van geometrische relaties bij de verwerking leidt slechts tot een schijnbare verhoging van de betrouwbaarheid. Beter is het alleen gebruik te maken van relaties die expliciet in het terrein zijn geconstateerd en op het veldwerk zijn geregistreerd.

Voorbeeld aktepostmeting
In figuur 6.16 is een voorbeeld gegeven van een aktepostmeting waarin de vaste en vrije opstelling is gebruikt, aangevuld met blokmaten, verlengden en geometrische relaties. Er is sprake van gecontroleerde aanmeting van grondslagelementen, harde topografie en kadastrale grenzen.

6.3.3.4 Regels voor berekening en toetsing van detailmetingen

Verwerking van de detailgrondslag
Het verdient aanbeveling een detailgrondslag van enige omvang (meer dan 5 opstelpunten) afzonderlijk te toetsen als vrij net en bij aansluiting (zie hiervoor § 5.3). Uitgaande van een correcte grondslag zullen fouten in de detailmetingen een lokaal karakter hebben en daardoor eenvoudiger zijn op te sporen. De uiteindelijke coördinaatberekening kan overigens uit een met de detailmetingen geïntegreerde vereffening volgen. Bij 5 of minder opstelpunten kan direct geïntegreerde toetsing en coördinaatberekening plaatsvinden van grondslag en detailmeting.

Verwerking van de detailmetingen
Indien een rekenkundige toetsing is vereist, zoals bij de bepaling van harde topografie en kadastrale grenzen, wordt deze bij voorkeur gebaseerd op een integrale kleinste-kwadraten vereffening. In dat geval wordt geen onderscheid gemaakt tussen constructies ter bepaling van coördinaten (voerstraalmeting, meetlijnconstructies, rechthoekige polygoon) en controles (controlematen, geometrische relaties). Alle metingen worden dan opgenomen in een model van waarnemingsvergelijkingen, vereffend en systematisch getoetst.

Toepassing van een integrale vereffening biedt de volgende voordelen:
- De coördinaatberekening resulteert in een unieke oplossing, onafhankelijk van een berekeningsvolgorde.
- Controles in de detailmeting wordt optimaal benut. Er worden geen aparte controlematen onderscheiden maar alle waarnemingen dragen bij aan de coördinaatberekening.
- Nabijheidsrelaties worden optimaal gewaarborgd.
- De kleinste-kwadraten vereffening maakt een systematische toetsing en een uniforme kwaliteitsbeschrijving mogelijk.
- Dezelfde methodiek wordt toegepast als bij grondslagmetingen. Detailmeting en detailgrondslag kunnen met dezelfde programmatuur, en eventueel gezamenlijk, worden verwerkt.

Meting van controles is slechts zinvol als deze ook bij de toetsing en coördinaatberekening worden gebruikt. Ze zullen dus moeten worden bijgecodeerd om samen met de digitaal verkregen voerstraalmetingen te worden verwerkt. Dit geldt ook voor aanvullende metingen als blok- en relatiematen en meetlijnconstructies en eventueel voor geometrische relaties. Bijcodering kan tijdens de inwinning in het terrein gebeuren, of vanaf het veldwerk voorafgaand aan de verwerking.
Indien er sprake is van ongecontroleerde detailmeting wordt alleen de detailgrondslag vereffend en worden de coördinaten van de detailpunten berekend met de methoden uit § 6.3.4.1 en § 6.3.7.

Bij de toetsing en coördinaatberekening van detailmetingen worden 3 stappen onderscheiden. Deze stappen zijn vergelijkbaar met de verwerkingsstappen bij grondslagme-

tingen. De procedure heeft ten doel om fouten in de metingen te kunnen onderscheiden van fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten.

1 In de eerste stap vindt een vereffening van het vrije net plaats (of eerste fase vereffening). Daarbij wordt alleen van de metingen gebruik gemaakt en worden coördinaten in een lokaal stelsel berekend. De toetsing dient om fouten in de metingen op te sporen. De toetsing is gebaseerd op de B-methode van toetsen met als toetsingsparameters een onbetrouwbaarheidsdrempel voor de één-dimensionale toets van $\alpha_0 = 0{,}001$ en een onderscheidingsvermogen van $\gamma_0 = 0{,}80$.
Bij detailmeting ten behoeve van de kadastrale bijhouding wordt het lokale stelsel coördinaten, tezamen met het kadastrale veldwerk, gearchiveerd in het reconstructiebestand. Met deze gegevens is reconstructie mogelijk van de kadastrale grenzen ten opzichte van de lokale topografie met een terrestrische nauwkeurigheid.

2 In de tweede stap wordt de detailmeting aangesloten aan de grondslagpunten of grondslagelementen met behulp van een kleinste-kwadraten vereffening. Omdat de detailmetingen al zijn gecontroleerd dient de toetsing vooral om de coördinaten van de aansluitingspunten te controleren. Ook hierbij wordt de B-methode van toetsen gehanteerd. Bij verwerping worden de aansluitingspunten één voor één verwijderd als de oorzaak van de fout niet kan worden achterhaald. Bij verwijdering van een grondslagelement als aansluitingspunt mag het punt niet langer als grondslagelement worden aangemerkt. Bij voorkeur wordt gebruik gemaakt van 4 of meer aansluitingspunten. Een fout in de aansluitingspunten kan dan worden gelokaliseerd en bij verwijdering van een aansluitingspunt zijn de resterende aansluitingspunten dan nog controleerbaar.
Als in een bepaald gebied de aansluiting van bijhoudingsmetingen aan de digitale kaart regelmatig problemen veroorzaakt, kan dit tot de conclusie leiden dat de digitale kaart structureel niet aan de veronderstelde kwaliteitseisen voldoet. Er kan dan worden besloten om een nadere kwaliteitsanalyse uit te voeren of tot één van de vormen van kaartvernieuwing over te gaan.

3 In de derde stap vindt coördinaatberekening plaats, gebaseerd op een pseudo kleinste-kwadraten vereffening. Daarbij worden de coördinaten van de aansluitingspunten ongewijzigd gelaten, zodat de detailmeting wordt ingepast in het bestaande puntenveld in RD. De precisie van het ingepaste puntenveld is sterk afhankelijk van de precisie van de aansluitingspunten (zie § 6.3.9). Bij de coördinaatberekening moet van minimaal 3 aansluitingspunten gebruik worden gemaakt.

6.3.4 Functiemodel

De structuur van het functiemodel voor de verwerking van detailmetingen is, zeker voor wat betreft de voerstraalmetingen, vergelijkbaar met die voor terrestrische grondslagmetingen (§ 5.3.4). Omdat een detailmeting kan zijn samengesteld uit verschillende soorten metingen, heeft het functiemodel echter een complexere vorm, met name door het grote aantal verschillende waarnemingsvergelijkingen.
Eerst wordt in § 6.3.4.1 een beknopt overzicht gegeven van elementaire methoden voor coördinaatberekening uit detailmetingen. Vervolgens komen in § 6.3.4.2 de waarnemingsvergelijkingen aan de orde, alsmede de structuur van het functiemodel voor de verschillende vereffeningsstappen.

6.3.4.1 Coördinaatberekening uit detailmetingen

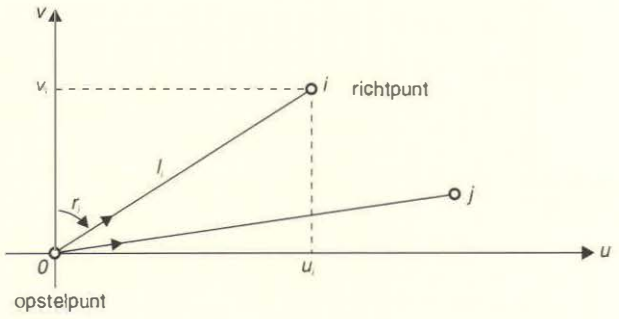
De waarnemingsvergelijkingen voor terrestrische detailmetingen zijn, zonder uitzondering, niet-lineair. Voor de vereffening en toetsing van detailmetingen met behulp van het (lineaire) model van waarnemingsvergelijkingen, zullen de waarnemingsvergelijkingen dus moeten worden gelineariseerd. Hiervoor zijn goede benaderde waarden voor de coördinaten noodzakelijk. Deze benaderde coördinaatberekening is gebaseerd op het successievelijk bepalen van de coördinaten van de onbekende punten uit de detailmetingen en al bekende punten.
De procedure voor de benaderde waarden-berekening staat beschreven in § 6.3.7, de elementaire formules voor deze coördinaatberekening worden hier behandeld. Daarbij wordt onderscheid gemaakt tussen meetconstructies waarbij meerdere punten in een lokaal stelsel zijn vastgelegd, en constructies voor de bepaling van een enkel punt.

Bepaling van punten in meetconstructies
Bij de voerstraalmethode, meetlijnmethode en rechthoekige polygoon wordt een aantal punten in een meetkundig verband vastgelegd. Dit meetkundig verband is te beschouwen als een lokaal stelsel waarin de posities met behulp van rechthoekige coördinaten kunnen worden beschreven.

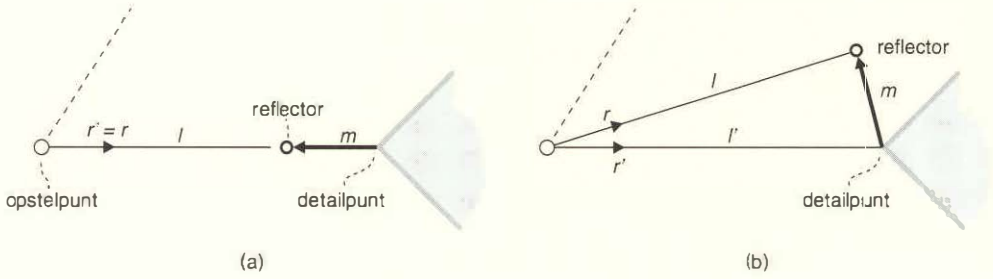
Voerstraalmethode
Bij een voerstraalmeting worden de aangemeten punten vastgelegd in een lokaal stelsel poolcoördinaten, met het opstelpunt als oorsprong. Uitgaande van horizontale richtingen en afstanden is eenvoudig omrekening naar lokale rechthoekige coördinaten (u,v) mogelijk:

$$u_i = l_i \sin r_i \quad , \quad v_i = l_i \cos r_i \quad .$$

Daarbij fungeert het opstelpunt als oorsprong ($u_0 = v_0 = 0$) en de nulrichting van de theodoliet als lokale v-as.



Figuur 6.17: Lokale rechthoekige coördinaten uit voerstraalmeting.



Figuur 6.18: Correctie voor een excentrisch richtpunt.

De gemeten schuine afstand kan direct bij de opname, of bij de voorbewerking worden gecorrigeerd voor de verticale hoek en de optelconstante (zie appendix B). Ook voor een eventuele excentrische plaatsing van de reflector ten opzichte van het detailpunt kan het beste voorafgaand aan de coördinaatberekening worden gecorrigeerd. Daarbij worden twee situaties onderscheiden:

1 De reflector staat voor (eventueel achter) het detailpunt (zie figuur 6.18a):

$$r' = r \quad , \quad l' = l \pm m \quad ,$$

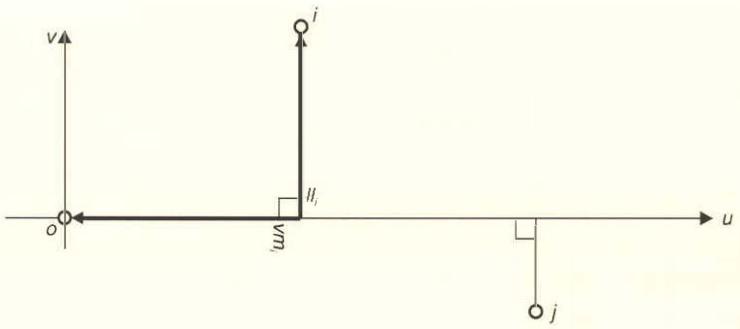
waarbij r, l de oorspronkelijke en r', l' de gecorrigeerde richting en afstand aangeven. De excentrische afstand m is met de rolmaat of meetband gemeten en wordt opgeteld als de reflector voor het detailpunt staat.

2 De reflector staat links of rechts van het detailpunt (zie figuur 6.18b):

$$r' = r \pm \arctan\frac{m}{l} \quad , \quad l' = \sqrt{l^2 + m^2} \quad .$$

De excentrische afstand m staat daarbij loodrecht op de voerstraal. De correctie van de richting is positief als de reflector links van het detailpunt staat, gezien vanuit het opstelpunt.

Bij de correctie van de excentriciteit moet het kansmodel van de richting en afstand worden aangepast. Voor de correctie van de voerstraal is immers gebruik gemaakt van meetbandmeting en de bepaling van een voetpunt (zie § 6.3.5.1).



Figuur 6.19: Lokale rechthoekige coördinaten uit meetlijnmeting.

Meetlijnmethode en orthogonaalmethode

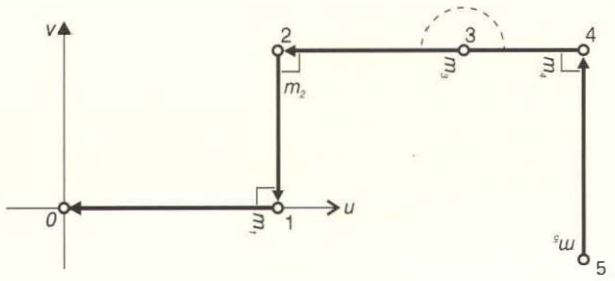
Bij de meetlijnmethode worden de aangemeten punten vastgelegd in een lokaal rechthoekig coördinatenstelsel. Daarbij vormt het beginpunt van de afstandsmeting (voetpuntsafstand nul) over de meetlijn de oorsprong, terwijl de meetlijn zelf de u-as is. Een voetpuntsmaat (vm) en loodlijnafstand (ll) kunnen nu vrijwel direct in rechthoekige coördinaten worden omgezet:

$$u_i = vm_i \quad , \quad v_i = \pm ll_i \quad .$$

Bij de meetlijnmethode liggen alle punten op de meetlijn en is de v-coördinaat altijd nul. Bij de orthogonaalmethode is de v-coördinaat negatief als het detailpunt rechts van de meetlijn ligt, gezien vanuit de oorsprong.

Rechthoekige polygoon

Een serie meetbandafstanden en haakse of gestrekte hoeken kan in een lokaal rechthoekig coördinatenstelsel worden omgezet door het beginpunt van de afstandsmeting als oorsprong aan te nemen en de eerste afstand als u-as.



Figuur 6.20: Lokale rechthoekige coördinaten uit een rechthoekige polygoon.

Als voorbeeld worden voor de rechthoekige polygoon uit figuur 6.20 rechthoekige coördinaten berekend. Daarbij wordt van de praktijk uitgegaan dat bij verlenging de meetband wordt doorgetrokken.

$$\begin{aligned}
u_1 &= m_1 & , \quad v_1 &= 0 & , \\
u_2 &= u_1 & , \quad v_2 &= m_2 & , \\
u_3 &= u_2 + m_3 & , \quad v_3 &= v_2 & , \\
u_4 &= u_2 + m_4 & , \quad v_4 &= v_2 & , \\
u_5 &= u_4 & , \quad v_5 &= v_4 - m_5 & .
\end{aligned}$$

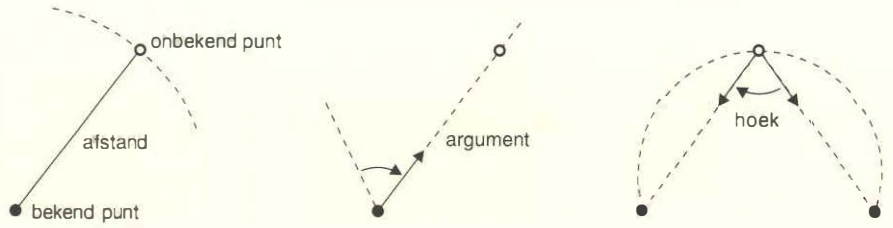
Combinatie van lokale stelsels

Twee meetconstructies vormen één meetkundig verband als ze minimaal twee gemeenschappelijke punten hebben. De lokale rechthoekige coördinatenstelsels kunnen dan met behulp van een (overbepaalde) gelijkvormigheidstransformatie (zie § 4.4.3) tot één stelsel coördinaten worden omgerekend. Door onderlinge aansluiting van alle lokale stelsels kan uiteindelijk één coördinatenstelsel worden verkregen.

Bepaling van een enkel punt

Niet alle punten in een detailmeting zijn volledig vastgelegd in één meetconstructie. Voorbeelden hiervan zijn een (bogen)snijpunt of een punt dat is aangemeten door alleen richtingsmeting vanuit twee opstelpunten. Om de coördinaten van dergelijke punten te bepalen moet van een andere berekeningsmethode gebruik worden gemaakt. Daarbij worden de nog onbekende punten achtereenvolgens berekend uit één of meer al bekende punten en twee of meer waarnemingen. Hiertoe zijn de verschillende waarnemingen in een detailmeting te herleiden tot drie elementaire relaties:

- Een *afstand* tussen het onbekende punt en een bekend punt (het onbekende punt ligt op een cirkel met het bekende punt als middelpunt).
- Een *argument* van een bekend punt naar het onbekende punt (het onbekende punt ligt op een georiënteerde lijn door het bekende punt).
- Een *hoek* in het onbekende punt tussen twee bekende punten (het onbekende punt ligt op een deel van een cirkel door de bekende punten).



Figuur 6.21: De elementaire relaties afstand, argument en hoek.

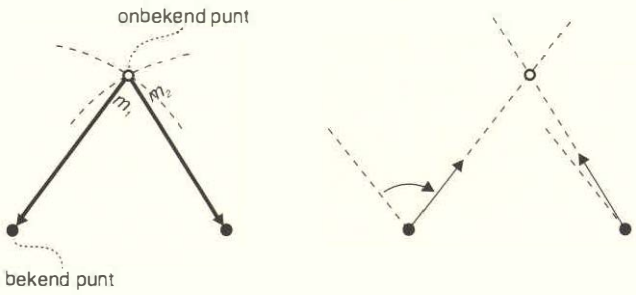
De coördinaten van het onbekende punt kunnen dan worden gevonden door snijding van twee of meer cirkel- en lijnvergelijkingen. Als voorbeeld volgen twee regelmatig bij detailmeting voorkomende situaties die niet met de hiervoor genoemde meetconstructies zijn te bepalen.

Bogensnijpunt

Met een bogensnijpunt wordt een punt vastgelegd door afstandsmeting naar twee punten die al in één meetkundig verband zijn vastgelegd. Zijn deze punten bekend, dan is het onbekende punt te berekenen door snijding van twee cirkels (zie figuur 6.22). Omdat er twee oplossingen mogelijk zijn, moet worden aangegeven aan welke kant van de verbindingslijn tussen de bekende punten het te bepalen punt ligt.

Snijpunt

Indien vanuit twee bekende punten het argument naar een onbekend punt gegeven is, is door snijding van twee lijnen het punt te bepalen. Het argument kan zijn verkregen doordat er richtingsmeting is verricht en de coördinaten van het opstelpunt en de oriëntering inmiddels bekend zijn. Ook kan het argument worden bepaald als er drie punten op een lijn liggen (collineariteit), waarvan er al twee bekend zijn.
Zowel voor het snijpunt als het bogensnijpunt geldt dat een haakse snijding het meest nauwkeurig is. Een scherpe of stompe snijding moet worden vermeden.



Figuur 6.22: Bepaling van bogensnijpunt en snijpunt.

6.3.4.2 Waarnemingsvergelijkingen

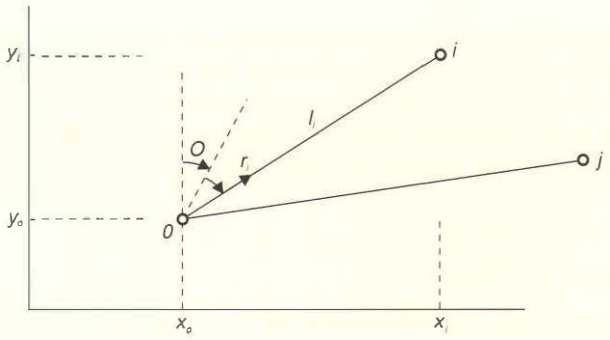
Het functiemodel voor detailmetingen kent een groot aantal verschillende waarnemingsvergelijkingen. Hieronder worden de niet-lineaire waarnemingsvergelijkingen gegeven, ingedeeld aan de hand van de volgende vier soorten metingen:

- voerstraalmeting (tachymetrie, vrije en vaste opstelling);
- meetlijnmeting (meetlijn- en orthogonaalmethode);
- matenseries (rechthoekige polygoon, blok- en relatiematen);
- geometrische relaties (haaksheid, evenwijdigheid, collineariteit).

Met deze metingentypen kan voor vrijwel elke detailmeting een functie- en kansmodel worden opgesteld.

Voerstraalmeting

Per voerstraalmeting worden de waarnemingsgrootheden gevormd door de richtingen (r) en gecorrigeerde afstanden (l) naar alle richtpunten. Onbekenden zijn de coördinaten van alle richtpunten (x_i,y_i), de coördinaten van het opstelpunt (x_o,y_o), de oriëntering van de horizontale rand (o) en een schaalfactor (λ) voor de elektronische afstandsmeter.



Figuur 6.23: Waarnemingsgrootheden en onbekenden bij voerstraalmeting.

Indien er vooraf is gecorrigeerd voor schuine afstand en excentrisch richtpunt, worden de waarnemingsvergelijkingen voor een horizontale richting en afstand:

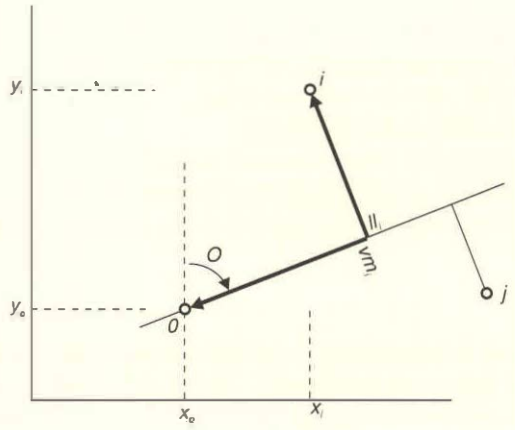
$$r_i = \arctan\left(\frac{x_i - x_o}{y_i - y_o}\right) - o \quad ,$$

$$l_i = \lambda\sqrt{(x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2} \quad .$$

Voor wat betreft het functiemodel is er geen onderscheid tussen de methoden van vaste en vrije opstelling.

Meetlijnmeting

Per meetlijn vormen de voetpuntsmaat (vm) en loodlijn (ll) van alle vastgelegde punten de waarnemingsgrootheden. Onbekenden zijn de coördinaten van alle vastgelegde punten (x_i, y_i), de coördinaten van het nulpunt van de voetpuntsmaten (x_o, y_o), de oriëntering van de meetlijn (o) en een schaalfactor (λ) voor de meetband.



Figuur 6.24: Waarnemingsgrootheden en onbekenden bij meetlijnmeting.

De onbekenden in het functiemodel voor meetlijnmeting zijn vergelijkbaar met de onbekenden in het functiemodel voor voerstraalmeting. De waarnemingsgrootheden bij voerstraalmeting zijn te beschouwen als lokale poolcoördinaten, terwijl een voetpuntsmaat en loodlijn zijn op te vatten als lokale rechthoekige coördinaten. Hun waarnemingsvergelijkingen kunnen dan worden geformuleerd als:

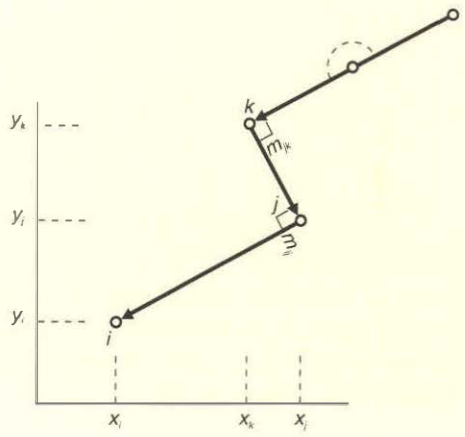
$$vm_i = \lambda \sin o(x_i - x_o) + \lambda \cos o(y_i - y_o) \quad ,$$
$$\pm ll_i = -\lambda \cos o(x_i - x_o) + \lambda \sin o(y_i - y_o) \quad .$$

Bij de meetlijnmethode is de waarde voor elke loodlijn gelijk aan nul. Bij de orthogonaalmethode is de loodlijn negatief als het detailpunt rechts van de meetlijn ligt, gezien vanuit de oorsprong.

De (absolute) waarde van voetpuntsmaat en loodlijn is gelijk aan de gemeten meetbandafstanden. Hun interpretatie en functie- en kansmodel verschilt echter wezenlijk van die van meetbandafstanden: de voetpuntsmaten liggen per definitie op één lijn waar de loodlijnen per definitie loodrecht op staan. Het betreft hier een paar afgeleide waarnemingsgrootheden, samengesteld uit twee meetbandafstanden en de bepaling van een voetpunt in twee richtingen. Door deze afgeleide waarnemingsgrootheden te hanteren wordt bij de orthogonaalmethode het aantal waarnemingsvergelijkingen gehalveerd en worden de coördinaten van het voetpunt als onbekenden geëlimineerd.

Matenseries

Een matenserie is opgebouwd uit twee soorten waarnemingsgrootheden: meetbandafstanden (m) en haakse of gestrekte hoeken (α). De onbekenden zijn de coördinaten van de punten (x_i, y_i) waartussen de afstand of de hoek is bepaald en een schaalfactor (λ) voor de meetband.



Figuur 6.25: Waarnemingsgrootheden en onbekenden bij matenseries.

De waarnemingsvergelijkingen voor een meetbandafstand en een hoek zijn:

$$m_{ij} = \lambda\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad ,$$

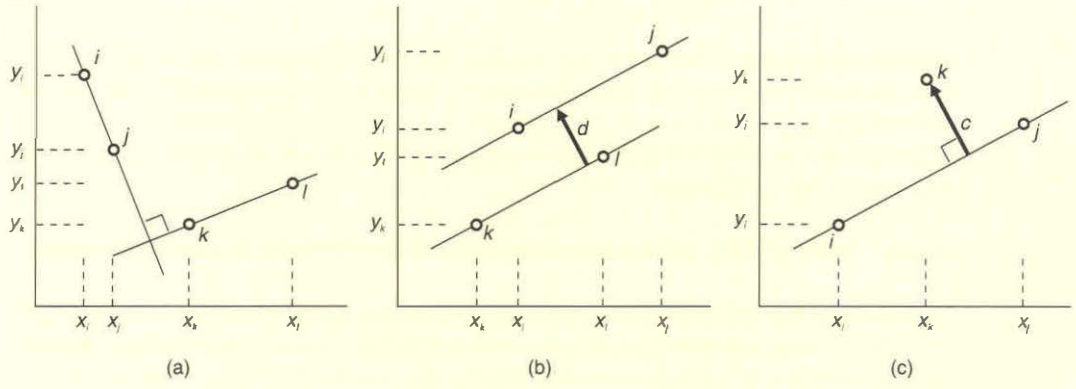
$$\alpha_{ijk} = \arctan\left(\frac{x_k - x_j}{y_k - y_j}\right) - \arctan\left(\frac{x_i - x_j}{y_i - y_j}\right) \quad .$$

De waarde voor de hoek is $\pi/2$ of $3\pi/2$ voor een haakse hoek en π voor een gestrekte hoek. In de meeste gevallen zullen de hoeken als stochastische waarnemingsgrootheden in het functiemodel moeten worden opgenomen.

Geometrische relaties

De verwerking van geometrische relaties wordt hier beperkt tot rechte lijnelementen. Een lijnelement is daarbij vastgelegd door minimaal twee punten. De geometrische relaties zijn dan te verdelen in drie typen (zie figuur 6.26):

- haaksheid van twee lijnelementen;
- evenwijdigheid van twee lijnelementen, eventueel aangevuld met hun loodrechte onderlinge afstand;
- collineariteit van drie punten of de loodrechte afstand van een punt tot een lijnelement (bij collineariteit is deze loodrechte afstand gelijk aan nul).



Figuur 6.26: Waarnemingsgrootheden en onbekenden bij geometrische relaties: (a) haaksheid, (b) evenwijdigheid en (c) collineariteit.

Hoewel er meestal geen metingen voor de haaksheid, evenwijdigheid en collineariteit worden verricht, moeten de geometrische relaties in de regel toch als stochastische waarnemingsgrootheden in het functiemodel worden opgenomen. Daarmee worden deze aannamen op een zelfde manier getoetst als de detailmetingen.

De haaksheid en evenwijdigheid van twee lijnelementen leidt tot een waarnemingsvergelijking voor een verschil van twee argumenten (hoek α):

$$\alpha_{ijkl} = \arctan\left(\frac{x_l - x_k}{y_l - y_k}\right) - \arctan\left(\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}\right) .$$

Onbekenden zijn de coördinaten van de vier (of drie) betrokken punten (bij haaksheid kunnen de lijnelementen een gemeenschappelijk punt hebben).
Afhankelijk van de oriëntering van de lijnelementen krijgt de waarneming α_{ijkl} de waarde $\pi/2$ of $3\pi/2$ voor haaksheid en 0 of π voor evenwijdigheid.

De loodrechte afstand van twee evenwijdige lijnelementen is samengesteld uit een meetbandafstand en de bepaling van een voetpunt. Als waarnemingsvergelijking kan worden afgeleid:

$$\pm d = \lambda \frac{(x_j - x_i)(y_k + y_l - 2y_i) - (y_j - y_i)(x_k + x_l - 2x_i)}{2\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} .$$

Onbekenden zijn de coördinaten van de vier betrokken punten en een schaalfactor (λ) voor de meetband. De loodrechte afstand (d) is negatief als het lijnelement door de punten k en l rechts van het lijnelement door de punten i en j ligt, gezien vanuit punt i kijkend richting punt j.

Ook de loodrechte afstand van een punt tot een lijnelement is samengesteld uit een meetbandafstand en de bepaling van een voetpunt. Als waarnemingsvergelijking geldt:

$$\pm c = \lambda \frac{(x_j - x_i)(y_k - y_i) - (y_j - y_i)(x_k - x_i)}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} .$$

Onbekenden zijn de coördinaten van de drie betrokken punten en een schaalfactor (λ) voor de meetband. De loodrechte afstand (c) is negatief als het punt rechts van het lijnelement ligt, gezien vanuit punt i kijkend richting punt j. Indien de drie punten op één lijn liggen (collineair zijn) wordt als waarneming c gelijk aan nul genomen en vervalt de schaalfactor als onbekende.

6.3.4.3 Samenstelling van het functiemodel in de verschillende berekeningsstappen

Volledig analoog aan de verwerking van grondslagmetingen kunnen bij detailmetingen een drietal berekeningsstappen worden onderscheiden. Er wordt onderscheid gemaakt tussen de toetsing en coördinaatberekening in een lokaal stelsel, de toetsing van de aansluitingspunten en de coördinaatberekening in RD (zie § 6.3.8 en § 6.3.9). In elke stap wordt een kleinste-kwadraten vereffening uitgevoerd op basis van een ander functiemodel (vergelijk § 5.3.4).

Functiemodel voor de vereffening van het vrije net
Voor de toetsing van de detailmetingen en de berekening van de detailpunten in een lokaal stelsel wordt gebruik gemaakt van een vereffening van het vrije net. De waarnemingsgrootheden voor detailmetingen zijn hierboven beschreven. De onbekenden zijn de coördinaten van alle punten, een oriënteringsonbekende per voerstraalmeting of meetlijn en twee schaalfactoren: één voor elektronische afstandsmeter en één voor de meetband. Het lokale stelsel wordt vastgelegd door van twee punten (de rekenbasis) de coördinaten vast te houden op de gegeven of benaderde waarden.

Functiemodel voor de toetsing van de aansluitingspunten
Voor de toetsing van de aansluitingspunten (grondslagpunten of grondslagelementen) worden de coördinaten van de aansluitingspunten als stochastische waarnemingsgrootheden toegevoegd aan het functiemodel voor de vereffening van het vrije net. De bijbehorende waarnemingsvergelijkingen luiden per punt eenvoudig:

$$x_i = x_i \quad ,$$
$$y_i = y_i \quad .$$

De onbekenden zijn gelijk aan die bij de vereffening van het vrije net, met dien verstande dat nu de coördinaten in het stelsel van de aansluitingspunten worden berekend (meestal het RD-stelsel). Er behoeft dan ook geen puntenpaar als rekenbasis te worden vastgehouden.

Functiemodel voor de coördinaatberekening in RD
Bij de coördinaatberekening in het stelsel van de aansluitingspunten (meestal het RD-stelsel) worden de coördinaten van de aansluitingspunten op de al bekende waarden vastgehouden. De waarnemingsgrootheden en onbekenden zijn dan gelijk aan die bij de vereffening van het vrije net, met uitzondering van de coördinaten van de aansluitingspunten.

6.3.5 Kansmodel

Het kansmodel van detailmetingen is aanzienlijk gecompliceerder dan dat van grondslagmetingen. Dit is enerzijds het gevolg van de grotere diversiteit aan meetmethoden, waarbij een aantal metingen nog is samengesteld uit meerdere stochastische waarnemingen. Anderzijds dient bij detailmetingen rekening te worden gehouden met de idealisatieprecisie van de opgemeten topografische elementen. Er vindt immers voorafgaande aan de meting geen fysieke idealisatie van het terrein plaats met behulp van buizen en piketten. De idealisatie vormt een onderdeel van de meting en vindt plaats door het positioneren van de reflector of het aanhouden van de meetband boven of tegen een detailpunt. Kadastrale grenzen kunnen bij de aanwijs wel scherp in het terrein zijn gemarkeerd met behulp van buizen of grensstenen. Veelal valt de grens echter samen met – of is deze gerelateerd aan – topografische elementen. In dat geval dient met de idealisatieprecisie van deze topografie rekening te worden gehouden.

Een zorgvuldige precisiebeschrijving van de waarnemingsgrootheden is belangrijk voor een goede kwaliteitsbeschrijving van de resulterende coördinaten van de detailpunten en voor de toetsing. Het negeren van de idealisatieprecisie leidt bijvoorbeeld tot een te optimistische keuze van de precisie van de detailpunten. De toetsing zal dan te scherp zijn, wat betekent dat onnodig snel waarnemingen worden verworpen.

Ter illustratie: Drie punten van een recht lijnelement worden met voerstraalmeting vastgelegd. Ter controle wordt gebruik gemaakt van de collineariteitsvoorwaarde. Men zal geneigd zijn de marge waarbinnen de punten hiervan mogen afwijken te variëren: bij een stoepband zal men deze marge aanzienlijk kleiner kiezen dan bij de kant van een sloot. Bij de toetsing van de collineariteitsvoorwaarde wordt met dit onderscheid rekening gehouden indien de idealisatieprecisie een onderdeel vormt van het kansmodel.

In § 6.3.5.1 wordt de precisie beschreven van de verschillende detailmetingen, waarna in § 6.3.5.2 de varianties van de waarnemingsgrootheden worden afgeleid, rekening houdend met de idealisatieprecisie. Tevens wordt het kansmodel van de aansluitingspunten bij detailmeting beschreven.

6.3.5.1 Meetprecisie van detailmetingen

Voor de verschillende detailmetingen kunnen de volgende standaardafwijkingen worden aangehouden:

- horizontale richting: $\sigma_r = 600/l$ mgon (l de voerstraallengte in meters);
- elektronische afstand: $\sigma_l = 1{,}0$ cm;
- meetband afstand: $\sigma_m = 1{,}0$ cm;
- bepaling voetpunt: $\sigma_v = 1{,}0$ cm.

De precisie van de richtingsmetingen en elektronische afstandsmetingen is opgebouwd uit de meetprecisie van de tachymeter en de centreringsprecisie. Omdat de voerstraallengte beperkt is kan de precisie van de elektronische afstandsmeting onafhankelijk van de afstand worden genomen. De precisie van de richtingsmeting is omgekeerd evenredig met de voerstraallengte. De standaardafwijking van de tachymetrie resulteert daarmee in een afwijking van gemiddeld 1 centimeter in het richtpunt, hoofdzakelijk veroorzaakt door de centrering van de reflector.
Voor de precisie van korte meetbandafstanden kan 1 cm standaardafwijking worden aangehouden. Bij afstanden boven één meetbandlengte dient hieraan een centimeter per meetbandlengte te worden toegevoegd.
Bij zorgvuldig werken kan voor de positionering van een voetpunt bij inzichten, verlengen of neerlaten van een loodlijn een standaardafwijking van één centimeter worden genomen, zolang de afstanden beperkt zijn.

In een aantal gevallen zijn de detailmetingen samengesteld uit verschillende stochastische waarnemingsgrootheden. De precisie wordt in dat geval opgebouwd uit meerdere componenten.

Precisie van voerstraalmeting bij een excentrisch richtpunt
Bij een excentrisch richtpunt is er naast voerstraalmeting sprake van een (korte) meetbandafstand en de positionering van de reflector ten opzichte van de lijn van opstelpunt naar detailpunt (zie § 6.3.4.1 en figuur 6.18). De gecorrigeerde richtings- en afstandsmeting (r' en l') hebben dan een samengestelde standaardafwijking, waarbij twee mogelijkheden worden onderscheiden:

1 De reflector staat voor (eventueel achter) het detailpunt:

$$\sigma_{r'} = \sqrt{\sigma_r^2 + \left(\frac{\sigma_v}{l} \times 10 \times \frac{200}{\pi} \right)^2} \quad [\text{mgon}] \ ,$$

$$\sigma_{l'} = \sqrt{\sigma_l^2 + \sigma_m^2} \quad [\text{cm}] \ .$$

2 De reflector staat links of rechts van het detailpunt:

$$\sigma_{r'} = \sqrt{\sigma_r^2 + \left(\frac{\sigma_m}{l} \times 10 \times \frac{200}{\pi} \right)^2} \quad [\text{mgon}] \quad ,$$

$$\sigma_{l'} = \sqrt{\sigma_l^2 + \sigma_v^2} \quad [\text{cm}] \quad .$$

met:

$\sigma_{r'}$, σ_l de standaardafwijking van de richtingsmeting, respectievelijk de afstandsmeting (inclusief centreringsprecisie);
σ_v, σ_m de standaardafwijking van de bepaling van het voetpunt, respectievelijk de meetbandafstand;
l de voerstraallengte in meters.

Indien bij de richtingsmeting het eigenlijke detailpunt wordt aangehouden, behoeft alleen de afstandsmeting met bijbehorende standaardafwijking te worden aangepast.

Precisie van voetpuntsmaten en loodlijnen

Een voetpuntsmaat (*vm*) of loodlijn (*ll*) bestaat uit een meetbandafstand en de bepaling van een voetpunt (zie § 6.3.4.2 en figuur 6.19). Hun precisie is dan ook opgebouwd uit beide componenten:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_v^2} \quad [\text{cm}] \quad ,$$

$$\sigma_{ll} = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_v^2} \quad [\text{cm}] \quad .$$

Dezelfde samenstelling geldt voor de loodrechte afstand (*c*) van een punt tot een lijnelement en voor de afstand (*d*) tussen twee evenwijdige lijnelementen (zie § 6.3.4.2 en figuur 6.26):

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_v^2} \quad [\text{cm}] \quad ,$$

$$\sigma_d = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_v^2} \quad [\text{cm}] \quad .$$

met:

σ_{vm}, σ_{ll} de standaardafwijking van de voetpuntsmaat, respectievelijk de loodlijn;
σ_v, σ_m de standaardafwijking van de bepaling van het voetpunt, respectievelijk de meetbandafstand;
σ_c, σ_d de standaardafwijking van de loodrechte afstand van een punt tot een lijnelement, respectievelijk de afstand tussen twee evenwijdige lijnelementen.

Bij de meetlijnmethode en collineariteit is de loodlijn gelijk aan nul. In dat geval speelt de precisie van de meetbandafstand geen rol.

Precisie van geometrische relaties

Indien geometrische relaties in het model van waarnemingsvergelijkingen worden opgenomen zal hiervoor ook de precisie moeten worden gespecificeerd. Bij geometrische relaties tussen topografische punten en lijnelementen speelt de idealisatieprecisie een belangrijke rol (zie § 6.3.5.2).

Er zal in de regel geen sprake zijn van een expliciete meting met bijbehorende meetprecisie. De precisie is afhankelijk van de situatie en de aard van de topografie. De hoek bij evenwijdigheid, haaksheid of de haakse hoek in een matenserie kan als behoorlijk nauwkeurig (enkele centimeters) worden aangenomen bij nieuwe harde topografie. Bij oudere bebouwing en zachte topografie is dit een te optimistische inschatting. Bij het doortrekken van de meetband langs een topografisch lijnelement wordt de precisie van de gestrekte hoek slechts door de idealisatieprecisie bepaald. Bij het verlengen van een lijnelement is echter de bepaling van het voetpunt van invloed op de precisie van de gestrekte hoek.

De precisie die voor de geometrische relaties wordt aangenomen is bepalend voor hun invloed op de toetsing en kwaliteitsbeschrijving. Wordt een precisie gebruikt die beduidend slechter is dan die van de overige detailmetingen, dan zullen de geometrische relaties nauwelijks een rol spelen bij de controle. Het heeft in dat geval weinig zin om ze in het model voor de verwerking van de detailmetingen op te nemen, omdat toetsing slechts een numerieke formalisering zou zijn van de visuele controle. Anderzijds is het niet realistisch de geometrische relaties te verwerken met een hogere precisie dan die volgt uit de idealisatieprecisie van de betrokken punten. Aanbevolen wordt alleen die geometrische relaties in het model op te nemen waarvoor op reële gronden een precisie kan worden aangenomen die vergelijkbaar is met de precisie van de detailmetingen. Indien de geometrische relaties door meting (inzichten, uitlijnen) zijn verkregen, of indien het haaksheid en evenwijdigheid van nieuwe bebouwing betreft, kunnen voor de meetprecisie de volgende standaardafwijkingen worden gehanteerd:

- haakse of gestrekte hoek: $\sigma_\alpha = 100$ mgon;
- evenwijdige of loodrechte afstand: $\sigma_d = \sigma_c = 1{,}5$ cm.

In andere gevallen kunnen beter de volgende standaardafwijkingen worden gebruikt:

- haakse of gestrekte hoek: $\sigma_\alpha = 500$ mgon;
- evenwijdige of loodrechte afstand: $\sigma_d = \sigma_c = 5$ cm.

6.3.5.2 Varianties van de waarnemingsgrootheden

De variantie van de waarnemingsgrootheden bij detailmeting moet worden samengesteld uit de meetprecisie (inclusief centreringsprecisie) en de idealisatieprecisie van de punten of lijnelementen waartussen is gemeten ($\bar{d}_i$). Bij de toetsing van de detailmetingen en de kwaliteitsbeschrijving van het resulterende detailpuntenveld wordt dan rekening gehouden met verschillen in de idealisatieprecisie. Bij aanmeting van zachte topografie zal de precisie van de waarnemingsgrootheden zelfs grotendeels door de idealisatieprecisie worden bepaald.

Voor elke soort waarnemingsgrootheid wordt nu de variantie gegeven als functie van de meetprecisie en de idealisatieprecisie. Dit gebeurt aan de hand van dezelfde vier soorten metingen als waarmee in § 6.3.4.2 het functiemodel is geformuleerd. Voor de berekening worden de gemiddelde waarden voor de idealisatieprecisie genomen uit tabel 2.10 in § 2.5.5. De variantiematrix voor de detailmetingen wordt dan een diagonaalmatrix, waarvan de elementen per waarnemingsgrootheid verschillen. De formules zijn afgeleid door partiële differentiatie van de waarnemingsvergelijkingen naar de coördinaatonbekenden en toepassing van de voortplantingswet van de varianties.

Voerstraalmeting
Bij voerstraalmeting is de variantie van richting en afstand naar een detailpunt samengesteld uit de precisie van richtings- en afstandsmeting en de idealisatieprecisie van het detailpunt:

$$\sigma^2_{r(i)} = \sigma^2_r + \left(\frac{\bar{d}_i}{l_i} \times 10 \times \frac{200}{\pi} \right)^2 \quad [\text{mgon}^2] \quad ,$$

$$\sigma^2_{l(i)} = \sigma^2_l + \bar{d}_i^2 \; [\text{cm}^2] \quad .$$

met:

- σ_r de standaardafwijking voor de richtingsmeting in milligon;
- σ_l de standaardafwijking voor de elektronische afstandsmeting in centimeters;
- $\bar{d}_i$ de standaardafwijking voor de idealisatieprecisie van het detailpunt in centimeters;
- l_i de lengte van de voerstraal in meters.

Meetlijnmeting
Bij meetlijnmeting zijn de varianties van voetpuntsmaat en loodlijn samengesteld uit de meetprecisie en de idealisatieprecisie van het detailpunt:

$$\sigma^2_{vm(i)} = \sigma^2_{vm} + \bar{d}_i^2 \quad [\text{cm}^2] \quad ,$$
$$\sigma^2_{ll(i)} = \sigma^2_{ll} + \bar{d}_i^2 \quad [\text{cm}^2] \quad .$$

met:

- σ_{vm}, σ_{ll} de standaardafwijking voor de voetpuntsmaat en loodlijn in centimeters (inclusief de bepaling van het voetpunt);
- $\bar{d}_i$ de standaardafwijking van de idealisatie van het detailpunt in centimeters.

Matenseries
Bij de matenserie wordt de variantie van een meetbandafstand bepaald door de meetprecisie en de idealisatieprecisie van de twee detailpunten i en j waartussen is gemeten. De variantie van de haakse of gestrekte hoek is opgebouwd uit de idealisatieprecisie van de drie betrokken detailpunten i, j en k en de variantie voor de bepaling van de hoek:

$$\sigma^2_{m(ij)} = \sigma^2_m + \bar{d}_i^2 + \bar{d}_j^2 \quad [\text{cm}^2] \quad ,$$

$$\sigma^2_{\alpha(ijk)} = \sigma^2_\alpha + \left(\frac{\bar{d}_i}{l_{ij}} \times 10 \times \frac{200}{\pi} \right)^2 + \left(\bar{d}_j \frac{l_{ik}}{l_{ij} l_{jk}} \times 10 \times \frac{200}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{\bar{d}_k}{l_{jk}} \times 10 \times \frac{200}{\pi} \right)^2 \quad [\text{mgon}^2] \quad .$$

met:

- σ_m de standaardafwijking van de meetbandmeting in centimeters;
- σ_α de standaardafwijking van de hoekbepaling in milligon;
- $\bar{d}_i$ de standaardafwijking van de idealisatie van een detailpunt in centimeters;
- l_{ij} de onderlinge afstand in meters. Er geldt bij een gestrekte hoek $l_{ik} = l_{ij} + l_{jk}$ en bij een haakse hoek $l^2_{ik} = l^2_{ij} + l^2_{jk}$.

Geometrische relaties
Bij geometrische relaties is de variantie die voor haaksheid of evenwijdigheid van twee lijnelementen *i-j* en *k-l* kan worden aangenomen afhankelijk van de idealisatieprecisie van de lijnelementen en de variantie voor de bepaling van de hoek:

$$\sigma^2_{\alpha(ijkl)} = \sigma^2_\alpha + 2\left(\frac{\bar{d}_{ij}}{l_{ij}} \times 10 \times \frac{200}{\pi}\right)^2 + 2\left(\frac{\bar{d}_{kl}}{l_{kl}} \times 10 \times \frac{200}{\pi}\right)^2 \quad [\text{mgon}^2] \ .$$

met:

$\bar{d}_{ij}$ de standaardafwijking van de idealisatie van een lijnelement in centimeters;
σ_α de standaardafwijking van de bepaling van het argumentverschil in milligon;
l_{ij} onderlinge afstand in meters.

Er wordt vanuit gegaan dat de twee punten die het lijnelement vastleggen dezelfde idealisatieprecisie hebben.

De variantie van een loodrechte afstand van een punt *k* tot een lijnelement *i-j* of tussen twee evenwijdige lijnelementen *i-j* en *k-l* is opgebouwd uit de precisie van de gemeten loodrechte afstand (inclusief de bepaling van een voetpunt) en de idealisatieprecisie van de betrokken lijnelementen en het punt:

$$\sigma^2_{c(ijk)} = \sigma^2_c + \frac{l^2_{ik} + l^2_{jk}}{l^2_{ij}}\bar{d}^2_{ij} + \bar{d}^2_k \quad [\text{cm}^2] \ ,$$

$$\sigma^2_{d(ijkl)} = \sigma^2_d + \frac{\bar{d}^2_{ij} + \bar{d}^2_{kl}}{2} \quad [\text{cm}^2] \ .$$

met:

$\bar{d}_{ij}, \bar{d}_k$ de standaardafwijking van de idealisatie van een lijnelementen en het punt in centimeters;
σ_c, σ_d de standaardafwijking van de loodrechte afstand in centimeters, bij collineariteit geldt $\sigma_c = 0$ en $l_{ij} = l_{ik} + l_{jk}$.

Aansluitingspunten
Indien de detailmeting wordt aangesloten aan grondslagpunten of terrestrische of grafische grondslagelementen, moet voor de coördinaten van de aansluitingspunten een kansmodel worden gespecificeerd. Dit kansmodel is nodig voor de toetsing van de aansluitingspunten en voor een correcte precisiebeschrijving van het detailpuntenveld na aansluiting. Bij de coördinaatberekening in een lokaal stelsel spelen de aansluitingspunten geen rol.

Als variantiematrix voor de gegeven coördinaten van de aansluitingspunten wordt een vervangingsmatrix gebruikt, zoals beschreven in § 2.5.3. Daarbij wordt onderscheid gemaakt tussen aansluiting aan grondslagpunten (een detailgrondslag), aansluiting aan (terrestrische of grafische) grondslagelementen en aansluiting aan overige aansluitingspunten.

Voor punten van de detailgrondslag wordt een Baarda-Alberda matrix opgesteld met als parameters (zie § 2.6):

- bepaald met centrering m.b.v. statief $c_0 = 0.5\ \text{cm}^2$, $c_1 = 5.0\ \text{cm}^2/\text{km}$;
- bepaald met centrering m.b.v. reflectorstok $c_0 = 2.0\ \text{cm}^2$, $c_1 = 5.0\ \text{cm}^2/\text{km}$.

Voor grondslagelementen wordt als vervangingsmatrix een diagonaalmatrix opgesteld met behulp van de puntprecisie en de idealisatieprecisie. De idealisatieprecisie is in de regel gelijk aan het gemiddelde van de k lasse voor harde topografie: $\bar{d}_i = 1$ cm. De puntprecisie van grondslagelementen is:

- terrestrische grondslagelementen $c_0 = 25$ cm^2;
- grafische grondslagelementen, bebouwd gebied $c_0 = 400$ cm^2;
- grafische grondslagelementen, landelijk gebied $c_0 = 1600$ cm^2.

Bovenstaande parameterkeuze komt overeen met de kwaliteitsnormen voor de respectievelijke puntenvelden en moet worden gehanteerd als voor de grondslagelementen geen precisie is gespecificeerd. Indien van de grondslagelementen de puntprecisie is geregistreerd kan een diagonaal-variantiematrix worden opgesteld met de betreffende punt- en idealisatieprecisies.

Indien de detailmeting wordt aangesloten aan punten (geen grondslagelementen) uit de digitale kaart, dan worden dezelfde waarden aangenomen als hierboven zijn vermeld voor grafische grondslagelementen, tenzij een andere puntprecisie is geregistreerd.

6.3.6 Sterkteberekening

Bij detailmeting vindt geen sterkteberekening van het meetontwerp plaats, voorafgaande aan de eigenlijke meting. Een dergelijke, bij grondslagmeting vaak toegepaste procedure zou de efficiëntie te zeer beperken. De noodzakelijke relatieve precisie en betrouwbaarheid moet worden gewaarborgd door gedurende de detailopname de ontwerpregels uit § 6.3.3 in acht te nemen. Als onderdeel van de verwerking van de detailmeting kan wel een sterkteberekening worden uitgevoerd, zodat kan worden nagegaan of aan de kwaliteitseisen is voldaan.
De kwaliteit van een eventuele detailgrondslag moet expliciet worden geanalyseerd door een afzonderlijke vereffening en sterkteberekening uit te voeren (zie § 5.3.6). Vervolgens kan een geïntegreerde verwerking en sterkteberekening plaatsvinden van detailgrondslag en detailmetingen.

De noodzaak van gecontroleerde detailmeting is beperkt tot specifieke soorten detailpunten (zie § 6.3.3). Een vereffening, toetsing en sterkteberekening is dan ook slechts zinvol bij een dergelijke gecontroleerde detailmeting, dus vooral bij de opname van kadastrale grenzen en harde topografie, voor zover kadastrale grenzen daaraan zijn gerelateerd of als daaruit aansluitingspunten kunnen worden geselecteerd. Bij detailmeting van de overige harde topografie en zachte topografie wordt de vereffening, toetsing en sterkteberekening van de detailmeting achterwege gelaten. De controle wordt in dat geval beperkt tot een visuele inspectie van een proeftekening. Wel vindt vereffening en toetsing plaats van een eventuele detailgrondslag en van de aansluiting van de detailmeting.

Door de berekening van op statistische toetsing gebaseerde betrouwbaarheidsmaten kan worden nagegaan in hoeverre is voldaan aan de richtlijnen voor gecontroleerde meting. Bij detailmeting kan worden volstaan met de berekening van maten voor de inwendige betrouwbaarheid: de (genormaliseerde) grenswaarden (zie § 3.6.3). De (genormaliseerde) grenswaarden kunnen tegelijkertijd worden berekend met de uit te voeren toetsing van de waarnemingsgrootheden.
Per waarnemingsgrootheid kan de grenswaarde worden bepaald en gepresenteerd (in

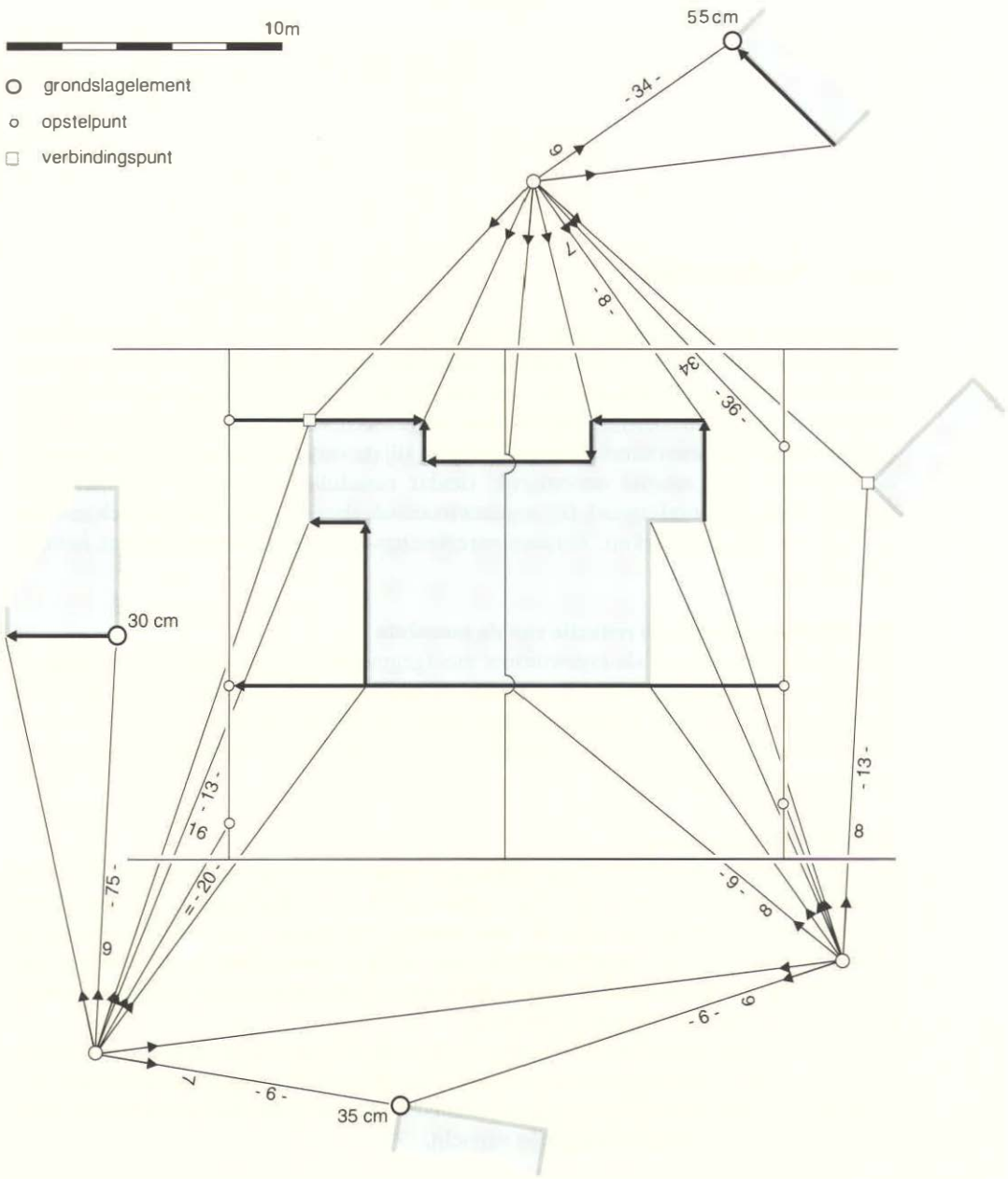
milligons of centimeters). De vergelijking van de grenswaarden van detailmetingen kan lastig zijn. Niet alleen vanwege de verschillende eenheden, maar ook door de variatie in de precisie van de waarnemingsgrootheden ten gevolge van de idealisatieprecisie. In plaats van grenswaarden kunnen dan ook beter genormaliseerde grenswaarden worden berekend. Voor een ongecorreleerde waarnemingsgrootheid is dat de verhouding van grenswaarde en standaardafwijking. Met deze dimensieloze verhoudingsmaat wordt de betrouwbaarheid van de verschillende soorten detailmetingen vergelijkbaar.

Gekoppeld aan de toetsing wordt de sterkteberekening in twee stappen uitgevoerd. In de eerste stap wordt de betrouwbaarheid van de detailmetingen berekend, zonder gebruik te maken van de coördinaten van de aansluitingspunten. Dit geldt met name voor de aktepostmeting. Aktepostmetingen dienen immers als vrij net betrouwbaar te zijn en in een gecontroleerd lokaal stelsel te resulteren.
De betrouwbaarheid van de aansluitingspunten wordt in een tweede stap berekend, gebaseerd op een kleinste-kwadraten vereffening, waarbij de coördinaten van de aansluitingspunten als waarnemingsgrootheden aan het model worden toegevoegd.

In tegenstelling tot grondslagmetingen hoeft bij detailmetingen niet naar een homogene betrouwbaarheid te worden gestreefd. Het is vooral van belang dat die detailmetingen gecontroleerd zijn waarvoor een controle-eis geldt.
In het algemeen duidt een genormaliseerde grenswaarde kleiner dan 10 op een goede betrouwbaarheid. Voerstraalmetingen vanuit twee opstelpunten naar hetzelfde detailpunt zijn in de regel goed gecontroleerd, zowel voor de richtings- als de afstandsmeting. Bij controle van de voerstraalmeting met behulp van meetbandafstanden en geometrische relaties is de controle meestal zwakker (genormaliseerde grenswaarden tussen de 10 en de 20 zijn gebruikelijk). Bovendien komt het nogal eens voor dat een controlemaat slechts één van beide componenten van de voerstraal behoorlijk controleert. Een controlemaat loodrecht op de voerstraal zal alleen de richtingsmeting controleren. De afstandsmeting is dan vrijwel ongecontroleerd.

Voorbeeld
In figuur 6.27 is de betrouwbaarheid van de voerstraalmeting in een aktepostmeting geïllustreerd. Bij een aantal voerstralen zijn de genormaliseerde grenswaarden weergegeven, voor de richting en – tussen streepjes – voor de afstand. De genormaliseerde grenswaarden zijn gebaseerd op integrale vereffening van het vrije net van voerstraalmeting en controlematen. Een genormaliseerde grenswaarde van bijvoorbeeld 10 betekent dat met de uitgevoerde toetsing (datasnooping met $\alpha_0 = 0{,}001$, $\gamma_0 = 0{,}80$) een fout ter grootte van 10 keer de standaardafwijking van de waarnemingsgrootheid kan worden gelokaliseerd. De standaardafwijking van de waarnemingen is opgebouwd uit de meetprecisie (20 mgon voor de richtingsmeting en 1 cm voor de afstandsmeting) en de idealisatieprecisie (1 cm voor harde topografie).

Uit het voorbeeld wordt duidelijk dat:
- De beste controle wordt verkregen door aanmeting van een detailpunt vanuit twee opstelpunten.
- De betrouwbaarheid van voerstraalmeting, gecontroleerd door controlematen of geometrische relaties (collineariteit) sterk varieert.
- De afstand van een voerstraalmeting nauwelijks wordt gecontroleerd door een controlemaat loodrecht op de voerstraal. Dit is goed zichtbaar bij de controle van de aanmeting van grondslagelementen. Een betere controle van de voerstraal wordt verkregen met behulp van twee controlematen vanuit het detailpunt die bij benadering loodrecht op elkaar staan.



Figuur 6.27: Voorbeeld van de betrouwbaarheid van een aktepostmeting.

Tevens zijn de grenswaarden van de coördinaten van de grondslagelementen vermeld. Het betreft hier terrestrische grondslagelementen met een puntprecisie van 5 cm ($c_0 = 25$ cm^2). In dit voorbeeld is aangesloten op slechts drie grondslagelementen. Dit resulteert in variërende grenswaarden, oplopend tot 55 cm. Bij aansluiting op vier goed verdeelde grondslagelementen wordt een meer homogene betrouwbaarheid verkregen met grenswaarden van 25 à 30 centimeter, dus 5 à 6 keer de standaardafwijking (genormaliseerde grenswaarden). Dezelfde genormaliseerde grenswaarden worden verkregen bij aansluiting op grafische grondslagelementen. De grenswaarde (grootte van de op te sporen fout in het grondslagelement) ligt dan dus ruim boven de meter. Het is dus van belang dat grafische grondslagelementen worden geselecteerd uit punten die bij opname reeds gecontroleerd zijn aangemeten en getoetst.

6.3.7 Voorbewerking

Voorafgaand aan de toetsing en de coördinaatberekening dient een aantal bewerkingsstappen plaats te vinden. Onder andere: conversie, bijcodering en controle van de data, correcties voor optelconstante en verticale hoek en identiekverklaring. Vervolgens wordt een benaderde coördinaatberekening uitgevoerd, voorafgaand aan de vereffening van het model van waarnemingsvergelijkingen. Bij de verwerking van detailmetingen is de voorbewerking relatief omvangrijk, omdat verschillende groepen meetgegevens moeten worden gecombineerd. Bij ongecontroleerde detailmeting kan men zich zelfs tot de voorbewerking beperken. Verdere vereffenings- en toetsingsberekeningen hebben dan weinig zin.

Verzameling, controle en reductie van de meetdata
Bij het klaarmaken van de ingewonnen meetgegevens voor de eigenlijke toetsing en coördinaatberekening kunnen een aantal stappen worden onderscheiden. Bij deze bewerkingen is er steeds de keuze ze direct bij de inwinning in het terrein uit te voeren, of achteraf bij de verwerking tot een digitale kaart. De keuze is voornamelijk gebaseerd op overwegingen van efficiëntie.

Conversie en bijcodering
De meetgegevens bij detailmeting vallen in principe in twee groepen uiteen. De voerstraalmetingen worden automatisch geregistreerd op een veldgeheugen, in de regel tezamen met andere gegevens over de ingewonnen topografie, zoals tekencodering en objectcodering. Ook deze gegevens spelen een rol bij de verwerking van de detailmeting, bijvoorbeeld om een proeftekening te maken voor visuele inspectie of om de idealisatieprecisie af te leiden uit de objectcodering.
De conversie van het metingenformaat van het veldgeheugen naar de invoerbestanden voor de verwerkingsprogrammatuur dient bij voorkeur in één stap plaats te vinden. Tijdens de conversie kunnen tevens een aantal controles en correcties plaatsvinden, voor zover deze nog niet in het terrein zijn verricht.

De overige metingen worden op het veldwerk geregistreerd. Het veldwerk heeft daarnaast een onmisbare rol als verslag van de (aktepost)meting en bij de interpretatie van de meetgegevens. Voor verdere (digitale) verwerking van de meting is bijcodering van de analoge meetgegevens noodzakelijk. Ook hier heeft men weer de keus uit digitale registratie in het terrein, op het veldgeheugen of een veldcomputer, of achteraf bijcoderen, waarbij gebruik kan worden gemaakt van een eventueel al aanwezige digitale kaart en een proeftekening op basis van de voerstraalmeting. Grafische ondersteuning vergemakkelijkt de completering van de meetgegevens en kan identificatiefouten voorkomen.

Controles
De ingewonnen gegevens dienen aan een aantal eenvoudige controles te worden onderworpen. Het gaat daarbij bijvoorbeeld om controles op de geldigheid van de meetgegevens en de consistentie van coderingen en de controle van de afsluitingsrichting. Deze controles dienen zoveel mogelijk bij de inwinning plaats te vinden zodat eventuele problemen ter plekke kunnen worden gecorrigeerd.

Correcties
De voerstraalmetingen dienen te worden gecorrigeerd voor optelconstante, verticale hoek en eventueel excentrische opstelling van de reflector. De formules hiervoor staan in § 6.3.4.1 en in appendix B. Wegens de korte afstanden is correctie voor de kaartprojectie niet nodig. De gecorrigeerde waarnemingen kunnen direct bij de opname worden berekend of bij de verwerking achteraf. Bij het herleiden van een excentrische opstelling van de reflector dienen ook de varianties van de richtings- en afstandsmeting te worden aangepast (zie § 6.3.5.1).

Identiekverklaring
Bij gecontroleerde detailmeting worden sommige detailpunten meerdere keren aangemeten, bijvoorbeeld met voerstraalmeting vanuit twee opstelpunten of door voerstraalmeting en een controlemaat. In veel gevallen wordt tijdens de opname of het bijcoderen impliciet duidelijk gemaakt dat het hier één en hetzelfde punt betreft: in beide metingen wordt dezelfde puntcodering gebruikt. Met de zogenaamde identiekverklaring wordt deze relatie achteraf expliciet aangegeven door een verwijzing tussen de twee geregistreerde puntcoderingen. Bij de verwerking wordt dan uitgegaan van één puntcodering en één te berekenen coördinatenpaar.
Bij detailmeting vormt de identiekverklaring een belangrijke bron van fouten. Enerzijds betreft dit vergissingen in de puntcodering bij de identiekverklaring, anderzijds kunnen bij de aanmeting verschillende punten zijn aangehouden en is de identiekverklaring dus onterecht. De grootste vergissingen zouden al moeten worden gevonden tijdens de voorbewerking bij de berekening van benaderde coördinaten.

Bepaling van de waarnemingsgrootheden en hun varianties
Om het functie- en kansmodel te kunnen opstellen worden de te vereffenen waarnemingsgrootheden en hun varianties bepaald. Deze stap moet overigens eerder tot de voorbereiding van de vereffening worden gerekend dan tot de voorbewerking. In een aantal gevallen zijn de waarnemingsgrootheden samengesteld uit meerdere metingen. Zo zijn bijvoorbeeld voetpuntsmaat en loodlijn opgebouwd uit meetbandafstanden en de bepaling van een voetpunt. In dat geval dient hiermee ook in het kansmodel rekening te worden gehouden (zie § 6.3.4.2 en § 6.3.5.1).
Daarnaast dient ook de idealisatieprecisie te worden opgenomen in het kansmodel. De formules hiervoor staan in § 6.3.5.2. In een aantal gevallen zijn voor deze berekening coördinaten van de betrokken punten nodig. De uit meet- en idealisatieprecisie samengestelde varianties kunnen dan dus pas na de benaderde coördinaatberekening worden bepaald.

Benaderde coördinaatberekening
Voorafgaand aan de vereffening van het model van waarnemingsvergelijkingen vindt een benaderde coördinaatberekening plaats. Deze berekening heeft een drieledig doel:

1 De waarnemingsvergelijkingen van detailmetingen zijn niet-lineair. De vereffening is dan ook gebaseerd op het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen. Om de waarnemingsvergelijkingen te lineariseren zijn benaderde waarden nodig voor de onbekenden (coördinaten, oriënteringen en schaalfactoren). Voor een vlot verloop van de iteratieve vereffening dienen de benaderde coördinaten een nauwkeurigheid van enkele decimeters tot een meter te hebben. Benaderde waarden voor de onbekende oriënteringen kunnen eenvoudig uit de benaderde coördinaten worden berekend. Voor de onbekende schaalfactoren (voor afstandsmeter en meetband) kan als benaderde waarde 1 worden genomen.

2 De berekening van benaderde coördinaten moet ook de mogelijkheid bieden om grove fouten op te sporen, bijvoorbeeld fouten in de puntcodering (identiekverklaring) en in de oriënteringsrichting. Dergelijke fouten kunnen tot gevolg hebben dat de kleinste-kwadraten vereffening niet succesvol verloopt. De benaderde coördinaatberekening moet op de aanwezigheid van grove fouten wijzen en hun opsporing mogelijk maken.

3 Bij de vereffening van het vrije net worden coördinaten berekend in een lokaal stelsel. Dit is slechts mogelijk als van alle punten coördinaten in één lokaal stelsel zijn te bepalen. De detailmeting moet dus één netwerk vormen en niet uit verschillende deelnetten bestaan die niet of onvoldoende zijn verbonden. Indien de detailmeting niet één geheel vormt kan geen vereffening van het vrije net worden uitgevoerd. De benaderde coördinaatberekening moet op zo'n netwerkdefect wijzen en onberekenbare punten aanduiden.

Uitgangspunten van de benaderde coördinaatberekening

Om benaderde coördinaten te berekenen voor een vereffening van het vrije net wordt uitgegaan van een rekenbasis bestaande uit twee punten, waarvoor coördinaten worden aangenomen. Deze rekenbasis legt het lokale coördinatenstelsel vast. Het is aan te bevelen de oorsprong van het coördinatenstelsel niet gelijk aan nul te kiezen maar hiervoor ronde positieve waarden te nemen. Hierdoor worden negatieve coördinaten voorkomen.

Bij de benaderde coördinaatberekening moeten voor alle punten coördinaten kunnen worden bepaald ten opzichte van deze rekenbasis, zonder daarbij van de bekende coördinaten van de aansluitingspunten gebruik te maken. Dit vormt een controle op de berekenbaarheid van de detailmeting als vrij net.

Pas in een volgende stap wordt het lokale stelsel met een gelijkvormigheidstransformatie aangesloten aan de bekende punten (zie § 4.4.3). Dit resulteert in benaderde coördinaten in RD, wat voordelen biedt bij de visualisering ten opzichte van een bestaande digitale kaart. Bij meer dan twee aansluitingspunten levert dit bovendien controlemogelijkheden op.

De benaderde coördinaatberekening kan worden gebaseerd op de twee genoemde methoden voor coördinaatberekening uit detailmetingen in § 6.3.4.1:

1 Omzetting van de meetconstructies voerstraalmeting, meetlijnmeting en matenserie in lokale stelsels rechthoekige coördinaten, en de onderlinge aansluiting van deze lokale stelsels met behulp van (overbepaalde) gelijkvormigheidstransformaties. Een lokaal stelsel is aan te sluiten als het minimaal twee punten gemeenschappelijk heeft met de rest van het netwerk. Bij meer dan twee aansluitingspunten is een overbepaalde transformatie mogelijk, waarmee de aansluiting kan worden gecontroleerd.

2 Successievelijke bepaling van punten uit metingen van en naar inmiddels bekende omliggende punten, door snijding van afstand-, argument- of hoekvergelijkingen. Indien meer dan twee elementaire metingen beschikbaar zijn kan van de overtalligheid gebruik worden gemaakt om de coördinaatberekening te controleren.

Bij de benaderde coördinaatberekening moet zoveel mogelijk het principe 'van groot naar klein' worden gehanteerd, zodat eventuele fouten zich zo min mogelijk over het net verspreiden. Dit kan door eerst de punten van een eventuele grondslag te bepalen. Vervolgens worden de punten bepaald die met voerstraalmeting zijn aangemeten, waarbij

de grondslagpunten als bekende punten worden ingeschakeld. Tenslotte worden de coördinaten van de overige punten berekend ten opzichte van de inmiddels bekende punten.

De oplossing van de benaderde coördinaatberekening is afhankelijk van de volgorde waarin de punten worden bepaald. De aanwezige overtalligheid wordt slechts op ad-hoc basis voor controles benut. Dit kan tot gevolg hebben dat een foutieve waarneming niet onmiddellijk wordt gesignaleerd en dus tot foutieve coördinaten kan leiden. Een fout kan dan pas tot uitdrukking komen bij een latere berekening van een op dat moment wel overtallig bepaald punt. Dit vooruitschuiven van fouten kan de foutopsporing bemoeilijken. Bij de aansluiting van een uit een meetconstructie berekend lokaal stelsel, of bij de bepaling van een punt door snijding, moet een eventueel aanwezige overtalligheid dus zoveel mogelijk ter controle worden gebruikt.

Controles

Hoewel bij de benaderde coördinaatberekening geen systematische toetsing plaats kan vinden, zijn er wel verschillende controlemogelijkheden. Met deze controles dienen vooral grove fouten te worden opgespoord, zoals fouten in de puntcodering en onberekenbare punten, die een succesvolle vereffening zouden belemmeren. De controle kan dan plaatsvinden met behulp van een ruime tolerantie, bijvoorbeeld 50 cm. Een scherpe statistische toetsing van alle waarnemingen (datasnooping) op kleinere meet-, identificatie- en registratiefouten wordt immers bij de vereffening uitgevoerd.

Indien voor de aansluiting van een lokaal stelsel, bijvoorbeeld ontstaan uit de omzetting van een meetconstructie in een set rechthoekige coördinaten, meer dan twee aansluitingspunten beschikbaar zijn, kan een overbepaalde transformatie worden berekend. Controle vindt dan plaats aan de hand van de correcties aan de aansluitingspunten. Aan eventuele discrepanties bij de aansluiting kunnen verschillende fouten ten grondslag liggen, zoals een fout in één van de waarnemingen waarmee het lokale stelsel is berekend of een fout in de identiekverklaring, waardoor een punt ten onrechte als aansluitingspunt wordt aangemerkt.

Bij de berekening van een punt uit waarnemingen van en naar inmiddels al bekende punten moet een eventuele overtalligheid ter controle worden aangewend. De verschillende deeloplossingen van de snijdingsberekeningen moeten binnen de tolerantie in dezelfde coördinaten resulteren. Ook hier geldt dat een fout vaak niet eenduidig aanwijsbaar is. Een discrepantie kan ook in een eerder stadium zijn gemaakt, bijvoorbeeld bij een niet-overbepaalde (en dus ongecontroleerde) berekening van een punt dat als bekend punt wordt gebruikt.

Visualisering van de berekende benaderde coördinaten is een onmisbaar hulpmiddel om fouten te lokaliseren, zeker omdat de controles bij de benaderde coördinaatberekening vaak wel een probleem aanduiden, maar niet altijd de oorzaak hiervan verhelderen. Met een proeftekening, opgebouwd uit de berekende punten en de tekencodering, worden met name fouten in de puntcodering en identiekverklaring meestal onmiddellijk zichtbaar.

Na afloop van de benaderde coördinaatberekening kan een overzicht worden gemaakt van de verschillen van alle waarnemingen met hun uit de benaderde coördinaten berekende waarde. Daartoe wordt voor elke waarnemingsgrootheid een waarde berekend uit de benaderde coördinaten met behulp van de niet-lineaire vergelijkingen van

§ 6.3.4.2. Deze 'waargenomen-min-berekende' verschillen kunnen met een tolerantie worden vergeleken. Door de volgorde-afhankelijke berekeningswijze kan het verschil in sommige waarnemingsgrootheden nul zijn, terwijl de oorzaak van een groot verschil niet zonder meer aan een fout kan worden geweten aan de betreffende waarnemingsgrootheid.

6.3.8 Toetsing

De kwaliteit van de detailmeting wordt door toetsing gewaarborgd. Bij voorkeur is de toetsing gebaseerd op toepassing van een integrale kleinste-kwadraten vereffening en de B-methode van toetsen (zie § 3.5.5). Daarmee wordt een systematische, statistisch onderbouwde controle uitgevoerd, die niet wordt beïnvloed door de berekeningsvolgorde van de coördinaten (zoals bij de benaderde coördinaatberekening). Bovendien kan dan de kwaliteit van de detailmeting op een consistente wijze worden beschreven. De vereffenings- en toetsingsprocedures zijn afgeleid van de in § 3.5 beschreven algemene methodiek. Het spreekt voor zich dat deze werkwijze alleen zinvol is voor detailmetingen waarbij een gecontroleerde opname van de detailpunten noodzakelijk is, dus bij de aanmeting van aansluitingspunten (grondslagpunten, grondslagelementen), kadastrale grenzen en de belangrijkste punten van de harde topografie. In veel gevallen bevat de detailmeting zowel gecontroleerde als ongecontroleerde detailpunten. Slechts een deel van de detailmetingen kan dan worden getoetst.

Bij de coördinaatberekening en toetsing van detailmetingen dient een nadrukkelijke scheiding te worden aangebracht tussen de verwerking van de detailopname als lokaal stelsel door middel van een vereffening van het vrije net, en de aansluiting (inpassing) van de detailmeting ter bijhouding van de digitale kaart. Na de vereffening van het vrije net worden de detailmetingen op fouten getoetst, zonder gebruik te maken van de bekende coördinaten van de aansluitingspunten. De oorzaak van eventuele verwerpingen bij de toetsing kan dan uitsluitend bij de detailmetingen worden gezocht. Pas na aanvaarding van de toetsing bij de vereffening van het vrije net wordt de aansluitingsvereffening uitgevoerd. De bijbehorende toetsing dient ter foutopsporing in de aansluitingspunten, waarbij er van uit kan worden gegaan dat de detailmeting als vrij net inmiddels correct is.

Toetsing van de detailmetingen
De toetsing van de detailmetingen is gebaseerd op een vereffening van het vrije net. Daarbij worden de bekende coördinaten van de aansluitingspunten niet in de vereffening betrokken. De resulterende coördinaten van detail- en aansluitingspunten zijn gedefinieerd in een lokaal stelsel (door aanname van een rekenbasis) en uitsluitend bepaald door vereffening van de metingen.

Toetsing is gebaseerd op vergelijking van de kleinste-kwadraten residuen met de precisie. Het voor de detailmetingen aangenomen kansmodel is dus van grote invloed. Voor een realistische toetsing dient, naast de meetprecisie, ook de idealisatieprecisie in de varianties van de waarnemingsgrootheden te worden verdisconteerd. Indien geometrische relaties (collineariteit, haaksheid, evenwijdigheid) ter controle van de detailmeting worden gebruikt, dient de hiervoor aangenomen variantie te zijn gebaseerd op de waarde die men aan deze aannamen mag hechten inclusief de idealisatieprecisie van de betreffende lijnelementen.

Een eventueel aanwezige detailgrondslag moet afzonderlijk worden vereffend en getoetst (zie hiervoor § 5.3.8). De grondslagmetingen vormen immers de ruggegraat van de detailmeting. Na aanvaarding van de detailgrondslag wordt de gehele detailmeting berekend en getoetst. Door zo stapsgewijs te toetsen wordt de foutopsporing vergemakkelijkt.

Foutenbronnen

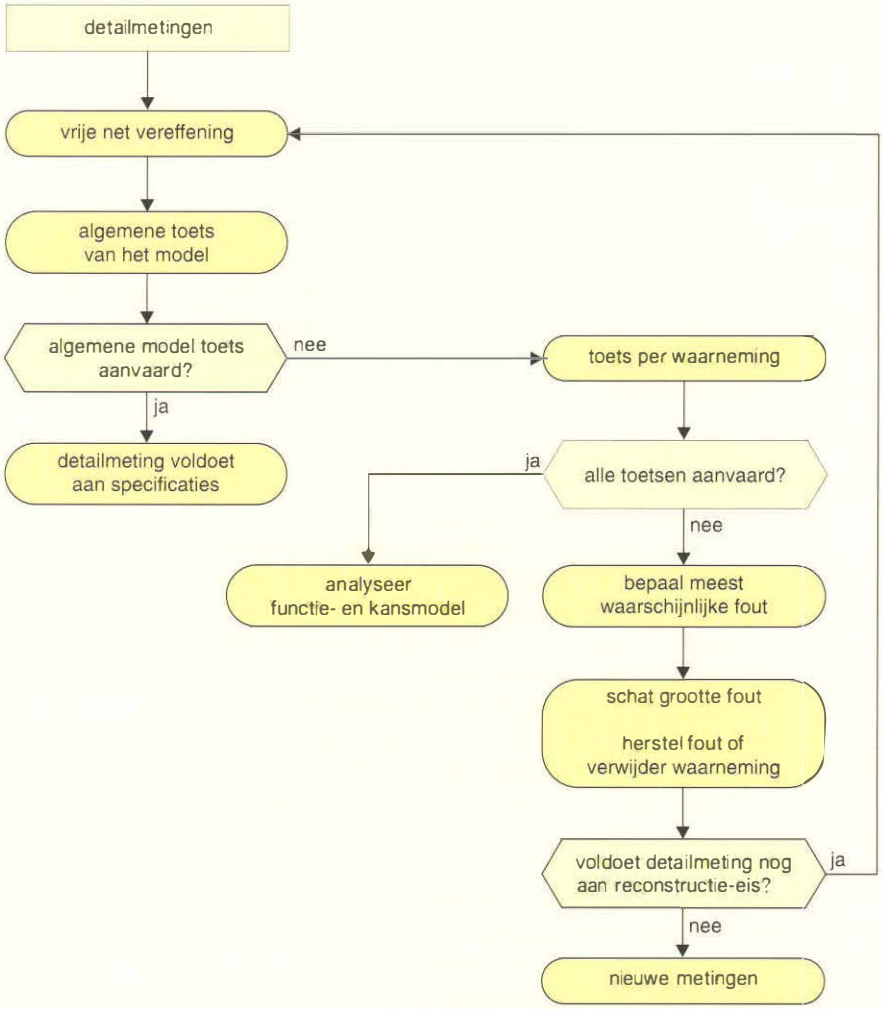
Mogelijke foutenbronnen bij detailmeting zijn:

- Fouten in de meting. Door de huidige digitale meting en registratie bij tachymetrie worden veel meet-, aflees-, en schrijffouten voorkomen. Resterende foutenbronnen bij de voerstraalmeting zijn het onjuist aanhouden van de reflector, niet of onjuist herleiden van excentriciteit en het niet toepassen van correcties voor optelconstante en schuine afstand. Afleesfouten spelen nog wel een rol bij de meetbandmetingen, zoals controlematen, meetlijnen en verlengden.
- Fouten in de registratie of bijcodering. Ook hier worden door de automatische registratie van de voerstraalmetingen veel menselijke fouten vermeden. Registratiefouten komen vooral voor bij de opgave van excentriciteit (links/rechts), puntnummers, object- en tekencodering. Fouten komen ook voor bij de handmatige registratie van meetgegevens op het veldwerk of het veldgeheugen. Ook de bijcodering van analoog geregistreerde meetgegevens ten behoeve van een integrale vereffening is op zichzelf een bron van fouten. Het betreft dan vooral typefouten en fouten bij de interpretatie van de gegevens op het veldwerk.
- Fouten in de identiekverklaring. De identiekverklaring is een belangrijke bron van fouten. Onjuiste puntcodering bij de identiekverklaring resulteert vooral in grove fouten, die al bij de benaderde coördinaatberekening moeten worden opgespoord. Kleinere fouten kunnen ontstaan indien men ten onrechte meent twee maal hetzelfde punt te hebben aangemeten. Dit kan vooral optreden bij slecht gedefinieerde hoeken en inspringingen van gebouwen.
- Onjuiste aannamen in het kansmodel. Het kansmodel kan verkeerd zijn gekozen door onjuiste aannamen voor de meet- of idealisatieprecisie. Een onjuiste idealisatieprecisie hangt vaak samen met een fout in de objectcodering. Het negeren van de idealisatieprecisie zal bij de toetsing tot onterechte verwerpingen leiden. Bij keuze van te grote varianties zal de toetsing eerder worden aanvaard, het toetsingsinstrument wordt dan echter niet serieus gehanteerd.

Toetsingsprocedure

De toetsingsprocedure is gebaseerd op de B-methode van toetsen. Daarbij wordt in ieder geval een algemene toets van het model berekend en wordt een systematische toetsing per waarneming of waarnemingspaar uitgevoerd. Voor de toetsen wordt een onderscheidingsvermogen van $\gamma_0 = 0{,}80$ gebruikt en een onbetrouwbaarheidsdrempel van $\alpha_0 = 0{,}001$ voor de één-dimensionale toets. De onbetrouwbaarheidsdrempel voor de algemene toets van het model volgt dan uit de koppeling van de toetsen volgens de B-methode.

Met de algemene toets van het model worden het functie- en kansmodel getoetst, zonder nadere specificatie van een mogelijke modelfout. Bij verwerping zullen door gespecificeerde toetsing de fouten moeten worden opgespoord. De algemene toets van het model kan ook worden verworpen als de in het kansmodel gespecificeerde precisie te optimistisch is ingeschat, bijvoorbeeld door het niet verdisconteren van de idealisatieprecisie. Ook erg ruime aanvaarding van de algemene toets van het model geeft aanleiding tot een nadere analyse van het kansmodel. In het kansmodel zijn dan waarschijnlijk de varianties van (sommige) waarnemingsgrootheden te groot gekozen.



Figuur 6.28: Procedure voor de toetsing van de detailmetingen.

Met behulp van datasnooping worden alle waarnemingen afzonderlijk getoetst. Bij verwerpingen is de waarneming met de grootste w-toets de meest waarschijnlijke kandidaat voor een fout. In eerste instantie zal de aandacht op deze waarneming gericht zijn om de fout te identificeren en de waarneming, het functie- of het kansmodel te verbeteren, of eventueel de waarnemingsgrootheid te elimineren. In tweede instantie kan naar andere waarnemingen worden gekeken die gemeenschappelijk punten hebben met de waarneming met de grootste verworpen w-toets. Bij een verworpen controlemaat ligt het bijvoorbeeld voor de hand om ook de voerstralen naar de detailpunten te bekijken waartussen de controlemaat is gemeten.

In plaats van een toets per waarneming kan bij een aantal metingen ook een toets per waarnemingspaar worden uitgevoerd. Een waarnemingspaar wordt dan gevormd door de richting en afstand van een voerstraal of een voetpuntsmaat en loodlijn naar een detailpunt. Met name bij tachymetrie is een meetfout in een individuele waarneming immers minder waarschijnlijk dan een fout in de excentriciteit of identiekverklaring, die meestal invloed zal hebben op beide waarnemingen van de voerstraal.

Identificatie en behandeling van fouten

Zoals eerder vermeld, kunnen aan een fout verschillende oorzaken ten grondslag liggen. De oorzaak kan dan ook niet altijd eenduidig worden vastgesteld. Voor identificatie van de fout kan de geschatte fout soms een goed hulpmiddel zijn. Deze grootheid kan eenvoudig bij de toetsing worden berekend en geeft een schatting voor de grootte van de fout, behorende bij een verworpen w-toets (zie § 3.5.3). De geschatte fout kan een aanwijzing van de foutenbron zijn. Bijvoorbeeld schrijf- en typefouten (fouten van een

decimeter of een meter) en het verkeerd herleiden van een excentriciteit. Grafische ondersteuning is een onmisbaar hulpmiddel bij de toetsing van detailmetingen. Met name grove fouten in de identiekverklaring en in de interpretatie van het veldwerk bij de bijcodering kunnen met behulp van een proeftekening vaak eerder worden geïdentificeerd.

De verschillende foutenbronnen hebben elk hun eigen wijze van identificatie en behandeling:

- Meetfouten kunnen willekeurige waarden hebben. Een afleesfout heeft echter vaak een ronde waarde waarvoor de geschatte fout een goede aanwijzing kan zijn. Ook een foutieve correctie van excentriciteit leidt tot een voorspelbare fout in de richtings- en/of de afstandsmeting.
- Voor registratiefouten geldt hetzelfde als voor afleesfouten. Fouten in de bijcodering zijn traceerbaar door de bijgecodeerde meetgegevens te vergelijken met het veldwerk. Een onjuiste interpretatie van het veldwerk, bijvoorbeeld van de links/rechts situatie bij een meetlijn of rechthoekige polygoon, kan tot grove fouten leiden, die op een proeftekening snel duidelijk worden.
- Een grove fout in de identiekverklaring zal vaak tot een groot aantal verworpen toetsen leiden. Opsporing van een grove fout kan het beste plaatsvinden met behulp van een proeftekening. Kleinere fouten in de identiekverklaring zijn slecht te onderscheiden van meetfouten. Een nadere beschouwing van het veldwerk kan dan eventueel uitkomst bieden. Door de identiekverklaring ongedaan te maken worden twee punten berekend, waarna de proeftekening misschien helderheid verschaft.
- Een onjuiste aanname voor de precisie van de waarnemingen heeft een grote invloed op de toetsing. Als een fout in een waarneming of het functiemodel niet aannemelijk is, kan de realiteitswaarde van de standaardafwijkingen van de waarnemingen worden nagegaan. Met name door verschillen in idealisatieprecisie kan de precisie van de waarnemingen sterk variëren. Het onvoldoende in rekening brengen van de idealisatieprecisie kan ten onrechte tot verwerping leiden.

De opsporing en verbetering van fouten is een iteratief proces. Steeds wordt getracht de fout te identificeren die behoort bij de grootste verworpen w-toets. Na aanpassing wordt opnieuw een vereffening en toetsing uitgevoerd. Dit proces herhaalt zich tot alle toetsen worden aanvaard. In eerste instantie moet worden getracht de oorzaak van een fout te achterhalen en de meetgegevens te verbeteren. Eenduidige identificatie is echter niet altijd mogelijk en zelfs al kan de oorzaak van de fout worden getraceerd, dan nog kan niet altijd een verbeterde waarde voor de waarneming worden gegeven. De geschatte fout mag beslist *niet* worden gebruikt om de waarneming te verbeteren.
De verwijdering van waarnemingen moet als een noodzakelijk kwaad worden gezien. Het betreffende detailpunt zal daardoor meestal niet meer gecontroleerd zijn en soms zelfs onberekenbaar worden. Het eenvoudig verwijderen van waarnemingen lost misschien het probleem van verwerpingen bij de toetsing op, maar komt de betrouwbaarheid van de detailmeting niet ten goede. Een nader onderzoek naar de oorzaak van de verwerpingen is dus geboden en kan soms leiden tot overmeten.

Toetsing van de aansluitingspunten
Voor de toetsing van de aansluitingspunten wordt een kleinste-kwadraten aansluitingsvereffening uitgevoerd, waarbij de bekende coördinaten van de aansluitingspunten als stochastische grootheden worden beschouwd. De coördinaten komen in het model dus als waarnemingsgrootheden en als onbekenden voor en krijgen door de vereffening een correctie. De toetsing van de aansluitingspunten moet worden onderscheiden van de

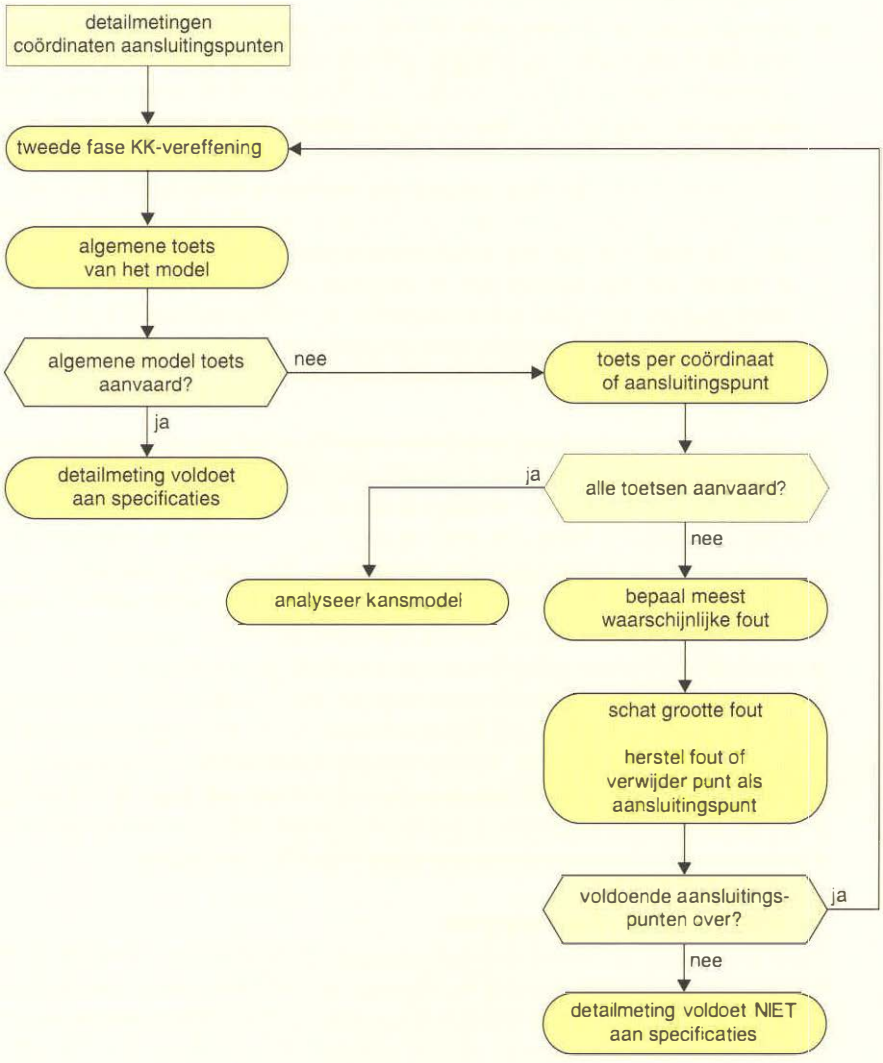
latere coördinaatberekening, waarbij de detailmeting wordt ingepast op de vast te houden aansluitingspunten (zie figuur 6.29).

Voor de coördinaten van de aansluitingspunten dient een kansmodel te worden gespecificeerd. In het geval van grondslagpunten betreft dit een Baarda-Alberda vervangingsmatrix en in het geval van terrestrische of grafische grondslagelementen een diagonaalmatrix.

Foutenbronnen

Mogelijke foutenbronnen bij aansluiting zijn:

- Fouten in de identiekverklaring. De identiekverklaring van de aansluitingspunten vormt de belangrijkste foutenbron bij de aansluiting van detailmetingen: het punt waarvan men de coördinaten uit het bestand heeft geselecteerd is een andere dan het punt dat tijdens de detailmeting als aansluitingspunt is aangemeten.



Figuur 6.29: Procedure voor de toetsing van de aansluitingspunten.

- Fouten in de coördinaten van de aansluitingspunten. Een fout in de coördinaten van de grondslagpunten of de digitale kaart is het gevolg van onontdekte fouten bij de bepaling van grondslagpunten of de opbouw of bijhouding van een digitale kaart. Juist om dit soort problemen te voorkomen moet de grondslagmeting en de aanmeting van (potentiële) aansluitingspunten op gecontroleerde wijze plaatsvinden.
- Resterende fouten in de detailmeting. Bij de detailmeting moeten punten die men als aansluitingspunt wil gaan gebruiken, gecontroleerd worden aangemeten. In de vereffening van het vrije net worden deze metingen dan getoetst, waarmee de kans op resterende fouten wordt beperkt. Het als losse poot aanmeten van een aansluitingspunt moet daarom worden vermeden omdat dan geen onderscheid kan worden gemaakt tussen een fout in de meting en een fout in de coördinaten van het aansluitingspunt. Niettemin kan het voorkomen dat fouten in de detailmeting pas worden ontdekt bij de aansluitingsvereffening.
- Onjuiste aannamen in het kansmodel. Het kansmodel van de aansluitingspunten is van grote invloed op de toetsing. Indien een punt als terrestrisch grondslagelement wordt aangemerkt, terwijl het een grafisch grondslagelement is, is er een grote kans dat het aansluitingspunt wordt verworpen. Juist voor de aansluiting van bijhoudingsmetingen is het van belang dat het coördinatenbestand van de digitale kaart realistische informatie bevat omtrent de (relatieve) precisie van de punten.

Toetsingsprocedure

De toetsingsprocedure is, net als bij de vereffening van het vrije net, gebaseerd op de B-methode van toetsen, met dezelfde toetsingsparameters.

Met de algemene toets van het model wordt de aansluiting getoetst, zonder nadere specificatie van een mogelijke modelfout. Feitelijk wordt nagegaan of het lokale stelsel van de detailmeting past in het deelveld van de aansluitingspunten van de digitale kaart. Bij verwerping zullen door gespecificeerde toetsing de fouten moeten worden geïdentificeerd.
De algemene toets van het model kan ook worden verworpen als de in het kansmodel gespecificeerde precisie te optimistisch is ingeschat, bijvoorbeeld door het ten onrechte aannemen van een terrestrische precisie voor de grondslagelementen. Ook erg ruime aanvaarding van de algemene toets van het model is aanleiding tot een nadere analyse van het kansmodel. De aangenomen precisie is dan waarschijnlijk te laag, men heeft bijvoorbeeld ten onrechte een grafische precisie voor de grondslagelementen aangenomen.

Met behulp van datasnooping kunnen de coördinaten van de aansluitingspunten worden getoetst. In plaats van een toets per coördinaat kan ook een punttoets worden uitgevoerd, waarbij beide coördinaten als paar worden getoetst. Bij aansluiting zal een fout in de identiekverklaring, een resterende meetfout of een onjuiste aanname van de precisie immers meestal beide coördinaten beïnvloeden. Bij verwerpingen is het aansluitingspunt met het grootste toetsingsquotiënt de meest waarschijnlijke kandidaat voor een fout. In eerste instantie zal de aandacht op dit aansluitingspunt er op gericht zijn om de fout te identificeren en de coördinaten, het functie- of het kansmodel te verbeteren, of eventueel het aansluitingspunt te elimineren.

Identificatie en behandeling van fouten
Ook bij de aansluiting kunnen aan een fout verschillende oorzaken ten grondslag liggen. De oorzaak kan dan ook niet altijd eenduidig worden vastgesteld. De identificatie van de fout kan worden vergemakkelijkt door berekening van de geschatte fout en door grafische ondersteuning, bijvoorbeeld door visualisering van de vectoren van de kleinste kwadraten-residuen. Grafische ondersteuning is vooral zinvol voor de opsporing van fouten in de identiekverklaring.

De verschillende foutenbronnen hebben elk hun eigen wijze van identificatie en behandeling:
- Fouten in de identiekverklaring leiden meestal tot een groot aantal verworpen toetsen. Identificatie kan het eenvoudigst plaatsvinden met behulp van een proeftekening. Door tevens een berekening uit te voeren waarbij het verdachte punt tijdelijk niet als aansluitingspunt fungeert wordt extra duidelijk het verschil aangegeven tussen het punt in de detailmeting en het punt op de digitale kaart.
- Een fout in de coördinaten van de aansluitingspunten is in de regel moeilijk te verbeteren. In dat geval kan het punt niet langer als aansluitingspunt fungeren en worden er coördinaten berekend alsof het een nieuw detailpunt betreft. Door de bijhouding kan zo de digitale kaart worden verbeterd.
- Een resterende fout in de detailmeting is lastig te scheiden van een fout in de coördinaten van het aansluitingspunt. Als het aansluitingspunt gecontroleerd is aangemeten en de toetsing bij vereffening van het vrije net is aanvaard, dan is het redelijk om eerst andere oorzaken voor de verwerping na te gaan.
- Een onjuiste aanname voor de precisie van de coördinaten van een aansluitingspunt kan ertoe leiden dat het punt ten onrechte wordt verworpen (er is een te hoge precisie aangenomen), of ten onrechte wordt aanvaard (er is een te lage precisie aangenomen). Bij verwerping waarbij men de oorzaak niet eenvoudig kan vinden, verdient het aanbeveling de precisiegegevens in het coördinatenbestand te analyseren. Het ongegrond verhogen van de standaardafwijking van aansluitingspunten om verwerpingen bij de toetsing te voorkomen is uit den boze.

Als in een gebied regelmatig aansluitingspunten worden verworpen, of als de geregistreerde precisie voor de grondslagelementen regelmatig te optimistisch blijkt, kan worden geconcludeerd dat de kwaliteit van de grondslagelementen in dat gebied te wensen overlaat. Een nadere analyse van de geometrische kwaliteit van de digitale kaart is dan op zijn plaats, eventueel gevolgd door een aanpassing van de geregistreerde precisie of door kaartvernieuwing.

Ook bij de toetsing van de aansluiting is de opsporing en verbetering van fouten een iteratief proces. In eerste instantie moet altijd worden getracht de oorzaak van een fout te achterhalen en de gegevens te verbeteren. Eenduidige identificatie is echter niet altijd mogelijk en zelfs al kan de oorzaak van de fout worden getraceerd, dan nog kan niet altijd een verbeterde waarde worden gegeven. De geschatte fout mag niet worden gebruikt om de coördinaten van de aansluitingspunten te verbeteren.
Men kan niet eindeloos aansluitingspunten verwijderen, bij minder dan drie redelijk verspreide aansluitingspunten is er geen sprake meer van een gecontroleerde aansluiting. Het opheffen van een punt als aansluitingspunt, zonder correctie van de coördinaten, houdt in dat men geconstateerde discrepanties in de digitale kaart laat zitten. Indien een grafisch grondslagelement als aansluitingspunt wordt verworpen en verwijderd, dient ook de registratie als grondslagelement te worden opgeheven.

6.3.9 Coördinaatberekening

Indien er sprake is van gecontroleerde detailmeting is de coördinaatberekening bij voorkeur gebaseerd op een integrale kleinste-kwadraten vereffening. Daarbij wordt een model van waarnemingsvergelijkingen opgesteld voor alle bij de detailopname betrokken metingen en aannamen. Met behulp van een kleinste-kwadraten vereffening wordt hieruit in één keer een oplossing voor de coördinaten van alle punten berekend. Indien er sprake is van ongecontroleerde detailmeting wordt alleen de detailgrondslag vereffend en kunnen de coördinaten van de detailpunten worden berekend met de methoden uit § 6.3.4.1 en § 6.3.7.

Bij de coördinaatberekening wordt onderscheid gemaakt tussen berekening in een lokaal stelsel en in RD. Bij berekening in een lokaal stelsel worden de coördinaten berekend ten opzichte van een lokale rekenbasis, bestaande uit twee punten waarvoor coördinaten zijn aangenomen. Voor de berekening worden alleen de detailmetingen gebruikt, de bekende coördinaten van aansluitingspunten spelen geen enkele rol. De coördinaatberekening in RD vindt plaats door de detailmeting aan te sluiten aan grondslagpunten of grondslagelementen. In de regel worden de bekende coördinaten van deze aansluitingspunten daarbij ongewijzigd gelaten.

Bij detailmeting ten behoeve van de vastlegging van kadastrale grenzen (aktepostmeting) vindt zowel coördinaatberekening plaats in een lokaal stelsel als in RD. Het lokale stelsel wordt met het veldwerk bewaard in het reconstructiebestand (veldwerkarchief). De bijhouding van de kadastrale kaart gebeurt door aansluiting van de detailmeting op punten van de digitale kaart. Coördinaatberekening ten behoeve van de opname of bijhouding van topografie is altijd in RD.

Coördinaatberekening in een lokaal stelsel
Bij coördinaatberekening in een lokaal stelsel wordt een vereffening van het vrije net uitgevoerd van de detailmetingen. Het lokale stelsel is dan een onvervormde weergave van de detailopname en de coördinaten beschrijven de relatieve ligging van de objecten met dezelfde precisie als de oorspronkelijke metingen.
Als eindprodukt heeft het lokale stelsel vooral een functie voor het kadastrale reconstructiebestand. Met de coördinaten van het lokale stelsel kunnen kadastrale grenzen met een terrestrische precisie worden gereconstrueerd ten opzichte van de lokale topografie.
Indien er geen lokaal stelsel behoeft te worden opgeslagen, bijvoorbeeld bij de bijhouding van topografische bestanden, wordt vaak toch een vereffening van het vrije net uitgevoerd als onderdeel van de toetsing van de detailmetingen.

Bij de integrale vereffening spelen alle voerstraalmetingen, meetlijnmetingen, blok- en relatiematen en eventueel geometrische relaties een rol. Het gewicht dat een waarneming bij de vereffening heeft, wordt bepaald door zijn precisie, die in het kansmodel is gespecificeerd. De coördinaten worden berekend ten opzichte van een lokale rekenbasis. Hiertoe worden voor twee punten coördinaten aangenomen en in de vereffening vastgehouden. Net als bij de benaderde coördinaatberekening wordt aanbevolen de coördinaatwaarden voor de rekenbasis zodanig te kiezen dat het lokale stelsel positieve coördinaten krijgt. Vaak wordt de rekenbasis benaderd in RD aangenomen, of zo gekozen dat het lokale stelsel benaderd noord-georiënteerd ligt, om visualisering te vergemakkelijken.

De rekenbasis legt de positie, oriëntering en schaal van het lokale stelsel vast. Elk lokaal stelsel heeft een eigen schaal, die wordt bepaald door de verhouding tussen de lengte van de rekenbasis volgend uit de aangenomen coördinaten en de lengte volgend uit de metingen. Bij aansluiting van lokale stelsels, onderling of aan een digitale kaart in RD, dient dan ook een gelijkvormigheidstransformatie te worden gebruikt waarbij de schaal niet wordt vastgehouden.

Coördinaatberekening in RD
Coördinaten in RD worden verkregen door de detailmeting aan te sluiten aan grondslagpunten, grondslagelementen of andere punten van de digitale kaart. Hiervoor wordt een pseudo kleinste-kwadraten vereffening gebruikt, waarbij de coördinaten van de aansluitingspunten worden vastgehouden op hun bekende waarde. De aansluiting van de detailmeting heeft zodoende geen invloed op het bestaande coördinatenbestand, waardoor gebruikers slechts worden geconfronteerd met mutaties van beperkte omvang. Gevolg is wel dat het lokale stelsel wordt vervormd bij de aansluiting. Dit betekent dat de relatieve precisie van de punten van het lokale stelsel wordt aangepast aan die van de aansluitingspunten. Bij aansluiting aan punten met een grafische precisie verslechtert dus de precisie van de punten van het lokale stelsel.

Het functie- en kansmodel voor de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting is voor wat betreft de waarnemingsgrootheden gelijk aan dat voor de vereffening van het vrije net. De coördinaten van de aansluitingspunten komen echter niet als waarneming en onbekenden in het model voor, of worden met behulp van restricties op hun gegeven waarde vastgehouden. De set aansluitingspunten definieert daarmee het coördinatenstelsel.

Bij de coördinaatberekening in RD kan onderscheid worden gemaakt tussen pseudo kleinste-kwadraten aansluiting aan grondslagpunten, aan grondslagelementen en aan overige punten:

Aansluiting aan grondslagpunten
Bij de opname van een groter gebied ten behoeve van de opbouw van een digitale kaart wordt de detailmeting meestal aangesloten aan bestaande of nieuw gecreëerde grondslagpunten. De precisie van de grondslag is in dat geval beter dan – of vergelijkbaar met – die van de detailmeting.

Aansluiting aan grondslagelementen
Bij de bijhouding van een topografische of kadastrale kaart wordt de detailmeting aangesloten aan grondslagelementen. Dit kan zowel terrestrische grondslagelementen als grafische grondslagelementen betreffen. Bij aansluiting aan terrestrische grondslagelementen blijft de vervorming beperkt en de terrestrische precisie gehandhaafd. Bij aansluiting aan grafische grondslagelementen hebben de aansluitingspunten een beduidend lagere precisie dan de detailmeting. De inpassing in de digitale kaart kan dus tot een aanzienlijke vervorming van de detailmeting leiden. Voor de reconstructie van kadastrale grenzen wordt daarom bij voorkeur niet van de kadastrale kaart, maar van het onvervormde lokale stelsel gebruik gemaakt.

Aansluiting aan overige punten
Voor de aansluiting van de detailmeting kan in principe van elk punt gebruik worden gemaakt dat bij de detailopname is vastgelegd en al in de digitale kaart aanwezig is. Voor de bijhouding van de topografische of kadastrale kaart gaat de voorkeur echter uit naar het gebruik van grondslagelementen, vanwege de consistentie in relatieve precisie en

betrouwbaarheid. Bij het ontbreken van grondslagelementen dienen de aansluitingspunten te worden geselecteerd uit goed identificeerbare punten van de harde topografie. Ten behoeve van de toetsing en de kwaliteitsbeschrijving moet informatie over de precisie van de coördinaten aan de digitale kaart worden ontleend. Voorzichtigheid is hier geboden. Indien bekend is dat een punt ooit met een terrestrische precisie is vastgelegd, kan de precisie van de coördinaten toch beduidend slechter zijn doordat het punt is ingepast in de digitale kaart. Indien een dergelijk aansluitingspunt voldoet aan de selectie-eisen voor grondslagelementen kan het als zodanig worden geregistreerd.
In landelijk gebied zijn soms onvoldoende punten van de harde topografie voorhanden. Voor de aansluiting wordt dan wel gebruik gemaakt van lijnelementen. Bij de detailopname wordt een punt aangemeten aan een lijnelement (bijvoorbeeld een raster of kant van een sloot) dat al in de digitale kaart aanwezig is. Naast de precisie van de coördinaten speelt in dat geval ook de idealisatieprecisie een rol. In het algemeen kan worden gesteld dat, indien voorhanden, de voorkeur moet worden gegeven aan het gebruik van aansluitingspunten boven lijnelementen. Aansluiting op lijnelementen wordt verder niet in de HTW behandeld.

6.3.10 Kwaliteitsbeschrijving

Betrouwbaarheid
De betrouwbaarheid van de detailpunten wordt niet expliciet geregistreerd. De betrouwbaarheid moet zijn gewaarborgd doordat tijdens het meet- en verwerkingsproces de juiste procedures en controles zijn toegepast. Bij de vereffening van het vrije net kan een kwantitatieve indruk van de betrouwbaarheid van de detailmeting worden verkregen aan de hand van de genormaliseerde grenswaarden. Bij de aansluitingsvereffening wordt de betrouwbaarheid van de aansluitingspunten gekwantificeerd door de grenswaarden uitgedrukt in centimeters.

Precisie
De precisie van detailpuntenvelden wordt beschreven met een diagonaalmatrix, waarvan de elementen zijn samengesteld uit de precisie van de coördinaten, de zogenaamde puntprecisie, en de idealisatieprecisie (zie § 2.5). De idealisatieprecisie hoeft niet expliciet te worden geregistreerd indien deze uit de objectcodering kan worden afgeleid. Net als bij de toetsing en coördinaatberekening wordt ook bij de precisiebeschrijving onderscheid gemaakt tussen lokale stelsels en de digitale kaart.

Precisiebeschrijving van lokale stelsels
Kadastrale detailopnamen worden als lokaal stelsel gearchiveerd om reconstructie van kadastrale grenzen met een terrestrische precisie mogelijk te maken. De precisiebeschrijving van het lokale stelsel is nodig om bij het uitzetten van kadastrale grenzen de breedte van de betrouwbaarheidsstrook te kunnen bepalen (zie § 6.6).

De variantiematrix van de coördinaten uit de vereffening van het vrije net is gedefinieerd ten opzichte van de aangenomen rekenbasis. Een directe interpretatie en vergelijking van de precisie is dus niet mogelijk.

Het lokale stelsel is een onvervormde weergave van de detailmeting en heeft een terrestrische precisie. De precisie van de detailpunten wordt in hoge mate bepaald door de idealisatieprecisie. Het is niet nodig de uit de vereffening volgende puntprecisie expliciet te registreren. Zolang aan de eisen van controle is voldaan geeft de idealisatieprecisie

een bruikbare beschrijving van de precisie van de punten. De idealisatieprecisie van een kadastrale grens is meestal gelijk aan die van de topografie waaraan de grens is gerelateerd. Voor de puntprecisie kan de kenmerkende precisie van een detailpuntenveld uit terrestrische detailmeting worden gehanteerd (zie § 2.6.3).

Precisiebeschrijving van de digitale kaart

De precisiebeschrijving van de punten in de digitale kaart dient om de geometrische kwaliteit aan te kunnen geven van aan de kaart te ontlenen metrische gegevens, zoals maten en oppervlakten. Bovendien is het voor de inpassing van toekomstige bijhoudingsmetingen noodzakelijk om over gegevens met betrekking tot de precisie van de aansluitingspunten te beschikken.

De coördinaatberekening bij de aansluiting van een detailmeting aan de digitale kaart gebeurt door een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting. De variantiematrix van de punten na aansluiting kan worden berekend door toepassing van de voortplantingswet van de varianties op de formules voor de pseudo kleinste-kwadraten vereffening, waarbij ook de precisie van de aansluitingspunten in rekening wordt gebracht (vergelijk § 4.6.5). De precisie van de punten is dan gedefinieerd in het stelsel van de aansluitingspunten.

Bij inpassing van een detailmeting in een digitale kaart, ten behoeve van de bijhouding van de kadastrale kaart of GBKN, is de precisie van de coördinaten van de aansluitingspunten bepalend voor de uiteindelijke nauwkeurigheid. Indien wordt aangesloten aan punten met een terrestrische precisie, dus grondslagpunten of terrestrische grondslagelementen, dan behoudt de ingepaste detailmeting zijn hoge relatieve precisie. Wordt echter aangesloten aan punten met een grafische precisie, zoals grafische grondslagelementen, dan zal de oorspronkelijke terrestrische precisie van de detailmeting aanzienlijk verminderen. De variantie van de coördinaten van de ingepaste detailpunten zal dan de variantie van de coördinaten van de aansluitingspunten benaderen. Hetzelfde geldt voor de relatieve precisie tussen een punt uit de ingepaste detailmeting en een bestaand punt in de digitale kaart. De relatieve precisie tussen twee detailpunten uit de ingepaste detailmeting blijft in het algemeen wel vrij hoog.

Bij inpassing van een bijhoudingsmeting in een digitale kaart met een grafische precisie dient het precisiekenmerk van de detailpunten dus te worden aangepast om een realistische beschrijving van de nauwkeurigheid van de digitale kaart te behouden. Tegen een vermindering van precisie is overigens geen enkel bezwaar zolang aan de geometrische kwaliteitseisen van de digitale kaart wordt voldaan. Terrestrische detailmeting is dan strikt genomen een preciezere opnamemethode dan noodzakelijk voor de bijhouding van de digitale kaart. Voor terrestrische detailmeting is niettemin gekozen uit praktische overwegingen en omdat de reconstructie van kadastrale grenzen een terrestrische precisie vereist.

Een precisiekenmerk voor de ingepaste detailpunten kan worden afgeleid uit de variantiematrix van de coördinaten, na pseudo kleinste-kwadraten aansluiting en toepassing van de voortplantingswet. Per punt kan bijvoorbeeld de standaardellips worden berekend (zie § 3.2.9 en § 3.6.2), waarvan de lengte van de halve lange as als precisiemaat kan worden gehanteerd. In de variantiematrix is echter ook de idealisatieprecisie verdisconteerd, omdat deze deel uitmaakt van de precisiebeschrijving van detailmetingen. Een benadering voor de puntprecisie van een punt i kan dan worden verkregen als:

$$\sigma_i = \sqrt{a_i^2 - \bar{d}_i^2} \quad .$$

met:

σ_i de standaardafwijking van de resulterende puntprecisie van punt i;

a_i de lengte van de halve lange as van de puntstandaardellips van punt i;

$\overline{d}_i$ de standaardafwijking van de idealisatie van punt i.

De puntprecisie kan (afgerond op hele centimeters) als precisiekenmerk worden geregistreerd per punt of puntenveld. In het laatste geval kan als c_0 van het puntenveld de gemiddelde σ_i^2 worden genomen. Ook kan de puntprecisie worden gebruikt om het punt, of een puntenveld, te rangschikken in een klasse-indeling.
Indien de precisie van de detailpunten na inpassing in de digitale kaart niet expliciet wordt berekend, kan men niet anders dan voor deze punten het precisiekenmerk van de aansluitingspunten overnemen (zie § 2.6.3). In het algemeen wordt dan een te pessimistisch beeld van de precisie verkregen.

6.3.11 Kwaliteitscontrole

De kwaliteitscontrole van detailmetingen houdt in dat van een opgeleverd detailpuntenveld wordt vastgesteld of het aan de gestelde kwaliteitseisen voldoet. De controle beperkt zich hier tot de geometrische kwaliteit. Andere aspecten van kwaliteitscontrole, zoals controle op volledigheid, juistheid van objectcodering en semantische informatie worden niet besproken.

De geometrische kwaliteit van detailmetingen moet in de eerste plaats zijn gewaarborgd door toepassing van het gecontroleerde meet- en verwerkingsproces, zoals beschreven in de voorgaande paragrafen. Een belangrijke kwaliteitscontrole wordt dus gevormd door de verificatie of dit proces op de juiste wijze is uitgevoerd en of de toetsing naar tevredenheid is verlopen.

Voor een expliciete controle van een opgeleverd produkt (een lokaal stelsel coördinaten of een digitale kaart), staan een aantal middelen ter beschikking:

- Een snelle controle bestaat uit een visuele inspectie van het opgeleverde produkt. Een (proef)tekening kan zelfstandig worden bekeken, of worden vergeleken met het veldwerk. Het menselijk oog is betrekkelijk gevoelig voor inconsistenties in bijvoorbeeld haaksheid en evenwijdigheid van lijnelementen. Met een visuele inspectie kan ten dele ook de juistheid van coderingen en semantische informatie worden gecontroleerd.
- Bij de oplevering van een digitale kaart kan een systematische kaartverificatie worden toegepast, zoals beschreven in § 9.3. Zo'n aanpak verdient vooral aanbeveling indien een omvangrijk bestand door derden wordt aangeleverd. De geometrische kaartverificatie kan efficiënt worden gecombineerd met verificatie van de objectcodering en semantische informatie.
- Bij de bijhouding van een digitale kaart is vooral een controle op de aansluiting van belang. Een controle op de toetsing van de aansluiting zegt iets over de kwaliteit van zowel de detailmeting als de bestaande digitale kaart. Zo kan eenvoudig worden nagegaan welke aansluitingspunten zijn gebruikt, welke precisie hiervoor is aangenomen en welke aansluitingspunten eventueel zijn verworpen en verwijderd. Eventueel kan de aansluiting worden herberekend.
  De resultaten van de aansluiting kunnen tot de conclusie leiden dat de kwaliteit van de digitale kaart ter plaatse structureel niet aan de gestelde eisen voldoet. Verbetering van de digitale kaart door kaartvernieuwing is dan noodzakelijk.

6.4 Detailmeting met GPS

In deze paragraaf wordt een beknopte behandeling gegeven van het gebruik van GPS-metingen voor het opnemen of uitzetten van de ligging van detailpunten. De methoden en technieken voor detailmeting met GPS zijn nog in ontwikkeling. Voor een volledig overzicht van de regels voor de meting en verwerking van detailpunten met behulp van GPS ontbreekt nog de nodige praktische ervaring. De inhoud van deze paragraaf heeft daarom nog een voorlopig karakter. De algemene aspecten van het Global Positioning System en GPS-metingen staan beschreven in § 5.4 en appendix C, terwijl de algemene aspecten van detailmeting zijn behandeld in de voorgaande paragrafen van dit hoofdstuk.
In een aantal gevallen kan GPS-detailmeting in de plaats treden van tachymetrie als primaire methode voor de detailmeting. De keuze tussen detailmeting met behulp van tachymetrie of GPS is hoofdzakelijk gebaseerd op afwegingen van efficiëntie. De regels ten aanzien van de vastlegging van detailpunten en de vereiste geometrische kwaliteit zijn onafhankelijk van de meetmethode. Ook het verwerkingsproces van GPS-detailmeting is in hoge mate gelijk aan dat van terrestrische detailmeting. Afgezien van de meetmethode-afhankelijke aspecten is veel van het gestelde in § 6.3 dan ook van toepassing op GPS-detailmetingen.

6.4.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Doelstelling
De doelstelling van GPS-detailmeting is niet anders dan die van terrestrische detailmeting: het vastleggen van de ligging van topografische of kadastrale objecten, dan wel het reconstrueren of uitzetten van de ligging van deze objecten in het terrein. Daarbij is in de eerste plaats de relatieve ligging van de objecten ten opzichte van elkaar van belang. Bij de opname van detailpunten gaat de detailmeting gepaard met registratie van objectgegevens en semantische informatie.
Als methode van detailmeting kan de GPS-detailmeting vergelijkbaar en uitwisselbaar worden gesteld met tachymetrie. Bij beide methoden vindt automatische registratie van de metingen plaats, waaraan digitale registratie kan worden gekoppeld van object- en tekencodering. Beide methoden leggen de relatieve ligging van een detailpunt volledig vast, bij tachymetrie door de voerstraal ten opzichte van het opstelpunt en bij GPS-detailmeting door de basislijn ten opzichte van de referentie-ontvanger.

Groot voordeel van GPS-detailmeting boven tachymetrie is dat geen onderling zicht nodig is tussen de referentie-ontvanger en de mobiele ontvanger (rover). De afstand tussen referentie-ontvanger en mobiele ontvanger mag groot zijn, tot maximaal 10 kilometer. Dat betekent dat met één opstelling van de referentie-ontvanger een omvangrijk gebied kan worden opgenomen. Bij voerstraalmeting is de reikwijdte rond het opstelpunt vanwege het noodzakelijke onderlinge zicht beperkt tot ongeveer 500 meter, maar meestal veel minder vanwege terreinomstandigheden en de op te nemen objecten. Om een gebied op te meten zijn dan verschillende opstelpunten nodig, die door metingen onderling dienen te worden verbonden.
Voor GPS-meting is echter vrij zicht naar boven noodzakelijk vanaf de GPS-antenne. Dat houdt in dat boven de 15 graden elevatie het grootste deel van de hemel vrij van obstakels moet zijn. Daarmee kunnen problemen ontstaan bij meting in gebieden met bebouwing of bebossing en is GPS dus minder geschikt voor de opmeting van bebouwing. Voor het aanmeten van bebouwing zal veelal van een excentrische opstelling gebruik moeten worden gemaakt.

Voor detailmeting zijn tachymetrie en GPS in zekere zin complementaire meetmethoden. In bebouwd gebied, met een groot aantal op te nemen detailpunten per opstelpunt, zal tachymetrie de aangewezen methode zijn. In open terrein zal GPS-detailmeting efficiënter zijn indien weinig bebouwing wordt opgenomen, zeker als de detailpunten met een lage dichtheid over een groot gebied zijn verspreid.

Toepassingen
GPS-detailmeting kent de volgende toepassingen binnen de kadastrale werkzaamheden:

Vervaardiging van digitaal kaartmateriaal
GPS-detailmeting kan uitstekend worden toegepast voor de vervaardiging van topografisch en kadastraal kaartmateriaal in landelijk gebied. Ten opzichte van een enkele referentie-ontvanger kan met verschillende mobiele ontvangers een groot gebied worden opgenomen. Met twee referentie-ontvangers vindt gecontroleerde opname plaats. Ook in niet te dicht bebouwd gebied kan met GPS-detailmeting zachte topografie worden opgenomen, ter aanvulling van een bestand met harde topografie.

Bijhouding van topografische en kadastrale bestanden
Met name in landelijk gebied kan GPS-detailmeting worden ingezet voor de bijhouding van de digitale topografische kaart, voor zover het geen bebouwing betreft. Hetzelfde geldt voor kadastrale bijhouding. Wel zullen omliggende bestaande punten uit de kaart als aansluitingspunt moeten worden opgenomen, zodat een goede lokale aansluiting aan de digitale kaart mogelijk is. Bij aktepostmeting dienen bovendien de nabijheidsrelaties te worden vastgelegd tussen de nieuwe kadastrale grenzen en de (harde) topografie en bestaande grenzen.

Uitzetten van grenzen en kavels
GPS-detailmeting kan ook worden toegepast voor het uitzetten van kavelgrenzen in landinrichtingsprojecten en het uitzetten van kavels in uitbreidingsplannen (zie § 6.6). In de regel betreft dit immers punten in open gebied.

Uitgangspunten
Voor detailmeting moet GPS worden gezien als een lokale meetmethode, ondanks dat het een satelliet-plaatsbepalingssysteem betreft waarmee grote afstanden met een hoge precisie kunnen worden overbrugd. De algemene uitgangspunten voor detailmeting uit § 6.1 zijn ook van toepassing bij detailmeting met behulp van GPS:

- Punten van hetzelfde object of van nabijgelegen objecten dienen met een goede relatieve precisie te worden vastgelegd. Dat is mogelijk door basislijnen te bepalen ten opzichte van dezelfde referentie-ontvanger(s), of door aanvullend met behulp van de meetband de onderlinge afstand (kortgesloten maat) te bepalen tussen nabijgelegen detailpunten. De bepaling van nabijheidsrelaties is met name belangrijk bij de vastlegging van kadastrale grenzen ten opzichte van de topografie.
- Voor de bijhouding van topografisch of kadastraal kaartmateriaal is een goede aansluiting noodzakelijk van de bijhoudingsmeting aan de bestaande digitale kaart. Om dit te bewerkstelligen dienen, net als bij terrestrische bijhoudingsmetingen, voldoende bestaande lokale punten uit de digitale kaart als aansluitingspunt te worden gemeten. Bij GPS-detailmeting verdient de selectie van aansluitingspunten de nodige zorg omdat grondslagelementen, veelal gevormd door hoekpunten van de bebouwing, slecht geschikt zijn voor GPS-meting.
- De kwaliteitseisen die worden gesteld aan de vastlegging van de verschillende soorten detailpunten en voor de verschillende produkten van detailmeting zijn gelijk aan die

bij terrestrische detailmeting (zie § 6.3.1). In het kort houdt dat in dat het opnemen en uitzetten van kadastrale grenzen en de belangrijkste punten van de harde topografie gecontroleerd moet plaatsvinden. Hetzelfde geldt voor de aanmeting van aansluitingspunten. Voor vervaardiging en bijhouding van topografisch kaartmateriaal zijn de precisie-eisen afhankelijk van de specificaties van de digitale kaart. Voor de kadastrale kaart is een gratische precisie voorgeschreven. Wegens de reconstructie-doelstelling dienen kadastrale grenzen met een precisie te worden vastgelegd en uitgezet die overeenkomt met de idealisatieprecisie van de betrokken terreinelementen.

Daarnaast gelden de volgende, min of meer vanzelfsprekende, randvoorwaarden voor GPS-meting (zie § 5.4.3):
- De detailpunten dienen in meerderheid geschikt te zijn voor GPS-meting. Dit geldt tevens voor de aansluitingspunten.
- Het GPS-systeem dient goed te functioneren. Van minimaal 4 goed werkende satellieten moeten de signalen kunnen worden ontvangen.
- Er dienen ontvangers en programmatuur beschikbaar te zijn voor GPS-fasemeting met een korte meettijd op de detailpunten.

6.4.2 Procesbeschrijving

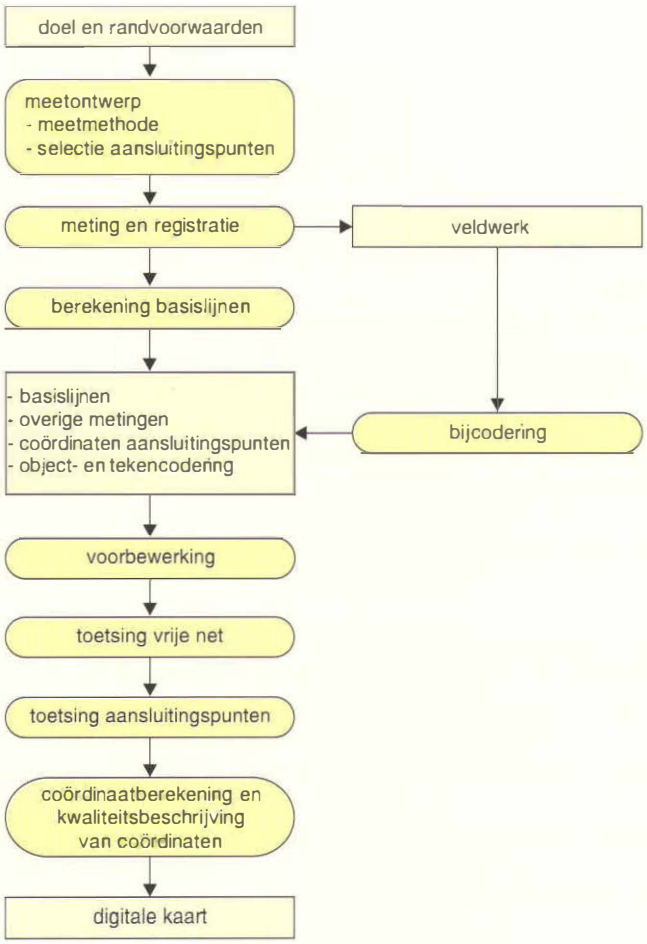
Het meet- en verwerkingsproces van detailmeting met GPS is weergegeven in figuur 6.30. Het proces kent grote overeenkomsten met dat van terrestrische detailmeting (§ 6.3.2), met dien verstande dat de berekening van de basislijnen als stap is toegevoegd. In deze paragraaf worden de stappen van het proces toegelicht, voor zover deze afwijken van de procesbeschrijving van terrestrische detailmetingen.

Doel en randvoorwaarden
De doelstelling en randvoorwaarden van detailmeting met GPS zijn in de vorige paragraaf aangegeven. Met name de terreinsituatie en puntdichtheid zijn van invloed op de beslissing om GPS als primaire meetmethode in te zetten.

Meetontwerp
Het meetontwerp bestaat uit de volgende onderdelen:
- keuze van de GPS-meet- en verwerkingsmethode;
- keuze van de positie van één of meer referentie-ontvangers;
- selectie van de aansluitingspunten;
- keuze van de methoden voor aanvullende metingen en controle.

Voor detailmeting in het kader van kadastrale bijhouding is een precisie van de basislijnen noodzakelijk die overeen komt met de idealisatieprecisie van de op te nemen of uit te zetten detailpunten. Voor vervaardiging of bijhouding van digitaal kaartmateriaal zijn de specificaties van de betreffende kaart maatgevend. Daarnaast dient de meettijd zodanig kort te zijn dat de GPS-antenne bijvoorbeeld slechts 10 seconden boven het detailpunt hoeft te worden gecentreerd. Dat betekent dat voor GPS-detailmeting een (semi-) kinematische meetmethode wordt gebruikt (zie appendix C).

Omdat geen onderlinge zichtbaarheid van de GPS-ontvangers nodig is en een hoge precisie van de basislijnen kan worden bereikt, is er grote vrijheid ten aanzien van het meetontwerp. De detailpunten kunnen in de meest efficiënte volgorde worden opgemeten.



Figuur 6.30: Procesbeschrijving van GPS-detailmeting.

In het geval van topografische of kadastrale bijhoudingsmetingen worden de nabijheidsrelaties vastgelegd tussen nieuwe en bestaande topografische elementen en kadastrale grenzen door punten van bestaande objecten als aansluitingspunt op te nemen. De bijhouding van de digitale kaart vindt dan plaats door een aansluitingsvereffening.

Afhankelijk van het soort op te nemen of uit te zetten detailpunt dient de GPS-detailmeting te worden gecontroleerd. Aangezien GPS-detailmeting zich niet goed leent voor de opname van bebouwing, geldt de controle-eis met name voor het uitzetten van bebouwing en het vastleggen en uitzetten van kadastrale grenzen. Voor deze controle zijn er verschillende mogelijkheden:

- door basislijnen ten opzichte van meer dan één referentie-ontvanger te bepalen;
- door het punt twee maal onafhankelijk met de GPS-ontvanger te bezoeken;
- door de GPS-detailmeting te completeren met terrestrische detailmetingen;
- door extra punten met GPS-detailmeting vast te leggen, zodanig dat controle kan plaatsvinden aan de hand van geometrische relaties tussen de punten, bijvoorbeeld door 3 punten van een lijnelement te meten of van evenwijdige lijnelementen elk 2 punten te bepalen.

Regels ten aanzien van het meetontwerp worden gegeven in de volgende paragraaf.

Meting en registratie

De GPS-fasemetingen worden automatisch geregistreerd en verwerkt door de GPS-ontvanger. Net als bij de terrestrische detailopname zullen naast de metingen gegevens worden geregistreerd betreffende de opgenomen objecten, zoals object- en tekencodering. De opgemeten situatie wordt op een veldwerk weergegeven, waarbij ook de controles worden aangetekend.

Berekening basislijnen
Uit de gelijktijdige GPS-fasemetingen van beide GPS-ontvangers worden als afgeleide waarnemingsgrootheden de drie-dimensionale coördinaatverschillen berekend van de basislijn tussen de referentie-ontvanger en de mobiele ontvanger (zie appendix C). Dit kan na afloop van de meting plaatsvinden (post-processing) of, indien er van een communicatie-verbinding gebruik wordt gemaakt, direct bij de meting van het detailpunt. De laatste methode heeft bij detailmeting de voorkeur, omdat dan kan worden aangegeven wanneer de GPS-antenne lang genoeg boven het detailpunt is geplaatst om de basislijn voldoende nauwkeurig te bepalen. Voor het uitzetten van punten is onmiddellijke berekening van de basislijn in het terrein essentieel.

Voorbewerking en vereffening van het vrije net
De verwerkingsstappen van de GPS-detailmeting zijn afhankelijk van de toepassing en de mate waarin gecontroleerde meting heeft plaatsgevonden. Omdat bij kadastrale werkzaamheden de hoogte geen rol speelt, is de berekening betrekkelijk eenvoudig en kan de verwerking ten dele in het twee-dimensionale RD-stelsel plaatsvinden.

Indien de detailpunten eenmalig met GPS zijn bepaald ten opzichte van een enkele referentie-ontvanger, kunnen uit de basislijnen direct coördinaten in WGS84 (ETRS89) worden berekend. Toepassing van de transformatie van ETRS89 naar RD, met behulp van de formules uit § 2.4.2, resulteert dan in coördinaten in RD. Bij de transformatie hoeft geen rekening te worden gehouden met de antennehoogte en geoïdehoogte, zolang men niet in de hoogte van de detailpunten is geïnteresseerd. De resulterende coördinaten moeten worden opgevat als een naar RD getransformeerd lokaal stelsel ten opzichte van de referentie-ontvanger. In het geval van gecontroleerde detailmeting vindt deze berekening plaats bij de voorbewerking ter bepaling van benaderde coördinaten ten behoeve van de vereffening.
Bij gecontroleerde GPS-detailmeting zijn de detailpunten meermalen met de GPS-ontvanger bezocht of zijn de basislijnen ten opzichte van twee of meer referentie-ontvangers gemeten. Het netwerk van basislijnen dient dan als vrij net te worden vereffend en getoetst. Met de toetsing worden fouten opgespoord in de berekende basislijnen en in de identificatie van meermalen aangemeten detailpunten. Na vereffening vindt transformatie naar RD plaats. In het geval van aktepostmeting wordt het uit de vrije netvereffening berekende lokale stelsel opgeslagen in het reconstructiebestand.

Indien de GPS-detailmeting is gecombineerd met terrestrische metingen ter aanvulling of controle, dient te worden gestreefd naar een integrale vereffening van GPS- en terrestrische metingen. Hiervoor staan twee methoden ter beschikking:

- Net als bij terrestrische metingen kunnen de GPS-basislijnen, terrestrische metingen en aansluitingspunten worden geïntegreerd in één model waaruit de coördinaten met behulp van een kleinste-kwadraten vereffening worden opgelost. Deze methode is optimaal maar vereist geavanceerde programmatuur voor de integratie van twee- en drie-dimensionale waarnemingsgrootheden en coördinaten.
- Omdat voor kadastrale werkzaamheden slechts de planimetrische coördinaten van belang zijn, kunnen de terrestrische metingen ook worden gecombineerd met de uit de GPS-basislijnen berekende RD-coördinaten. Na de vrije netvereffening van de GPS-metingen met als resultaat een naar RD getransformeerd lokaal stelsel coördinaten, vindt dan een vereffening plaats van dit lokale stelsel met de terrestrische metingen, alsmede de aansluiting van het lokale stelsel aan bekende punten.

Aansluiting
Bij GPS-detailmeting ten behoeve van kaartvervaardiging wordt de GPS-detailmeting aangesloten aan de grondslagpunten, welke in de regel ook met GPS-grondslagmeting zullen zijn bepaald. Aansluiting kan plaatsvinden uitgaande van GPS-basislijncomponenten in WGS84 of van het lokale stelsel coördinaten uit de vereffening van het vrije net in (benaderd) RD. Op basis van een kleinste-kwadraten vereffening vindt toetsing van de aansluitingspunten plaats. De coördinaatberekening is gebaseerd op een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting.
Bij GPS-detailmeting ten behoeve van de bijhouding van de topografische of kadastrale kaart dient een goede aansluiting te worden gerealiseerd van de detailmeting aan de bestaande omliggende elementen van de digitale kaart. Daartoe worden als onderdeel van de GPS-detailmeting bestaande punten als aansluitingspunt bepaald.

6.4.3 Meetontwerp

GPS is vooral interessant indien het als primaire methode van detailmeting fungeert. Dat houdt in dat het merendeel van de detailpunten met GPS wordt vastgelegd en dat slechts ter aanvulling en controle van terrestrische metingen gebruik hoeft te worden gemaakt. Bij GPS-detailmeting is geen sterkteberekening van het meetontwerp nodig, voorafgaande aan de meting. Het meetontwerp wordt bepaald door de terreinsituatie en de op te nemen objecten, waarbij de toepassing van vuistregels een voldoende geometrische kwaliteit moet waarborgen.
In deze paragraaf worden regels gegeven voor de GPS-meting, de aanmeting van detailpunten en aansluitingspunten met GPS en de verwerking van de meting. Daarbij wordt regelmatig verwezen naar hetgeen eerder aan ontwerpregels is gegeven ten aanzien van het ontwerp van GPS-grondslagmetingen (§ 5.4.3) en ten aanzien van terrestrische detailmeting (§ 6.3.3).

Vuistregels voor de GPS-meting
In § 5.4.3 zijn algemene vuistregels gegeven ten aanzien van de geschiktheid van punten voor GPS-meting, de GPS-ontvanger en -antenne en de GPS-meting. Deze regels zijn in grote lijnen ook van toepassing op GPS-detailmeting. Voor detailmeting wordt van speciale GPS-apparatuur gebruik gemaakt, met een compacte lichte mobiele ontvanger en een kleine antenne op een staaf met instelbare antennehoogte.

Voor een efficiënte detailmeting dient precieze bepaling van de basislijn mogelijk te zijn met een korte positionering van de GPS-antenne op het detailpunt (bijvoorbeeld 10 seconden). Voor GPS-detailmeting wordt daarom GPS-fasemeting verricht met een (semi-)kinematische meetmethode. Daarbij worden de meerduidigheden vastgehouden bij verplaatsing tussen detailpunten door een continue ontvangst van het GPS-signaal. Bij signaalverlies door bijvoorbeeld obstakels die het zicht naar boven afdekken moet dan een snelle nieuwe bepaling van de meerduidigheden plaatsvinden. Daarom worden hoge eisen gesteld aan de snelle bepaling van de fase-meerduidigheden met behulp van een kort-statische of 'on-the-fly' meetmethode (zie appendix C). Er dient lang genoeg op een detailpunt te worden gemeten om de meerduidigheden met voldoende zekerheid te bepalen.

De basislijnen kunnen in principe achteraf worden berekend als de meetgegevens van de mobiele en referentie-ontvanger(s) zijn samengebracht (post-processing). Met een communicatie-verbinding tussen de referentie-ontvanger en de mobiele ontvanger(s) is het mogelijk de meetgegevens van de referentie-ontvanger over te zenden naar de mobiele ontvanger, zodat de basislijn direct op het detailpunt kan worden berekend. Bij detailmeting is dit efficiënt omdat dan kan worden gesignaleerd wanneer de basislijn (de meerduidigheden) voldoende precies is bepaald. De meetduur boven een detailpunt kan dan zo kort mogelijk worden gehouden.

Ontwerpregels

Meetopzet en plaatsing referentie-ontvanger

De meetopzet voor GPS-detailmeting is vergelijkbaar met de sternetstructuur voor GPS-grondslagmeting. Eén of meer referentie-ontvangers meten gedurende de hele detailopname vanaf een vaste positie. Met één of meer mobiele GPS-ontvangers worden de detailpunten bezocht. Om in korte tijd nauwkeurige basislijnen te kunnen bepalen dient de afstand tot de referentie-ontvanger maximaal 10 kilometer te zijn, zodat in het model voor de bepaling van de basislijnen een gelijke atmosferische vertraging voor beide ontvangers kan worden aangenomen. Bovendien kan een eventuele communicatieverbinding tussen de referentie-ontvanger en mobiele ontvanger(s) een beperking opleggen aan hun onderlinge afstand.

De plaats van de referentie-ontvanger dient zodanig te worden gekozen dat ongestoorde GPS-meting verzekerd is gedurende de gehele detailopname. Hiertoe moeten de ontwerpregels voor GPS-grondslagpunten uit § 5.4.3 in acht worden genomen. Voor de plaatsing van de referentie-ontvanger zijn er verschillende mogelijkheden:

- plaatsing op een nabijgelegen kernnetpunt of grondslagpunt;
- een semi-permanent lokaal referentiestation, bijvoorbeeld op het dak van een kantoor;
- een willekeurige (vrije) opstelling in het gebied van de detailmeting.

Het is in elk geval van belang dat het een voorde landmeter goed bereikbare plek is, waar de ontvanger onbeheerd kan worden achtergelaten.

Aanmeting van topografie

Voor GPS-detailmeting dienen dezelfde regels te worden gehanteerd ten aanzien van de vastlegging van de detailpunten als bij terrestrische detailmeting. Dat betekent dat de belangrijkste punten van de harde topografie, voorzover te meten met behulp van GPS, door onafhankelijke meting moeten worden gecontroleerd. Dit geldt voor punten die in aanmerking komen voor toekomstige selectie als aansluitingspunt of als reconstructiepunt voor kadastrale grenzen. Voor gecontroleerde detailmeting staan de volgende mogelijkheden ter beschikking:

- Door gebruik te maken van twee referentie-ontvangers wordt elk detailpunt door twee onafhankelijke basislijnen vastgelegd. Een instrumentele fout van de mobiele ontvanger kan op deze wijze echter niet altijd worden opgespoord.
- Door de te controleren detailpunten twee maal met de mobiele GPS-ontvanger te bezoeken.
- Door het meten van controlematen.
- Door van rechte lijnelementen 3 punten met GPS-detailmeting vast te leggen, waarna controle plaats kan vinden op basis van de voorwaarde van collineariteit.

Vooralsnog is de belangrijkste toepassing van GPS-detailmeting de vervaardiging en bijhouding van digitaal kaartmateriaal in open gebied. Daarbij zullen de meeste punten met

behulp van een ongecontroleerde basislijn kunnen worden vastgelegd. Immers, voor de zachte topografie volstaat een controle door visuele inspectie van een proeftekening op basis van topologische relaties en geometrische relaties als haaksheid, evenwijdigheid en collineariteit.
Indien al een digitale kaart van de harde topografie beschikbaar is, kan GPS-detailmeting worden ingezet bij de opname van zachte topografie ter aanvulling van het bestand. Daarbij moet bijzondere aandacht worden besteed aan de relatieve precisie tussen de al in het bestand aanwezige harde topografie en de nieuw gemeten zachte topografie. Men is immers in de eerste plaats geïnteresseerd in de relatieve ligging van de zachte topografie ten opzichte van de naburige harde topografie. Net als bij een bijhoudingsmeting zal men deze relatie moeten bewerkstelligen door het meten van voldoende lokale aansluitingspunten en/of aanvullende meting van blok- en relatiematen.

Aanmeting van kadastrale grenzen
Kadastrale grenzen dienen gecontroleerd te worden vastgelegd. Bij GPS-detailmeting staan hiervoor dezelfde mogelijkheden ter beschikking als hierboven genoemd voor de gecontroleerde opname van de topografie. Ten behoeve van de reconstructie is het bovendien noodzakelijk dat de nabijheidsrelaties tussen de nieuwe kadastrale grenzen en de topografie gecontroleerd worden vastgelegd. Net als bij terrestrische detailmeting kunnen hiertoe aanvullende kortgesloten maten worden gemeten.

Aanmeting van aansluitingspunten
Voor de aansluiting van de detailmeting dienen minimaal 3 aansluitingspunten te worden gebruikt. Bij aansluiting op 4 of meer punten kunnen fouten niet alleen worden ontdekt maar ook worden opgespoord. In het geval van kaartvervaardiging zijn aansluitingspunten in de regel punten van de (GPS-)detailgrondslag. De aansluitingspunten dienen gecontroleerd te worden gemeten. Hiervoor staan dezelfde mogelijkheden ter beschikking als voor de gecontroleerde opname van topografie.

Voor bijhoudingsmetingen dient de aansluiting bovendien voor een goede relatieve precisie te zorgen tussen de bijhoudingsmeting en de bestaande elementen in de digitale kaart. De aansluitingspunten dienen daarom omliggende bestaande punten uit de digitale kaart te zijn. Bij terrestrische bijhoudingsmetingen zijn grondslagelementen de aangewezen aansluitingspunten. Voor zover dit hoeken van de bebouwing betreft zijn grondslagelementen minder geschikt voor GPS-meting. Voor de lokale aansluitingspunten kan gebruik worden gemaakt van:

- Grondslagelementen of andere goed identificeerbare punten van de harde topografie die geschikt zijn voor GPS-meting, dat wil zeggen dat de afscherming door bijvoorbeeld bebouwing een snelle en betrouwbare GPS-meting niet in de weg mag staan.
- Grondslagelementen of andere goed identificeerbare punten van de bebouwing die met behulp van een excentrische opstelling als aansluitingspunt kunnen worden gemeten. Een excentrische opstelling vereist aanvullende metingen en coderingen die de efficiëntie van de detailmeting en de verwerking niet ten goede komen.
- Goed identificeerbare punten van de zachte topografie waarvan de geometrische kwaliteit in de digitale kaart bekend is. In aanmerking kunnen bijvoorbeeld komen: straatkolken, knikpunten in stoepbanden en rasters.
- Lokale grondslagpunten, voor zover het punten van recent gemeten (detail)grondslagen betreft die in de digitale kaart zijn opgenomen. Het gebruik van oude grondslagpunten moet worden vermeden.
- Lijnelementen zoals stoepbanden, kanten van verharding, greppels en slootkanten. Hiervan kan met name in landelijk gebied gebruik worden gemaakt. Aansluiting aan lijnelementen vergt wel een bijzondere aansluitingsvereffening.

Regels voor de toetsing en coördinaatberekening
Voor de verwerking van de GPS-metingen wordt verwezen naar de vuistregels voor de berekening en toetsing in § 5.4.3. De basislijnberekening zal bij GPS-detailmeting in veel gevallen al in het terrein plaatsvinden. Bij gecontroleerde GPS-detailmeting dient een netwerkvereffening van de basislijnen plaats te vinden, bestaande uit de volgende drie stappen:
1 vereffening van het vrije net en toetsing van de basislijnen;
2 toetsing van de aansluitingspunten op grond van een kleinste-kwadraten aansluiting;
3 coördinaatberekening met behulp van een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting.
Het functie- en kansmodel en de verschillende verwerkingsstappen zijn beschreven in § 5.4.

Aanvullende terrestrische controlemetingen moeten bij de vereffening en toetsing worden betrokken. Indien de terrestrische metingen niet in het veld digitaal zijn geregistreerd zullen ze achteraf moeten worden bijgecodeerd. Indien de detailopname een combinatie bevat van GPS-detailmeting en terrestrische metingen, heeft een integrale vereffening en toetsing van alle metingen de voorkeur (zie hiervoor ook § 6.3.3.4). Het is ook mogelijk de terrestrische metingen pas in tweede instantie, na de verwerking van de GPS-basislijnen, te vereffenen met het uit de GPS-metingen berekende naar RD getransformeerde lokale stelsel.

Net als bij terrestrische detailmeting dient bij GPS-detailmeting de idealisatieprecisie van de opgenomen detailpunten in rekening te worden gebracht bij de toetsing en kwaliteitsbeschrijving. Hiertoe dient de idealisatieprecisie samen met de meetprecisie te worden verdisconteerd in de variantiematrix van de waarnemingsgrootheden (zie ook § 6.3.5).

6.5 Groottebepaling

6.5.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Begrippen
Onder groottebepaling wordt verstaan de berekening van de oppervlakte van een perceel uit meetgegevens of uit de coördinaten van de perceelsgrenzen. De grootte van een kadastraal perceel is vooral van belang ten behoeve van de waardebepaling van onroerend goed. De berekende grootte wordt vergeleken met de grootte die staat vermeld in de overdrachtsakte of in de kadastrale registratie.

De grootte van een perceel omvat een beschrijving van de oppervlakte en eventueel de afmetingen (lengte, breedte). De oppervlakte van een kadastraal perceel wordt veelal uitgedrukt in hectaren (10 000 m^2), aren (100 m^2) en centi-aren (m^2). De berekende grootte is de grootte zoals deze wordt berekend uit meetcijfers of coördinaten.
De berekende grootte van één of meer kadastrale percelen kan worden vergeleken met de kadastrale grootte, de oppervlakte zoals vermeld in de kadastrale registratie. Indien berekende en kadastrale grootte onderling teveel afwijken dient de kadastrale grootte te worden geredresseerd. Voor het toegestane verschil worden toleranties gegeven.
Bij een nieuw gevormd perceel wordt de door het Kadaster vastgestelde grootte tevens vergeleken met de grootte zoals vermeld in de notariële overdrachtsakte. Bij afwijking zal eventueel rectificatie van de akte moeten plaatsvinden. Ook hiervoor zijn toleranties vastgesteld.

Doel van kadastrale grootteberekening

In de HTW ligt de nadruk op de grootteberekening van kadastrale percelen. Grootteberekening vindt primair plaats bij de verwerking van aktepostmetingen na wijziging van perceelsgrenzen. De kadastrale grootte van nieuw gevormde percelen dient te worden bepaald ten behoeve van vastlegging van dit gegeven in de kadastrale registratie. De som van de berekende groottes van de nieuw gevormde percelen moet overeenstemmen met de som van de kadastrale groottes van de vervallen percelen. Bovendien dient de door het Kadaster vastgestelde grootte binnen bepaalde grenzen in overeenstemming te zijn met de in de akte vermelde grootte.
Grootteberekening vindt tevens plaats als onderdeel van het proces van kaartvernieuwing. De uit de nieuwe kadastrale kaart berekende groottes dienen dan binnen bepaalde grenzen in overeenstemming te zijn met de bestaande kadastrale groottes. Kaartvernieuwing is bij uitstek de gelegenheid om de kadastrale groottes in overeenstemming te brengen met de digitale kadastrale kaart.
Bij de landinrichting is grootteberekening een essentieel onderdeel van de waardeberekening. Na afloop van een landinrichtingsproject worden de nieuwe groottes vastgesteld.

Nauwkeurigheid van de grootteberekening

De grootteberekening van kadastrale percelen kan met een grafische precisie plaatsvinden, dus gebaseerd op de kwaliteitseisen van de kadastrale kaart. Voor de kadastrale grootteberekening dient gebruik te worden gemaakt van gecontroleerde coördinaten of meetgegevens. Hieraan zal in de praktijk zijn voldaan aangezien aan de vervaardiging en bijhouding van de kadastrale kaart gecontroleerde metingen ten grondslag liggen.
In § 6.5.4 worden formules gegeven voor de berekening van de oppervlakte uit de coördinaten van de omtrekspolygoon en voor de standaardafwijking van de berekende oppervlakte. De precisie waarmee de grootte kan worden berekend hangt af van de grootte en vorm van het perceel, het aantal punten waardoor de omtrek wordt beschreven en hun punt- en idealisatieprecisie. Uitgaande van coördinaten in een lokaal stelsel, met een terrestrische puntprecisie, kan vanzelfsprekend een nauwkeuriger oppervlakteberekening plaatsvinden dan op basis van coördinaten uit een digitale kaart met een grafische puntprecisie.

Eisen aan de aktepostmeting

Bij inmeting van een nieuw gevormde perceelsgrens wordt vaak niet de gehele perceelsomtrek in één lokaal stelsel vastgelegd. De grootte mag dan worden bepaald na aansluiting van het lokale stelsel aan de digitale kaart. De precisie van de berekende oppervlakte is in dat geval afhankelijk van de precisie van de digitale kaart.
Eventueel kan de grootte met een terrestrische precisie worden berekend door het nieuwe lokale stelsel te combineren met lokale stelsels van de overige perceelsgrenzen uit het reconstructiebestand. Dit is echter een bewerkelijke aanpak.

Bij geheel nieuw gevormde percelen kan de detailmeting zodanig worden opgezet dat de grootteberekening met een terrestrische precisie kan plaatsvinden. Bij analoge vastlegging met meetbandmetingen moeten zodanige maten worden bepaald dat de oppervlakte daaruit rechtstreeks kan worden afgeleid. Bij opname met de voerstraalmethode moeten uit de meting de omtrekscoördinaten in één lokaal stelsel kunnen worden berekend.

Vanwege de eis dat kadastrale grenzen gecontroleerd worden ingemeten, is de berekening van de kadastrale grootte gebaseerd op gecontroleerde coördinaten.

Toleranties voor redressering en rectificatie

Redressering van de in de kadastrale registratie vermelde grootte is verantwoord als het (absolute) verschil tussen de berekende grootte en de kadastrale grootte meer is dan twee keer de standaardafwijking van de berekende oppervlakte. Indien de standaardafwijking van de oppervlakte niet wordt berekend, bijvoorbeeld omdat de oppervlakte niet uit coördinaten wordt bepaald of indien informatie over de punt- of idealisatieprecisie ontbreekt, kan voor redressering gebruik worden gemaakt van de toleranties, zoals vermeld in tabel 6.1.

precisieklasse	tolerantie (in centi-are)
terrestrisch	$\sqrt{a}$
grafisch, bebouwd gebied	$5\sqrt{a}$
grafisch, landelijk gebied	$10\sqrt{a}$

Tabel 6.1: Toleranties voor de redressering als de standaardafwijking van de oppervlakte niet bekend is (met a de oppervlakte in aren).

Redressering vindt uitsluitend plaats indien de nieuwe grootteberekening is gebaseerd op coördinaten die voldoen aan de gestelde eisen van grafische precisie. Coördinaten van niet-hermeten kadastrale kaarten waarvoor geen adequate kaartverbetering is uitgevoerd voldoen hier dus niet aan.

Rectificatie van de in de overdrachtsakte vermelde grootte vindt plaats als het (absolute) verschil tussen de in de akte vermelde grootte en de vastgestelde grootte meer is dan de in tabel 6.2 vermelde toleranties.

vastgestelde grootte	tolerantie	met een maximum van
minder dan 5 aren	8 %	30 ca
tussen 5 en 25 aren	6 %	100 ca
tussen 25 en 125 aren	4 %	375 ca
tussen 125 en 50,00 aren	3 %	1000 ca
groter dan 5000 aren	1,5 %	1500 ca

Tabel 6.2: Toleranties voor de rectificatie van de akte.

Rectificatie van de akte is niet nodig indien de vermelde grootte als benadering is opgegeven, of als in de akte is vermeld dat verrekening zal plaatsvinden bij een verschil tussen de vermelde en vastgestelde grootte.

6.5.2 Procesbeschrijving

Figuur 6.31 bevat een beschrijving van het proces voor de berekening en vaststelling van de groottes van percelen bij de kadastrale bijhouding.

Uitgangsgegevens voor de groottebepaling
Bij percelen waarvan bij de aktepostmeting alle perceelsgrenzen zijn gemeten, kan de groottebepaling worden gebaseerd op coördinaten in een lokaal stelsel. Vanwege de hoge relatieve precisie van deze coördinaten heeft dit de voorkeur. Indien slechts een deel van de perceelsgrenzen is gewijzigd en opnieuw is vastgelegd, kan eventueel door combinatie met verschillende lokale stelsels uit het reconstructie-archief toch een beschrijving worden verkregen van de complete perceelsomtrek door punten met een terrestrische precisie in één lokaal stelsel.
Bij gedeeltelijk gewijzigde perceelsgrenzen kan de groottebepaling echter meestal eenvoudiger worden gebaseerd op coördinaten van de perceelsomtrek uit de digitale kaart, dus na aansluiting van de bijhoudingsmeting.

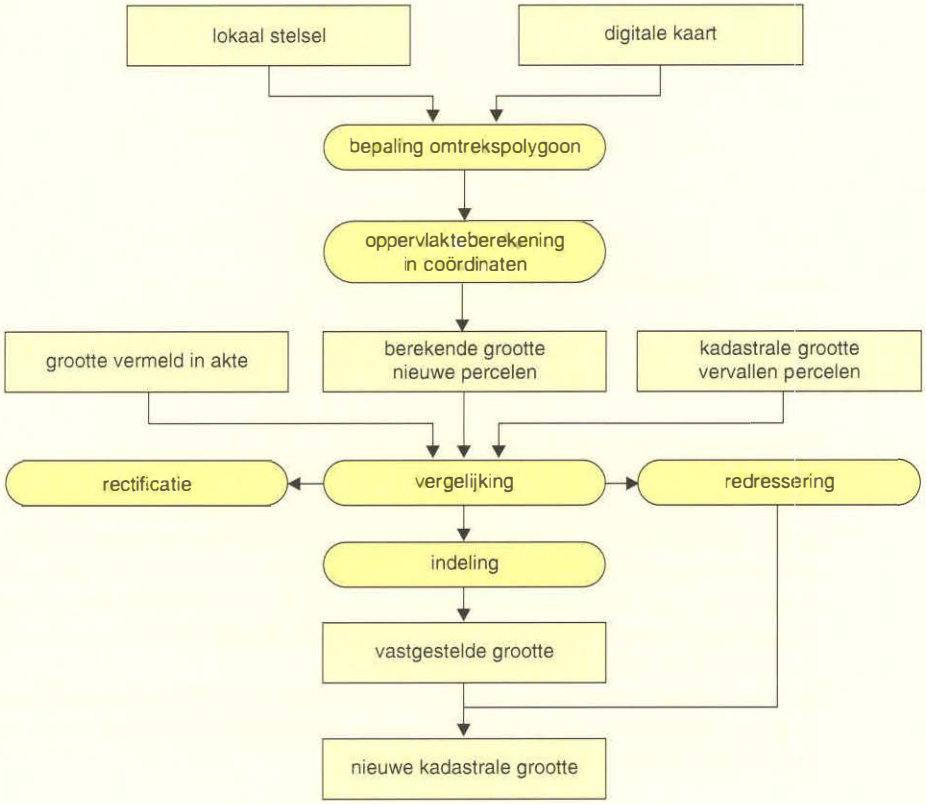
Bij eenvoudige perceelsvormen kan de grootte soms rechtstreeks uit de meetcijfers op het veldwerk worden afgeleid, dus zonder verwerking van de detailmeting tot een lokaal stelsel coördinaten. Beschikt men nog niet over een digitale kaart, dan kan met behulp van een planimeter of digitizer de oppervlakte van de percelen met een grafische precisie worden bepaald. In deze situatie is een onafhankelijke controle noodzakelijk.

Bepaling van de omtrekspolygoon en oppervlakteberekening
Van elk perceel wordt de omtrekspolygoon vastgesteld, bestaande uit de knikpunten van de perceelsgrenzen, eventueel aangevuld met andere punten op de perceelsgrenzen. De in de bijhoudingsmeting vastgelegde punten van kadastrale grenzen behoeven niet gelijk te zijn aan de knikpunten van de omtrekspolygoon. In dat geval worden de knikpunten door constructie (snijding van lijnelementen) bepaald.

De oppervlakte kan met een eenvoudige formule uit de omtrekspolygoon worden berekend (zie § 6.5.4). Om de nauwkeurigheid van de berekende oppervlakte te kunnen bepalen dient van elk punt de idealisatieprecisie en de puntprecisie te worden vastgesteld.

Vergelijking met de kadastrale groottes en de in de akte vermelde groottes
De som van de groottes van de nieuw gevormde percelen moet overeenstemmen met de som van de groottes van de vervallen percelen. Voor de afwijking kan een tolerantie worden bepaald op basis van de precisie van de berekende oppervlakte. Valt de afwijking binnen deze tolerantie, dan wordt dit in de berekende groottes van de nieuw gevormde percelen verdisconteerd (indelen). De som van de groottes van de nieuwe percelen wordt dan dus aangepast aan de som van de groottes van de vervallen percelen in de kadastrale registratie. Indien de (absolute) afwijking groter is dan de tolerantie, dient redressering van de oude percelen plaats te vinden. Er vindt dan correctie plaats van de oude kadastrale groottes. De som van de groottes van de vervallen percelen wordt dan aangepast aan de som van de berekende groottes.

De groottes van de nieuw gevormde percelen worden bovendien vergeleken met de hiervoor in de overdrachtsakte vermelde groottes. Indien de afwijkingen groter zijn dan de in § 6.5.1 vermelde toleranties zullen notaris en partijen de in de akte vermelde grootte moeten rectificeren voordat de kadastrale registratie kan worden bijgewerkt. Eén en ander is overigens afhankelijk van clausules die partijen hebben opgenomen in de overdrachtsakte.



Figuur 6.31: Procesbeschrijving groottebepaling.

6.5.3 Meetontwerp

Bij gewijzigde kadastrale percelen waarvan alle grenzen nieuw zijn gemeten, wordt de groottebepaling gebaseerd op coördinaten met een terrestrische precisie in een lokaal stelsel. Alle perceelsgrenzen dienen daartoe in één meetkundig verband te worden vastgelegd. Door zoveel mogelijk de knikpunten van de perceelsomtrek direct aan te meten wordt de groottebepaling vereenvoudigd.
Bij gedeeltelijk gewijzigde kadastrale perceelsgrenzen moeten in de bijhoudingsmeting de nieuwe perceelsgrenzen zodanig worden vastgelegd dat na aansluiting aan de digitale kaart de volledige perceelsomtrek kan worden geconstrueerd. Bij de verwerking van de bijhoudingsmeting worden de nieuwe grenzen ingepast in de bestaande digitale kadastrale kaart en worden de snijpunten van bestaande en nieuwe grenzen berekend.

De precisie waarmee de oppervlakte van een perceel kan worden berekend uit de coördinaten van de omtrekspolygoon is afhankelijk van de volgende factoren:

- De punt- en idealisatieprecisie van de punten van de omtrekspolygoon. Uit coördinaten met een terrestrische precisie kan de oppervlakte met een hogere nauwkeurigheid worden berekend dan uit coördinaten met een grafische precisie. Voor percelen waarvan de volledige omtrek in de bijhoudingsmeting is vastgelegd, wordt daarom de voorkeur gegeven aan berekening met behulp van coördinaten in een lokaal stelsel.
- Het aantal punten waardoor de omtrekspolygoon wordt beschreven. De oppervlakteberekening wordt nauwkeuriger bij afnemende zijdelengtes, en dus een toenemend aantal punten van de omtrekspolygoon. Deze punten moeten dan wel door onafhankelijke meting of digitalisering zijn bepaald. Het tussenrekenen van extra punten uit de bestaande punten leidt slechts tot een schijnbare verbetering van de precisie.
- De grootte van het perceel. De variantie van de berekende oppervlakte is evenredig met de grootte van het perceel.

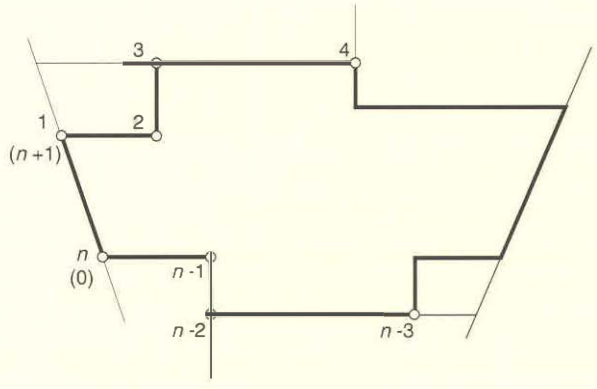
- De vorm van het perceel. Bij langgerekte percelen heeft de precisie van de breedte grote invloed op de nauwkeurigheid van de oppervlakte. De precisie van de oppervlakteberekening kan worden verbeterd door in de bijhoudingsmeting of bij digitalisering, naast de hoekpunten, enkele extra punten op de langezijden van het perceel te bepalen.

De bepaling van de grootte van kadastrale percelen moet gebaseerd zijn op kadastrale grenzen die in een gecontroleerde meting zijn vastgelegd. De nauwkeurigheid van de coördinaten van de omtrekspolygoon wordt dan door de puntprecisie beschreven. Aangezien kadastrale grenzen op gecontroleerde wijze moeten worden vastgelegd, zal hieraan in de regel zijn voldaan.
Zeker als de vergelijking van de berekende grootte met de kadastrale grootte aanleiding geeft tot redressering van de kadastrale registratie, dient men zich van de juistheid van de coördinaten en hun precisie te vergewissen. De juiste vorming van de omtrekspolygoon kan door grafische afbeelding worden gecontroleerd.

6.5.4 Berekening van de oppervlakte en kwaliteitsbeschrijving

Berekening van de oppervlakte uit coördinaten
Uitgaande van een digitaal coördinatenbestand kan de oppervlakte van een perceel eenvoudig worden berekend. Daartoe dienen de coördinaten van de omtrekspolygoon van het perceel te worden geselecteerd uit het bestand (zie figuur 6.32). De omtrekspolygoon wordt dan beschreven door de geordende verzameling coördinaten:

$$[(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3), \ldots\ldots\ldots ,(x_{n-2},y_{n-2}),(x_{n-1},y_{n-1}),(x_n,y_n)] \quad .$$



Figuur 6.32: Omtrekspolygoon perceel.

De oppervlakte a in aren kan dan met de volgende formule worden berekend:

$$a = \frac{1}{200}\left| \sum_{i=1}^{n} x_i(y_{i+1} - y_{i-1}) \right| \text{ [aren]} \quad ,$$

met:

x_i, y_{i-1}, y_{i+1} de coördinaten van de omtrekspolygoon in meters, waarbij geldt dat als $i = 1$ dan $y_{i-1} = y_0 = y_n$ en als $i = n$ dan $y_{i+1} = y_{n+1} = y_1$.

De berekening van de oppervlakte uit meetcijfers en grafische oppervlaktebepaling met behulp van een planimeter of digitizer worden hier niet behandeld. Daarvoor wordt verwezen naar de landmeetkundige literatuur.

Precisie van de berekende oppervlakte

Door linearisatie van de formule voor de berekening van de oppervlakte en toepassing van de voortplantingswet van de varianties kan de precisie van de berekende oppervlakte worden afgeleid uit de precisie van de coördinaten. Uitgaande van ongecorreleerde detailpunten, waarvan de precisie wordt beschreven door de puntprecisie en de idealisatieprecisie, kan de standaardafwijking σ_a in centi-aren van de oppervlakte worden berekend met de volgende formule:

$$\sigma_a = \frac{1}{200}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} l_{i-1,i+1}^2(\sigma_i^2 + \overline{d}_i^2)} \quad [\text{ca}] \quad , \quad l_{i-1,i+1}^2 = (x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2 \quad ,$$

met:

$l_{i-1,i+1}$ de lengte van de koorde tussen de knikpunten $i-1$ en $i+1$ in meters, waarbij geldt dat als $i = 1$ dan $l_{i-1,i+1} = l_{0,2} = l_{n,2}$ en als $i = n$ dan $l_{i-1,i+1} = l_{n-1,n+1} = l_{n-1,1}$;

σ_i^2 de variantie van de puntprecisie van punt i in cm^2;

$\overline{d}_i^2$ de variantie van de idealisatieprecisie van punt i in cm^2.

Voor een (bij benadering) rechthoekig perceel met gelijke punt- en idealisatieprecisie voor de hoekpunten, kan de standaardafwijking van de oppervlakte worden berekend met de volgende eenvoudiger formule:

$$\sigma_a = \frac{1}{10}\sqrt{(c_0 + \overline{d}^2)(v + \frac{1}{v})a} \quad [\text{ca}] \quad ,$$

met:

a de oppervlakte van het perceel in aren;

v de lengte-breedte verhouding van het perceel;

c_0 de variantie van de puntprecisie van de punten in cm^2;

$\overline{d}^2$ de variantie van de idealisatieprecisie van de punten in cm^2.

Met deze formule wordt direct zichtbaar dat de precisie van de oppervlakte afhankelijk is van de grootte en de vorm van het perceel en van de punt- en idealisatieprecisie.

Ter illustratie is in tabel 6.3 de standaardafwijking gegeven van de oppervlakte van een vierkant perceel met een idealisatieprecisie van de perceelsgrenzen van 3,5 centimeter. De precisie is dan afhankelijk van de oppervlakte a (in aren) en de puntprecisie c_0 (gelijk voor alle hoekpunten).

coördinaten afkomstig uit	standaardafwijking (in centi-are)
lokaal stelsel (c_0 = 9 cm²)	$0.6\sqrt{a}$
digitale kaart bebouwd gebied (c_0 = 400 cm²)	$2.9\sqrt{a}$
digitale kaart landelijk gebied (c_0 = 1600 cm²)	$5.7\sqrt{a}$

Tabel 6.3: Voorbeeld van de standaardafwijking (in centi-are) van een vierkant perceel.

De in tabel 6.1 vermelde toleranties voor redressering komen dus bij benadering overeen met twee keer de standaardafwijking van de berekende oppervlakte.

6.5.5 Vergelijking en vaststelling van de grootte

Bij splitsing en/of samenvoeging van percelen dient de som van de groottes van de nieuw gevormde percelen te worden vergeleken met de som van de groottes van de vervallen percelen. Het (absolute) verschil in centi-aren dient kleiner te zijn dan twee maal de standaardafwijking van de som van de berekende oppervlakten:

$$100\left|\sum_{k=1}^{n_{nieuw}} a_k - \sum_{l=1}^{n_{oud}} a_l\right| < 2\sqrt{\sum_{k=1}^{n_{nieuw}} \sigma^2_{a(k)}} \quad [\text{ca}] \ ,$$

met:

n_{nieuw} het aantal nieuw gevormde percelen;
n_{oud} het aantal vervallen percelen;
a_k de oppervlakte in aren;
$\sigma^2_{a(k)}$ de variantie van de oppervlakte in ca².

Indien de precisie van de oppervlakten niet is berekend, kan voor de somcontrole gebruik worden gemaakt van de in tabel 6.1 vermelde toleranties.
Valt het verschil binnen de tolerantie dan kan worden geconcludeerd dat de berekende grootte niet significant verschilt van de kadastrale grootte. Voor de berekende groottes worden dan zodanige correcties bepaald dat een sluitende somcontrole wordt verkregen (indelen). Daarbij dient de correctie op de berekende grootte voor elk perceel kleiner te zijn dan de tolerantie voor de grootte van dat perceel.
Bij een te groot verschil kan worden geconcludeerd dat de in de kadastrale registratie vermelde groottes onjuist zijn en dient redressering van de kadastrale groottes plaats te vinden. Het besluit tot redressering dient echter niet te lichtvaardig te worden genomen. De oorspronkelijke groottebepaling van het vervallen perceel kan zijn gebaseerd op terrestrische metingen of coördinaten in een lokaal stelsel, en kan dus van betere kwaliteit zijn dan de groottebepaling van de nieuw gevormde percelen, indien deze uit de digitale kaart zijn bepaald. Een nader onderzoek naar de kwaliteit van de groottebepaling is dan op zijn plaats. Na redressering van de kadastrale groottes of correctie van de berekende groottes worden de vastgestelde groottes van de nieuw gevormde percelen opgenomen in de kadastrale registratie.

In het geval dat van nieuw gevormde percelen de groottebepaling met een terrestrische precisie plaatsvindt worden de nieuwe groottes niet ingedeeld op de kadastrale grootte van de vervallen percelen. De grootte van deze nieuwe percelen wordt dan vastgesteld overeenkomstig de berekende groottes. De grootte van het zogenaamde restperceel wordt dan bepaald door de grootte van de nieuw gevormde percelen af te trekken van de kadastrale grootte van het vervallen perceel. Deze werkwijze wordt vooral toegepast in nieuwbouwwijken waar een geheel nieuwe kadastrale indeling tot stand komt. Nadat de uitgifte van nieuwe percelen is afgerond zullen de resterende restpercelen in het algemeen zodanig afwijken van de kadastrale grootte dat op dat moment redressering noodzakelijk is.

Van nieuw gevormde percelen wordt de vastgestelde grootte vergeleken met de grootte zoals vermeld in de overdrachtsakte. Afhankelijk van de formulering in de akte dient rectificatie van de vermelde grootte plaats te vinden als het verschil groter is dan de in tabel 6.2 vermelde toleranties.

Bij kaartverbetering wordt per kadastraal perceel de uit de nieuwe digitale kaart berekende grootte vergeleken met de kadastrale grootte. Ook hier kan als tolerantie voor het verschil twee maal de standaardafwijking van de berekende oppervlakte worden aangehouden. De tolerantie zal in de regel groter zijn dan in het bijhoudingsproces, omdat de oppervlakteberekening is gebaseerd op coördinaten met een grafische precisie.

6.6 Uitzetten

In deze paragraaf wordt aandacht besteed aan detailmeting ten behoeve van het uitzetten van punten in het kader van kadastrale werkzaamheden. De volgende drie kadastrale toepassingen worden onderscheiden:

- het uitzetten van grenzen bij kadastrale grensreconstructie;
- het uitzetten van kavels bij landinrichtingsprojecten;
- het uitzetten van kavels in uitbreidingsplannen.

In elk van de navolgende paragrafen zullen deze drie toepassingen steeds worden gehanteerd.

Uitzetten bij kadastrale grensreconstructie

Het reconstrueren van een eenmaal opgemeten kadastrale grens in het terrein wordt ook wel realisatie genoemd. Realisatie is dus de overgang van het abstracte model van de grens, zoals dat is vastgelegd in het reconstructiebestand en de (digitale) kaart, naar de concrete situatie in het terrein. Door de invloed van de precisie van de oorspronkelijke metingen, de idealisatieprecisie en de rekenprocessen, alsmede de precisie waarmee de uitzetmetingen worden verricht, zal een grens nooit exact kunnen worden gerealiseerd. Door deze invloeden zal de grens met een zekere marge in het terrein worden gereconstrueerd. Deze marge wordt ook wel de betrouwbaarheidsstrook genoemd. De breedte van deze strook wordt bepaald door de genoemde invloeden. Gezien de wisselende kwaliteit van de metingen en de opgemeten grenzen is er geen volledig wiskundig model voor deze betrouwbaarheidsstrook ontwikkeld.

De gegevens voor een grensuitzetting kunnen worden ontleend aan veldwerken uit het reconstructiebestand (veldwerkarchief) of de kadastrale kaart. De traditionele veldwerken bevatten zowel een situatieschets als de maatvoering van de oorspronkelijke opmeting van de grens. Deze veldwerken worden in deze paragraaf aangeduid als analoge veldwerken. In toenemende mate bestaan de veldwerken uit een schets in combinatie met een coördinatenlijst van de opgenomen punten. Dergelijke veldwerken worden hier digitale veldwerken genoemd. De schets van een digitaal veldwerk geeft een overzicht van de uitgevoerde meting, al of niet voorzien van kortgesloten maten en controlematen. De coördinaten van de punten zijn berekend in een lokaal stelsel en worden als onderdeel van het veldwerk in een coördinatenbestand bewaard.
Op de (digitale) kadastrale kaart zijn alle grenspunten afgebeeld of in een bestand in coördinaten vastgelegd.

Na de realisatie van de grens zal de landmeter de ligging van de grens opnieuw moeten vaststellen. Deze handeling wordt delimitatie genoemd. Delimitatie geschiedt op basis van de genoemde betrouwbaarheidsstrook, maar ook op grond van de aangetroffen terreinomstandigheden in relatie tot deze strook en in relatie met de aantekeningen op het veldwerk. Als bijvoorbeeld binnen de betrouwbaarheidsstrook grensstenen of andere grensmarkeringen worden teruggevonden kan men de grens daarmee identificeren. Ook de relatie met een eventueel aanwezige topografische grens (raster, haag, greppel) kan op vergelijkbare wijze worden gebruikt. Als echter het verband met de aanwezige terreinmarkering niet kan worden gelegd omdat de betrouwbaarheidsstrook daarvan teveel afwijkt, moet de delimitatie gebaseerd worden op de gerealiseerde punten van de grens, waarbij in het algemeen een middeling plaats moet vinden. Als resultaat van het proces van delimitatie kan de landmeter de grenslijn aanwijzen aan belanghebbenden. De wijze waarop de delimitatie moet worden uitgevoerd wordt in deze handleiding niet verder behandeld. Leidraad hiervoor is in het algemeen de praktijkervaring van de landmeter bij het uitvoeren van deze activiteit.

Van belang is dat de gedelimiteerde grens opnieuw wordt ingemeten volgens de methoden van de terrestrische detailmeting. Daarmee wordt voor de betreffende grens door middel van een nieuw veldwerk het reconstructiebestand geactualiseerd en wordt het resultaat van de grensuitzetting gedocumenteerd.

Uitzetten van kavelgrenzen en kavels in landinrichtingsprojecten en uitbreidingsplannen

Bij de verkoop van gedeeltelijke percelen zullen de betrokken eigenaren vooraf overeenstemming moeten bereiken over het verloop van de nieuwe eigendomsgrenzen. Deze eigenaren moeten vervolgens aan de landmeter van het Kadaster de ligging van de betreffende grens in het terrein aanwijzen, zodat deze de grens kan inmeten. De wijze waarop de eigenaren komen tot afspraken over het verloop en de ligging van de nieuwe grens is in beginsel hun eigen verantwoordelijkheid. Het Kadaster is daarin passief.

Een uitzondering op dit uitgangspunt is de vorming van nieuwe percelen in landinrichtingsprojecten. In deze projecten speelt de ingenieur van het Kadaster een actieve rol bij het bepalen van het verloop van nieuwe grenzen. Het Kadaster is immers verantwoordelijk voor het ontwerp van de nieuwe kavelindeling en voor de vaststelling van nieuwe kavelgrenzen. De door het Kadaster vastgestelde nieuwe kavelgrenzen worden aangewezen aan de betreffende eigenaren en bij overschrijving van de akte van toedeling formeel geregistreerd als perceelsgrens.

Een tweede uitzondering is de vorming van nieuwe percelen in gemeentelijke uitbreidingsplannen. In deze gebieden wordt veelal een nieuwe kavelindeling ontworpen door de gemeentelijke landmeetkundige dienst. Deze dienst is meestal ook belast met het uitzetten van de nieuw gevormde kavels en bouwterreinen, meestal in samenhang met de assen van wegen en de rooilijnen van de ontworpen bebouwing. In tegenstelling tot de werkwijze bij de landinrichting zijn de door de gemeente uitgezette grenzen niet automatisch als kadastrale grenzen te beschouwen. Na overschrijving van de koopakte van een perceel volgt nog de normale procedure van grensaanwijzing door de belanghebbende partijen; de gemeente is meestal één van die partijen. In de dagelijkse praktijk is het samenspel tussen gemeente en Kadaster er op gericht dat de uitgezette kavelgrenzen overeenkomen met de uiteindelijke kadastrale grenzen. De werkwijze van de gemeente bij het uitzetten van kavels en kavelgrenzen wordt eveneens behandeld.

6.6.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Uitzetten bij kadastrale grensreconstructie
De doelstelling van de grensuitzetting is het zo goed mogelijk reconstrueren van de grens in het terrein op basis van de oorspronkelijke metingen, waarbij een goede relatieve ligging van de grens is gewaarborgd ten opzichte van de overige grenzen en objecten in het terrein.

Bij de grensuitzetting zijn de volgende kwaliteitseisen van toepassing:
- De grenzen moeten worden uitgezet en ingemeten met een precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie van de topografie waaraan de grens is gerelateerd bij de oorspronkelijke opname. In de meeste gevallen zal de kadastrale grens immers niet afzonderlijk zijn gemarkeerd met behulp van buizen of grensstenen, maar wordt de ligging vastgelegd als zijnde samenvallend of gerelateerd aan topografische elementen. De kwaliteit van de uitgezette grens kan nooit beter zijn dan de idealisatieprecisie bij de oorspronkelijke opname. Met behulp van de aantekeningen op het veldwerk over de aard van de grensmarkering kan men veelal deze idealisatieprecisie afleiden. Een tabel voor de idealisatieprecisie is gegeven in § 2.5.5.
- Bij het uitzetten moet een goede relatieve precisie tussen nabijgelegen objecten worden gewaarborgd. De relatieve precisie van de uitgezette grens ten opzichte van bestaande grenzen en harde topografie (in ieder geval de hoofdgebouwen in de kadastrale kaart) moet in overeenstemming zijn met de idealisatieprecisie.
- Na uitzetting dient de grens opnieuw en onafhankelijk te worden ingemeten. Hiervan wordt een nieuw veldwerk gemaakt.
- De grensuitzetting moet gecontroleerd geschieden. Dit geldt zowel voor de realisatie als voor de inmeting van de uitgezette grens.
- Het verschil tussen de berekende grootte van een perceel na uitzetten en inmeten en de in de kadastrale registratie vermelde grootte van het perceel mag niet groter zijn dan de in § 6.5.1 genoemde tolerantie. Bij een grotere afwijking vindt redressering plaats.

Uitzetten van kavelgrenzen in landinrichtingsprojecten
De doelstelling van het uitzetten van kavels in de landinrichting is het realiseren van de nieuw ontworpen kavelgrenzen in het terrein.

Bij het uitzetten van kavels in de landinrichting moet aan de volgende kwaliteitseisen worden voldaan:
- De grenzen moeten worden uitgezet en ingemeten met een precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie van het (toekomstige) topografisch element waaraan de kavelgrens is gerelateerd. Een tabel voor de idealisatieprecisie is gegeven in § 2.5.5.
- Bij het uitzetten moet een goede relatieve precisie tussen nabijgelegen objecten worden gewaarborgd. De uitgezette kavelgrenzen moeten gerelateerd zijn aan de reeds gerealiseerde grenzen en harde topografie (in ieder geval de hoofdgebouwen in de kadastrale kaart).
- De grensuitzetting moet gecontroleerd geschieden.
- De geprojecteerde kavels moeten onvervormd worden uitgezet.

Kenmerkend voor het uitzetten van kavelgrenzen is dat in het algemeen aan de precisie geen hoge eisen worden gesteld, omdat het landelijk gebied betreft waarin de grenzen vaak met een lage idealisatieprecisie worden gerealiseerd. Soms echter worden grenzen uitgezet met blijvende grensmarkeringen, zoals grensstenen of ijzeren buizen, met een hoge idealisatieprecisie. De precisie van de uitgezette punten moet daarmee in over-

eenstemming zijn. Wel van belang is de betrouwbaarheid van de uitgezette kavelgrenzen.

Niet alle kavelgrenzen hoeven te worden uitgezet. Grenzen die samenvallen met – of eenvoudig gerelateerd zijn aan – de bestaande topografie, die ongewijzigd blijven of die eerder bij een grensuitzetting zijn bepaald, behoeven niet te worden uitgezet.

Uitzetten van kavels in uitbreidingsplannen
De doelstelling van het uitzetten van kavels in uitbreidingsplannen is het realiseren van geprojecteerde kavels in het terrein.

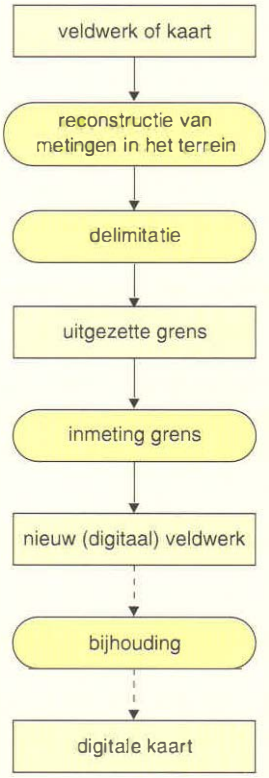
Bij het uitzetten van kavelgrenzen in uitbreidingsplannen moet aan de volgende kwaliteitseisen worden voldaan:
- De grenzen moeten worden uitgezet en ingemeten met een precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie van gebouwen. Bij inmeting wordt de grens immers gerelateerd aan de dan gerealiseerde gebouwen. Een tabel voor de idealisatieprecisie is gegeven in § 2.5.5.
- Bij het uitzetten moet een goede relatieve precisie tussen nabijgelegen objecten worden gewaarborgd. De relatieve precisie van de uitgezette kavels ten opzichte van de reeds gerealiseerde kavelgrenzen en harde topografie (in ieder geval de hoofdgebouwen) moet gewaarborgd zijn.
- Na uitzetting dient de grens opnieuw en onafhankelijk te worden ingemeten.
- De grensuitzetting moet gecontroleerd geschieden. Dit geldt zowel voor de realisatie als voor de inmeting van de uitgezette grens.
- De geprojecteerde kavels moeten onvervormd worden uitgezet.
- De berekende grootte na uitzetten en inmeten mag niet veel afwijken van de geprojecteerde grootte in het matenplan, omdat de verkoopprijs van bouwterreinen daarvan afhangt. Als richtlijn kan aangehouden worden dat het verschil niet groter mag zijn dan $\sqrt{a}$ centi-are, waarbij a de oppervlakte van het perceel in aren is.

6.6.2 Procesbeschrijving

Uitzetten bij kadastrale grensreconstructie
Een reconstructie van grenzen vindt in het algemeen plaats na een aanvraag tot grensuitzetting door belanghebbenden (bijvoorbeeld rechthebbenden of een notaris). De procedure van de grensuitzetting is gegeven in figuur 6.33.

Uitgaande van de bestaande gegevens (een veldwerk of de kadastrale kaart) wordt de grens gereconstrueerd. De reconstructie van de grens wordt de realisatie genoemd. Daarna wordt de ligging van de grens vastgesteld (delimitatie). Vervolgens wordt de uitgezette grens opnieuw ingemeten. Hierbij worden de procedures voor de terrestrische detailmeting gevolgd (zie § 6.3). Gelijktijdig wordt een nieuw veldwerk gemaakt, dat de bestaande veldwerken vervangt.
Indien de terreinsituatie wezenlijk verschilt van de kaart, worden de metingen van de grensuitzetting gebruikt voor de bijhouding van de digitale kaart.

De precieze procedure van de grensuitzetting is afhankelijk van de beschikbaarheid van analoge of digitale veldwerken in het reconstructiebestand of de beschikbaarheid van een (digitale) kadastrale kaart.



Figuur 6.33: Algemene procedure van de grensuitzetting.

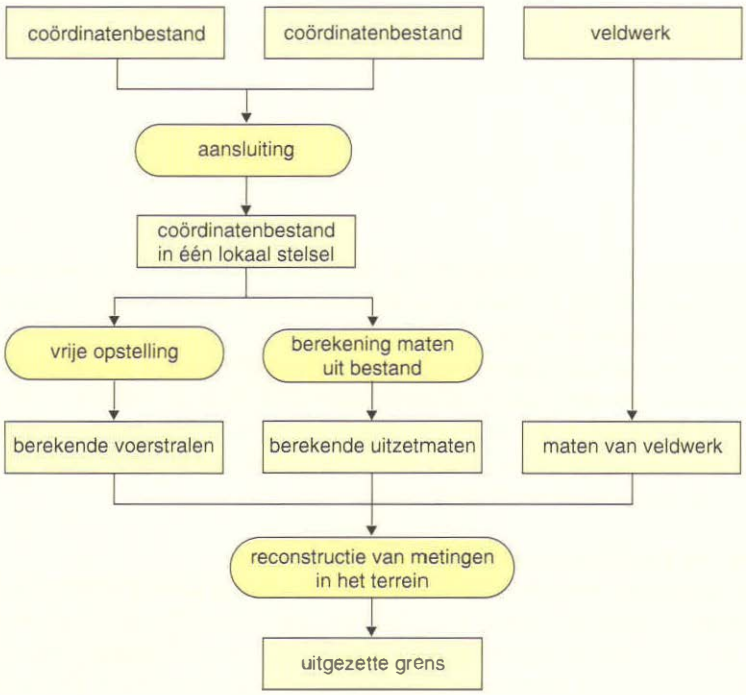
Analoge veldwerken

In de praktijk wordt voor grensuitzettingen veel gebruik gemaakt van analoge veldwerken. Vaak zullen metingen met elkaar in verband moeten worden gebracht van verschillende veldwerken uit verschillende perioden, bijvoorbeeld door het reconstrueren van meetlijnen. Er wordt zoveel mogelijk gebruik gemaakt van maten die direct vanuit het veldwerk kunnen worden uitgezet. Afhankelijk van de terreinsituatie beslist de landmeter hoe de grens het beste kan worden uitgezet. Eventueel kan uit de meetgegevens op het veldwerk een lokaal stelsel coördinaten worden berekend, waarna kan worden uitgezet alsof men over een digitaal veldwerk beschikt.

Digitale veldwerken

Digitale veldwerken bestaan uit een schets van de meting in combinatie met een coördinatenbestand (meestal in een lokaal stelsel). Op de schets zijn de puntnummering en controlematen aangegeven (blok- en relatiematen en geometrische relaties). De grensuitzetting met behulp van digitale veldwerken biedt meer mogelijkheden dan die met behulp van analoge veldwerken. De procesgang is weergegeven in figuur 6.34, waarbij is uitgegaan van twee coördinatenbestanden. In de praktijk heeft elk coördinatenbestand zijn eigen (lokale) stelsel en ontstaansdatum.

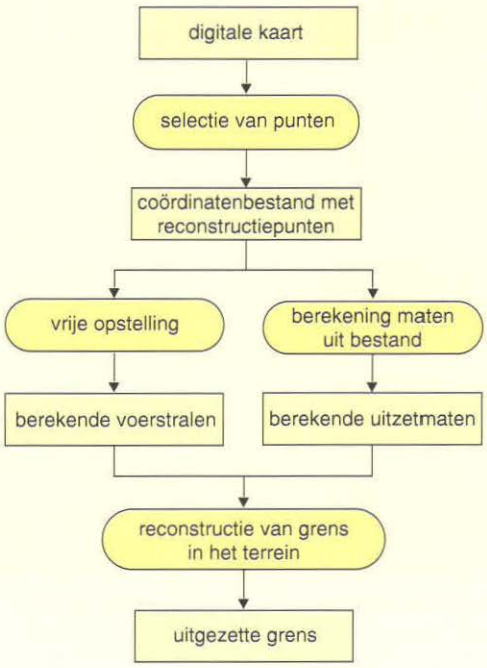
Als er meer dan één veldwerk is, wordt hieruit één coördinatenbestand berekend in een lokaal stelsel met behulp van een aansluitingsvereffening (zie § 4.1). Aansluiting is mogelijk als beide puntenvelden gemeenschappelijke punten hebben. Soms is dit niet het geval. De reconstructie moet dan in het terrein vanuit elk stelsel afzonderlijk geschieden. Met behulp van de vrije opstelling kunnen in het terrein voerstralen worden berekend vanuit het opstelpunt (of de opstelpunten) naar de uit te zetten grenspunten. Bovendien kunnen uitzetmaten worden berekend uit het (aangesloten) coördinatenbestand. Tenslotte heeft men de beschikking over de maten die vermeld staan op het veldwerk. Afhankelijk van de terreinsituatie en de beschikbare informatie moet de landmeter beslissen hoe de grens het beste kan worden uitgezet.



Figuur 6.34: Grensuitzetting op basis van digitale veldwerken.

Kadastrale kaart

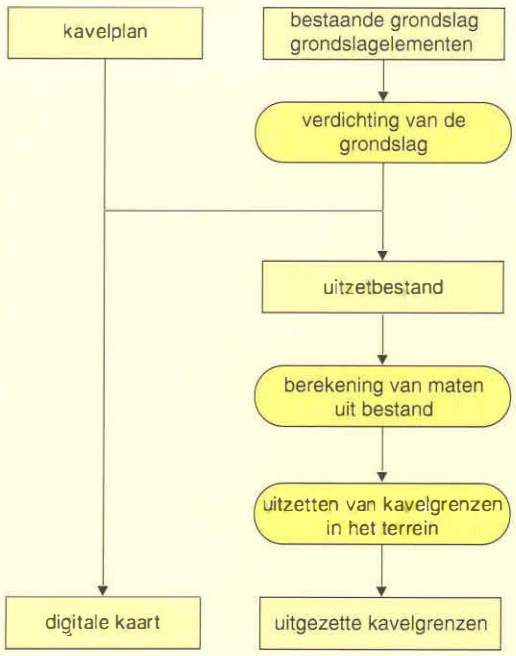
In het geval dat het reconstructiebestand geen of onvoldoende informatie bevat voor de grensuitzetting moet noodgedwongen worden teruggevallen op de kadastrale kaart, hetzij in analoge hetzij in digitale vorm. In figuur 6.35 is de procedure voor de reconstructie van grenzen gegeven op basis van de digitale kaart. Om te beginnen worden reconstructiepunten geselecteerd, bestaande uit goed identificeerbare aansluitingspunten in het terrein waarvan de coördinaten in de digitale kaart bekend zijn en van punten van de uit



Figuur 6.35: Grensuitzetting op basis van de digitale kaart.

te zetten grenzen. De aansluitingspunten worden tachymetrisch aangemeten vanuit een vrije opstelling. Vervolgens worden de voerstralen naar de grenspunten berekend en kan de grens in het terrein worden uitgezet.
In principe is het eenvoudig om de gewenste maten uit te passen van de analoge kaart of te berekenen uit de coördinaten van de digitale kaart. Deze maten zijn echter gebaseerd op de grafische precisie van de kaart. In veel gevallen is dat niet toereikend voor de gewenste precisie van de uit te zetten grens. Bij gebrek aan beter zal men echter toch op deze wijze de grens moeten reconstrueren.

Uitzetten van kavelgrenzen in landinrichtingsprojecten
Als resultaat van het proces van het scherp inrekenen van kavelgrenzen wordt een coördinatenbestand gevormd waarin de nieuwe kavelgrenzen zijn vastgelegd. In dit bestand zijn ook de coördinaten opgenomen van reeds bestaande grondslagpunten of grondslagelementen, evenals van punten van de bestaande topografie. Alleen de nieuwe grenzen worden uitgezet in het terrein. Voor het uitzetten wordt in beginsel gebruik gemaakt van reeds bestaande punten. Zonodig wordt voor dit doel de bestaande grondslag verdicht of worden grondslagelementen geselecteerd. Vanuit de grondslagpunten en grondslagelementen worden vervolgens uitzetmaten berekend. Meestal worden voerstralen berekend vanuit een grondslagpunt of worden de grenzen uitgezet met behulp van een vrije opstelling. Grenspunten kunnen ook met GPS in het terrein worden uitgezet (zie § 6.4). Soms wordt geen gebruik gemaakt van grondslagpunten, maar van maten ten opzichte van bestaande topografie.

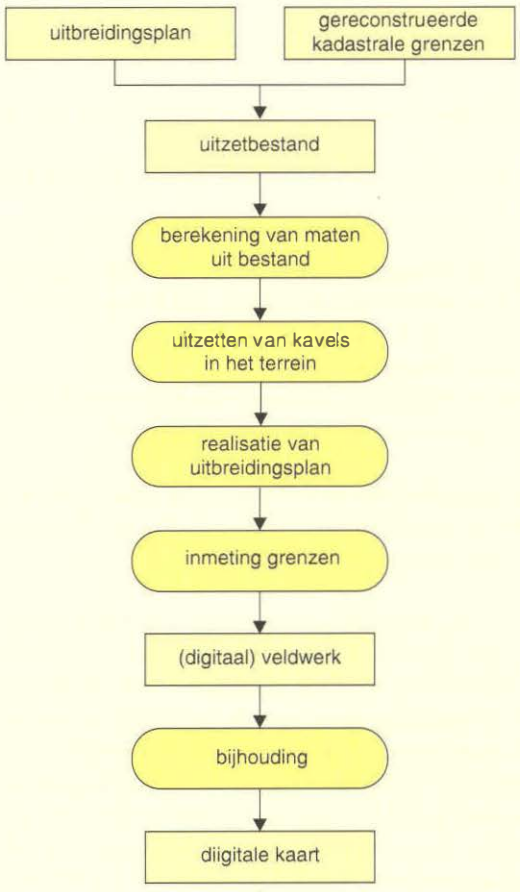


Figuur 6.36: Procedure voor het uitzetten van kavelgrenzen in landinrichtingsprojecten.

Uitzetten van kavels in uitbreidingsplannen

Bij de realisatie van uitbreidingsplannen wordt het uitzetwerk meestal niet door het Kadaster uitgevoerd, maar door of namens de gemeente of de bouwondernemer. Voordat begonnen wordt met de bouwactiviteiten zet het Kadaster indien nodig wel grenzen uit bij de verkoop ten behoeve van het uitbreidingsplan. Op basis van het uitbreidingsplan wordt een bestand met uitzetgegevens gemaakt. Dit bestand wordt aangevuld met de grenzen aan de rand van het gebied en de te handhaven grenzen in het gebied.
In veel gevallen wordt ten behoeve van een uitbreidingsplan van enige omvang een detailgrondslag aangelegd. Bij kleine uitbreidingen kunnen de uitzetgegevens worden gerelateerd aan de nabijgelegen harde topografie. De daadwerkelijke uitzetting geschiedt bijvoorbeeld met behulp van de vrije opstelling ten opzichte van de aanwezige grondslagpunten of de bestaande harde topografie. Voor het uitzetten van kavels kan in plaats van tachymetrie ook van GPS-detailmeting gebruik worden gemaakt (zie § 6.4).

In de praktijk zullen de uitzetwerkzaamheden gefaseerd worden uitgevoerd, omdat een uitbreidingsplan zelden in één keer wordt gerealiseerd. Na het uitzetten vinden de bouwactiviteiten plaats. Bij de oplevering, of zo spoedig mogelijk daarna, worden door of namens het Kadaster de kavelgrenzen ingemeten. Hierbij wordt de normale gang van



Figuur 6.37: Procedure voor het uitzetten van kavels in uitbreidingsplannen.

zaken voor de inmeting van nieuwe grenzen gevolgd. Dit resulteert in een (digitaal) veldwerk. Op basis van de metingen wordt ook de kadastrale kaart bijgehouden. In deze fase kunnen ook grondslagelementen worden geselecteerd en worden ingemeten voor de latere bijhouding.

6.6.3 Meetontwerp

Uitzetten bij kadastrale grensreconstructie
Voor de grensuitzetting geldt dat de situatie in het terrein en de beschikbare informatie in hoge mate de meetopzet bepalen. De landmeter zal meestal pas in het terrein kunnen beslissen hoe de grensuitzetting in detail moet worden uitgevoerd. Er zijn echter wel richtlijnen voor het meetontwerp van de grensuitzetting te geven.

Algemene regels
Indien het ontstaansveldwerk (het veldwerk waarin de grens is opgenomen) beschikbaar is, wordt dit veldwerk gebruikt. Deze werkwijze waarborgt een goede relatieve precisie van de uitgezette grens ten opzichte van bestaande grenzen en harde topografie in het oorspronkelijke veldwerk.

De gegevens voor de reconstructie worden (voor zover beschikbaar) in onderstaande volgorde gebruikt:
- maten van een analoog veldwerk of controle- en constructiematen behorende bij een digitaal veldwerk;
- berekende maten of voerstralen uit een coördinatenbestand van een digitaal veldwerk;
- aan een kadastrale kaart ontleende maten of op basis van een digitale kaart berekende voerstralen.

De grensuitzetting gebeurt gecontroleerd. Welke controles worden uitgevoerd, is afhankelijk van de terreinsituatie. Als controlematen kunnen worden gebruikt:
- maten en geometrische relaties uit het veldwerk;
- berekende maten uit een coördinatenbestand.

Vooral (berekende) maten ten opzichte van bestaande harde topografie zijn belangrijk. Van een grenslijn dienen minimaal drie punten te worden uitgezet.

Als oude markeringen van de grens (bijvoorbeeld buizen of grensstenen) worden gevonden, worden deze naar inzicht van de landmeter al dan niet gebruikt. De landmeter zal de kans moeten inschatten op verstoring van de markeringen.

Bij het inmeten van de grens kan, afhankelijk van de terreinsituatie, gebruik worden gemaakt van een tachymetrische opname of van de meting van blok- en relatiematen en geometrische relaties. In veel gevallen verdient tachymetrische opname de voorkeur vanwege de efficiëntere verwerkingsmogelijkheden. Bij het inmeten van de grens moeten terreinelementen worden opgenomen die een goede relatieve precisie ten opzichte van de grenzen en harde topografie waarborgen (de zogenaamde reconstructiepunten). Bij het inmeten van de uitgezette grens moeten de reconstructiepunten gecontroleerd worden aangemeten met behulp van controlematen en geometrische relaties (zie ook § 6.3.3). De controle dient door toetsing te worden geverifieerd. Bij het inmeten van de grens wordt altijd een nieuw veldwerk gemaakt.

Na het inmeten van de grens wordt de grootte van de aanliggende percelen opnieuw berekend. Het verschil met de kadastrale grootte mag niet groter zijn dan de in § 6.5.1 genoemde tolerantie. Bij een grotere afwijking vindt redressering plaats. Indien de terreinsituatie niet meer overeenkomt met de kaartinhoud, wordt voor de bijhouding de meting aangesloten aan de digitale kaart.

Regels bij het gebruik van analoge veldwerken

Bij het gebruik van analoge veldwerken gelden naast de algemene richtlijnen de volgende vuistregels:

- Voorzover beschikbaar wordt gebruik gemaakt van de oorspronkelijke maatvoering ten opzichte van in het terrein nog aanwezige bebouwing of andere harde topografie.
- Getracht wordt de gegevens van verschillende veldwerken aan elkaar te relateren door gemeenschappelijke meetlijnen te reconstrueren.
- Met behulp van de reeds gereconstrueerde punten wordt getracht de eventueel aanwezige oude grenspunten op te sporen.

Eventueel kan uit een analoog veldwerk een coördinatenbestand worden berekend door middel van constructie. Vanuit dit bestand kan de grens dan worden uitgezet op basis van een vrije opstelling. Deze werkwijze heeft als nadeel dat pas in het terrein beoordeeld kan worden of het uitzetten met behulp van een vrije opstelling zinvol is, maar is efficiënt wanneer ze toegepast kan worden.

Regels bij het gebruik van digitale veldwerken

Bij het gebruik van digitale veldwerken gelden naast de algemene richtlijnen de volgende vuistregels:

- Primair wordt gebruik gemaakt van reconstructiematen voorzover die op het bijbehorende veldwerk zijn genoteerd.
- Vervolgens wordt bij voorkeur gebruik gemaakt van de meetmethode van de vrije opstelling. Door meting en berekening van een vrije standplaats ten opzichte van punten van de harde topografie worden voerstralen naar de grenspunten berekend en uitgezet. Voor de berekening van de vrije standplaats moeten minimaal 3 aansluitingspunten worden gebruikt, bij voorkeur punten van de harde topografie. Bij de vereffening van de standplaats moeten de aansluitingspunten worden getoetst. Indien de terreinsituatie dit vereist worden meerdere (vrije) standplaatsen gebruikt. Elk van de standplaatsen moet direct of door minimaal 3 verbindingspunten verbonden zijn met de andere standplaatsen.
- Bij de berekening van voerstralen uit een coördinatenbestand wordt de schaal van het lokale stelsel bij opname gereconstrueerd door deze uit de coördinaten van de aansluitingspunten te berekenen. Uitzetten vindt dan in principe plaats met de schaalfactor van de opname.
- De berekende voerstralen hebben betrekking op horizontale (voor de verticale hoek gecorrigeerde) afstanden; hierbij moet bij het uitzetten rekening worden gehouden.
- Tevens kan gebruik worden gemaakt van uit het coördinatenbestand berekende controlematen van de grens naar de nog aanwezige (harde) topografie.
- Indien sprake is van meerdere coördinatenbestanden in verschillende lokale stelsels, worden deze met een kleinste-kwadraten vereffening aangesloten. Het resulterende puntenveld is een lokaal stelsel. Bij de aansluiting moeten alle corresponderende punten als aansluitingspunt worden gebruikt. Het minimum aantal aansluitingspunten is 3 per aansluitingsvereffening. Bij de aansluiting wordt een toetsing uitgevoerd overeenkomstig § 4.7.

Regels bij het gebruik van de (digitale) kaart

Bij het gebruik van de (digitale) kaart gelden naast de algemene richtlijnen de volgende vuistregels:

- Bij het gebruik van (digitale) kaarten wordt bij voorkeur gebruik gemaakt van de meetmethode van de vrije opstelling. Voor de vrije opstelling gelden dezelfde vuistregels als bij het uitzetten met behulp van een digitaal veldwerk.
- Bij de berekening van voerstralen uit een coördinatenbestand wordt de schaal van de kaart gereconstrueerd door deze uit de coördinaten van de aansluitingspunten te berekenen. Uitzetten vindt dan in principe plaats met de schaalfactor van de kaart.

Richtlijnen voor delimitatie

De precisie van de uitgezette grenspunten is afhankelijk van de idealisatieprecisie en puntprecisie bij de oorspronkelijke vastlegging van de grens op het veldwerk en/of de kadastrale kaart en van de meetprecisie bij het uitzetten. Bij het uitzetten met behulp van gegevens van het veldwerk zal vooral de idealisatieprecisie een groot aandeel hebben in de precisie van de uitgezette punten. Bij het uitzetten met behulp van gegevens uit de (digitale) kaart zal de precisie van de uitgezette punten met name worden bepaald door de puntprecisie. De ligging van de grens zal bij uitzetting dus nooit exact kunnen worden gereconstrueerd. Rond de uitgezette grens kan men een betrouwbaarheidsstrook denken, waarvan de breedte wordt bepaald door de precisie van de uitgezette punten. Als richtlijn kan voor deze breedte twee keer de standaardafwijking van de uitgezette punten (aan weerszijden) worden aangehouden. Omdat scherpe gegevens omtrent de precisie meestal ontbreken zal de landmeter, op grond van de terreinsituatie, ervaring en het gehanteerde uitgangsmateriaal (veldwerk of kaart), een inschatting van de breedte van de betrouwbaarheidsstrook moeten maken.
Na het uitzetten van grenspunten zal de ligging van de grens opnieuw moeten worden vastgesteld. Bij deze zogenoemde delimitatie speelt de betrouwbaarheidsstrook een belangrijke rol. Indien binnen de betrouwbaarheidsstrook grensmarkeringen (grensstenen, buizen) of topografische grensafscheidingen (muren, rasters, hagen, greppels etc.) worden aangetroffen, kan de kadastrale grens hieraan meestal identiek worden verklaard, tenzij dit strijdig is met de gegevens op het veldwerk of de kadastrale kaart.

Uitzetten van kavelgrenzen in landinrichtingsprojecten

Regels voor de grondslag

Het uitzetten gebeurt bij voorkeur vanuit bestaande grondslagpunten of grondslagelementen. Er mag alleen gebruik worden gemaakt van bestaande grondslag als die voor het landinrichtingsproject is aangelegd. Afhankelijk van de situatie wordt de grondslag verdicht. Dit is bijvoorbeeld efficiënt als de grondslag ook voor andere doeleinden kan worden gebruikt. De grondslag moet worden opgezet overeenkomstig de richtlijnen van de grondslagmeting (zie § 5.3.3 en § 5.4.3). Voor het uitzetten van kavelgrenzen voldoet een detailgrondslag.

Regels voor het uitzetten

Met terrestrische detailmeting kunnen de grenzen worden uitgezet vanuit grondslagpunten of vanuit punten van de harde topografie (en dan bij voorkeur grondslagelementen). Afhankelijk van de terreinsituatie kan voor uitzetwerkzaamheden ook van GPS-detailmeting gebruik worden gemaakt (zie § 6.4). Steeds zal aandacht moeten worden besteed aan de relatie tussen de uitgezette grenzen en de bestaande topografie en kadastrale grenzen.
Bij grenzen met een lage idealisatieprecisie, die bovendien niet in de buurt van bebou-

wing liggen, hoeft geen veldwerk te worden gemaakt. In dat geval vindt een eventuele toekomstige reconstructie van de grens plaats op basis van de digitale kaart. Bij het maken van een veldwerk hoeft niet in een lokaalstelsel te worden gewerkt, omdat van de gebruikte punten (punten van de grondslag en harde topografie) coördinaten in RD bekend zijn.

Bij het uitzetten op basis van de grondslag worden voerstralen vanuit het grondslagpunt naar de grenspunten berekend en vervolgens uitgezet. Bij het uitzetten vanuit punten van de harde topografie en grondslagelementen wordt gebruik gemaakt van de vrije opstelling. Bij grenzen met een lage idealisatieprecisie mogen grafische grondslagelementen worden gebruikt. Door meting en berekening van een vrije standplaats ten opzichte van punten van de harde topografie worden voerstralen naar de grenspunten berekend en uitgezet. Voor het berekenen van de vrije standplaats geldt dat:

- minimaal 3 aansluitingspunten moeten worden gebruikt;
- bij de berekening van de standplaats de aansluitingspunten moeten worden gecontroleerd.

Indien de terreinsituatie dit vereist worden meerdere (vrije) standplaatsen gebruikt. Elk van de standplaatsen moet direct of via ten minste 3 verbindingspunten met de andere standplaatsen verbonden zijn.

Voor het waarborgen van de betrouwbaarheid moeten van iedere grens meerdere punten worden uitgezet, zodat in het terrein een visuele controle kan plaatsvinden. Van een kavelgrens worden minstens 3 punten uitgezet of worden ter controle berekende maten uit het kavelplan uitgezet.

Uitzetten van kavels in uitbreidingsplannnen

Regels voor de grondslag

Afhankelijk van de omvang en de terreinsituatie kan gebruik worden gemaakt van een detailgrondslag voor de uitzetwerkzaamheden. In andere gevallen worden de uitzetwerkzaamheden uitgevoerd ten opzichte van de bestaande harde topografie. Door bouwactiviteiten bestaat het gevaar dat de grondslagpunten worden verstoord. Omdat een uitbreidingsplan meestal niet in één keer gerealiseerd wordt, zal de grondslag voor langere tijd in het terrein moeten worden bewaard en is een goede verzekering en bewaking van de grondslagpunten noodzakelijk. Bij de opzet van de grondslag moet een relatie worden gelegd met de bestaande situatie, om de relatie van de nieuwe kavels met de bestaande situatie te waarborgen.

Regels voor het uitzetten

De nieuwe grenzen moeten aansluiten aan de te handhaven kadastrale grenzen binnen het gebied en aan de grenzen aan de rand van het gebied. Deze bestaande grenzen maken deel uit van het uitzetbestand. De coördinaten van deze grenzen worden door herberekening of grensuitzetting bepaald en dus niet door selectie uit de kadastrale kaart. Als de gegevens van het reconstructiebestand het mogelijk maken de grenzen rekenkundig te reconstrueren, dan wordt dit aanbevolen. Als dit echter niet het geval is zal grensuitzetting in het terrein moeten plaatsvinden, waarbij de grens opnieuw wordt vastgesteld. Vervolgens wordt de aldus uitgezette grens opnieuw opgemeten, teneinde deze grens aan het uitzetbestand te kunnen toevoegen.

Het uitzetten geschiedt vanuit de aanwezige grondslagpunten of vanuit punten van de harde topografie. Het gebeurt bij voorkeur tachymetrisch, waarbij voerstralen worden

berekend vanuit de grondslagpunten of waarbij gebruik wordt gemaakt van de vrije opstelling. Ook kan voor het uitzetten van GPS-detailmeting gebruik worden gemaakt (zie § 6.4). De betrouwbaarheid wordt gewaarborgd door de uitgezette grenspunten te controleren met vooraf berekende kortgesloten maten tussen grenspunten of ten opzichte van aanwezige harde topografie. Het uitzetten van minimaal 3 punten van een grens is ook een goede controle.
Het wordt aanbevolen de uitgezette grenspunten via een onafhankelijke meting opnieuw in te meten en het resultaat te vergelijken met het uitzetbestand, waarbij de oppervlakte van de percelen wordt berekend.

Regels voor het inmeten van grenzen
Het inmeten van de grenzen gebeurt in beginsel overeenkomstig de richtlijnen uit § 6.3.3. In alle gevallen wordt een relatie gelegd met de bestaande harde topografie in de omgeving. Dit garandeert een goede relatieve precisie ten opzichte van bestaande grenzen, omdat deze ook ten opzichte van de harde topografie zijn vastgelegd.
Na het inmeten van de grenzen wordt de grootte van de percelen berekend. Het verschil met de in de akte vermelde grootte mag niet groter zijn dan de in § 6.5.1 vermelde toleranties.
Als er (detail-)grondslag of terrestrische grondslagelementen aanwezig zijn, wordt hiervan gebruik gemaakt bij het bepalen van de nieuwe grenzen en hoeft niet in een lokaal stelsel te worden gewerkt.

7 Fotogrammetrie

7.1 Inleiding

De fotogrammetrie houdt zich bezig met de bepaling van de onderlinge ligging en vorm van objecten met behulp van foto's of digitale beelden. Toepassingen van fotogrammetrie zijn van uiteenlopende aard en beperken zich niet tot de kaartvervaardiging. De *luchtfotogrammetrie* heeft tot doel het verzamelen van hoofdzakelijk geometrische informatie over topografie met behulp van luchtfoto's. De HTW beperkt zich tot de luchtfotogrammetrie als meettechniek voor het vervaardigen en bijhouden van topografische kaarten.

Het fotogrammetrische produktieproces omvat drie onderdelen. Eerst worden bij de *fotogrammetrische opname* de luchtfoto's gemaakt. Vervolgens wordt door de *fotogrammetrische grondslagbepaling* de relatie gelegd tussen de ligging van beeldpunten in de foto's en de ligging van punten in het terrein. Tenslotte worden tijdens de *fotogrammetrische detailmeting* de topografische elementen gekarteerd.

Het voordeel van de fotogrammetrie is dat grote gebieden efficiënt gekarteerd kunnen worden. Het is derhalve niet verwonderlijk dat de fotogrammetrie op grote schaal wordt ingezet bij de GBKN-produktie en de kartering voor landinrichtingsprojekten. Voor de bijhouding van grootschalige kaarten kan de fotogrammetrie interessant zijn omdat met behulp van foto's de veranderingen in de terreinsituatie eenvoudig op te sporen zijn.

Een beperking van de fotogrammetrie is dat niet alle topografische terreinelementen in het terrein zichtbaar zijn op luchtfoto's. Dit geldt vooral in dicht bebouwd of bosrijk gebied. Een tweede beperking voor de toepasbaarheid is dat slechts enkele dagen per jaar goede opnamen kunnen worden gemaakt. De fotogrammetrische opname stelt namelijk hoge eisen aan de weersgesteldheid.

De HTW behandelt dat deel van de fotogrammetrie dat betrekking heeft op de grootschalige topografische *kartering* op basis van stereo-uitwerking en de *bijhouding* van grootschalige topografische kaarten. De kartering en bijhouding beperken zich tot de planimetrie; de hoogte van objecten wordt niet vastgelegd. De bijhouding gebeurt doorgaans op basis van stereo-uitwerking en in speciale gevallen op basis van enkelbeelduitwerking. Met enkelbeeld-uitwerking kan de bijhouding worden uitgevoerd van de zachte topografie in nagenoeg vlak terrein. De fotogrammetrische kartering en bijhouding betreffen de uitgifteschalen 1 : 1000 en 1 : 2000. De gebruikelijke fotoschalen voor deze uitgifteschalen zijn respectievelijk 1 : 3000 en 1 : 6000. Afhankelijk van de gebiedsklasse en de gestelde eisen kunnen ook kleinere fotoschalen worden gekozen. Bij de stereo-uitwerking wordt gebruik gemaakt van foto's of digitale beelden. Bij de enkelbeeld-uitwerking beperkt de HTW zich tot het gebruik van digitale beelden.

De fotogrammetrische kartering en bijhouding resulteren in puntenvelden met een zogenaamde grafische precisie. De foto- en uitgifteschalen die bij het kadaster gebruikelijk zijn en de bijbehorende precisie-eisen zijn weergegeven in tabel 7.1. Het gaat hierbij om standaardafwijkingen van coördinaten van goed idealiseerbare punten (harde topografie). In de praktijk blijkt de precisie-eis in bebouwd gebied haalbaar. In landelijk

gebied is de precisie in het algemeen vaak beter dan de precisie-eis. Worden de in dit hoofdstuk opgenomen procedures gevolgd en is de fotografie van goede kwaliteit, dan voldoet het eindresultaat ruimschoots aan de specificaties van de norm-GBKN (zie § 2.6).

	bebouwd gebied	landelijk gebied
fotoschaal	1 : 3000	1 : 6000
uitgifteschaal	1 : 1000	1 : 2000
precisie-eis voor een coördinaat (puntprecisie)	20 cm	40 cm

Tabel 7.1: Relatie tussen fotoschaal, uitgifteschaal en precisie-eis.

Uit het voorgaande volgt dat de fotogrammetrie een uitstekende methode is voor de kartering van relatief grote gebieden en dat het tevens een goede techniek kan zijn voor de bijhouding van de kaart. De fotogrammetrie is echter minder geschikt voor het opbouwen van het reconstructiebestand. De fotogrammetrische kartering kan alleen als reconstructiebestand worden gebruikt voor delen van het landelijk gebied waar elementen van de kadastrale grens samenvallen met zichtbare topografie met een idealisatieprecisie die gelijk is aan of beter is dan de grafische precisie.

De kwaliteit van de fotogrammetrische kartering en bijhouding is in belangrijke mate afhankelijk van de kwaliteit van de fotografie. De fotogrammetrische meettechnieken vereisen in alle gevallen luchtfoto's van hoge kwaliteit. Daarnaast is de precisie afhankelijk van de gekozen fotoschaal. De fotoschaal bepaalt in hoge mate de zichtbaarheid en de interpreteerbaarheid van topografische elementen. De gewenste zichtbaarheid bepaalt veelal de keuze van de fotoschaal. Bovendien geldt dat de standaardafwijking van de coördinaten in het terreinstelsel groter wordt naarmate de fotoschaal kleiner is.

De fotogrammetrie is een bewezen puntsbepalingsmethode die vanaf de jaren twintig op produktiebasis wordt gebruikt voor de groot- en kleinschalige kartering. De opkomst van de computer heeft de ontwikkeling van de instrumenteel gerichte fotogrammetrie naar de zogenaamde *analytische fotogrammetrie* tot gevolg gehad. Bij de analytische fotogrammetrie worden vele processtappen van het produktieproces op rekenkundige wijze uitgevoerd. De fotogrammetrie heeft de laatste jaren een belangrijke ontwikkeling doorgemaakt. Zo werd ondermeer de digitale beeldverwerking geïntroduceerd, waarbij de luchtfoto's door middel van scannen toegankelijk worden gemaakt voor verwerking met de computer. Fotogrammetrie met digitale beelden wordt *digitale fotogrammetrie* genoemd. Een tweede ontwikkeling betreft de plaatsbepaling van de camera tijdens de fotovlucht met behulp van *GPS*. Beide ontwikkelingen laten echter de grondslagen van de fotogrammetrie onverlet.

7.1.1 Overzicht van dit hoofdstuk

In de volgende paragraaf wordt een overzicht gegeven van het fotogrammetrische produktieproces en van de fotogrammetrische principes en meettechnieken. In de daarop volgende paragrafen wordt dieper ingegaan op het produktieproces. Het fotogrammetrische produktieproces wordt ingedeeld in drie stappen:

- de fotogrammetrische opname;
- de fotogrammetrische grondslagbepaling;
- de fotogrammetrische detailmeting.

De fotogrammetrische opname wordt behandeld in § 7.3. De fotogrammetrische grondslagbepaling valt uiteen in de triangulatie en de blokvereffening en komt aan de orde in § 7.4. De fotogrammetrische detailmeting wordt opgesplitst in de kartering (§ 7.5) en de bijhouding (§ 7.6). Beide vormen van fotogrammetrische detailmeting worden gevolgd door de naverkenning (§ 7.7) en de aansluiting (§ 7.8) en leiden tot de digitale kaart.

7.2 Overzicht van de luchtfotogrammetrie

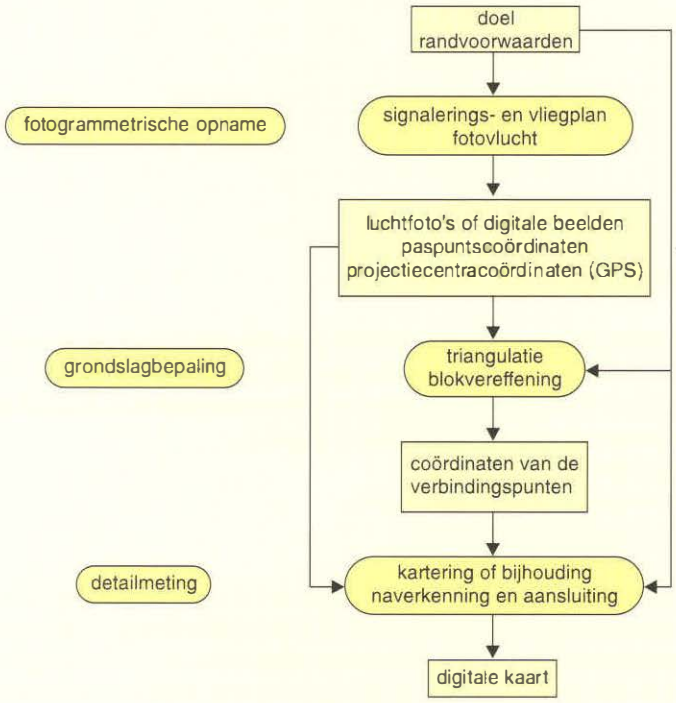
Deze paragraaf over de theorie van de fotogrammetrie en de fotogrammetrische meettechnieken heeft een drieledig doel. Ten eerste wordt een overzicht van het fotogrammetrische produktieproces gegeven, waarbij de fotogrammetrische terminologie wordt geïntroduceerd. Ten tweede komen enige voor de fotogrammetrie essentiële basisprincipes aan de orde, zoals het stereoscopisch zien en meten, de wiskundige relatie tussen foto en terrein via de centraal-projectieve transformatie en het fotogrammetrische blok. Ten derde worden de fotogrammetrische meettechnieken beschreven. Aan de orde komen onder andere het scannen van luchtfoto's, het uitvoeren van metingen in foto's en het fotogrammetrische stereomodel. Deze paragraaf wordt afgesloten met een beknopt overzicht van het fotogrammetrische instrumentarium.

Voor de toepassing van de fotogrammetrie buiten de grootschalige kartering, gebaseerd op stereo-uitwerking en een uitgebreidere behandeling van de onderliggende principes, wordt de lezer verwezen naar de literatuur (bijvoorbeeld: [Konecny en Lehmann, 1984], [Kraus, 1982,1984], [American Society of Photogrammetry, 1980], [Albertz en Kreiling, 1992], en op het gebied van de digitale fotogrammetrie: [Bähr, 1991] en [Ebner et. al., 1992]).

7.2.1 Het fotogrammetrische produktieproces

Het fotogrammetrische produktieproces kent de volgende stappen: de fotogrammetrische opname, de fotogrammetrische grondslagbepaling en de fotogrammetrische detailmeting. Deze drie stappen worden hierna verder uitgewerkt.

De keuze voor de fotogrammetrie als meetmethode is afhankelijk van een aantal factoren. Indien grote gebieden moeten worden gekarteerd is fotogrammetrie vaak de meest efficiënte methode. Voor de bijhouding is fotogrammetrie alleen interessant indien zich in een gebied veel mutaties hebben voorgedaan en de betreffende terreinelementen ook in de luchtfoto's zichtbaar zijn.



Figuur 7.1: Het fotogrammetrische produktieproces.

Het fotogrammetrische produktieproces voor de kartering

Een overzicht van het fotogrammetrische produktieproces voor de kartering en de bijhouding wordt gegeven in figuur 7.1. Dit produktieproces wordt hierna kort beschreven.

Een van de eerste stappen in het produktieproces is het aangeven van de gebieden die gekarteerd moeten worden op de kaartschalen 1 : 1000 (bebouwd gebied) en 1 : 2000 (landelijk gebied).
Voor de fotovlucht plaatsvindt wordt vastgesteld waar aansluitingspunten – in de fotogrammetrie *paspunten* genoemd – noodzakelijk zijn. Dit kunnen bestaande punten zijn, of nieuw te bepalen punten. De paspunten dienen als grondslag voor de fotogrammetrische kartering. Aangezien de fotogrammetrie een drie-dimensionale meettechniek is, zijn er paspunten voor de situatie en voor de hoogte nodig. In het terrein wordt de ligging en de hoogte van de paspunten bepaald met behulp van terrestrische methoden of met GPS-grondslagmeting (zie hoofdstuk 5). Paspunten dienen goed zichtbaar te zijn op de foto's. De paspunten worden in het algemeen vóór de fotovlucht gekozen en worden dan met zogenaamde *vliegschijven* zichtbaar gemaakt. Deze in het terrein gemarkeerde punten noemt men *gesignaliseerde* paspunten. De paspunten kunnen ook ná de fotovlucht worden gekozen, met behulp van de foto's. Men spreekt dan van *natuurlijke* paspunten; dat zijn markante, goed idealiseerbare punten in het terrein, die duidelijk op de foto's zijn te zien.

In het *signaliseringsplan* wordt voorafgaand aan de fotovlucht vastgelegd:
- welke paspunten worden gebruikt;
- waar nieuwe paspunten worden gekozen;
- welke punten worden gesignaliseerd;
- hoe het gebied strooksgewijs wordt gefotografeerd.

Het signaliseringsplan kan worden beschouwd als het meetontwerp voor de fotovlucht. Het te karteren gebied wordt met *vliegstroken* bedekt. Met GPS kunnen eventueel de posities van de camera tijdens de opnamen worden bepaald. Het *vliegplan* bevat op een ondergrond van een topografische kaart de vlieglijnen die door het opnamevliegtuig moeten worden gevolgd. Tijdens de fotovlucht worden met een *meetcamera* de foto's gemaakt. Het opstellen van het signaliserings- en vliegplan en het uitvoeren van de fotovlucht komen uitgebreid aan de orde in § 7.3.

Een recente ontwikkeling is de eerder genoemde digitale fotogrammetrie. De fotogrammetrische gegevensverwerking is dan niet gebaseerd op de luchtfoto's zelf, maar op de daarvan vervaardigde digitale beelden. De HTW beperkt zich tot digitale fotogrammetrie op basis van gescande luchtfoto's. De benodigde analoog-digitaal-omzetting gebeurt met een zeer nauwkeurige scanner, ook wel fotogrammetrische scanner genoemd. Het *scannen* van luchtfoto's wordt beschreven in § 7.2.3. Voor de principes van de fotogrammetrische gegevensverwerking is het niet essentieel of men op basis van foto's of digitale beelden werkt. Tenzij een expliciet onderscheid wordt gemaakt, wordt in het vervolg van dit hoofdstuk onder het begrip foto ook verstaan de digitale variant in de vorm van de gescande luchtfoto.

Het resultaat van de fotovlucht is een verzameling luchtfoto's die het te karteren gebied zodanig bedekt dat stereo-uitwerking mogelijk is. Men noemt dit drie-dimensionale netwerk een *fotogrammetrisch blok* met als elementen de punten in het terrein, de posities van de camera tijdens de opnamen en de beeldpunten op de foto's (het begrip fotogrammetrisch blok zal nader worden behandeld in § 7.2.2). Na de opname zijn de foto's niet meetkundig aan elkaar gerelateerd. De meetkundige relatie tussen de foto's moet tot stand worden gebracht door in een zogenaamde *blokvereffening* de geometrie van het fotogrammetrische blok te reconstrueren, zoals dat bestond tijdens de opname. Daartoe worden tijdens de zogenaamde *(aëro-)triangulatie* zowel de paspunten gemeten als de zogenaamde *verbindingspunten*. Verbindingspunten zijn corresponderende punten in elkaar overlappende foto's.
Nadat in alle foto's de pas- en verbindingspunten zijn gemeten, worden in de blokvereffening de metingen van alle fotopunten vereffend en getoetst. In een tweede vereffeningsstap wordt door middel van de paspunten, waarvan de coördinaten gegeven zijn in het RD- en NAP-stelsel, het blok aan het terreinstelsel aangesloten. Resultaat van de blokvereffening zijn, naast de stand en positie van de luchtfoto's, de coördinaten van de verbindingspunten in het RD-stelsel. Deze punten vormen de grondslag voor de fotogrammetrische detailmeting.
De triangulatie en blokvereffening resulteren in een verdichting van de grondslag, gevormd door de paspunten, en maken deel uit van de fotogrammetrische grondslagbepaling. De triangulatie en blokvereffening worden beschreven in § 7.4.

Na de blokvereffening is de geometrie van het fotogrammetrische blok bekend. Voor de kartering wordt echter niet het hele blok ineens gebruikt, maar wordt in eenheden van twee elkaar overlappende foto's gewerkt. Dit wordt stereo-uitwerking genoemd. Twee overlappende foto's vormen een *stereopaar* en worden tijdens de *relatieve oriëntering* aan elkaar gerelateerd tot een *fotogrammetrisch stereomodel* of kortweg model. Nadat in een *absolute oriëntering* het model aan het terreinstelsel is aangesloten met behulp van pas- en verbindingspunten, kunnen in het stereomodel drie-dimensionale terreincoördinaten gemeten worden. De inwendige, relatieve en absolute oriënteringsstappen worden nader toegelicht in § 7.2.2.5.

Bij de kartering wordt stereoscopisch gemeten omdat de zichtbaarheid dan beter is en de interpretatie van de objecten in het terrein eenvoudiger. Bovendien wordt de invloed geëlimineerd van hoogteverschillen in het terrein op de ligging van de gekarteerde elementen, zoals die zich bij enkelbeeld-uitwerking voordoet. De resultaten van de meting in het model zijn de in het fotogrammetrische bestand opgeslagen coördinaten van de gekarteerde punten. Men spreekt wel van *digitaal fotogrammetrisch karteren* (niet te verwarren met de eerder genoemde digitale fotogrammetrie). De fotogrammetrische kartering wordt beschreven in § 7.5.

Na de fotogrammetrische kartering wordt het deel van de kaartinhoud dat niet op de foto's zichtbaar is tijdens de zogenaamde *naverkenning* in het terrein vergaard en aan het bestand toegevoegd. De naverkenning vereist terreinbezoek waarbij meestal terrestrische metingen worden verricht. De naverkenning wordt behandeld in § 7.7.

Nadat de naverkenning is uitgevoerd, wordt het coördinatenbestand dat met behulp van de fotogrammetrische detailmeting is verkregen, aangesloten aan de bestaande digitale coördinatenbestanden van (gedeelten van) het gebied. Deze aansluiting komt aan de orde in § 7.8.

Het fotogrammetrische produktieproces voor de bijhouding
De fotogrammetrie kan ook worden ingezet voor de bijhouding van topografische kaarten. Bijhouding met behulp van fotogrammetrische methoden is vooral van belang voor het bijhouden van de GBKN omdat hierop de topografie staat afgebeeld. Voor de bijhouding van de kadastrale kaart is de fotogrammetrie minder geschikt omdat kadastrale grenzen meestal niet op luchtfoto's zichtbaar zijn. Alleen indien voorafgaand aan de fotovlucht de kadastrale grenzen gesignaliseerd worden, is kartering van kadastrale grenzen mogelijk. Dit is echter kostbaar en inefficiënt. De bijhouding met behulp van de fotogrammetrie is vooral interessant in die gebieden waar veel (natuurlijke) paspunten zijn. In dat geval hoeft men voorafgaand aan de bijhoudingskartering geen triangulatie en blokvereffening uit te voeren. Verder is het produktieproces voor de bijhouding vrijwel gelijk aan het produktieproces voor de fotogrammetrische kartering.
Bij de bijhouding is *inspiegeling* een essentieel hulpmiddel. Bij inspiegeling wordt de al bestaande digitale kaart geprojecteerd in het stereomodel, zodat mutaties in de topografie direct opvallen en gekarteerd kunnen worden.

Ook voor de bijhouding wordt stereoscopisch gemeten. Indien de bijhouding zich echter beperkt tot elementen van de zogenaamde zachte topografie in terrein dat voldoende vlak is, kan de bijhouding worden uitgevoerd op basis van enkelbeeld-uitwerking. De HTW beperkt zich tot de behandeling van de enkelbeeld-uitwerking met digitale beelden voor de fotogrammetrische bijhouding (zie § 7.6).

7.2.2 Principes van de luchtfotogrammetrie

Het doel van deze paragraaf is de lezer een beknopt overzicht te geven van de principes van de fotogrammetrie, voorzover die van belang zijn voor de gegevensinwinning ten behoeve van grootschalige karteringen. Uitgangspunt bij de technische beschrijving van de fotogrammetrie is dat de meting stereoscopisch plaatsvindt in modellen. De waarnemingsgrootheden zijn echter in alle gevallen te herleiden tot fotocoördinaten.

Aan de orde komen achtereenvolgens:
- de luchtfoto;
- de relatie tussen foto en terrein;
- het stereoscopisch zien;
- het fotogrammetrische blok als netwerk;
- het fotogrammetrische model;
- de inwendige, relatieve en absolute oriëntering.

Voor het uitvoeren van de inwendige, relatieve en absolute oriëntering zullen vuistregels worden gegeven in § 7.2.2.5.

7.2.2.1 De luchtfoto

In deze paragraaf wordt aandacht besteed aan de geometrie van de luchtfoto. De luchtfoto is een fotografische afbeelding van een bij benadering verticale opname van het terrein. In figuur 7.2 is een luchtfoto afgebeeld.

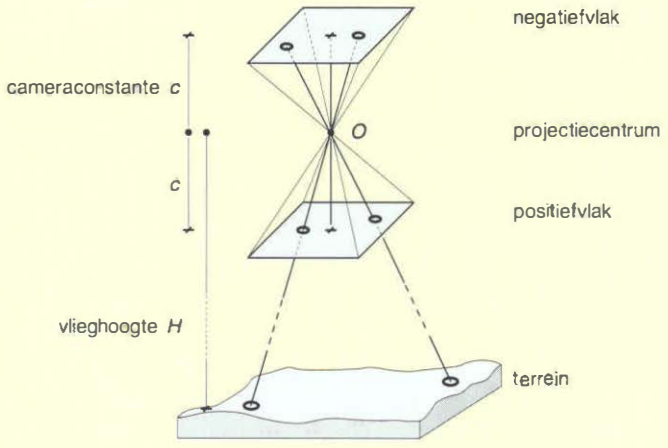


Figuur 7.2: Voorbeeld van een luchtfoto (fotoschaal 1 : 6000, verkleind afgebeeld).

Een luchtfoto bevat behalve de afbeelding van het terrein ook andere informatie. Belangrijk voor de fotogrammetrische verwerking zijn de *randmerken*. Op een luchtfoto worden vier of acht randmerken afgebeeld. De randmerken liggen in het midden van de rand en/of in de hoeken van de foto. Naast de randmerken wordt op de luchtfoto ook het cameratype aangegeven, alsmede de cameraconstante, de benaderde vlieghoogte, de datum en het tijdstip van de opname, het volgnummer van de foto en een doosniveau waarmee de verticale stand van de camera op het moment van de opname kan worden gecontroleerd.
Na de opname kan de luchtfoto, indien gewenst, met een scanner worden omgezet naar een digitaal beeld (zie § 7.2.3).

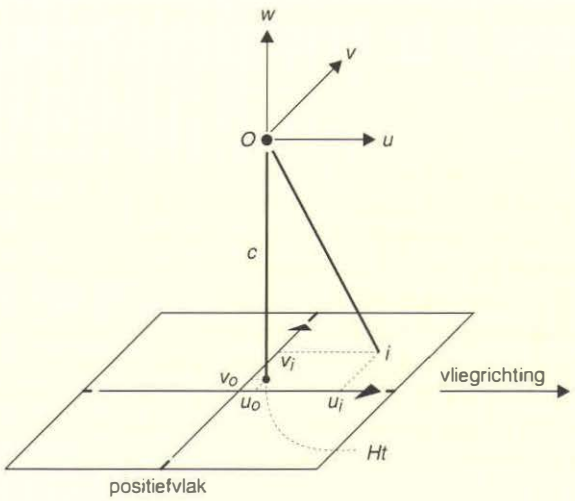
De foto komt tot stand door de projectie van lichtstralen, afkomstig van terreinpunten, die via een lenzenstelsel op de film terechtkomen. Het optisch centrum van het lenzenstelsel van de meetcamera wordt beschouwd als een punt. Dit wordt het *projectiecentrum* of opnamecentrum genoemd. In principe gaan alle lichtstralen door het projectiecentrum en daarom spreken we van een *centrale projectie* (zie figuur 7.3). De belangrijkste aanname bij de meetkundige beschrijving van de afbeelding is dat de lichtweg van een terreinpunt via het projectiecentrum naar het beeldpunt op de foto een rechte lijn is. Bij de verdere beschrijving worden afwijkingen van deze rechte lijn ten gevolge van de atmosferische refractie verwaarloosd. De lichtstralen van de terreinpunten naar de beeldpunten op de foto vormen een *stralenbundel*.

In figuur 7.3 is c de *cameraconstante*, de afstand van de foto tot het projectiecentrum O. In de fotogrammetrie worden de wiskundige modellen meestal gebaseerd op de ligging van het beeld in het positiefvlak, terwijl bij de opname de film in het negatiefvlak ligt. Het positiefvlak ligt evenwijdig aan het negatiefvlak op een afstand ter grootte van de cameraconstante van het projectiecentrum.
De verhouding tussen de cameraconstante en de (gemiddelde) vlieghoogte (H) resulteert in de (gemiddelde) fotoschaal. Het schaalgetal wordt berekend als $\frac{H}{c}$.

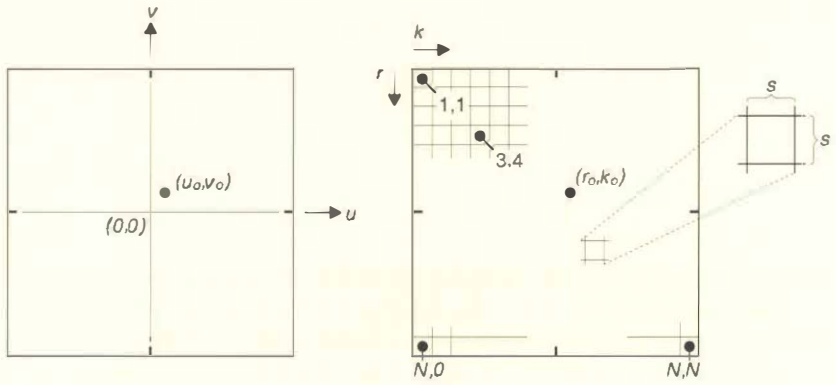


Figuur 7.3: De centrale projectie.

Hoewel de ligging van een beeldpunt in de foto in principe met twee coördinaten kan worden beschreven, wordt de afbeelding van het terrein naar de foto drie-dimensionaal beschreven met behulp van het camerastelsel (zie figuur 7.4). De drie assen van dit stelsel worden u, v en w genoemd en worden vastgelegd door de coördinaten van de randmerken. De oorsprong van het camerastelsel wordt gekozen in het projectiecentrum. De w-as valt samen met de optische as van de camera. De u-as ligt in de vliegrichting en de v-as staat loodrecht op de twee andere assen en wel zodanig dat een linksdraaiend stelsel wordt verkregen. Het zogenaamde *hoofdpunt Ht*, dat gedefinieerd is als de loodrechte projectie van het opnamecentrum op het fotovlak, kan enigszins afwijken van de oorsprong van het fotostelsel. Deze oorsprong ligt bij benadering op het snijpunt van de lijnen tussen de randmerken. De coördinaten van het hoofdpunt zijn dus u_o en v_o. Er wordt ook wel gesproken van een *hoofdpuntsverschuiving*. In het camerastelsel heeft het projectiecentrum de coördinaten $(0, 0, 0)$, het hoofdpunt de coördinaten $(0, 0, -c)$ en een willekeurig beeldpunt i de coördinaten $(u_i - u_o, v_i - v_o, -c)$. In de foto meet men de fotocoördinaten u_i en v_i. De fotocoördinaten van het hoofdpunt u_o en v_o en de cameraconstante c worden tijdens een camerakalibratie samen met de parameters van de lensvertekening bepaald. Deze parameters beschrijven de mate waarin de lichtstralen afwijken van een rechte lijn als gevolg van buiging door de lens van de camera. Bij een meetcamera zijn deze afwijkingen meestal kleiner dan 0,01 mm in het fotovlak. Voor de transformatie naar het camerastelsel dienen de fotocoördinaten gecorrigeerd te worden voor eventuele lensvertekening.



Figuur 7.4: Het camerastelsel.



Figuur 7.5: Fotostelsel (links) en digitale beeldstelsel (rechts) met r = rijnummer en k = kolomnummer; (u_o,v_o) en (r_o,k_o) zijn de coördinaten van het hoofdpunt.

Wordt de luchtfoto gescand dan ontstaat een *digitaal beeld* dat is opgebouwd uit beeldelementen of *pixels*, die zijn gerangschikt in rijen en kolommen. Aan elke pixel wordt tijdens het scannen een grijswaarde toegekend. Het coördinatenstelsel wordt gedefinieerd door de rijen en kolommen. De relatie tussen fotocoördinaten en beeldcoördinaten (zie figuur 7.5) wordt gelegd met:

$$u = (k - k_o) \times s + u_o$$
$$v = (r_o - r) \times s + v_o$$

Er wordt van uitgegaan dat de rijen en kolommen van het digitale beeld evenwijdig zijn aan het camerastelsel. Verder zijn de pixels vierkant met grootte s. Voor toepassingen in de grootschalige kartering worden beeldelementen gebruikt met een grootte van 10 tot 30 µm (1 µm = 0,001 mm). Uit het voorgaande blijkt dat de fotocoördinaten, de cameracoördinaten en de beeldcoördinaten eenduidig aan elkaar gerelateerd zijn. In het vervolg zal alleen over fotocoördinaten gesproken worden, ook als het gaat om metingen in digitale beelden.

7.2.2.2 De relatie foto-terrein

Om te kunnen karteren, dient de relatie tussen punten in de foto en punten in het terrein bekend te zijn. De relatie tussen terreinpunten en beeldpunten is weergegeven in figuur 7.6. In de figuur zijn twee coördinatenstelsels weergegeven, namelijk het terreinstelsel (X, Y, Z) en het camerastelsel (u, v, w). Het terreinstelsel is voor de X en Y coördinaten het RD-stelsel en voor de Z-coördinaat het NAP-stelsel.
Uit de figuur blijkt direct dat *hoogteverschillen* in het terrein (in Nederland worden die veelal veroorzaakt door gebouwen en dijklichamen) een effect hebben op de ligging van de beeldpunten in de foto. Men noemt dit effect *omvalling*. Een hoogteverschil h in het terrein (in de figuur tussen de punten P en P') leidt bij een benaderd verticale opname tot een radiale verplaatsing dr (tussen de beeldpunten p en p') in de foto van:

$$dr = r \frac{h}{H} \quad .$$

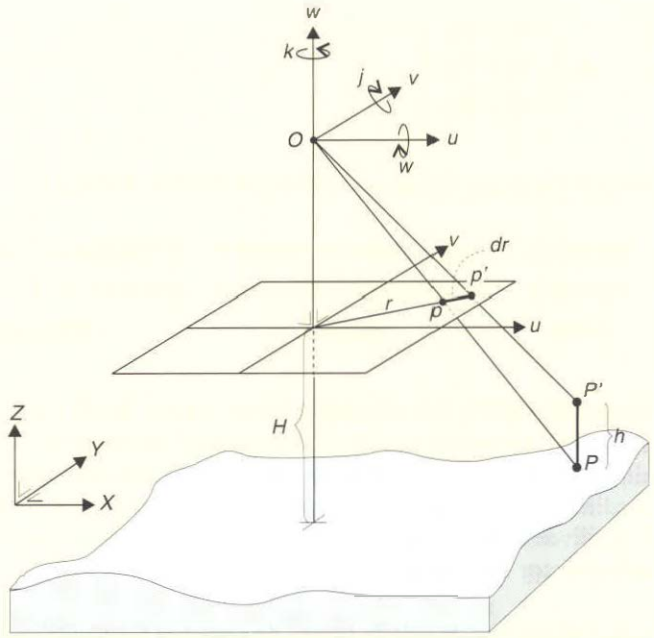
waarbij H de vlieghoogte is en r de afstand van het beeldpunt tot het hoofdpunt van de foto. De omvalling wordt groter naarmate de afstand tot het hoofdpunt toeneemt.
Ook neemt de omvalling toe naarmate de cameraconstante kleiner is. Bij een kleinere cameraconstante moet lager worden gevlogen voor dezelfde fotoschaal. Uit bovenstaande formule blijkt dat een kleinere vlieghoogte H een grotere omvalling dr tot gevolg heeft.

Het effect van de omvalling op de relatieve ligging kan groot zijn. Dit is een belangrijke reden voor het beperkt bruikbaar zijn van enkelbeeld-uitwerking voor de grootschalige kartering of bijhouding. Bovendien zijn door de omvalling bepaalde terreinelementen

niet zichtbaar in de enkele foto. Bij stereo-uitwerking kunnen dergelijke terreinelementen vaak nog wel in één van de twee opnamen van een stereopaar worden waargenomen.

Collineariteitsbetrekking

De wiskundige beschrijving van de relatie tussen punten in de foto en corresponderende punten in het terrein is gebaseerd op de collineariteitsbetrekking. Deze betrekking ligt ten grondslag aan het wiskundig model van de fotogrammetrie en zal hier kort worden afgeleid.



Figuur 7.6: Schematische weergave van de relatie foto-terrein (zonder hoofdpuntsverschuiving).

De lijn door het projectiecentrum O en het beeldpunt p wordt in het camerastelsel beschreven met de vector $\vec{Op}$ met de componenten:

$$\vec{Op} = \begin{bmatrix} u_p - u_o \\ v_p - v_o \\ -c \end{bmatrix} .$$

De lijn van het projectiecentrum O naar het terreinpunt P wordt in het terreinstelsel beschreven met de vector:

$$\vec{OP} = \begin{bmatrix} X_P - X_O \\ Y_P - Y_O \\ Z_P - Z_O \end{bmatrix} ,$$

waarbij X_O, Y_O en Z_O de coördinaten zijn van het projectiecentrum in het terreinstelsel.

Uit figuur 7.6 blijkt dat tijdens de opname de vectoren $\vec{Op}$ en $\vec{OP}$ een scalair veelvoud zijn van elkaar, ofwel *collineair*. Dit is te schrijven als:

$$\vec{Op} = \lambda R\, \vec{OP} \quad ,$$

waarbij de schaalfactor λ het lengteverschil tussen de beide vectoren tot uitdrukking brengt. De schaalfactor is bij benadering gelijk aan de verhouding tussen de cameraconstante en de vlieghoogte c/H. Om de elementen van de vector $\vec{OP}$ uit te drukken in het camerastelsel wordt deze vector voorvermenigvuldigd met de rotatiematrix R die de relatie beschrijft tussen beide stelsels:

$$\begin{pmatrix} u_p - u_o \\ v_p - v_o \\ -c \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} X_P - X_O \\ Y_P - Y_O \\ Z_P - Z_O \end{pmatrix} .$$

Dit is de *collineariteitsbetrekking*. De matrix R kan geschreven worden als:

$$R = R(\kappa,\varphi,\omega) \begin{pmatrix} +\cos\kappa\cos\varphi & +\cos\kappa\sin\varphi\sin\omega + \sin\kappa\cos\omega & -\cos\kappa\sin\varphi\cos\omega + \sin\kappa\cos\omega \\ -\sin\kappa\cos\varphi & -\sin\kappa\sin\varphi\cos\omega + \cos\kappa\cos\omega & +\sin\kappa\sin\varphi\cos\omega + \cos\kappa\sin\omega \\ +\sin\varphi & -\cos\varphi\sin\omega & +\cos\varphi\cos\omega \end{pmatrix}$$

R is een 3 × 3 orthogonale matrix, dat wil zeggen dat de inverse gelijk is aan de getransponeerde ($R^T = R^{-1}$). De 9 elementen van de rotatiematrix R zijn functies van de 3 oriënteringshoeken ω, φ en κ. De rotatiematrix in de collineariteitsbetrekking is op dezelfde manier gedefinieerd als bij de 3D-gelijkvormigheidstransformatie in § 4.4.6. In tegenstelling tot de 3D-gelijkvormigheidstransformatie heeft men bij de collineariteitsbetrekking echter een schaalfactor λ per straal.

De collineariteitsbetrekking legt de relatie tussen de gemeten fotocoördinaten (u_p, v_p), de terreincoördinaten (X_P, Y_P, Z_P) en de oriënteringselementen van de camera tijdens de opname (positie X_O, Y_O, Z_O en de oriënteringshoeken ω, φ en κ in de matrix R). Het functiemodel van de later te behandelen blokvereffening en kartering is gebaseerd op de collineariteitsbetrekking.

7.2.2.3 Stereoscopisch zien

Bij de fotogrammetrische kartering en bijhouding wordt stereoscopisch gemeten. De operateur beweegt tijdens de stereo-uitwerking een meetmerk in drie dimensies door het stereomodel dat is gevormd met behulp van een stereo-uitwerkingsinstrument en twee deels overlappende luchtfoto's. Bij de kartering kunnen de beelden stereoscopisch goed worden geïnterpreteerd, waardoor er een beter eindprodukt ontstaat dan bij enkelbeelduitwerking op dezelfde fotoschaal.

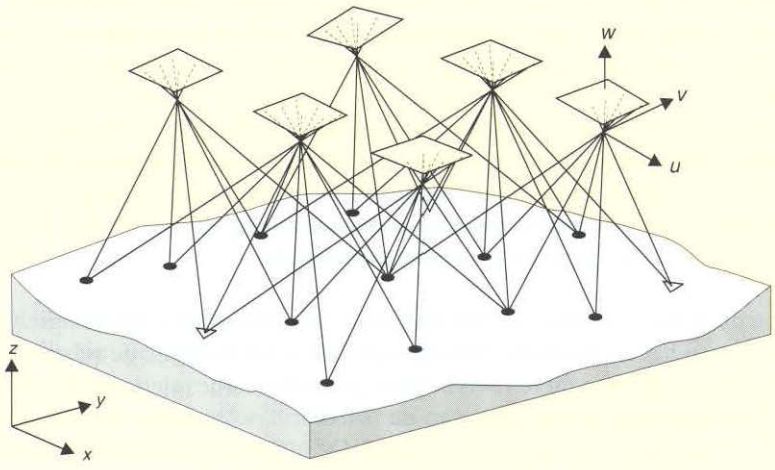
Het stereoscopisch zien wordt mogelijk door van een deel van het terrein twee foto's te maken vanuit verschillende punten, waarbij de optische assen van beide opnamen binnen enkele graden parallel zijn. In de fotogrammetrie wordt dit gerealiseerd door tijdens de fotovlucht een zodanig tijdsinterval tussen opeenvolgende foto's te kiezen dat de foto's elkaar overlappen. Twee opeenvolgende foto's overlappen elkaar in de vliegrichting in de regel voor 60% en vormen een stereopaar. Is de overlap in de vliegrichting, de

langsoverlap. in het hele gebied groter dan 50%, dan kan het hele gebied stereoscopisch worden uitgewerkt. De overlap tussen de stroken, de dwarsoverlap, beslaat meestal tussen 20 en 30% van de foto. Ook in deze overlap is het mogelijk om het terrein stereo waar te nemen. Dit gebeurt alleen voor de *puntsoverdracht* tussen de stroken (zie § 7.4).

Doordat gezorgd wordt voor een overlap van opeenvolgende foto's van 60% is bijna elk terreinpunt op twee overlappende foto's zichtbaar. De beeldpunten op de foto's hebben echter verschillende fotocoördinaten. Het verschil van de u-(foto)coördinaten wordt (langs)parallax of x-parallax genoemd. Deze parallax veroorzaakt de dieptewerking van het stereoscopisch zien. Een *verschil* in parallax tussen twee terreinpunten is een maat voor het hoogteverschil tussen deze punten. De parallax loodrecht op de vliegrichting wordt dwarsparallax of y-parallax genoemd. Tijdens de relatieve oriëntering wordt de dwarsparallax in de gemeten punten geminimaliseerd (zie § 7.2.2.5). Eventuele fouten bij de inwendige en relatieve oriëntering leiden tot een vervormd stereomodel dat niet gelijkvormig is met het terrein. Alleen de dwarsparallax is door een operateur in het stereomodel te constateren, fouten in de langsparallax leiden tot fouten in de gemeten hoogteverschillen.

7.2.2.4 Het fotogrammetrische blok als netwerk

Het resultaat van de fotovlucht kan worden opgevat als een verzameling elkaar overlappende stralenbundels. Deze stralenbundels vormen samen een drie-dimensionaal netwerk dat een *fotogrammetrisch blok*, of kortweg blok genoemd wordt (zie figuur 7.7).



Figuur 7.7: Een fotogrammetrisch blok (schematisch).

De punten van het blok zijn de projectiecentra, de beeldpunten in de foto en de punten in het terrein. Van sommige punten in het terrein zijn de coördinaten (RD, NAP of beide) bekend. Dit zijn de zogenaamde *paspunten*. De paspuntenzijn punten waarmee het fotogrammetrische blok aan het terreinstelsel wordt aangesloten. Indien de fotovlucht met GPS-metingen is ondersteund, zijn ook de posities van de projectiecentra in het terreinstelsel gemeten.

Om te kunnen karteren, moeten de relaties tussen de afzonderlijke fotostelsels en het terreinstelsel bekend zijn. Deze relaties komen beschikbaar door het fotogrammetrische blok, zoals dat tijdens de opname bestond, rekenkundig te reconstrueren. Na de fotovlucht heeft men slechts de beschikking over een grote verzameling elkaar overlappende stralenbundels die geometrisch niet aan elkaar, noch aan het terreinstelsel zijn gerelateerd. De reconstructie van het fotogrammetrische blok wordt gerealiseerd door de stralenbundels rekenkundig te koppelen. Daarbij wordt de stand en positie van iedere bundel berekend zodat stralen van verschillende bundels die naar hetzelfde punt lopen elkaar snijden. Ieder punt in een foto correspondeert met een straal van de met de foto overeenkomende stralenbundel.

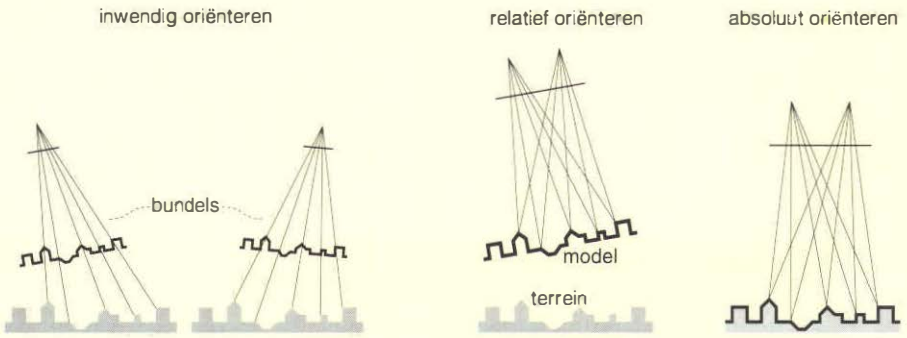
De punten die gemeten worden voor de koppeling van individuele stralenbundels tot een fotogrammetrisch blok, dienen in meerdere foto's goed herkenbaar te zijn. Deze *verbindingspunten* kunnen natuurlijke punten in het terrein zijn, of zij worden als kunstmatige punten in een aparte bewerking in de foto's gemarkeerd bij de zogenaamde *puntsoverdracht*. De verbindingspunten worden tijdens de *triangulatie* in meerdere foto's gemeten. De vereffeningsberekening waarin men de stralenbundels onderling koppelt en het blok aan het terreinstelsel aansluit, heet *blokvereffening*. Na de blokvereffening zijn van alle verbindingspunten de coördinaten in het terreinstelsel bekend. Bovendien zijn van alle stralenbundels de stand en positie bepaald (de zogenaamde uitwendige oriënteringselementen). Daarmee zijn de relaties tussen de afzonderlijke fotostelsels en het terreinstelsel bekend.

7.2.2.5 Inwendig, relatief en absoluut oriënteren

In het voorgaande is gebleken dat de luchtfoto opgevat kan worden als een vastlegging van een bundel lichtstralen. Het reconstrueren van deze stralenbundel, de zogenaamde *inwendige oriëntering*, is vrijwel altijd de eerste stap van de fotogrammetrische uitwerking.
Vervolgens wordt bij de *relatieve oriëntering* de onderlinge stand van twee overlappende stralenbundels bepaald. Het resultaat is een fotogrammetrisch model. Bij moderne systemen geschiedt het inwendig en relatief oriënteren voor een belangrijk deel computerondersteund. De *absolute oriëntering* is de aansluiting van een model aan pas- en verbindingspunten, die gegeven zijn in het terreinstelsel.

Indien de stand en positie van een luchtfoto, de uitwendige oriënteringselementen, ten opzichte van het terreinstelsel bekend zijn, dan is het mogelijk de relatieve en absolute oriëntering in één stap uit te voeren. Deze gecombineerde relatieve en absolute oriëntering komt neer op het instellen van de oriënteringselementen van een stereopaar en wordt de *uitwendige oriëntering* genoemd. De uitwendige oriënteringselementen worden bij de blokvereffening bepaald (zie § 7.4).
In figuur 7.8 zijn de oriënteringsstappen schematisch weergegeven.

De fotogrammetrische uitwerkingsinstrumenten (zie § 7.2.5) worden geleverd met programmatuur voor de ondersteuning van de genoemde stappen van het procluktieproces. In iedere stap wordt een kwaliteitscontrole uitgevoerd. De criteria die daarbij dienen te worden gesteld komen hierna aan de orde. Een overzicht van alle oriënteringsstappen en de bijbehorende kwaliteitscriteria wordt gegeven aan het einde van deze paragraaf in tabel 7.2.



Figuur 7.8: Schematische weergave van de oriënteringsstappen.

Inwendig oriënteren

Met de inwendige oriëntering wordt de stralenbundel zoals die bestond tijdens de opname gereconstrueerd. Deze reconstructie is mogelijk doordat tijdens de opname de randmerken van de camera op de foto worden afgebeeld en de camera is gekalibreerd. Een camerakalibratie resulteert in de coördinaten van de randmerken, de coördinaten van het hoofdpunt, de cameraconstante en de lensvertekening. Bij de inwendige oriëntering worden de coördinaten van de randmerken gemeten in het coördinatenstelsel van het uitwerkingsinstrument. Vervolgens worden de parameters voor de transformatie naar het camerastelsel bepaald in een vereffening, die is gebaseerd op het model van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie (zie § 4.4.3).

Vuistregels voor het inwendig oriënteren:

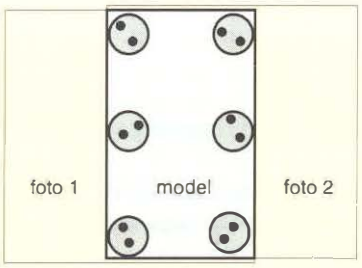
- Gebruik een kleinste-kwadraten vereffening voor de bepaling van de parameters van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.
- De coördinaten van de randmerken worden niet stochastisch verondersteld.
- Alle in de foto aanwezige randmerken (4 of 8) worden twee maal gemeten. Het verschil dient kleiner te zijn dan 10 μm per coördinaat. Het gemiddelde van beide metingen wordt gebruikt voor de bepaling van de transformatieparameters.
- De verschillen tussen getransformeerde coördinaatwaarnemingen en de gegeven randmerkcoördinaten dienen kleiner te zijn dan 10 μm.
- Wordt niet aan de eis van 10 μm voldaan, dan worden alle randmerken eenmaal over gemeten.
- Wordt nog niet aan deze eis voldaan, dan wordt in het geval van 4 randmerken de aanwezigheid van filmvervorming of instrumentele fouten verondersteld. Bij 6 of meer randmerken kan een model worden gebruikt dat gebaseerd is op een affiene transformatie.
- Wordt bij 8 randmerken dan nog niet aan de eis voldaan, dan kunnen de metingen van ten hoogste 2 randmerken worden verwijderd, maximaal 1 randmerk per zijde van de foto (per groep van 3 randmerken). Deze punten worden gekozen op basis van de toetsingsresultaten.
- Wordt dan nog niet aan de eis voldaan, dan wordt de aanwezigheid van filmvervorming of instrumentele fouten verondersteld.

Relatief oriënteren

Relatief oriënteren is het reconstrueren van de relatieve stand en positie van twee overlappende stralenbundels zodanig dat corresponderende stralen elkaar snijden. De stand van een stralenbundel ten opzichte van een andere bundel kan met 5 (relatieve) oriënteringselementen worden beschreven. Het resultaat van de relatieve oriëntering is een fotogrammetrisch model. De relatieve oriëntering bestaat uit de meting van de dwarsparallax in een aantal punten. Op basis van deze metingen worden de 5 parameters van de relatieve oriëntering in een vereffening bepaald.

Vuistregels voor het relatief oriënteren:

- Gebruik een kleinste-kwadraten vereffening. Het model is gebaseerd op snijding van corresponderende lichtstralen.
- De dwarsparallax wordt in tenminste 6 dubbelpunten gemeten. De dubbelpunten liggen op de zogenaamde Von Gruber lokaties (zie figuur 7.9).
- De te meten punten zijn afbeeldingen van terreinpunten die een goed contrast in de y-richting hebben.
- Na de relatieve oriëntering zijn de dwarsparallaxen (y-parallaxen) kleiner dan 10 µm.
- Wordt niet aan deze eis voldaan, dan kunnen de metingen van maximaal 2 punten, 1 punt per Von Gruber lokatie, overgemeten of verwijderd worden. Deze punten worden gekozen op basis van de toetsingsresultaten.
- Wordt ook na hermeting of verwijdering niet aan de eis voldaan, dan wordt de aanwezigheid van filmvervorming of instrumentele fouten verondersteld.



Figuur 7.9: Indicatie van de ligging van dubbelpunten in de Von Gruber lokaties.

De relatieve oriëntering kan problemen opleveren bij foto's van grote waterpartijen. In die delen van beide luchtfoto's kunnen geen corresponderende punten worden gevonden. De enige wijziging in bovenstaande criteria betreft dan de ligging van de punten: zijn geen geschikte punten in de Von Gruber lokaties beschikbaar, dan worden de punten daar zo dicht mogelijk in de buurt gekozen.

Absoluut oriënteren

Na de relatieve oriëntering is een fotogrammetrisch model gevormd dat stereoscopisch kan worden waargenomen en waarin drie-dimensionale modelcoördinaten kunnen worden gemeten. De absolute oriëntering heeft tot doel de relatie tussen modelcoördinaten en terreincoördinaten tot stand te brengen. Daartoe worden in het model punten gemeten waarvan de terreincoördinaten bekend zijn. Vervolgens worden in een vereffening, gebaseerd op het model van de 3D-gelijkvormigheidstransformatie, de 7 parameters bepaald voor de transformatie van het modelstelsel naar het terreinstelsel (zie ook § 4.4.6).

Vuistregels voor het absoluut oriënteren:

- Gebruik een kleinste-kwadraten vereffening op basis van het model van de 3D-gelijkvormigheidstransformatie.
- De coördinaten van de punten in het terreinstelsel worden stochastisch verondersteld.
- Zijn van de 6 dubbelpunten die worden gebruikt voor de relatieve oriëntering terreincoördinaten beschikbaar, dan dienen deze punten ook voor de absolute oriëntering gebruikt te worden. Het minimum is 1 punt per Von Gruber lokatie.
- Paspunten hebben een idealisatieprecisie van 2 cm of kleiner.
- De planimetrische verschillen tussen de getransformeerde modelcoördinaten en de gegeven terreincoördinaten zijn kleiner dan:
  - fotoschaal 1 : 3000: $2 \times \sqrt{3^2 + \sigma_{pp}^2}$ cm;
  - fotoschaal 1 : 6000: $2 \times \sqrt{4^2 + \sigma_{pp}^2}$ cm.

  σ_{pp} is de standaardafwijking van de RD-coördinaten van de terreinpunten (cm).
- Wordt niet aan voorgaande eis voldaan, dan kunnen op basis van de toetsingsresultaten punten worden overgemeten of verwijderd, waarbij de volgende beperkingen gelden:
  - beschikbaar: 6 of 7 punten, maximaal te verwijderen: 1 punt;
  - beschikbaar: 8 of 9 punten, maximaal te verwijderen: 2 punten;
  - beschikbaar: 10 of meer, maximaal te verwijderen: 3 punten.

  De over te meten of te verwijderen punten worden gekozen op basis van de toetsingsresultaten.
- Wordt na hermeting of verwijdering niet aan bovenstaande eis voldaan, dan is een fout in de voorafgaande stappen van het proces of een instrumentele fout waarschijnlijk.

Uitwendig oriënteren

De uitwendige oriëntering van een luchtfoto volgt op de inwendige oriëntering. Het resultaat van de uitwendige oriëntering van een stereopaar in een uitwerkingsinstrument is een absoluut georiënteerd model. In de HTW wordt er vanuit gegaan dat de uitwendige oriënteringselementen in de blokvereffening zijn bepaald. De uitwendige oriëntering komt neer op het instellen van de oriënteringselementen van een stereopaar in het uitwerkingsinstrument.

Criteria voor het uitwendig oriënteren bestaan uit de combinatie van de criteria voor de relatieve en de absolute oriëntering. Na het uitwendig oriënteren worden zowel de dwarsparallaxen als de verschillen tussen de gegeven en de in het model gemeten terreincoördinaten getoetst met de hiervoor genoemde criteria.

Ontschranken

Ontschranken is een fotogrammetrische techniek die door de opkomst van de digitale fotogrammetrie opnieuw op de voorgrond is getreden. In tegenstelling tot de hiervoor beschreven oriënteringsstappen wordt ontschranken toegepast bij enkelbeeld-uitwerking van gescande luchtfoto's van, binnen zekere grenzen, vlak terrein. Tijdens het proces van ontschranken worden de 8 parameters van de twee-dimensionale projectieve transformatie tussen beeldvlak en het – vlak veronderstelde – terrein bepaald. Deze techniek wordt toegepast ten behoeve van fotogrammetrische bijhouding (§ 7.6).

De criteria voor het ontschranken zijn gelijk aan die van de absolute oriëntering. De toegepaste transformatie is echter de twee-dimensionale projectieve transformatie. De minimaal 8 paspunten liggen aan de rand van de foto, met ten minste 1 punt per hoek. Buiten het gebied dat wordt omsloten door de verbindingslijnen tussen de paspunten mag niet worden gemeten.

oriënteringsstap	meting	minimum aantal metingen	randvoorwaarden	model	criteria
inwendig oriënteren	fotocoördinaten	4 randmerken (8 fotocoördinaten) (of 6 randmerken voor een affiene transformatie)	coördinaten randmerken, hoofdpunt, cameraconstante, lensvertekening	2D-gelijkvormigheidstransformatie (of affiene transformatie)	coördinaatverschillen na transformatie kleiner dan 10 μm
relatief oriënteren	dwarsparallaxen	6 dubbelpunten (12 dwarsparallaxen)	uitgevoerde inwendige oriëntering	snijding van stralen	dwarsparallax kleiner dan 10 μm (in de foto)
absoluut oriënteren	modelcoördinaten	5 punten (15 modelcoördinaten)	uitgevoerde inwendige en relatieve oriëntering, RD/NAP-coördinaten van paspunten	3D-gelijkvormigheidstransformatie	coördinaatverschillen na transformatie (cm in terrein): – 1 : 3000: kleiner dan $2 \times \sqrt{(3^2 + \sigma_{pp}^2)}$ – 1 : 6000: kleiner dan $2 \times \sqrt{(4^2 + \sigma_{pp}^2)}$ met σ_{pp}: standaardafwijking van de terreinpunten (cm)
ontschranken	fotocoördinaten	8 punten (16 fotocoördinaten)	vlak terrein en RD-coördinaten van paspunten	2D-projectieve transformatie	zie criteria absoluut oriënteren

Tabel 7.2: Overzicht van de oriënteringsstappen.

7.2.3 Scannen van luchtfoto's

Het fotogrammetrische produktieproces kan worden uitgevoerd met een daarvoor ontwikkeld digitaal-fotogrammetrisch computersysteem, ook wel *werkstation* genoemd. Om de beeldinformatie van een luchtfoto geschikt te maken voor verwerking met een computer wordt de luchtfoto gescand. Het scanningsproces kan worden beschouwd als een analoog-digitaal omzetting die uitgevoerd wordt met een voor dat doel ontwikkeld instrument: de *fotogrammetrische scanner*. Fotogrammetrische scanners voldoen aan een aantal eisen, waarvan de belangrijkste hier worden besproken.

Het resultaat van het scanningsproces is een digitaal beeld van de luchtfoto, dat in het vervolg digitale luchtfoto genoemd wordt. De digitale luchtfoto wordt gekarakteriseerd door geometrische en radiometrische eigenschappen. De belangrijkste *geometrische eigenschappen* zijn de grootte van de beeldelementen (pixels) waaruit het beeld is opgebouwd en de precisie van de relatieve positie van de pixels. Bij de *radiometrische eigen-*

schappen gaat het om de grijswaarde die tijdens het scannen van zwart-witfilm aan iedere pixel toegekend wordt. Aan het einde van deze paragraaf wordt ingegaan op het scannen van kleurenfilm.

De grijswaarde kan worden gezien als een meting van de gemiddelde densiteit (of zwarting: een functie van de lichtdoorlatendheid) over het oppervlak van de luchtfoto dat door een pixel wordt bedekt. De relatie tussen densiteit en geregistreerde grijswaarde wordt voorafgaand aan het scannen automatisch of door de operateur afgestemd op de karakteristieken van de luchtfoto. Het doel van deze afstemming is een optimaal gebruik van het grijswaardebereik (doorgaans wordt een grijswaarde in 8 bits van een computergeheugen opgeslagen waardoor er 256 grijswaarden mogelijk zijn). Het verband tussen densiteit en grijswaarde wordt meestal niet expliciet gemaakt of opgeslagen zodat de densiteit niet uit de geregistreerde grijswaarde is te herleiden. De radiometrische precisie is afhankelijk van de radiometrische kwaliteit van de scanner en van de eigenschappen van de filmemulsie in combinatie met de pixelgrootte.

De geometrische en in belangrijke mate ook de radiometrische precisie zijn afhankelijk van de scanner. De fabrikanten van de fotogrammetrische scanners verstrekken informatie over de instrumentele precisie, maar deze informatie is vaak summier en laat geen eenvoudige vergelijking toe tussen de verschillende scanners. De OEEPE, de Europese organisatie voor onderzoek in de fotogrammetrie, werkt momenteel (1995) aan eenduidige scannerspecificaties en standaardtesten om scanners te kunnen controleren en kalibreren. Zolang de kalibratiemethoden voor scanners nog in ontwikkeling zijn, zal afgegaan moeten worden op de specificaties van de producent.

Eisen aan een fotogrammetrische scanner:

Geometrie:
- Instelbereik van de pixelgrootte bij voorkeur tot 10 μm.
- Precisie van de pixelpositie 5 μm standaardafwijking over het gehele beeld. (onafhankelijk van de pixelgrootte, gemiddeld over maximaal 20 aaneengesloten pixels).
- Luchtfoto's dienen in één keer gescand te worden. (scanoppervlak minimaal 240 × 240 mm).

Radiometrie:
- Een grijswaarde wordt met minimaal 8 bits (1 byte) vastgelegd.
- De radiometrische precisie is 5 grijswaarden standaardafwijking of kleiner (exclusief emulsieruis, bij een densiteit van 1,0).

- De scanner dient minimaal eenmaal per jaar op zijn geometrische en radiometrische kwaliteit gecontroleerd te worden. De OEEPE ontwikkelt hiervoor scannertesten.

Vuistregels voor het scannen van luchtfoto's:

- Een luchtfoto wordt gescand met een fotogrammetrische scanner die aan de hiervoor genoemde eisen voldoet.
- De pixelgrootte dient zo gekozen te worden dat een goede interpretatie van de gescande luchtfoto gegarandeerd is. Afhankelijk van de gehanteerde fotoschaal en de kwaliteit van de fotografie is dit het geval bij een pixelgrootte tussen $10 \times 10\ \mu m^2$ en $20 \times 20\ \mu m^2$.
- Het verkregen digitale beeld dient aan de hierna volgende controles onderworpen te worden:

Geometrie:
- Controle van de geometrie van de gescande luchtfoto gebeurt door middel van de inwendige oriëntering. Wordt ook na hermeting van de randmerken niet aan de criteria van inwendige oriëntering voldaan, dan is een geometrische deformatie van het digitale beeld waarschijnlijk. Een dergelijke deformatie kan het gevolg zijn van het scanningsproces.
- Visuele controle van een goede aansluiting van de delen van het beeld die na elkaar gescand zijn. Bij de meeste scanners gaat het hier om de aansluiting tussen de scanstroken. Deze controle kan worden uitgevoerd met behulp van lijnelementen zoals de afbeeldingen van wegen.

Radiometrie:
- Voor de controle van de radiometrie dient de originele luchtfoto ter beschikking te staan, zodat een visuele vergelijking met het digitale beeld mogelijk is. Daarbij dient gelet te worden op strepen (vanaf 1 pixel breed) of vlekken in het digitale beeld.
- De scherpstelling dient bij de randmerken gecontroleerd te worden. Een overgang van maximale naar minimale grijswaarde, of omgekeerd, dient maximaal twee pixels te beslaan. Dat wil zeggen dat de overgang maximaal twee pixels bevat die een grijswaarde hebben tussen maximum en minimum (rekening houdend met de ruis in het digitale beeld).
- Contrasten in donkere (schaduw) en in lichte delen van de luchtfoto moeten ook in het digitale beeld aanwezig zijn.
- In aanvulling op de voorgaande controles dient een controle plaats te vinden van het histogram van de grijswaarden van het digitale beeld. Daarbij blijven de randen en de randmerken van de luchtfoto buiten beschouwing:
  - minimaal 80% van het grijswaardebereik dient te zijn benut;
  - binnen dit bereik mogen geen grijswaarden ontbreken;
  - een bepaalde grijswaarde mag bij niet meer dan 5% van de pixels voorkomen;
  - maximaal 5‰ van de pixels heeft een grijswaarde van 0 of 255 (de kleinst en grootst mogelijke grijswaarde) Pixels met deze waarden mogen alleen verspreid over het beeld voorkomen (grootste cluster: 10 pixels).

  Of aan deze criteria voldaan wordt hangt in belangrijke mate af van de afstemming tussen densiteit en geregistreerde grijswaarde.

De hoeveelheid computer-geheugen die één luchtfoto ($230 \times 230\ mm^2$) gescand met een pixelgrootte van $10 \times 10\ \mu m^2$ in beslag neemt, is ruim 500 Mb (1 Mb is ruim 10^6 bytes). Bij een pixelgrootte van $20 \times 20\ \mu m^2$ is dit 126 Mb.
Veel digitaal-fotogrammetrische systemen bieden de mogelijkheid van *beeldcompressie*.

Daarmee is het mogelijk de hoeveelheid geheugenruimte die een gescande luchtfoto inneemt te verminderen. Veel compressietechnieken zijn niet onderzocht op de gevolgen voor de geometrie van het digitale beeld. De zogenaamde JPEG-compressie (Joint Photographic Experts Group) leidt bij 15 µm pixels tot verschuivingen van beeldelementen in de orde van 1 µm wanneer een compressiefactor 5 niet wordt overschreden. Hetzelfde geldt voor ALP-compressie (Adaptive Laplacian Pyramid).

In het bovenstaande is uitgegaan van het scannen van zwart-wit film. Wordt gebruik gemaakt van *kleurenfotografie* dan wordt aangeraden ook in kleur te scannen. De belangrijkste reden hiervoor is dat in een grijswaarde-scan bepaalde kleurcontrasten niet zichtbaar kunnen zijn. Ook gaan de voordelen van het gebruik van kleur verloren, zoals een verbetering van de interpreteerbaarheid.
Het scannen in kleur komt neer op de registratie van de lichtdoorlatendheid van de film voor drie kleuren licht, de zogenaamde kleurenbanden rood, groen en blauw. Voor iedere pixel wordt voor de drie banden de (kleur)waarde opgeslagen zodat de hoeveelheid computer-geheugen die voor het kleurenscannen nodig is drie maal groter is dan voor een grijswaarde-scan (wanneer geen beeldcompressie wordt toegepast).
Voor wat betreft de geometrie zijn de hiervoor genoemde criteria ook van toepassing op een kleurenbeeld, dus op de combinatie van de drie kleurenbanden. Worden de drie kleurenbanden na elkaar gescand, dan is het van belang te controleren of de banden geometrisch goed op elkaar passen. De passing dient getoetst te worden aan de geometrische specificaties van de scanner. Als het gaat om de radiometrie zijn de genoemde criteria bij het kleurenscannen van toepassing op iedere kleurenband afzonderlijk.

Afhankelijk van de methode die voor de verdere verwerking van de digitale luchtfoto wordt gekozen (zie § 7.6), kan *herbemonstering* (ook *resampling* genaamd) van het digitale beeld nodig of gewenst zijn. Herbemonstering maakt een (gewenste) geometrische vervorming van het beeld mogelijk. Hiervoor zijn verschillende technieken beschikbaar. *Bilineair interpoleren* wordt als de meest geschikte techniek beschouwd, hoewel deze techniek een gering maar acceptabel kwaliteitsverlies betekent ten opzichte van het originele digitale beeld.

7.2.4 Meten in luchtfoto's en stereomodellen

In het fotogrammetrische produktieproces wordt gemeten bij de triangulatie, bij de kartering en bij de bijhouding. De metingen vinden plaats in afzonderlijke luchtfoto's of in stereomodellen met behulp van een uitwerkingsinstrument of digitaal werkstation.
Bij luchtfoto's worden coördinaten in het stelsel van het uitwerkingsinstrument vastgelegd en bij digitale beelden worden beeldcoördinaten geregistreerd (zie § 7.2.2). Deze coördinaten zijn na de inwendige oriëntering eenduidig aan de fotocoördinaten gerelateerd. Vaak worden alleen de fotocoördinaten opgeslagen.
Bij het meten in modellen worden drie-dimensionale modelcoördinaten geregistreerd, onafhankelijk van het feit of het nu om een model van de luchtfoto's zelf gaat of om een model op basis van digitale beelden. Meestal is het ook bij modelmetingen mogelijk om de fotocoördinaten van beide foto's op te slaan.

In de HTW wordt uitgegaan van fotocoördinaten als waarnemingsgrootheden, onafhankelijk van de manier van meten. De precisie van de fotocoördinaten is onder andere afhankelijk van de meetprecisie. De meetprecisie is afhankelijk van de instrumentele precisie, de vergroting van het beeld en de waarnemingsprecisie die afhankelijk is van de

operateur. Bij digitale beelden is de meetprecisie bovendien begrensd door de grootte van de beeldelementen. De precisie van de meting van punten van terreinelementen is daarnaast vooral afhankelijk van de interpreteerbaarheid van een object op de foto. De interpreteerbaarheid is afhankelijk van de fotoschaal, de kwaliteit van de fotografie en het contrast van het terreinelement met zijn omgeving. Stereo-uitwerking leidt door de betere interpretatie van de beelden tot metingen van hogere precisie. Daarnaast is de precisie van de meting uitgedrukt in het terreinstelsel direct gekoppeld aan de fotoschaal.
De idealisatieprecisie van een punt is geen onderdeel van de meetprecisie.

Precisie van de meting van fotocoördinaten in foto's
Bij triangulatiemetingen is een waarnemingsprecisie voor gesignaliseerde punten haalbaar van 5 μm standaardafwijking van de fotocoördinaten. Triangulatiemetingen van natuurlijke punten, die geselecteerd zijn op een groot contrast en puntsymmetrie, hebben een iets hogere standaardafwijking (ongeveer 6 μm voor een fotocoördinaat).

Voor de kartering en bijhouding ligt de standaardafwijking van de meting van een enkele fotocoördinaat in het algemeen tussen de 10 en 20 μm. Het gaat daarbij om punten op randen van objecten die ten opzichte van gesignaliseerde punten een verminderd contrast hebben. De haalbare meetprecisie hangt sterk af van de interpreteerbaarheid en daarmee van de kwaliteit van de fotografie. Metingen in luchtfoto's met schaal 1 : 6000 hebben gemiddeld een iets kleinere standaardafwijking dan metingen van dezelfde objecten in foto's met schaal 1 : 3000.

De genoemde meetprecisie is met behulp van de fotoschaal te vertalen naar het terrein. De precisie van coördinaten van een digitale kaart wordt daarnaast bepaald door de idealisatieprecisie, de paspuntprecisie en de precisie van de naverkenning.

Precisie van de meting van fotocoördinaten in digitale luchtfoto's
De precisie van de meting in digitale luchtfoto's wordt in het algemeen begrensd door de kwaliteit van de gebruikte scanner en de pixelgrootte waarmee de luchtfoto's zijn gescand. De fotogrammetrische scanner en het digitale beeld dienen te voldoen aan de criteria genoemd in § 7.2.3.

In de praktijk is gebleken dat bij metingen van gesignaliseerde punten door een operateur een meetprecisie mogelijk is van ongeveer 1/4 pixel in elke coördinaatrichting. Om deze precisie te kunnen bereiken, dient het digitaal-fotogrammetrische werkstation te beschikken over daarvoor ontwikkelde functionaliteit. Indien de meting automatisch wordt uitgevoerd kan bij punten met een hoog contrast een precisie van 1/10 pixel in het digitale beeld worden bereikt.
Uitgaande van een geometrische precisie van de fotogrammetrische scanner van 5 μm standaardafwijking is bij een pixelgrootte van 15 μm met handmatige metingen een meetprecisie mogelijk van ongeveer 6 μm in de foto. Wordt gebruik gemaakt van automatische metingen, dan is de meetprecisie begrensd door de precisie van de scanner die hier op 5 μm is gesteld.
Voor de kartering en bijhouding op basis van stereo-uitwerking ligt de standaardafwijking voor de meting van een enkele fotocoördinaat in een digitale luchtfoto op ongeveer 1 pixel.

Invloed van systematische effecten
In de praktijk wordt bij de meting een aantal systematische effecten verwaarloosd, waardoor de meting behept kan zijn met een systematische afwijking. Dit blijkt zich vooral voor te doen bij de interpretatie van de luchtfoto door de operateur. De kwaliteit van de fotografie speelt daarbij een grote rol. Bij gebruik van grootschalige fotografie blijken deze systematische fouten betrekkelijk onafhankelijk te zijn van de fotoschaal. Afhankelijk van de kwaliteit van de fotografie kan de grootte van de systematische fouten die zich in de praktijk bij de kartering voordoen, gekarakteriseerd worden door een standaardafwijking van 5 tot 10 cm op de terreinschaal.

7.2.5 Het fotogrammetrische instrumentarium

Luchtfoto's worden gemaakt met zogenaamde *meetcamera's*. Meetcamera's dienen regelmatig te worden gekalibreerd voor een tweeledig doel. Ten eerste komen eventuele gebreken van een camera aan het licht en worden eventuele afwijkingen ten opzichte van een eerdere kalibratie geconstateerd. Ten tweede maakt de camerakalibratie het mogelijk de metingen te corrigeren voor de geconstateerde afwijkingen.

Fotogrammetische scanners worden gebruikt om luchtfoto's om te zetten naar digitale beelden. De eigenschappen van deze instrumenten en de eisen die eraan gesteld worden zijn behandeld in § 7.2.3.

Voor de puntsoverdracht, nodig om de verbindingspunten zoals gekozen in de ene foto op de andere te markeren, wordt gebruik gemaakt van *puntsoverdrachtinstrumenten*. Met deze instrumenten wordt op de plaats van de verbindingspunten een gaatje in de emulsielaag aangebracht ('geprikt'). In toenemende mate wordt de puntsoverdracht met behulp van digitale beeldcorrelatie of matching uitgevoerd. Corresponderende punten worden dan met behulp van matching-technieken in de overlappende beelden opgezocht en gemeten en niet meer geprikt.

De fotogrammetrische *stereo-uitwerkingsinstrumenten* en *analytische plotters* worden gebruikt voor de triangulatie, kartering en bijhouding. De naam analytische plotter is ontstaan doordat met dit instrument de relatie tussen corresponderende punten in de foto en het terrein rekenkundig wordt gereconstrueerd in tegenstelling tot de voorgaande generatie (analoge) uitwerkingsinstrumenten waarbij deze relatie instrumenteel tot stand werd gebracht. Uitwerkingsinstrumenten maken een stereoscopische uitwerking mogelijk met behulp van modellen. Moderne uitwerkingsinstrumenten hebben de optie om bestaande kaarten in het fotobeeld in te spiegelen. Daarmee wordt de vergelijking tussen bestaande kaart en luchtfoto aanzienlijk vergemakkelijkt, wat vooral voor de bijhouding van belang is.

Digitaal-fotogrammetrische werkstations kunnen worden gezien als de derde generatie uitwerkingsinstrumenten na de stereo-uitwerkingsinstrumenten en de analytische plotters. De fotogrammetrische werkstations zijn computers met specifieke fotogrammetrische apparatuur en programmatuur. Zij zijn geschikt voor het verrichten van fotogrammetrische metingen in digitale luchtfoto's. Vaak zijn de werkstations uitgerust met hardware om stereo-visualisatie mogelijk te maken. In het algemeen moet de operateur daarvoor een speciale bril voor opzetten. Daarmee zijn deze computers geschikt zowel enkelbeeld-uitwerking als stereo-uitwerking. Aangezien digitale luchtfoto's veel computer-opslagcapaciteit vragen is het van belang dat de werkstations daarover beschikken.

Een direct toegankelijke opslag van tenminste enkele gigabytes (een gigabyte is ruim 10^9 bytes) is gewenst, bijvoorbeeld in de vorm van een of meerdere *harddisks*. Voor langdurige opslag van digitale luchtfoto's wordt meestal *tape* gebruikt als opslagmedium. Een tape kan meerdere gigabytes bevatten, oftewel enkele tientallen luchtfoto's, afhankelijk van de gebruikte pixelgrootte.
Het fotogrammetrische produktieproces zoals dat in de HTW is beschreven, kan worden uitgevoerd met fotogrammetrische werkstations die zijn uitgerust met daarvoor geschikte programmatuur.

7.3 Fotogrammetrische opname

De eerste stap van het proces van de fotogrammetrische puntsbepaling is de fotogrammetrische opname (zie figuur 7.1). De belangrijkste onderdelen van de fotogrammetrische opname zijn het opstellen van het signaliserings- en vliegplan, de paspuntsbepaling en niet in de laatste plaats de fotovlucht. De fotovlucht is een van de meest kritische delen van het fotogrammetrische proces. De kwaliteit van de tijdens de fotovlucht verkregen fotografie bepaalt grotendeels de kwaliteit van de uiteindelijke kartering en bijhouding. Daarnaast zijn er maar weinig vliegdagen per jaar.

Aangezien de fotogrammetrische opname geen rekenfase kent, worden voor dit onderdeel slechts de randvoorwaarden, het meetontwerp en de kwaliteitscontrole behandeld. In de HTW zullen twee meetontwerpen voor de fotogrammetrische opname nader worden bekeken, namelijk de fotovlucht met en zonder de bepaling van de positie van het opnamecentrum met behulp van het Global Positioning System (GPS). Een beschrijving van GPS is opgenomen in appendix C. Als met GPS-fasemetingen de positie van de GPS-antenne (en daarmee indirect van het opnamecentrum) wordt bepaald, heeft dit een specifieke keuze van de ligging van de paspunten en de vliegstroken tot gevolg. In het vervolg zullen we deze opzet aanduiden als de fotovlucht met bepaling van de positie van de opnamecentra.
De keuze voor het al of niet inzetten van GPS bij de fotogrammetrische opname wordt bepaald door een economische afweging. Naarmate het moeilijker is om de paspunten in het terrein in te meten zal een kostenafweging eerder uitvallen in het voordeel van het gebruik van GPS voor de bepaling van de posities van de opnamecentra.

7.3.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Doel van de fotogrammetrische opname is het bedekken van het te karteren gebied met fotografie van een zodanige kwaliteit dat kartering en bijhouding op de gewenste karteerschalen op basis van stereo-uitwerking mogelijk wordt. Voor projecten die zowel landelijk als bebouwd gebied omvatten heeft dit tot gevolg dat binnen één project deelblokken met verschillende fotoschalen kunnen voorkomen.

De meteorologische omstandigheden bepalen in belangrijke mate of een fotovlucht kan worden uitgevoerd. Slechts enkele dagen per jaar kan er worden gefotografeerd. Voor de fotovlucht is namelijk de belangrijkste voorwaarde dat er goed zicht is van het vliegtuig naar het terrein. Daarom moet voor de fotovlucht aan de volgende voorwaarden worden voldaan:

- Objecten in het terrein dienen zo min mogelijk door vegetatie (of sneeuw) aan het zicht te worden onttrokken. Dit beperkt het vliegseizoen van november tot en met april.

- Het weer moet goed zijn. Er kan niet worden gefotografeerd bij laaghangende bewolking, mist of neerslag.
- De zon moet zodanig hoog aan de hemel staan dat er niet te veel schaduwen ontstaan. Afhankelijk van de gebruikte film moet de elevatie van de zon groter zijn dan 15 tot 30 graden. Daardoor wordt het vliegseizoen verder beperkt tot de maanden februari, maart en april, en tot enkele uren per dag in de maanden november, december en januari.

Daarnaast moet men nog de beschikking hebben over:
- Paspunten. Indien men werkt met gesignaliseerde paspunten vergt de bewaking van de paspunten de nodige inspanning. Natuurlijke paspunten kunnen in plaats van of gecombineerd met gesignaliseerde paspunten worden gebruikt.
- GPS-apparatuur voor in het vliegtuig en op de grond, voor het geval dat tijdens de vlucht de posities van de opnamecentra worden bepaald.
- Een gekalibreerde meetcamera.
- Een vliegplan, dat aan de daaraan gestelde eisen voldoet.

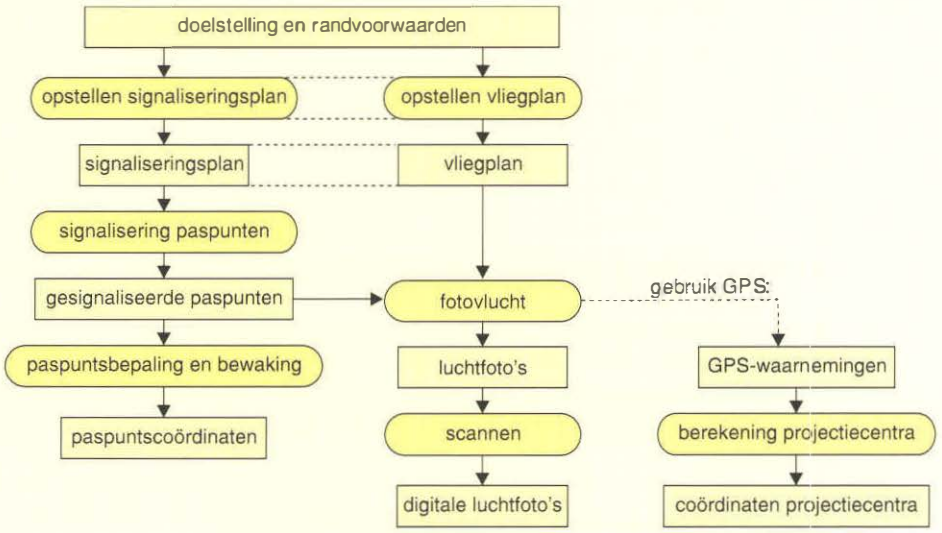
7.3.2 Procesbeschrijving

Het proces van de fotogrammetrische opname is afhankelijk van de keuze voor het gebruik van gesignaliseerde of natuurlijke paspunten. De voor- en nadelen van beide typen paspunten zijn samengevat in tabel 7.3. Het gebruik van GPS-metingen voor de bepaling van de positie van het opnamecentrum heeft invloed op het aantal paspunten en het vliegplan. De bepaling van de coördinaten van de paspunten wordt tot de fotogrammetrische opname gerekend. De hiervoor te gebruiken methoden van grondslagmeting worden beschreven in § 5.2. Processchema's van de fotogrammetrische opname zijn gegeven in de figuren 7.10 en 7.11.

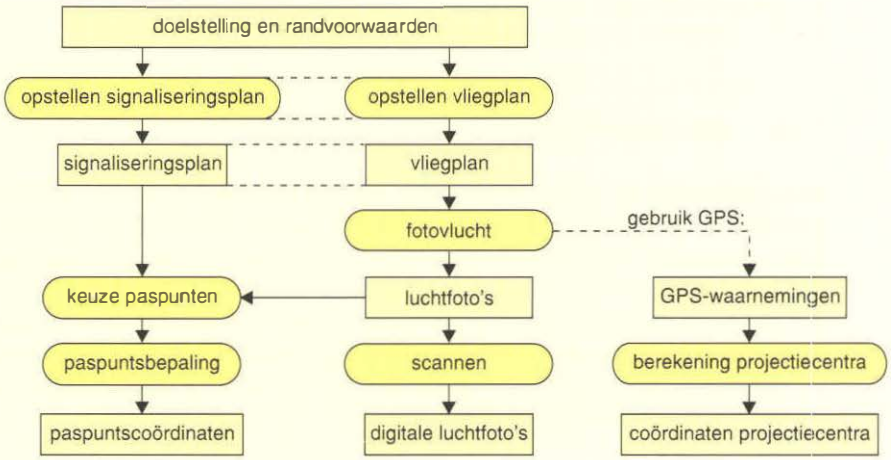
	gesignaliseerde paspunten	natuurlijke paspunten
voordelen	– goed zichtbaar op de foto's (zeer precies aan te meten) – altijd voldoende paspunten	– geen bewaking noodzakelijk – soms al beschikbaar
nadelen	– signalisering en bewaking	– in landelijke gebieden niet altijd voorhanden – niet altijd op de ideale plaats beschikbaar

Tabel 7.3: Gesignaliseerde versus natuurlijke paspunten.

Voor de aanvang van een project zal men moeten beslissen of men gebruik maakt van natuurlijke of gesignaliseerde paspunten (of een combinatie van beide). De natuurlijke paspunten worden aan de hand van de fotovlucht gekozen en kunnen derhalve pas na de fotovlucht terrestrisch worden ingemeten. In landelijke gebieden zal het niet altijd mogelijk zijn voldoende natuurlijke paspunten te vinden. In bebouwde gebieden heeft men voor de bijhouding soms al in coördinaten bekende natuurlijke paspunten beschikbaar, die kunnen worden ontleend aan de reeds bestaande digitale kaart.



Figuur 7.10: Processchema van de fotogrammetrische opname, gebruik makend van gesignaliseerde paspunten.



Figuur 7.11: Processchema van de fotogrammetrische opname, gebruik makend van natuurlijke paspunten.

Na de fotovlucht dient de fotografie aan een kwaliteitscontrole te worden onderworpen (zie § 7.3.4). De kwaliteit van de fotografie wordt in hoge mate bepaald door de zonnestand en de weersomstandigheden tijdens de fotovlucht. Met name de hoeveelheid waterdamp in de lucht is bepalend voor de kwaliteit; hoe meer waterdamp hoe geringer de kwaliteit.

7.3.3 Meetontwerp

De fotovlucht wordt bijna altijd uitgevoerd door gespecialiseerde luchtkarteringsbedrijven. Daarom wordt bij het proces van de fotogrammetrische opname de nadruk gelegd op het meetontwerp en wordt een checklist gegeven met mogelijke aandachtspunten bij de uitbesteding.

Het meetontwerp van de fotogrammetrische opname volgt uit de eisen die in de karteringsfase aan de precisie en betrouwbaarheid worden gesteld. Deze bepalen ook de eisen aan het meetontwerp voor de volgende stap in het produktieproces: de fotogrammetri-

sche grondslagbepaling. In deze paragraaf zullen allereerst vuistregels gegeven worden voor de algemene aspecten van de fotovlucht. Daarna volgen vuistregels voor het bepalen van de coördinaten van de projectiecentra met behulp van GPS, gevolgd door vuistregels voor de ligging van planimetrische en de hoogtepaspunten. De vuistregels voor de ligging van de paspunten volgen uit de sterkteberekeningen voor de blokvereffening (§ 7.4.6). Tenslotte zullen er vuistregels worden gegeven voor het geval dat alle paspunten terrestrisch worden bepaald en voor het geval dat de positie van de camera tijdens de opnamen wordt bepaald met behulp van GPS-metingen.

Het meetontwerp wordt vastgelegd in een *signaliseringsplan*. Het signaliseringsplan bevat een overzicht van het te fotograferen gebied en een overzicht van de paspunten. Voor de fotovlucht zelf wordt een *vliegplan* opgesteld. Het vliegplan bevat de vliegstroken en de posities van de eerste en laatste opname van een strook en beschrijft daarmee de meetopzet.
Zowel het signaliserings- als het vliegplan worden in § 7.3.3.5 besproken.

7.3.3.1 Vuistregels voor de fotovlucht

De fotovlucht wordt uitgevoerd met een *meetcamera* die moet voldoen aan de volgende eisen:
- Het fotoformaat is 23×23 cm^2.
- In het fotovlak is een assenstelsel gedefinieerd door de randmerken van de camera.
- De film wordt aangezogen tegen de vlakke achterwand. Hierdoor wordt filmonvlakheid en vervorming van het beeld als gevolg daarvan voorkomen.
- De afstandsinstelling is gefixeerd op oneindig.
- De camera is zeer stabiel.
- De cameraconstante, de ligging van het hoofdpunt en de lensvertekening zijn bepaald door middel van kalibratie.

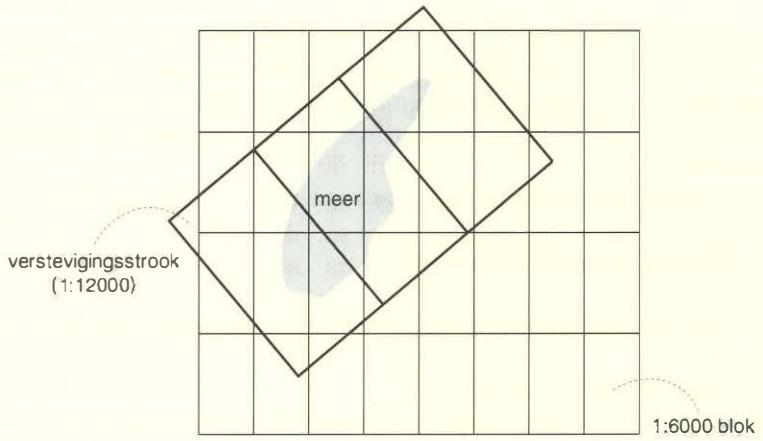
Een meetcamera dient minimaal eenmaal per jaar gekalibreerd te worden. Van de camera moeten altijd de laatste twee kalibratierapporten beschikbaar zijn. Verschillen tussen opeenvolgende kalibraties duiden op instrumentele verstoringen.

Afhankelijk van het doel zijn de volgende combinaties van *fotoschaal* en type lens in de praktijk geschikt gebleken (gegeven is de cameraconstante c):
- landelijk gebied 1 : 6 000 c = 15 cm (soms ook 21 cm);
- bebouwd gebied 1 : 3 000 c = 30 cm;
- verstevigingsstroken 1 : 12 000 c = 15 cm.

Alleen wanneer kan worden aangetoond dat met kleinere fotoschalen de geëiste karteringsprecisie – ook voor moeilijk zichtbare objecten – wordt gehaald, kan van bovenstaande fotoschalen worden afgeweken. De verhouding tussen uitgifteschaal en fotoschaal mag echter niet groter zijn dan ongeveer een factor 4. In de praktijk blijkt dat met de fotoschalen 1 : 3000 en 1 : 6000 een goede zichtbaarheid en daarmee een goede interpretatie van de fotografische informatie mogelijk is.
De *vlieghoogte* bedraagt 900 m voor de beide fotoschalen (1 : 3000 met c = 30 cm en 1 : 6000 met c = 15 cm).

Indien in het fotogrammetrische blok terreinelementen zoals waterpartijen en zandvlakten voorkomen die de relatieve oriëntering van modellen bemoeilijken, dan dient een zogenaamde *verstevigingsstrook* te worden gevlogen. Daarmee wordt het blok verste-

vigd, dat door het ontbreken van (goed identificeerbare) terreinpunten verzwakt is. Deze strook dient dit terreinelement geheel te bedekken. Een gangbare fotoschaal hiervoor is 1 : 12 000. Een voorbeeld is gegeven in figuur 7.12. Indien het terreinelement niet door één verstevigingsstrook bedekt kan worden, dient dit element geen deel uit te maken van het fotogrammetrische blok. Voor de verstevigingsstroken is de vlieghoogte voor de fotoschaal 1 : 12 000 (met c = 15 cm) 1800 m.



Figuur 7.12: Voorbeeld van een verstevigingsstrook.

Naast de hiervoor genoemde bepalingen ten aanzien van camera en fotoschaal, dient de fotovlucht te voldoen aan de volgende eisen:

- De langsoverlap is minimaal 60%.
- De dwarsoverlap is minimaal 30%.
- De stroken van de fotovlucht worden in de lengterichting van het te fotograferen gebied gekozen.
- Voor de metingen wordt de originele film gebruikt. Dit om eventuele filmvervorming ten gevolge van het kopiëren te vermijden.
- Er dient rekening te worden gehouden met de eisen die de Landmachtstaf (afdeling Inlichtingen, bureau Luchtfotografie) stelt ten aanzien van foto's waarop militaire objecten staan afgebeeld. De instantie die de fotovlucht uitvoert dient de foto's aan de Landmachtstaf ter controle aan te bieden.

Er worden eisen gesteld aan de maximale afwijkingen van de stand van de camera tijdens de fotovlucht en de schaal van de foto's ten opzichte van de nominale waarden. Deze beperkingen zijn noodzakelijk om enerzijds de gewenste overlap te garanderen, anderzijds bij de uitwerking een goed stereobeeld mogelijk te maken. De hier gegeven waarden zijn op praktijkervaring gebaseerd:

- Maximaal toegestane afwijkingen van de stand van de camera ten opzichte van het terrein:
  - afwijking t.o.v. de richting van de strook in het vliegplan: $|\kappa| < 10$ gon
  - afwijking t.o.v. het horizontale vlak: $|\omega| < 3$ gon, $|\varphi| < 3$ gon
- Maximaal toegestane afwijkingen van de stand van de camera tussen opeenvolgende luchtfoto's: $|\Delta\omega| < 4$ gon, $|\Delta\varphi| < 4$ gon, $|\Delta\omega + \Delta\varphi| < 6$ gon, $|\Delta\kappa| < 6$ gon

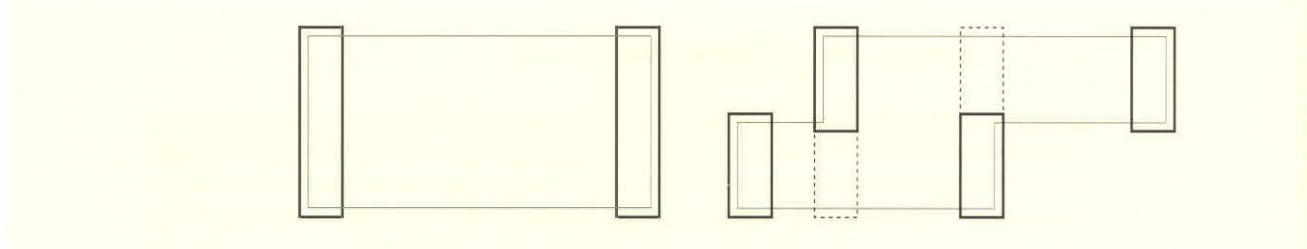
- Maximaal toegestaan schaalverschil tussen gerealiseerde en gewenste fotoschaal: 5%
- Maximaal toegestaan schaalverschil tussen opeenvolgende opnamen: 3%

Voor de fotovlucht gelden de volgende aanbevelingen:

- De opname geschiedt bij voorkeur in kleur omdat kleur de interpretatie vergemakkelijkt.
- Positief-film heeft de voorkeur, eveneens vanwege de betere interpretatie ten opzichte van negatief-film.
- Het gebruik van forward motion compensation (FMC) wordt aanbevolen. Met FMC wordt de snelheid van het vliegtuig tijdens de opname gecompenseerd, meestal door een beweging van het filmvlak. Daardoor worden scherpere opnamen gemaakt, als gevolg waarvan een hogere meetprecisie mogelijk is.
- Stabilisatie door middel van image motion compensation (IMC) van de meetcamera is toegestaan. Met IMC worden naast de voorwaartse beweging van het vliegtuig ook andere bewegingen (roll en pitch) gecompenseerd.
- GPS-fasewaarnemingen mogen worden gebruikt voor de bepaling van de positie van het opnamecentrum (in feite van de GPS-antenne). Indien de positie van het opnamecentrum met behulp van differentiële GPS-fasewaarnemingen wordt bepaald, heeft dit invloed op het benodigde aantal en de ligging van de paspunten. De stand van de camera tijdens de opname kan *niet* met voldoende precisie met GPS-fasewaarnemingen worden bepaald.
- DGPS (Differential GPS) heeft de voorkeur voor de navigatie tijdens de fotovlucht. DGPS maakt het mogelijk de opnamen op de juiste plaats in de vliegstrook te maken, conform het vliegplan.

7.3.3.2 Vuistregels voor de bepaling van posities van de opnamecentra met GPS

De methode, die de positie van de opnamecentra bepaalt met behulp van kinematische differentiële GPS-fasewaarnemingen, kan kostenbesparend zijn in gebieden waar het inmeten en bewaken van paspunten moeilijk is. Men moet hierbij denken aan bijvoorbeeld landelijk gebied of natuurgebieden, waar de paspunten slecht bereikbaar zijn.
Een voordeel van de fotovlucht met bepaling van de positie van het opnamecentrum is dat er veel minder terrestrische paspunten nodig zijn. Een nadeel is dat extra dwarsstroken moeten worden gevlogen om de vliegstroken onderling te kunnen koppelen. Dit betekent dat als het blok niet rechthoekig is er meerdere dwarsstroken noodzakelijk zijn. Bijkomend nadeel is dat de omvang van de gegevensverwerking toeneemt omdat de GPS-metingen moeten worden uitgewerkt en de triangulatie en blokvereffening meer tijd kosten door het groter worden van het blok.



Figuur 7.13: Twee voorbeelden van dwarsstroken in een fotogrammetrisch blok.

Voor de bepaling van de posities van de opnamecentra met behulp van GPS gelden de volgende vuistregels:

- Het fotogrammetrische blok dient dwarsstroken te bevatten (zie figuur 7.13). Bij blokken die niet rechthoekig zijn, worden meer dan twee dwarsstroken gevlogen.
- Voor de bepaling van de positie van de camera tijdens de opname moeten differentiële GPS-fasewaarnemingen worden gebruikt. De ontvanger moet kinematisch meten. In de bochten tussen de vliegstroken mag het volgen van het GPS-signaal onderbroken worden.
- De referentie-ontvanger moet binnen Nederland tot een afstand van 200 km van het te fotograferen gebied gelegen zijn. De positie van de referentie-ontvanger moet bekend zijn in RD en NAP.
- Tijdens de hele fotovlucht moeten er minimaal 5 satellieten beschikbaar zijn met een elevatie groter dan 10 graden.
- Het meetinterval van de GPS-ontvanger moet op alle kanalen kleiner dan of gelijk zijn aan 1 sec.
- Er wordt aanbevolen gebruik te maken van twee-frequentie ontvangers.
- Het opnametijdstip moet binnen 0,1 milliseconde van de ontvangerklok bekend zijn.
- De stand van de camera tijdens de opname mag niet met GPS worden bepaald.
- De excentriciteit van de GPS-antenne ten opzichte van de meetcamera moet vóór de vlucht bepaald worden met een standaardafwijking van maximaal 2 cm per coördinaatcomponent in het camerastelsel.
- Indien gebruik wordt gemaakt van een camera met stabilisatie, moet rekening worden gehouden met de excentriciteit van de GPS-antenne (uitgedrukt in het camerastelsel) per opname. Bij een gestabiliseerde camera wordt de informatie over de stand van de camera geregistreerd.

Tijdens de blokvereffening (zie § 7.4) worden de coördinaten van de opnamecentra berekend. Bij de fotovlucht met GPS gebeurt dit mede op basis van de waargenomen coördinaten van de GPS-antenne. Na de fotovlucht worden de coördinaten van de GPS-antenne berekend voor alle opnametijdstippen. Omdat het niet zeker is dat voor een hele vliegstrook de fase-meerduidigheden kunnen worden opgelost, wordt een benaderde oplossing per strook berekend. Het oplossen van de fase-meerduidigheden komt neer op het bepalen van het gehele aantal golflengten tussen satellieten en ontvanger (zie appendix C). De onzekerheid in de oplossing van de meerduidigheden wordt in de blokvereffening opgevangen door in het functiemodel een set driftparameters per strook op te nemen (zie § 7.4.4).
Voor elk opnametijdstip wordt de positie van de GPS-antenne geschat uit een lineaire interpolatie tussen de berekende GPS-posities voor en na de opname. Vervolgens worden de benaderde coördinaten van de GPS-antenne getransformeerd naar het RD/NAP-stelsel conform § 2.4.

7.3.3.3 Vuistregels voor de bepaling van paspunten

In de praktijk wordt onderscheid gemaakt tussen paspunten voor de hoogte en planimetrische paspunten. Er worden hoge precisie-eisen gesteld aan de coördinaten van de planimetrische paspunten. De precisie-eisen aan de hoogtepaspunten zijn lager omdat de kartering en bijhouding bij de grootschalige topografische kaart zich beperken tot de planimetrie. Hoogtepaspunten zijn echter van essentieel belang voor de sterkte van het fotogrammetrische blok en zijn daarom niet minder belangrijk dan de planimetrische paspunten.
Er moeten voor een fotovlucht altijd paspunten in het terrein beschikbaar zijn of komen.

Wordt de positie van de camera tijdens de opnamen met behulp van GPS bepaald, dan zijn er minder paspunten nodig dan wanneer er geen gebruik wordt gemaakt van GPS.

Planimetrische paspunten, ook paspunten voor de situatie genoemd, moeten conform de vuistregels voor terrestrische of GPS-grondslagnetten in RD worden bepaald. De standaardafwijking van de coördinaten van de paspunten is maximaal 5 cm na aansluiting aan RD.
De hoogtepaspunten moeten een standaardafwijking kleiner dan 40 cm hebben. Dit betekent dat hoogtepaspunten kunnen worden afgeleid uit de hoogtekaart van Nederland (schaal 1 : 10 000) of de topografische kaart (schaal 1 : 25 000). Hoogtepaspunten vallen samen met planimetrische paspunten als deze met GPS-metingen zijn bepaald. Verwacht mag worden dat de standaardafwijking in de hoogte in dat geval kleiner is dan 10 cm. Bij een fotovlucht met bepaling van de opnamecentra met GPS wordt ook de hoogte van de opnamecentra bepaald.

De paspunten moeten goed zichtbaar zijn vanuit de lucht. Dit betekent onder meer dat paspunten niet in de nabijheid van hoge objecten mogen worden gekozen. In landelijk gebied wordt gestreefd naar een afstand tot een object die gelijk is aan de hoogte van het object. In stedelijk gebied is dit de helft van deze hoogte.
Verder verdient het aanbeveling de paspunten zo te kiezen dat ze goed bereikbaar zijn, bijvoorbeeld op of langs wegen. Dit vergemakkelijkt in hoge mate de bewaking die bij gebruik van gesignaliseerde paspunten nodig is tot het moment van de fotovlucht en de bepaling van de coördinaten van de paspunten met behulp van grondslagmeting.

Vuistregels voor de ligging van *planimetrische* paspunten in fotogrammetrische blokken zonder bepaling van de positie van het opnamecentrum zijn:

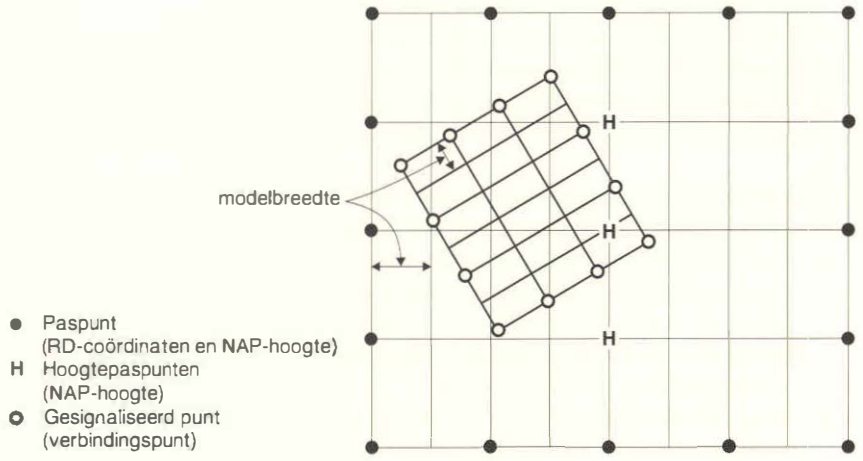
- Planimetrische paspunten moeten langs de randen van het fotogrammetrische blok worden gekozen en moeten het te karteren gebied *omsluiten*. De ligging van de planimetrische paspunten dient in overeenstemming te zijn met de waarden in tabel 7.4. Loodrecht op de vliegrichting worden de planimetrische paspunten in elke dwarsoverlap gekozen (zie figuur 7.14).
- Bij gesignaliseerde paspunten worden vliegschijven gebruikt, die bij voorkeur op een verharde ondergrond worden aangebracht. Er worden steeds drie vliegschijven op een lijn gekozen met een afstand tot de middelste schijf van 10 en 20 m. Gebeurt het dat er maar twee van de drie vliegschijven zichtbaar zijn, dan volgt uit de afstand tussen deze twee om welke schijven het gaat.
- Van minimaal twee van de drie vliegschijven worden de coördinaten in het RD-stelsel bepaald, bij voorkeur de verst uiteen gelegen schijven. De drie afstanden tussen de vliegschijven worden gemeten.
- De vliegschijven bestaan uit een witte stip met een diameter van ongeveer 20 cm bij fotoschaal 1 : 3000 of tussen 30 en 40 cm bij 1 : 6000. De witte stip wordt omgeven

fotoschaal	uitgifteschaal	afstand tussen paspunten (1 per 2 modelbreedtes)	maximale afwijking ± 10%	maximale afstand tussen paspunten
1 : 6000	1 : 2000	1100 m	100 m	1200 m
1 : 3000	1 : 1000	550 m	50 m	600 m

Tabel 7.4: Vuistregels voor de afstanden tussen de paspunten.

door een matzwarte band ter breedte van de diameter van de witte stip. Worden beide fotoschalen in één project gecombineerd, dan wordt voor de witte stip een diameter van 30 cm aangehouden.

- Het gebruik van natuurlijke paspunten is toegestaan, mits deze in de foto kunnen worden gemeten met een standaardafwijking van 6 µm of kleiner.
- De eisen aan de ligging van natuurlijke paspunten zijn gelijk aan de eisen voor gesignaliseerde paspunten. Bij natuurlijke paspunten zijn *enkelvoudige* punten voldoende, omdat deze punten ná de fotovlucht worden gekozen, zodanig dat zij op alle overlappende foto's zichtbaar zijn.
- Indien binnen een blok een deelblok met een grotere fotoschaal wordt gebruikt (bijvoorbeeld een deelblok met fotoschaal 1 : 3000 binnen een blok met fotoschaal 1 : 6000; zie figuur 7.14), dienen rondom dit deelblok punten te worden gekozen overeenkomstig tabel 7.4. Deze verbindingspunten worden niet terrestrisch gemeten, maar worden in de bundelblokvereffening bepaald. Worden dergelijke punten in het terrein gesignaliseerd, dan is een dubbele signalisering voldoende (twee in plaats van drie vliegschijven).



Figuur 7.14: Voorbeeld van de keuze van paspunten voor een fotogrammetrisch blok (fotoschaal 1 : 6000 met een binnenblok op fotoschaal 1 : 3000).

Vuistregels voor de ligging van *hoogtepaspunten* in fotogrammetrische blokken zonder bepaling van de positie van het opnamecentrum:

- Voor wat betreft de *randen* van het blok gelden voor de ligging van de hoogtepaspunten dezelfde eisen als voor de planimetrische paspunten. De paspunten voor situatie en hoogte hoeven niet samen te vallen, maar dit verdient wel de voorkeur. Indien de paspunten met GPS-grondslagmeting zijn bepaald is dit automatisch het geval.
- Binnen het blok moeten de hoogtepaspunten in zogenaamde *hoogtekettingen* liggen. Hoogtekettingen moeten loodrecht staan op de vliegrichting.
- Indien de afstanden tussen hoogtepaspunten worden gekozen zoals aangegeven in tabel 7.5, worden resultaten verkregen die aan de kwaliteitseisen voor de blokvereffening en de kartering voldoen.

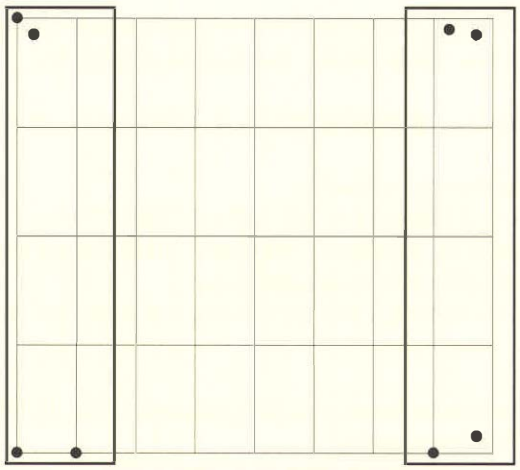
fotoschaal	uitgifteschaal	maximale afstand tussen hoogtekettingen	maximale afstand tussen hoogte-paspunten in hoogteketting
1 : 6000	1 : 2000	3300 m (6 modelbreedtes)	1200 m
1 : 3000	1 : 1000	1650 m (6 modelbreedtes)	600 m

Tabel 7.5: Vuistregels voor de afstanden tussen hoogtepaspunten.

In figuur 7.14 wordt een voorbeeld gegeven van een goede keuze van de ligging van paspunten in een fotogrammetrisch blok. Er is uitgegaan van een blok met fotoschaal 1 : 6000 met daarbinnen een blok met fotoschaal 1 : 3000. Langs- en dwarsoverlap zijn respectievelijk 60% en 30%. Aangegeven is de ligging van de hoogte- en planimetrische paspunten.

Een vuistregel voor de ligging van de paspunten in fotogrammetrische blokken *met* bepaling van de positie van het opnamecentrum is:
- In elk hoekpunt van het blok moeten twee volledige paspunten (planimetrie en hoogte) beschikbaar zijn. Dit kunnen natuurlijke paspunten zijn.

In figuur 7.15 wordt een voorbeeld gegeven van een fotogrammetrisch blok met bepaling van de opnamecentra. Er zijn twee dwarsstroken omdat het blok rechthoekig is.



Figuur 7.15: Voorbeeld van de keuze van paspunten voor een blok met bepaling van de positie van de opnamecentra.

7.3.3.4 Checklist

Rekening houdend met de hiervoor genoemde vuistregels, zal men bij de uitbesteding van een fotovlucht onder meer aandacht moeten besteden aan:
- karteringsschalen van de diverse (deel-)gebieden in het blok;
- type camera en kalibratie van camera's;
- stabilisatie van de camera (IMC) en/of forward motion compensation (FMC);
- type film;
- fotoschaal in combinatie met vlieghoogte en cameraconstante; de fotoschaal is afhankelijk van de karteringsschaal;
- langs- en dwarsoverlap;
- maximale afwijkingen van de stand van de camera tijdens de opnamen (absoluut en tussen opeenvolgende opnamen);

- toegestane schaalverschillen tussen opeenvolgende opnamen en absolute schaalverschil ten opzichte van gewenste fotoschaal;
- tijdstip van de opname, toegestane weersomstandigheden en minimale elevatie van de zon;
- ligging van de paspunten;
- keuze tussen natuurlijke of gesignaliseerde paspunten;
- signalisering en bewaking van paspunten;
- bepaling van de coördinaten van paspunten;
- keuze vliegstroken (eventueel extra verstevigingsstroken of dwarsstroken);
- meting van de positie van de camera tijdens de opname met behulp van GPS;
- procedure voor de beoordeling van de kwaliteit van de fotografie.

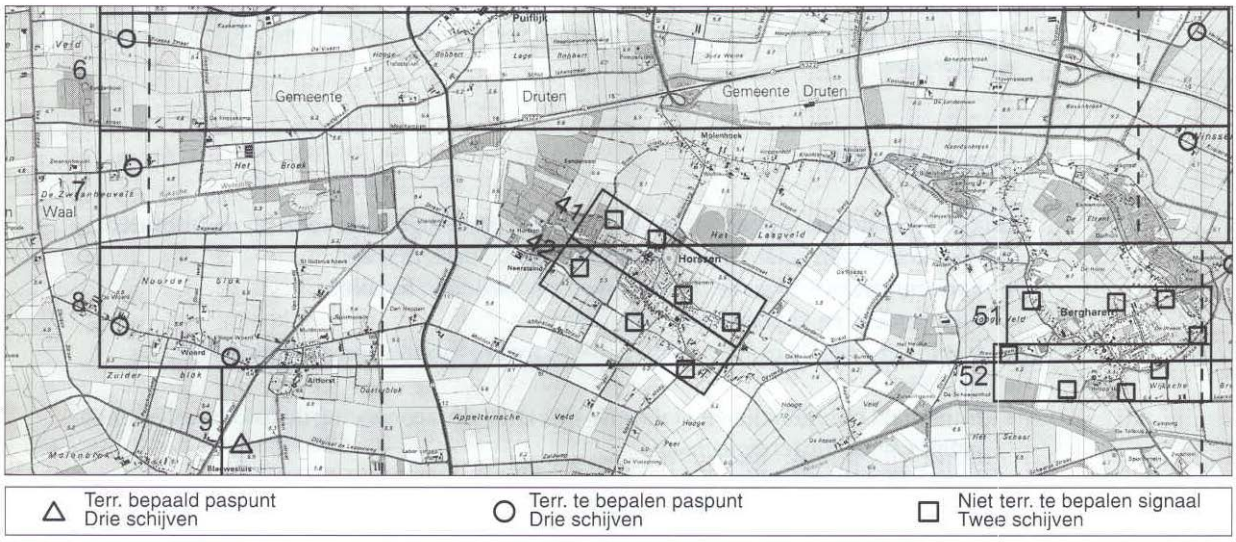
De hier gegeven lijst is niet volledig, maar geeft een overzicht van de belangrijkste aspecten van de fotogrammetrische opname.

7.3.3.5 Signaliseringsplan en vliegplan

Het meetontwerp van een fotovlucht wordt beschreven in een signaliseringsplan. In een signaliseringsplan worden op een topografische ondergrond aangegeven:

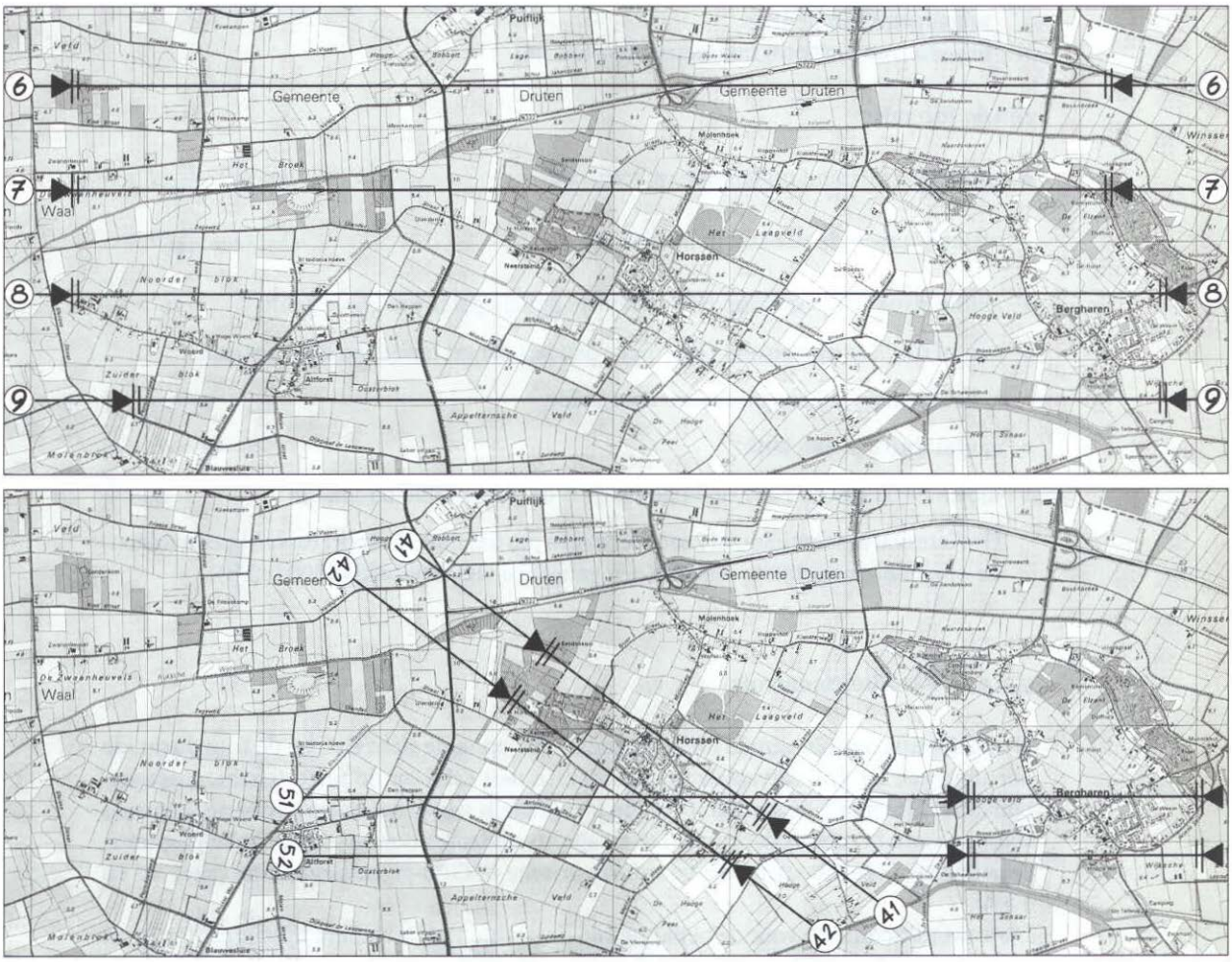
- de projectbegrenzing;
- paspunten die met behulp van grondslagmeting in coördinaten moeten worden bepaald;
- paspunten die al in coördinaten zijn bepaald;
- verbindingspunten tussen deelblokken (zie bijvoorbeeld figuur 7.14);
- vliegstroken voor de gebieden die op schaal 1 : 1000 en 1 : 2000 moeten worden gekarteerd en eventueel noodzakelijke verstevigingsstroken;
- het meetontwerp van de GPS-metingen voor de bepaling van de positie van de camera tijdens de opname.

Het signaliseringsplan bevat geen informatie over de hoogtepaspunten die uit de hoogtekaart of topografische kaart worden geprikt.
Een voorbeeld van een signaliseringsplan is gegeven in figuur 7.16.



Figuur 7.16: Voorbeeld van een signaliseringsplan (verkleind afgebeeld).

Ten behoeve van de fotovlucht zelf wordt een vliegplan opgesteld. Het vliegplan bevat de vliegstroken en de posities van de eerste en laatste opname van een strook op een topografische ondergrond. Het vliegplan vermeldt verder algemene informatie zoals de te gebruiken cameraconstante, de vlieghoogte en de langs- en dwarsoverlap. Daarmee beschrijft het vliegplan de meetopzet. Het vliegplan dient te voldoen aan de eisen van de luchtverkeersleiding. Met name in de omgeving van vliegvelden kan dit de vrijheid bij het ontwerpen van een vlieg- en signaliseringsplan beperken. Voor hetzelfde gebied als afgebeeld in figuur 7.16 is het vliegplan gegeven in figuur 7.17.



Figuur 7.17: Voorbeeld van een vliegplan voor de 1 : 6000 fotografie (boven) en voor de 1 : 3000 fotografie (beide verkleind afgebeeld).

Enige kentallen voor het opzetten van een signaliserings- en vliegplan

Bij het opzetten van een project kan de omvang van de fotovlucht met enige kentallen worden gekwantificeerd. Met behulp van schattingsformules voor het aantal stroken in een blok, het aantal foto's in een strook en het totale aantal foto's in een blok, kan een aantal kentallen worden bepaald. Deze kentallen gelden voor rechthoekige blokken die worden opgenomen met één fotoschaal.

Uitgaande van de volgende notatie:
B luchtbasis [m] (afstand tussen 2 opeenvolgende opnamen in een strook)
D afstand tussen stroken in het terrein [m]
F fotoformaat [m] (0.23 m)
L lengte fotogrammetrisch blok [m]
n_f aantal foto's in een strook
n_s aantal stroken
n_b totale aantal foto's in het blok
p langsoverlap [%]
q dwarsoverlap [%]
S schaalgetal van de foto
W breedte van het fotogrammetrische blok [m]

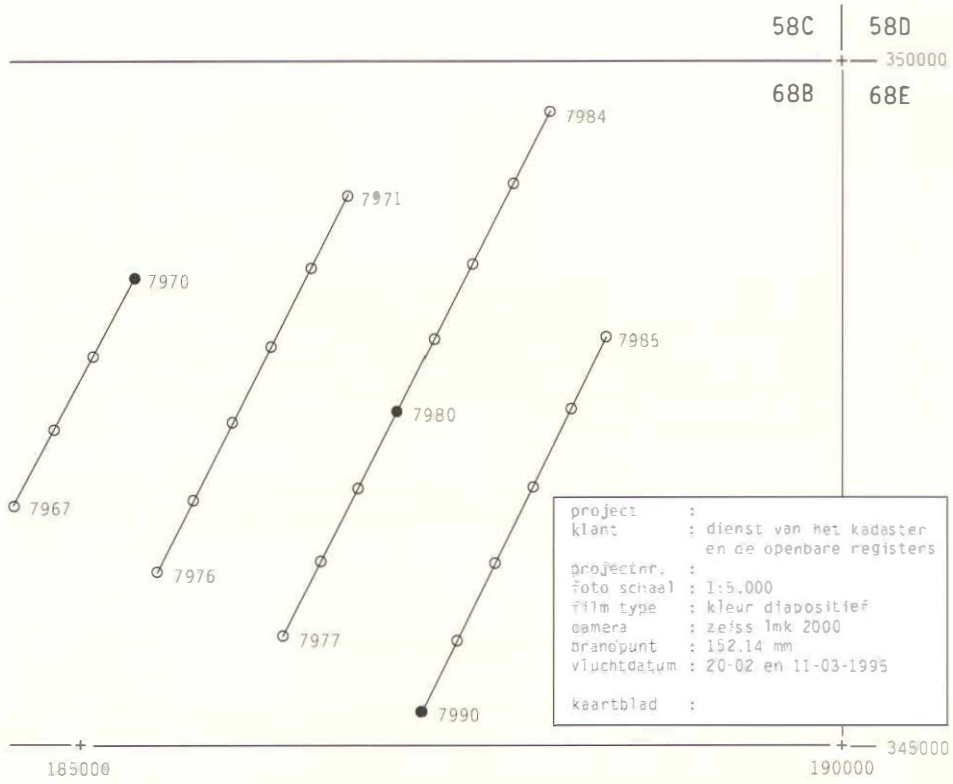
zijn de formules:

- luchtbasis (afstand tussen opnamecentra): $B = (1 - \frac{p}{100})F \times S$
- afstand tussen de stroken in het terrein: $D = (1 - \frac{q}{100})F \times S$
- aantal stroken in een blok is het kleinste gehele getal waarvoor geldt: $n_s > \frac{W}{D}$
- aantal foto's in een strook (één meer dan het aantal modellen in een strook) is het kleinste gehele getal waarvoor geldt: $n_f > \frac{L}{B} + 1$
- aantal foto's in een blok: $n_b = n_s \times n_f$
- tijdsinterval tussen twee opnamen is (v is de vliegsnelheid in m/s): $\Delta t = \frac{B}{v}$

  Het interval moet minimaal 2 sec. bedragen om het filmtransport tussen opeenvolgende opnamen mogelijk te maken (een gangbare vliegsnelheid is 200 km/h).

7.3.4 Kwaliteitscontrole

De kwaliteitscontrole van de fotogrammetrische opname richt zich op de fotovlucht, de bepaling van de positie van de opnamecentra met GPS en de terrestrische paspuntsbepaling. Met name de kwaliteit van de fotografie is van groot belang voor de volgende stappen van het produktieproces. De kwaliteitscontrole voor de terrestrische paspuntsbepaling is overeenkomstig die voor terrestrische of GPS-grondslagmeting (zie § 5.3 en § 5.4).
De kwaliteitscontrole voor de bepaling van de positie van de camera tijdens de opnamen wordt verkregen tijdens de verwerking van de GPS-fasewaarnemingen van de fotovlucht. Daarnaast ontstaat controle bij de blokvereffening door de toetsing van de uit de GPS-waarnemingen berekende posities van de opnamecentra.
Voldoende bedekking en overlap van de fotografie kan worden gecontroleerd met een zogenaamd beeldmiddenoverzicht (één voor elke fotoschaal). Op een beeldmiddenoverzicht zijn de (planimetrische) posities van de opnamecentra ingetekend ten opzichte van het terreinstelsel. In figuur 7.18 wordt een voorbeeld gegeven van een beeldmiddenoverzicht.



Figuur 7.18: Voorbeeld van een beeldmiddenoverzicht.

De kwaliteit van de fotografie wordt vooral beïnvloed door de weersomstandigheden en de zonnestand. In gebieden met veel water of kassen mogen niet teveel hinderlijke reflecties optreden. De kwaliteit van de camera, en die van de film en het ontwikkelproces zijn ook van invloed op de kwaliteit van de fotografie, maar kunnen vóór het uitvoeren van een fotovlucht gecontroleerd worden. Zowel schaduwen als zeer lichte delen van de luchtfoto moeten voldoende contrast hebben.
De kwaliteit van de fotografie moet zodanig zijn dat bij fotoschaal 1 : 6000 objecten van 30×30 cm^2 in het terrein op de foto goed zichtbaar zijn. Voor de fotoschaal 1 : 3000 zijn deze objectafmetingen 15×15 cm^2. Voor beide fotoschalen komt dit overeen met een objectgrootte van 50×50 µm^2 in de foto.

De luchtfoto's worden steekproefsgewijs gecontroleerd op filmvervorming. Hiertoe wordt een inwendige oriëntering uitgevoerd en getoetst met de bijbehorende criteria (zie § 7.2.2.5).
Bij gebruik van digitale fotogrammetrie worden de luchtfoto's gescand met behulp van een fotogrammetrische scanner. De kwaliteitscontrole van de scanner en het resulterende digitale beeld zijn beschreven in § 7.2.3.

7.4 Triangulatie en blokvereffening

Het doel van de triangulatie en blokvereffening is de verdichting van het paspuntenveld, zodanig dat bij de kartering per model of foto voldoende paspunten beschikbaar zijn om een absolute oriëntering of ontschranking te kunnen uitvoeren. De triangulatie en blokvereffening zijn respectievelijk de meet- en rekenfase van de fotogrammetrische puntsbepaling. Tijdens de triangulatie worden de coördinaten van de paspunten en de verbindingspunten in de foto's gemeten. De verbindingspunten zijn op meerdere foto's goed herkenbare punten, waarvan in de blokvereffening de terreincoördinaten berekend worden. In de blokvereffening wordt het fotogrammetrische blok, zoals dat tijdens de fotovlucht ontstond, gereconstrueerd en aangesloten aan de paspunten. Na de blokvereffening heeft men, naast de terreincoördinaten van de paspunten, de beschikking

over de terreincoördinaten van de verbindingspunten en de uitwendige oriënteringselementen: de stand en positie van de camera in het terreinstelsel.
Voor de fotogrammetrische bijhouding in bebouwd gebied zijn meestal voldoende natuurlijke paspunten in het terrein aanwezig. In dat geval is triangulatie en blokvereffening niet noodzakelijk.

In de praktijk worden twee typen blokvereffeningen gebruikt, namelijk de onafhankelijke-modellen methode en de bundelblokmethode. In de HTW wordt alleen de bundelblokvereffening behandeld.

7.4.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Doel van de triangulatie en blokvereffening is de verdichting van de grondslag ten behoeve van de fotogrammetrische kartering en bijhouding. Na deze verdichtingsstap heeft men voldoende punten om de modellen absoluut te oriënteren, of de foto's te ontschranken.

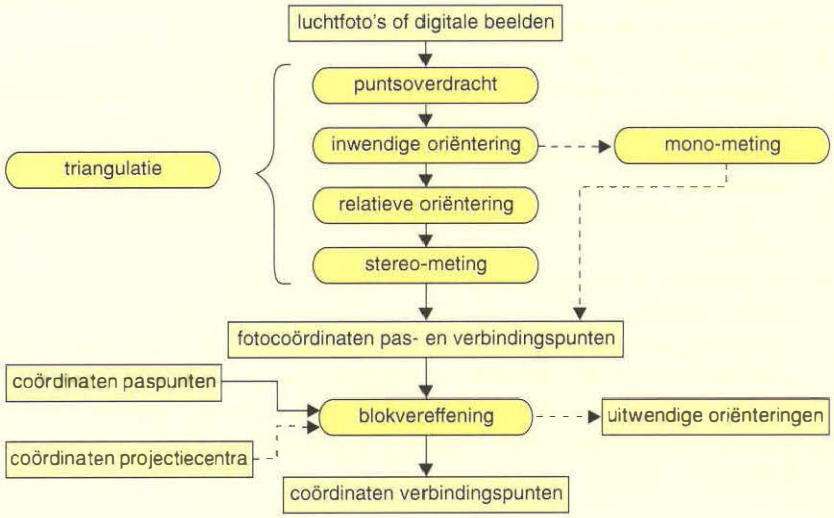
De vereiste kwaliteit van de coördinaten die in de blokvereffening worden bepaald, volgt uit de vereiste kwaliteit voor de karteringen bijhouding. In § 7.1 zijn eisen gesteld aan de precisie van een gekarteerde coördinaat van een goed idealiseerbaar terreinpunt. De precisie van de coördinaten van de pas- en verbindingspunten moet zodanig zijn dat deze punten als grondslag kunnen dienen voor de kartering. Na de blokvereffening moet de standaardafwijking van een x- of y-coördinaat van de verbindingspunten (uitgedrukt in het terreinstelsel) kleiner dan of gelijk zijn aan 10 cm.

Randvoorwaarden voor het uitvoeren van de triangulatie zijn, dat de fotogrammetrische opname moet zijn voltooid, en dat de kwaliteitscontrole hiervan is doorlopen, zoals beschreven in § 7.3.4. Na de triangulatie kan de blokvereffening worden uitgevoerd. Een randvoorwaarde voor de blokvereffening is een gemeten en vereffend net van paspunten.

7.4.2 Procesbeschrijving

De procesbeschrijving van de triangulatie en blokvereffening is schematisch weergegeven in figuur 7.19. De triangulatiestap van het proces resulteert in fotocoördinaten van pas- en verbindingspunten.
De puntsoverdracht is een voorbewerkingsstap die wordt gerekend tot de triangulatie (zie § 7.2.2.4). Tijdens de puntsoverdracht worden verbindingspunten in overlappende foto's gekozen en gemarkeerd. Bij monoscopische meting worden de verbindingspunten zowel overgedragen naar overlappende foto's in een strook als naar foto's in de naastliggende stroken. Wordt stereoscopisch gemeten dan heeft puntsoverdracht alleen tussen de stroken plaats. Bij de puntsoverdracht kan men gebruik maken van geprikte verbindingspunten en/of natuurlijke verbindingspunten. Indien de verbindingspunten fysiek in een overlappende foto worden gemerkt, spreekt men van geprikte punten. Hiervoor worden puntsoverdrachtinstrumenten gebruikt. In het algemeen worden als verbindingspunten terreinelementen gekozen die goed op de foto's zijn aan te meten. Deze natuurlijke verbindingspunten hoeven niet te worden geprikt.

Indien de triangulatiemetingen in digitale beelden worden uitgevoerd, kunnen met behulp van digitale correlatietechnieken verbindingspunten worden gevonden en gemeten in overlappende foto's. Tevens is het mogelijk om deze metingen handmatig uit te voeren. Met correlatietechnieken is – bij dezelfde pixelgrootte – een hogere meetprecisie mogelijk. In beide gevallen maakt men gebruik van natuurlijke verbindingspunten.



Figuur 7.19: Processchema van de triangulatie en blokvereffening.

De blokvereffening is de rekenstap waarbij de fotocoördinaten, die tijdens de triangulatie zijn gemeten, en de bekende coördinaten van de paspunten gebruikt worden voor de berekening van de coördinaten van de verbindingspunten. Worden GPS-metingen verricht tijdens de fotovlucht, dan worden in de blokvereffening ook de uit deze metingen berekende coördinaten van de projectiecentra verwerkt. Naast de coördinaten van de verbindingspunten resulteert de blokvereffening in de parameters van de uitwendige oriënteringen van de luchtfoto's en gegevens over de precisie en betrouwbaarheid van het netwerk.

Als triangulatiemetingen in modellen worden uitgevoerd en modelcoördinaten worden geregistreerd, kan de blokvereffening ook met de onafhankelijke-modellen methode worden uitgevoerd. Voor een beschrijving van deze methode wordt verwezen naar de fotogrammetrische literatuur.

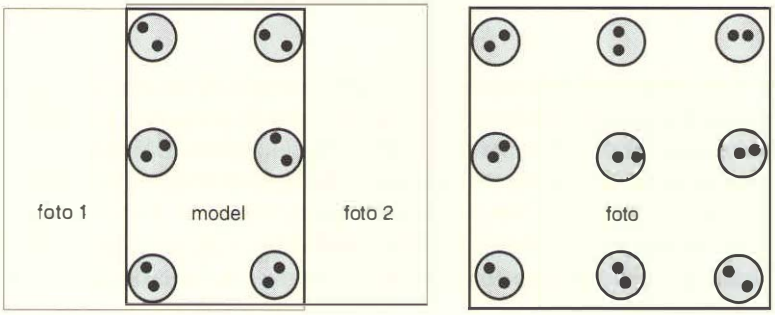
De grootte van fotogrammetrische blokken kan sterk variëren en kan een gebied van 100 km^2 of meer beslaan. Dit komt overeen met ongeveer 200 foto's op schaal 1 : 6000. In de praktijk zal een fotogrammetrisch blok meerdere deelblokken kunnen omvatten met een grotere fotoschaal (een zogenaamd blok-in-blok; zie § 7.3). Dit is een gevolg van het feit dat bebouwd gebied wordt gekarteerd op een grotere schaal dan landelijk gebied.

7.4.3 Meetontwerp

Het meetontwerp voor de triangulatie en blokvereffening is indirect gebaseerd op de eisen die aan de kartering en bijhouding worden gesteld en ligt al grotendeels vast door de opzet van de fotovlucht.

Vuistregels voor de triangulatie:

- Bij de triangulatie worden in alle foto's van een blok de fotocoördinaten gemeten van alle zichtbare pas- en verbindingspunten.
- Triangulatiemetingen kunnen worden uitgevoerd in foto's, digitale beelden of relatief georiënteerde modellen. De triangulatiemetingen in foto's en digitale beelden kunnen na een inwendige oriëntering worden uitgevoerd. De meting in modellen vereist ook een relatieve oriëntering. De inwendige oriëntering en relatieve oriëntering moeten conform de vuistregels gegeven in § 7.2.2.5 worden uitgevoerd.
- De standaardafwijking van de meting van de fotocoördinaten is maximaal 6 µm op fotoschaal.
- Per model moeten minimaal 12 verbindingspunten (6 dubbelpunten) beschikbaar zijn op de zogenaamde Von Gruber lokaties. Bij een langsoverlap van 60% komt dit overeen met 18 verbindingspunten per foto (zie figuur 7.20). Voor de verbindingspunten moeten op de foto goed zichtbare punten worden gebruikt. Dit kunnen gesignaliseerde, natuurlijke of geprikte punten zijn, of een combinatie van deze punten. Geprikte punten ontstaan bij de puntsoverdracht en dienen een diameter tussen 50 en 60 µm te hebben.



Figuur 7.20: Indicatie van de ligging van de verbindingspunten in de Von Gruber lokaties.

In de figuur is te zien dat de ligging van de verbindingspunten overeenkomt met de ligging van de punten die worden gebruikt voor de relatieve oriëntering. De punten hoeven echter niet samen te vallen. Het is aan te bevelen de hoogtepaspunten als verbindingspunten te kiezen.

- De precisie waarmee de puntsoverdracht wordt uitgevoerd, bepaalt in hoge mate de precisie van de gemeten fotocoördinaten in de blokvereffening. Aangeraden wordt om geprikte punten zo mogelijk te vermijden door gebruik te maken van natuurlijke verbindingspunten. Om de kans op fouten bij de interpretatie en identificatie te verkleinen kan gebruik gemaakt worden van gesignaliseerde verbindingspunten.

Vuistregels voor de blokvereffening:

- Een vrije netvereffening en toetsing wordt gevolgd door een tweede fase aansluitingsvereffening met toetsing van de aansluitingspunten. De laatste stap is de coördinaatberekening met een pseudo kleinste-kwadraten vereffening. Het rekenproces in de fotogrammetrie is analoog aan dat van de terrestrische en GPS-netwerken (zie hoofdstuk 5).
- Aan de toetsing van de waarnemingen (de fotocoördinaten, de coördinaten van de paspunten en eventueel de coördinaten van de opnamecentra) moet een kleinste-kwadraten vereffening ten grondslag liggen.
- Bij de coördinaatberekening worden alleen de hoogten van de paspunten stochastisch verondersteld. Hebben de hoogtecoördinaten een standaardafwijking die kleiner is dan tweemaal die van de planimetrische coördinaten, dan kunnen de gegeven hoogten eveneens worden vastgehouden.
- De blokvereffening wordt zonder zelfkalibratie van de camera uitgevoerd. De elementen van de kalibratie (cameraconstante, coördinaten hoofdpunt en lensvertekening) zijn van tevoren bepaald en worden als constanten ingevoerd.
- In een blokvereffening moeten (deel-)blokken met verschillende fotoschalen tegelijkertijd kunnen worden verwerkt. Dit stelt eisen aan de te gebruiken programmatuur.
- De vuistregels voor het aantal en de ligging van de paspunten komen overeen met de vuistregels die naar aanleiding van de fotovlucht zijn geformuleerd in § 7.3.3.3.
- De planimetrische coördinaten zijn gegeven in het RD-stelsel, de coördinaten voor de hoogte in het NAP-stelsel.
- De coördinaten van de GPS-antenne zijn per opnametijdstip getransformeerd naar het RD-stelsel en het NAP-stelsel.

7.4.4 Functiemodel

Ten aanzien van de waarnemingsgrootheden en onbekenden van de bundelblokvereffening geldt het volgende:

- Om een blokvereffening te kunnen uitvoeren, moeten als waarnemingsgrootheden tenminste fotocoördinaten en coördinaten van de paspunten beschikbaar zijn.
- Voor grootschalige karteringen wordt geen zelfkalibratie toegepast. Bij zelfkalibratie worden de kalibratie-onbekenden per camera als onbekenden in het model opgenomen (de coördinaten van het hoofdpunt en de cameraconstante). Voor grootschalige karteringen worden de coördinaten van het hoofdpunt en de cameraconstante bekend verondersteld.
- De fotocoördinaten moeten worden gecorrigeerd voor de lensvertekening. Deze correctie heeft meestal plaats bij de inwendige oriëntering, zodat de gemeten fotocoördinaten voor lensvertekening zijn gecorrigeerd.
- De fotocoördinaten mogen voor de effecten van de aardkromming worden gecorrigeerd.
- De invloed van refractie mag worden verwaarloosd.
- De coördinaten van de verbindingspunten en de opnamecentra worden berekend in het terreinstelsel. Het terreinstelsel voor de situatie is het RD-stelsel, voor de hoogte het NAP-stelsel.

Na deze algemene regels voor het functiemodel van de blokvereffening volgt hierna de beschrijving van het functiemodel met en zonder bepaling van de positie van de opnamecentra.

Functiemodel *zonder* bepaling van de positie van de opnamecentra
De waarnemingsgrootheden zijn:

- per straal: Fotocoördinaten u_p en v_p (zie figuur 7.21). Alle pas- en verbindingspunten in een foto worden aangemeten.
- per camera: Eventueel de coördinaten van het hoofdpunt u_o en v_o en de cameraconstante c (uit kalibratierapport; per blok kunnen meerdere camera's gebruikt worden). Aanbevolen wordt deze kalibratieparameters als constanten te behandelen en niet als waarnemingen.
- per paspunt: Coördinaten (X_P, Y_P en/of Z_P) in het terreinstelsel.

De onbekenden zijn:

- per stralenbundel: Uitwendige oriënteringselementen (coördinaten opnamecentrum X_O, Y_O en Z_O in het terreinstelsel; oriënteringshoeken ω, φ en κ die de stand van de bundel tijdens de opname beschrijven).
- per camera: Eventueel de coördinaten van het hoofdpunt u_o en v_o en de cameraconstante c (binnen een blok kunnen meerdere camera's gebruikt worden). Aanbevolen wordt de kalibratieparameters als constanten te behandelen en niet als waarnemingen.
- per terreinpunt: Coördinaten (X_P, Y_P en Z_P) in het terreinstelsel.

Functiemodel *met* bepaling van de positie van de opnamecentra
Bij de berekening van de positie van de GPS-antenne tijdens de opname is het niet noodzakelijk dat de fase-meerduidigheden in een vliegstrook correct worden opgelost. Daardoor heeft men per strook slechts benaderde coördinaten van de posities van de GPS-antenne. In de blokvereffening worden per strook 6 onbekenden toegevoegd om de systematische afwijkingen van de posities van de GPS-antenne te modelleren. Deze 6 onbekenden bestaan uit 3 offset- en 3 driftparameters. De offsetparameters beschrijven een translatie van de GPS-posities van de opnamecentra, de driftparameters beschrijven een constante verandering van deze translatie in de tijd.

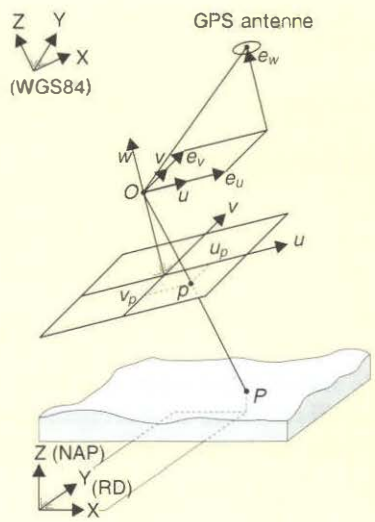
De waarnemingsgrootheden zijn:

- per straal: Fotocoördinaten u_p en v_p.
- per stralenbundel: Positie van de GPS-antenne tijdens de opname, bepaald met behulp van kinematische GPS-fasewaarnemingen (X_A, Y_A en Z_A in het terreinstelsel).
  Deze posities zijn bepaald in een aparte, aan de bundelblokvereffening voorafgaande vereffening.
- per camera: Eventueel de coördinaten van het hoofdpunt u_o en v_o en de cameraconstante c. Aanbevolen wordt de kalibratieparameters als constanten te behandelen.
- per paspunt: Coördinaten (X_P, Y_P en/of Z_P) in het terreinstelsel.

De onbekenden zijn:

- per stralenbundel: Uitwendige oriënteringselementen (positie X_O, Y_O, Z_O en de oriënteringshoeken ω, φ en κ).
- per camera: Eventueel de coördinaten van het hoofdpunt u_o en v_o en de cameraconstante c. Aanbevolen wordt de kalibratieparameters als constanten te behandelen.

- per strook: 3 offset- en 3 driftparameters van de coördinaten van de GPS-antenne uitgedrukt in het terreinstelsel.
- per terreinpunt: Coördinaten (X_P, Y_P en Z_P) in het terreinstelsel.



Figuur 7.21: Coördinatenstelsels bij de blokvereffening: fotostelsel (u,v), camerastelsel (u,v,w), terreinstelsel (X,Y(RD), Z(NAP)), satellietstelsel (X,Y,Z (WGS-84)).

Coördinatenstelsels

Bij de blokvereffening heeft men te maken met de volgende coördinatenstelsels:

- Het fotostelsel waarin de fotocoördinaten worden uitgedrukt.
- Het camerastelsel waarin de coördinaten van het hoofdpunt en de cameraconstante worden uitgedrukt. Het camera- en het fotostelsel zijn door de inwendige oriëntering direct aan elkaar gerelateerd.
- Het terreinstelsel waarin de coördinaten van de paspunten zijn gegeven. De situatie wordt in het terreinstelsel beschreven in het RD-stelsel, de hoogte in het NAP-stelsel. De relatie tussen het camerastelsel en het terreinstelsel wordt per stralenbundel (foto) beschreven met de elementen van de uitwendige oriëntering (coördinaten van het opnamecentrum in het terreinstelsel en de oriënteringshoeken ω, φ en κ).

Indien men de positie van de GPS-antenne bepaalt, heeft men tevens te maken met:

- Het camerastelsel waarin de excentriciteit van de GPS-antenne ten opzichte van het opnamecentrum wordt uitgedrukt.
- Het terreinstelsel waarin de offset- en drift-onbekenden worden bepaald.
- Het coördinatenstelsel WGS84 waaraan de GPS-metingen zijn gerelateerd. Vóór de blokvereffening worden de met GPS bepaalde posities van de GPS-antenne getransformeerd naar het terreinstelsel (zie § 2.4).

De relatie tussen alle coördinatenstelsels is weergegeven in figuur 7.21. In de figuur zijn e_u, e_v en e_w de excentriciteiten van de GPS-antenne ten opzichte van het opnamecentrum in het camerastelsel.

Waarnemingsvergelijkingen

Het functiemodel van de blokvereffening is grotendeels gebaseerd op de collineariteitsbetrekking, die de relatie beschrijft tussen beeldpunten op de foto, punten in het terrein en het opnamecentrum:

$$\begin{pmatrix} u_p - u_o \\ v_p - v_o \\ -c \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} X_P - X_O \\ Y_P - Y_O \\ Z_P - Z_O \end{pmatrix} .$$

R is daarbij een rotatiematrix die geschreven kan worden als:

$$R = R(\kappa,\varphi,\omega) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} .$$

De 9 elementen van R zijn functies van de 3 oriënteringshoeken ω, φ en κ.
In bovenstaande vorm wordt de collineariteitsbetrekking als waarnemingsvergelijking weinig toegepast. De doorgaans gebruikte vorm van de (niet-lineaire) waarnemingsvergelijkingen voor de fotocoördinaten luidt:

$$u_p = u_o - c\frac{r_{11}(X_P - X_O) + r_{12}(Y_P - Y_O) + r_{13}(Z_P - Z_O)}{r_{31}(X_P - X_O) + r_{32}(Y_P - Y_O) + r_{33}(Z_P - Z_O)} ,$$

$$v_p = v_o - c\frac{r_{21}(X_P - X_O) + r_{22}(Y_P - Y_O) + r_{23}(Z_P - Z_O)}{r_{31}(X_P - X_O) + r_{32}(Y_P - Y_O) + r_{33}(Z_P - Z_O)} .$$

Per gemeten punt in een foto zijn er 2 waarnemingsvergelijkingen. Voor de gelineariseerde vorm van de waarnemingsvergelijkingen voor de fotocoördinaten wordt verwezen naar [Konecny en Lehmann, 1984].

De waarnemingsvergelijkingen voor de coördinaten van de paspunten, de coördinaten van het hoofdpunt van de camera en de cameraconstante zijn:

paspunten: $X_P = X_P$,
$Y_P = Y_P$,
$Z_P = Z_P$,

hoofdpunt: $u_0 = u_0$,
$v_0 = v_0$,

cameraconstante: $c = c$.

De (niet-lineaire) waarnemingsvergelijkingen voor de coördinaten van de GPS-antenne tijdens de opname (gegeven in het terreinstelsel) zijn voor een strook s:

$$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_O \\ Y_O \\ Z_O \end{pmatrix} + R(\kappa,\varphi,\omega) \begin{pmatrix} e_u \\ e_v \\ e_w \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} o_X \\ o_Y \\ o_Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_X \\ d_Y \\ d_Z \end{pmatrix} (t - t_s) \right]_s ,$$

waarbij:

e_u, e_v, e_w	excentriciteit van de GPS-antenne ten opzichte van het opnamecentrum in het camerastelsel;
o_X, o_Y, o_Z	offset-onbekenden in het terreinstelsel;
d_X, d_Y, d_Z	drift-onbekenden in het terreinstelsel;
t	tijdstip van de opname;
t_s	tijdstip van de eerste opname in strook s.

Keuze van de basis

Wanneer de blokvereffening is gebaseerd op het model van een tweede fase aansluitingsvereffening hoeft geen rekenbasis te worden gespecificeerd.

Bij de berekening van het fotogrammetrische blok als vrij net moet men wel een rekenbasis kiezen. De basis wordt dan gedefinieerd door twee volledige paspunten (X,Y,Z) en een hoogtepaspunt (Z) vast te houden op hun gegeven waarden. De drie paspunten mogen niet op of dichtbij een rechte lijn liggen en kunnen het best zo ver mogelijk uit elkaar worden gekozen, bijvoorbeeld in de hoeken van het blok.

De keuze van de schrankingsbasis is van invloed op de kwaliteitsbeschrijving van de fotogrammetrisch verkregen coördinaten.

Invloed van de aardkromming

In het functiemodel kan men op twee manieren rekening houden met de aardkromming. Of men corrigeert de gemeten fotocoördinaten voor de aardkromming, of men houdt in het functiemodel rekening met de aardkromming voor de hoogtepaspunten.

7.4.5 Kansmodel

Het kansmodel van de bundelblokvereffening wordt beschreven met een variantiematrix die als volgt is opgebouwd (alle waarnemingsgroepen worden onderling ongecorreleerd verondersteld):

- De precisie van de planimetrische paspunten wordt zo mogelijk beschreven met een Baarda-Alberda kunstmatrix (zie § 2.5). De Baarda-Alberda matrix wordt opgesteld met $c_0 = 0$ cm^2 en $c_1 = 2$ cm/km^2. De parameter d^2 wordt zodanig gekozen dat $d^2 = c_0 + c_1 l_{max}$, waarbij l_{max} de grootste afstand tussen twee paspunten is. Indien de gebruikte programmatuur de Baarda-Alberda matrix niet ondersteunt, wordt de precisie van de paspunten beschreven met een diagonaalmatrix als kunstmatrix met $c_0 = 25$ cm^2, of kleiner indien de precisie van de paspunten daarmee beter wordt beschreven. Bij de coördinaatberekening (zie § 7.4.9) worden de coördinaten van de planimetrische paspunten niet stochastisch verondersteld.
- De precisie van de hoogtepaspunten wordt beschreven met een diagonaalmatrix als variantiematrix. De standaardafwijking van de hoogte moet kleiner dan of gelijk zijn aan 40 cm. Hieraan kan worden voldaan als de hoogtepaspunten zijn bepaald uit de hoogtekaart van Nederland of zijn afgeleid uit een digitaal hoogte model (DHM).

Voor de met GPS bepaalde paspunten wordt voor de hoogte een standaardafwijking van 10 cm gebruikt.

- De precisie van de coördinaten van de GPS-antenne wordt afgeleid uit GPS-fasemetingen naar het bewegende vliegtuig (zie § 7.3). De precisie wordt beschreven met een diagonaalmatrix. De standaardafwijking van een enkele coördinaat is 5 tot 10 cm voor de situatie en 10 tot 15 cm voor de hoogte.
- De fotocoördinaten worden ongecorreleerd verondersteld. De precisie van de fotocoördinaten wordt beschreven met een diagonaalmatrix als variantiematrix. De standaardafwijking van de fotocoördinaten van de aangemeten pas- en verbindingspunten moet kleiner dan of gelijk zijn aan 6 μm.

7.4.6 Sterkteberekening

Sterkteberekeningen hebben tot doel de kwaliteit te beoordelen van een fotogrammetrisch blok in termen van precisie en betrouwbaarheid. De precisie wordt bij voorkeur geanalyseerd na de pseudo kleinste-kwadraten aansluiting aan de paspunten. De analyse van de betrouwbaarheid van de fotocoördinaten geschiedt op basis van de vrije netvereffening of van de tweede fase kleinste-kwadraten aansluiting. Bij de tweede fase vereffening is de betrouwbaarheid van de fotocoördinaten beter als gevolg van de grotere overtalligheid door het toevoegen van waarnemingen in de vorm van paspuntscoördinaten. De betrouwbaarheid van de paspuntscoördinaten wordt beoordeeld op basis van een tweede fase kleinste-kwadraten vereffening.

Hieronder zijn de resultaten opgenomen van een sterkteberekening van een fotogrammetrisch blok uit de Kadaster-praktijk. De karakteristieken van dit blok kunnen als volgt worden samengevat:

- aantal stroken kleinschalig (1 : 6000): 6
- aantal stroken grootschalig (1 : 3000): 9
- aantal foto's: 356
- langs- en dwarsoverlap: 60% resp. 30%
- aantal paspunten, volledig (X,Y,Z) en hoogte: 128 resp. 94
- totaal aantal punten: 2057
- aantal fotocoördinaten: 17 592
- standaardafwijking fotocoördinaten: 5 μm
- standaardafwijking paspunten (X,Y): 5 cm
- standaardafwijking hoogtecoördinaten: 40 cm

Alle waarnemingen worden ongecorreleerd verondersteld.

Precisie van de fotogrammetrische puntsbepaling na aansluiting.

- Voor meer dan 95% van de punten is de standaardafwijking van de planimetrische coördinaten kleiner dan 10 cm.
- Voor meer dan 50% van de punten is de standaardafwijking van de planimetrische coördinaten kleiner dan 5 cm.
- In de vliegrichting is de standaardafwijking van de coördinaten gemiddeld kleiner dan loodrecht daarop. Dit varieert van een factor 1 tot een factor 2.
- De standaardafwijking van de hoogtecoördinaten is gemiddeld ongeveer een factor 2 groter dan die van de planimetrische coördinaten.
- Alle coördinaten – zowel planimetrische als hoogtecoördinaten – hebben een standaardafwijking kleiner dan 20 cm.

aantal foto's per punt	standaardafwijking planimetrie	standaardafwijking hoogte
2	ca. 15 cm per coördinaat	ca. 20 cm
3 of meer	ca. 10 cm per coördinaat	ca. 15 cm
5 of meer	ca. 5 cm per coördinaat	ca. 10 cm

Tabel 7.6: Bovengrenzen van de standaardafwijkingen van de coördinaten, afhankelijk van het aantal foto's waarin een punt is gemeten.

In tabel 7.6 is een overzicht gegeven van de afhankelijkheid tussen het aantal foto's waarin een punt is gemeten en de precisie van de geschatte coördinaten. Vermeld zijn indicaties voor de bovengrenzen van de standaardafwijkingen.

Betrouwbaarheid van de fotogrammetrische puntsbepaling na aansluiting.

- Alleen wanneer een punt in slechts 2 foto's is gemeten, is de betrouwbaarheid onvoldoende. De fotocoördinaten in de vliegrichting zijn dan ongecontroleerd.
- Is een punt in 3 of meer foto's gemeten, dan is de inwendige betrouwbaarheid van de fotocoördinaten goed (dan zijn de grenswaarden kleiner dan 100 μm). Voor de uitwendige betrouwbaarheid zijn de verstoringsfactoren kleiner dan 5, waarbij de verstoringsfactor betrekking heeft op de coördinaten.
- Is een punt in 5 of meer foto's gemeten, dan is de inwendige betrouwbaarheid van de fotocoördinaten zeer goed (grenswaarden kleiner dan 50 μm). Ook de uitwendige betrouwbaarheid is zeer goed met verstoringsfactoren die veel kleiner kunnen zijn dan 5.
- Wanneer een paspunt in 3 of meer foto's is gemeten, is de betrouwbaarheid van de paspuntscoördinaten in het algemeen goed.

De belangrijkste conclusie van deze sterkteberekeningen is dat een punt in minimaal 3 foto's gemeten moet worden om voldoende betrouwbaarheid van de fotocoördinaten te bereiken. In mindere mate is dit ook van belang voor de precisie van de geschatte coördinaten.

7.4.7 Voorbewerking

Het doel van de voorbewerking van de blokvereffening is de berekening van benaderde waarden voor de onbekenden en de opsporing van grove fouten. De benaderde waarden kunnen op verschillende wijzen berekend worden. Hieronder wordt een geschikte procesgang kort beschreven.

De berekening van de benaderde waarden voor de onbekende coördinaten van de verbindingspunten en de positie en stand van de camera kan in twee stappen verlopen:

1 Strookvorming: koppeling van alle foto's in een strook door middel van relatieve oriëntering (modelvorming), gevolgd door modelkoppeling.
2 Transformatie van de strook naar het terreinstelsel. Het gaat hierbij om een 3D-gelijkvormigheidstransformatie op basis van de coördinaten van de paspunten.

De relatieve oriëntering wordt uitgevoerd met inachtneming van de daarvoor geldende vuistregels. Naast de fotocoördinaten zijn de 3D-modelcoördinaten geregistreerd of berekend uit de fotocoördinaten, zodat opeenvolgende modellen kunnen worden gekoppeld met behulp van een overbepaalde 3D-gelijkvormigheidstransformatie. Voor deze transformatie worden zowel de verbindingspunten als het gemeenschappelijke projectiecentrum gebruikt. De overbepaalde transformatie biedt de eerste mogelijkheid voor toetsing op meet- en identificatiefouten. De meetprecisie die bij deze toetsing een rol speelt is gespecificeerd in § 7.2.4. Na de koppeling van de opeenvolgende modellen in een strook zijn 3D-coördinaten bekend van de verbindingspunten en de projectiecentra in het stelsel van het eerste model in de strook. De transformatie van deze coördinaten naar het terreinstelsel kan in één stap plaats hebben met een overbepaalde 3D-gelijkvormigheidstransformatie.

Als alternatief kan deze transformatie in twee stappen worden uitgevoerd. De eerste stap bestaat uit het horizontaal brengen van de strook met behulp van ten minste drie hoogtepaspunten. Tijdens de tweede stap wordt een overbepaalde 2D-gelijkvormigheidstransformatie uitgevoerd om de strookcoördinaten naar het RD-stelsel te transformeren. Hiervoor zijn minimaal twee planimetrische paspunten nodig, maar bij voorkeur meer. De in deze stap gebruikte overbepaalde transformaties bieden de mogelijkheid om te toetsen op eventuele fouten in de identificatie van de paspunten of fouten in de paspuntscoördinaten.

Zijn de posities van de opnamecentra bepaald met behulp van GPS-metingen, dan worden tijdens de voorbewerking de GPS-waarnemingen verwerkt, waarbij de coördinaten van de opnamecentra in het terreinstelsel worden berekend. Deze coördinaten kunnen in de hiervoor geschetste procedure worden opgenomen in de tweede stap, de transformatie van strookcoördinaten naar het terreinstelsel. Daarbij moet rekening worden gehouden met systematische afwijkingen in de posities van de opnamecentra als gevolg van offset en drift.

Voor het toepassen van de eerste fase kleinste-kwadraten vereffening zijn goede benaderde waarden van de onbekenden noodzakelijk. Deze kunnen worden verkregen door eerst het functiemodel op te stellen van de blokvereffening voor de tweede fase kleinste-kwadraten vereffening, daarbij gebruikmakend van de hiervoor geschetste berekening van de benaderde waarden. Voor deze vereffening zijn de eisen aan de kwaliteit van de benaderde waarden minder hoog dan voor de vrije netvereffening.

7.4.8 Toetsing

De toetsing bestaat in beginsel uit de toetsing van het vrije net en de toetsing van de aansluitingspunten. In de praktijk wordt vaak alleen de toetsing van de aansluitingspunten uitgevoerd, waarbij tevens de toetsing van de fotocoördinaten plaats heeft.

Om het vrije net te toetsen wordt een eerste fase kleinste-kwadraten vereffening uitgevoerd, waarbij getoetst wordt op eventuele waarnemingsfouten. Naast de algemene modeltoets worden de volgende alternatieve hypothesen getoetst:
- fout in een fotocoördinaat (conventionele alternatieve hypothese: w-toets);
- fout in een fotocoördinatenpaar (twee-dimensionale punttoets).

De toetsing van de paspunten is onderdeel van een tweede fase vereffening. Daarbij worden de coördinaten van de paspunten stochastisch verondersteld. Omdat de betrouwbaarheid van de fotocoördinaten toeneemt als gevolg van het in de vereffening opnemen van de gegeven coördinaten van de paspunten, is het zinvol om na de toetsing van het vrije net de toetsing van de fotocoördinaten te herhalen bij de tweede fase vereffening.
Ook bij de toetsing van de aansluitingspunten wordt de algemene toets van het model uitgevoerd. Daarnaast worden de volgende alternatieve hypothesen getoetst:
- fout in een fotocoördinaat (w-toets);
- fout in een fotocoördinatenpaar (twee-dimensionale toets);
- fout in één van de coördinaten van een paspunt (één-dimensionale toets);
- fout in een paspunt (deze toets kan twee-dimensionaal zijn (planimetrisch paspunt) of drie-dimensionaal (volledig paspunt of positie van de GPS-antenne)).

Voor de één-dimensionale hypothesen wordt een onbetrouwbaarheidsdrempel van $\alpha_0 = 0{,}001$ gebruikt. Het onderscheidingsvermogen van alle toetsen is $\gamma_0 = 0{,}80$. Voor meer-dimensionale hypothesen volgt de onbetrouwbaarheidsdrempel (α) uit de B-methode van toetsen. Bij de B-methode van toetsen kan het gebeuren dat de algemene toets van het model wordt verworpen door een hoge onbetrouwbaarheidsdrempel als gevolg van het grote aantal vrijheidsgraden in het totale blok. Als de onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets van het model groter wordt dan 0,1, moet rekening worden gehouden met de kans dat deze toets ten onrechte wordt verworpen.

Het is toegestaan meerdere modelfouten in een berekeningsgang te identificeren. Het wordt afgeraden waarnemingsgrootheden bij de toetsing automatisch uit het waarnemingsmateriaal te verwijderen of de standaardafwijking van de waarnemingen aan te passen aan de toetsingsresultaten. Bij verwerping van een x- of y-fotocoördinaat dient het betreffende punt bij voorkeur te worden overgemeten. In plaats daarvan kunnen ook beide coördinaatwaarnemingen worden verwijderd uit het waarnemingsmateriaal.
Per berekeningsgang gelden de volgende beperkingen ten aanzien van het verwijderen van waarnemingen:
- maximaal 1 fotocoördinatenpaar per pas- of verbindingspunt;
- maximaal 2 fotocoördinatenparen per foto.

Is een verworpen toetsingsgrootheid van de gegeven coördinaten van een paspunt groter dan de toetsingsgrootheden van de fotocoördinaten van hetzelfde punt, dan wordt dit punt in de volgende berekening niet als paspunt, maar als verbindingspunt opgenomen (de paspuntscoördinaten worden dan niet als waarneming gespecificeerd). In de volgende berekeningsgang kan dan blijken of het gaat om een fout in de fotocoördinaten of in de paspuntscoördinaten.

Voor het totale aantal verwijderde waarnemingen – fotocoördinaten en paspuntscoördinaten – gelden de volgende beperkingen:
- Na het verwijderen van waarnemingen op basis van de toetsingsresultaten moeten er per foto minimaal 9 verbindingspunten overblijven (minstens één van de twee punten op elke Von Gruber lokatie). In een blok mag dit minimum aantal verbindingspunten per foto alleen incidenteel voorkomen.
- In de twee- en drievoudige overlap aan de randen van het blok mogen, ook na de toetsing, dubbelpunten niet ontbreken.
- In een blok moet het aantal waarnemingen ten minste 1½ maal groter zijn dan het aantal onbekenden.
- De maximale afstand tussen naburige paspunten is 4 modelbreedtes in de vliegrichting en 2 strookbreedtes loodrecht op de vliegrichting. Dit geldt zowel voor planimetrische als voor hoogtepaspunten. Deze maximale afstand mag in een blok alleen incidenteel voorkomen (zie § 7.3.3).

De toetsing wordt afgesloten als geen waargenomen foto- of paspuntscoördinaten (of coördinaatparen) meer worden verworpen. Bovendien moet de algemene modeltoets zijn aanvaard. Worden er geen foto- of paspuntscoördinaten verworpen, terwijl de algemene modeltoets toch niet wordt aanvaard, dan zijn systematische vervormingen waarschijnlijk. Deze vervormingen worden mogelijk veroorzaakt door filmvervorming, onjuiste camerakalibratiegegevens, afwijkingen in het instrumentarium of het verwaarlozen van de aardkromming in grote blokken.

Het proces van toetsen en verwijderen van waarnemingen is iteratief. Het kan voorkomen dat waarnemingen ten onrechte worden verworpen en in een volgende berekeningsgang weer moeten worden opgenomen. Leidt dit proces niet tot een eenduidige conclusie ten aanzien van waarnemings- en identificatiefouten, dan dienen de betreffende modellen of foto's te worden overgemeten. Hetzelfde geldt, na overmeting van de foto's, voor de gegeven paspuntscoördinaten.

7.4.9 Coördinaatberekening

De coördinaatberekening is voor wat betreft de planimetrie gebaseerd op de methode van de pseudo kleinste-kwadraten tweede fase vereffening. De planimetrische coördinaten van de paspunten krijgen daarbij geen correctie. De hoogtepaspunten worden echter wel stochastisch verondersteld. Hebben de hoogtecoördinaten een standaardafwijking die kleiner is dan tweemaal die van de planimetrische coördinaten, dan kan ook voor de hoogtecoördinaten een pseudo kleinste-kwadraten vereffening worden toegepast.

Resultaat van de vereffeningsberekening zijn de coördinaten van de verbindingspunten en de uitwendige oriënteringselementen per stralenbundel in het terreinstelsel. De uitwendige oriënteringselementen bestaan uit 3 coördinaten voor de positie van het projectiecentrum en 3 parameters voor de stand van de camera.

7.4.10 Kwaliteitsbeschrijving

De precisie van de coördinaten van de verbindingspunten en van de uitwendige oriënteringselementen wordt beschreven door de variantiematrix berekend bij de blokvereffening. De uit de coördinaatberekening verkregen variantiematrix van de onbekenden is slechts representatief indien na de pseudo kleinste-kwadraten vereffening de voortplantingswet wordt toegepast op de formules van de coördinaatberekening. Indien deze stap niet wordt uitgevoerd dan geven de berekende varianties een te optimistisch beeld van de precisie van de onbekenden.
De precisiebeschrijving van de coördinaten van de verbindingspunten dient conform het kwaliteitsmodel plaats te hebben (zie § 2.5). Daarbij wordt alleen de relatieve precisie beschreven.

Door het toepassen van de vuistregels wordt voldoende overtalligheid gewaarborgd en is de betrouwbaarheid gegarandeerd. Aan de randen van het fotogrammetrische blok en wanneer een punt in slechts twee foto's is gemeten, zal de betrouwbaarheid echter beperkt zijn als gevolg van de geringe overtalligheid.
De betrouwbaarheid van de berekende coördinaten wordt niet expliciet beschreven.

7.4.11 Kwaliteitscontrole

De kwaliteitscontrole van de triangulatie en de blokvereffening kan op vele manieren plaats hebben. Naast een controle op naleving van de vuistregels zijn de volgende kwaliteitscontroles mogelijk (zie § 7.4.3 en § 9.2):

- Nameting van de triangulatiemetingen. Het verschil in de fotocoördinaten van beide metingen dient kleiner te zijn dan driemaal de standaardafwijking van de metingen.
- Beoordeling van de rekenresultaten van de blokvereffening. De precisie, de betrouw-

baarheid en de toetsingsresultaten van foto- en paspuntscoördinaten dienen te worden gecontroleerd. Daarbij moet worden gelet op de gebruikte standaardafwijking voor de beide waarnemingstypen. Bij gebruik van GPS geldt het voorgaande ook voor de coördinaten van de opnamecentra.

- Herberekening van de blokvereffening. Een hervereffening van het blok kan plaats vinden met alle oorspronkelijke waarnemingen of met de uiteindelijk gebruikte waarnemingen. Er ontstaat een onafhankelijke controle wanneer de berekeningen worden uitgevoerd met andere programmatuur dan waarmee de oorspronkelijke berekeningen zijn uitgevoerd. De hiervoor genoemde controles van de resultaten van de blokvereffening worden ook uitgevoerd bij een herberekening. Bovendien worden de herberekende onbekenden, met name de coördinaten van de punten in het terrein, vergeleken met die van de oorspronkelijke berekening. De verschillen dienen kleiner te zijn dan de standaardafwijking van de betreffende onbekende.
- Het gebruik van controle-punten. Controle-punten zijn (extra) paspunten waarvan de bekende coördinaten niet in de blokvereffening worden gebruikt. Na de blokvereffening moet het verschil tussen de berekende coördinaten en de bekende coördinaten kleiner zijn dan driemaal de standaardafwijking van de berekende coördinaten van de paspunten.

Enkele controles die specifiek zijn voor de triangulatie en blokvereffening zijn:

- Er dient een volledige lijst te worden bijgehouden van verworpen en verwijderde waarnemingen. Dit geldt voor iedere berekeningsgang en kan zowel fotocoördinaten als coördinaten van paspunten betreffen.
- Er wordt gecontroleerd of er in de definitieve blokvereffening per foto voldoende verbindingspunten op de juiste posities beschikbaar zijn. Hetzelfde geldt voor de gebruikte planimetrische en hoogtepaspunten.

7.5 Fotogrammetrische kartering

De fotogrammetrische kartering wordt – evenals de fotogrammetrische bijhouding – gerekend tot de fotogrammetrische detailmeting. De fotogrammetrische detailmeting volgt op de triangulatie en blokvereffening. In bepaalde gevallen kan voor de bijhouding de triangulatie en blokvereffening achterwege blijven. In § 7.6 zal afzonderlijk aandacht besteed worden aan de fotogrammetrische bijhouding. De naverkenning van de fotogrammetrisch vervaardigde digitale kaart en de aansluiting van dit bestand aan de digitale kaart heeft na de fotogrammetrische detailmeting plaats. De naverkenning wordt behandeld in § 7.7, de aansluiting in § 7.8.

In deze paragraaf zal de digitale fotogrammetrische kartering besproken worden. Men spreekt van digitaal fotogrammetrisch karteren omdat met behulp van de fotogrammetrie een digitaal bestand wordt opgebouwd. Verwarring met het begrip 'digitale fotogrammetrie' dient te worden voorkomen. Deze vorm van fotogrammetrie maakt gebruik van digitale luchtfoto's, maar verschilt niet wezenlijk van de conventionele fotogrammetrie. Waar nodig zal in deze paragraaf worden ingegaan op de kartering met behulp van digitale luchtfoto's.

Voorzover het de vastlegging van topografie betreft, is de fotogrammetrische detailmeting een alternatief voor de terrestrische detailmeting. In tegenstelling tot de terrestrische detailmeting kan de fotogrammetrische detailmeting meestal niet in een volledige digitale kaart resulteren omdat delen van de topografie in de foto's niet zichtbaar zijn.

Om de ontbrekende elementen aan te vullen wordt na de fotogrammetrische detailmeting de zogenaamde *naverkenning* toegepast. De naverkenning bestaat uit een terrein bezoek en het bijwerken van de digitale kaart met de gegevens die in het terrein verzameld zijn.
Hoewel de kartering in het RD-stelsel plaats heeft, wordt het naverkende bestand aan de mogelijk reeds bestaande digitale kaart aangesloten om één consistent bestand te verkrijgen. Is er nog geen digitale kaart aanwezig, dan vormen de – eventueel naverkende – karteringsgegevens de nieuwe digitale kaart (zie ook hoofdstuk 8).

Voor de kartering van grote gebieden (enkele vierkante kilometers of groter) is de fotogrammetrische kartering een efficiënte en veel toegepaste methode. De naverkenning levert met name in bebouwd gebied een groot aandeel in de totale kosten. Daarom bepaalt de voor de naverkenning benodigde inspanning in hoge mate de aantrekkelijkheid van deze techniek in economisch opzicht.

7.5.1 Doelstelling en randvoorwaarden

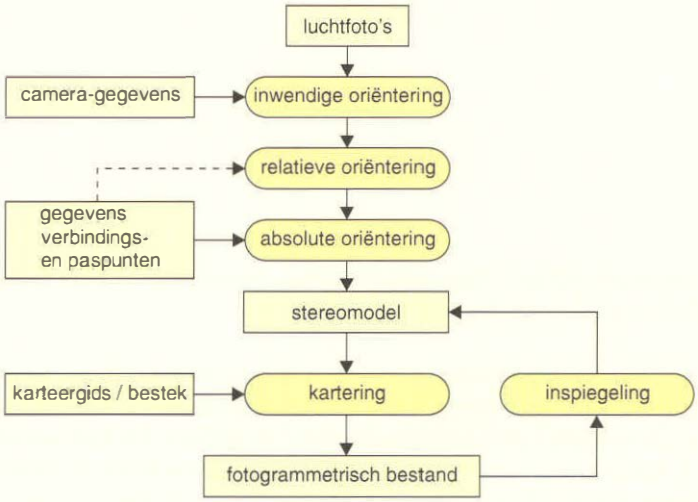
Doel van de fotogrammetrische kartering is het digitaal karteren van topografie in landelijke of stedelijke gebieden. De nagestreefde precisie is ten minste de zogenaamde grafische precisie (zie tabel 7.1). De fotogrammetrie wordt op grote schaal ingezet voor de vervaardiging van de GBKN en meer in het algemeen voor de vervaardiging van grootschalige topografische kaarten.

Randvoorwaarden voor de kartering zijn een succesvolle voltooiing van de fotovlucht, de triangulatie en de blokvereffening. De triangulatie en blokvereffening resulteren in de benodigde RD- en NAP-coördinaten van de pas- en verbindingspunten en de uitwendige oriënteringsparameters van iedere luchtfoto. Bij de fotogrammetrische kartering worden de punten waarvan de coördinaten bekend zijn paspunten genoemd.
Andere benodigde informatie betreft de camerakalibratie-gegevens en een bestek of karteergids (zie § 7.5.3). Een overzichtskaart met daarop de grenzen van het te karteren gebied maakt deel uit van het bestek.

Een praktische randvoorwaarde voor de kartering is dat er zo veel mogelijk te karteren terreinelementen op de luchtfoto's zichtbaar moeten zijn. Dit betekent dat in bebost of dicht bebouwd gebied de toepassing van de fotogrammetrie minder zinvol kan zijn als gevolg van oplopende naverkenningskosten.

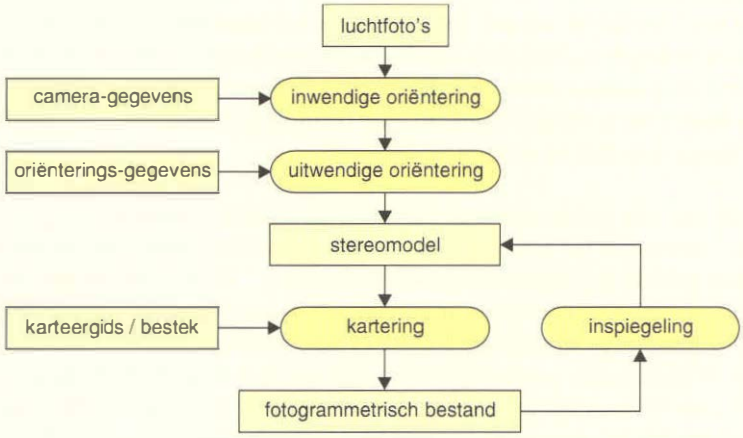
7.5.2 Procesbeschrijving

Figuur 7.22 is een schematische weergave van het proces van de fotogrammetrische kartering op basis van metingen in modellen, ook wel *stereo-uitwerking* genoemd. De constructie van een stereomodel, oftewel de relatieve oriëntering, wordt voorafgegaan door de inwendige oriëntering en gevolgd door de absolute oriëntering (zie § 7.2.2). Met de absolute oriëntering wordt het model naar het stelsel van de paspunten getransformeerd, zodat de kartering direct in het RD-stelsel plaats kan vinden.



Figuur 7.22: Processchema van de stereokartering met relatieve en absolute oriëntering.

In plaats van de absolute oriëntering kan men ook gebruik maken van de uitwendige oriënteringselementen die tijdens de blokvereffening zijn bepaald (zie figuur 7.23). Dit wordt wel het 'downloaden' van de uitwendige oriënteringsparameters genoemd. De relatieve en absolute oriëntering vervallen dan als zelfstandige stappen in het karteringsproces en daarmee ook het mogelijk ontstaan van fouten tijdens deze stappen. Is na het instellen van de oriënteringsparameters (*uitwendige oriëntering*) het absoluut georiënteerde stereomodel verkregen, dan dient een controle plaats te vinden op zowel de relatieve als de absolute oriëntering.
Bij gebruik van analoge uitwerkingsinstrumenten kunnen de oriënteringselementen alleen gebruikt worden om een benaderde relatieve oriëntering in te stellen.



Figuur 7.23: Processchema van de stereokartering met uitwendige oriëntering.

Bij de kartering is *inspiegeling*, ook wel beeldinspiegeling of superimpositie genoemd, sterk aan te raden ten behoeve van de volledigheidscontrole. De fotogrammetrische operateur kan met inspiegeling op ergonomische wijze sneller constateren of alle te karteren topografische elementen, voor zover zichtbaar in het model, ook daadwerkelijk zijn gekarteerd. Tevens wordt de kans op blunders bij de kartering verkleind. Men moet erop bedacht zijn dat men tijdens de meting de ingespiegelde kaart niet helemaal ziet samenvallen met het model. Bij monoscopische inspiegeling zijn de afwijking aanmerkelijk groter dan bij stereo-inspiegeling. Daarom heeft stereo-inspiegeling de voorkeur. Bij

monoscopische inspiegeling kunnen behalve blunders geen meetfouten worden afgeleid uit de verschillen tussen ingespiegeld beeld en model.

Vergeleken met de kartering vergen de voorbereidingen (het inwendig, relatief en absoluut of uitwendig oriënteren) weinig tijd. De te karteren terreinelementen zijn vermeld in de karteergids en kunnen per karteringsproject verschillen. De karteergids bevat een gedetailleerde beschrijving van de verlangde kaartinhoud en de toe te passen classificatie. Het resultaat van de fotogrammetrische kartering is een digitaal bestand dat moet worden naverkend en aangesloten om deel te kunnen uitmaken van de digitale kaart.

Voor de kartering kunnen ook digitale luchtfoto's worden gebruikt, zonder dat het produktieproces verandert. De integratie van digitale luchtfoto's in het fotogrammetrische produktieproces en het scannen van luchtfoto's is beschreven in § 7.2.

7.5.3 Meetontwerp

Fotogrammetrische kartering dient plaats te vinden door middel van metingen in een absoluut georiënteerd stereomodel. Het absoluut georiënteerde stereomodel kan op twee manieren tot stand komen. Ten eerste via de processtappen van de inwendige, de relatieve en de absolute oriëntering. Ten tweede kan het stereomodel tot stand gebracht worden met behulp van de bij de blokvereffening bepaalde oriënteringsparameters. De laatste aanpak heeft de voorkeur. Daarbij dient de relatieve oriëntering te worden gecontroleerd door parallaxmeting in de Von Gruber lokaties. De absolute oriëntering wordt gecontroleerd door meting van de terreincoördinaten van minimaal vier paspunten in de hoeken van het model. De gemeten dwarsparallaxen en de verschillen tussen gemeten en bekende coördinaten van de paspunten moeten voldoen aan de criteria voor de relatieve en absolute oriëntering. Kan ook na herhaling van de uitwendige oriëntering niet aan deze criteria worden voldaan, dan dient in eerste instantie de juistheid van de oriënteringsparameters te worden onderzocht.

Uitgaande van een goede zichtbaarheid van de te meten punten is de precisie van de gemeten coördinaten ten behoeve van de kartering in hoge mate afhankelijk van de precisie van de gebruikte paspunten en van de idealiseerbaarheid van de detailpunten. Om de grafische precisie van het karteringsresultaat te waarborgen moeten voor de absolute oriëntering paspunten worden gebruikt met een idealisatieprecisie van 5 cm standaardafwijking of kleiner. De puntprecisie van deze punten dient in stedelijk gebied 5 cm of kleiner te zijn. In landelijk gebied kan worden volstaan met een precisie van de paspunten van 10 cm. De eis ten aanzien van de idealisatieprecisie is voor stedelijk en landelijk gebied gelijk.
De precisie-eis voor de paspunten in landelijk gebied is gelijk aan die voor bebouwd gebied wanneer gebruik wordt gemaakt van een zogenaamde blok-in-blok aanpak. Bij een blok-in-blok aanpak worden twee fotoschalen in één blokvereffening gecombineerd, waarbij de paspunten worden bepaald voor de kartering op beide fotoschalen (zie § 7.3).

De kartering vindt plaats aan de hand van een *karteergids*. De karteergids maakt deel uit van het bestek dat door de opdrachtgever voor de fotogrammetrische kartering is opgesteld en bevat minimaal de volgende informatie:
- kaart met de grenzen van het te karteren gebied;
- beschrijving van de te karteren terreinelementen;

- te karteren begrenzingen van deze elementen;
- toe te passen codering en uitwisselingsformaat.

De in de karteergids opgenomen elementen worden ingedeeld in hoofdgroepen die in volgorde van prioriteit zijn vermeld. De karteergids bevat per hoofdgroep een uitwerking van de hierboven genoemde gegevens.

Tijdens de meting mogen geen geometrische manipulaties op de te karteren objecten worden uitgevoerd of geometrische voorwaarden worden opgelegd. Dat wil zeggen dat in deze fase van de kaartvervaardiging geen idealisatieprocedures mogen worden toegepast, zoals rechthoekig maken van gebouwen (*squaring*). Ook het idealiseren bij de koppeling van aangrenzende modellen, zoals het 'rechttrekken' van wegen, wordt niet toegestaan. Wel is het mogelijk om tijdens de kartering de gewenste geometrische voorwaarden te registreren. Deze kunnen bij de aansluiting of eventueel bij de naverkenning in de digitale kaart worden ingebracht.
Tijdens de kartering kunnen de geometrische voorwaarden wel worden getoetst om de betrouwbaarheid van de kartering te verbeteren (zie § 7.5.8).

De codering van de kaartelementen dient tijdens de kartering de nodige aandacht te krijgen. Hoewel deze codering geen onderdeel is van de eigenlijke meting, kan de codering in hoge mate de precisiebeschrijving beïnvloeden van de coördinaten in het digitale fotogrammetrische bestand. De idealisatieprecisie van de punten waaruit een object is samengesteld, kan namelijk afgeleid worden uit de codering van het object.

Het gebruik van inspiegeling tijdens de kartering wordt sterk aangeraden. Inspiegeling is van belang voor de volledigheidscontrole en voor de controle op de objectcodering.

Digitale fotogrammetrie
Voor de kartering kan van digitale luchtfoto's gebruik worden gemaakt. Afgezien van de tussenstap voor het scannen van de luchtfoto's, blijft het produktieproces ongewijzigd ten opzichte van de hiervoor beschreven werkwijze. De integratie van digitale luchtfoto's in het fotogrammetrische produktieproces en de eisen waaraan moet worden voldaan, zijn beschreven in § 7.2.

Wordt gekozen voor een digitaal karteringsproces, dan moeten de luchtfoto's met een zodanige pixelgrootte zijn gescand dat bij de kartering een goede interpreteerbaarheid van het digitale beeld is gewaarborgd. Ook na eventuele herbemonstering (zie § 7.2.3), bijvoorbeeld ten behoeve van stereo-visualisatie, dient de pixelgrootte aan deze eis te voldoen. De digitale luchtfoto moet voldoen aan de eisen gesteld in § 7.2.3.

7.5.4 Functiemodel

Bij meting in een absoluut georiënteerd stereomodel worden direct RD-coördinaten gemeten. Bij analytische uitwerkingsinstrumenten en digitale uitwerkingssystemen kunnen ook fotocoördinaten worden geregistreerd. Het functiemodel voor de kartering is dan gebaseerd op de collineariteitsbetrekking. De waarnemingsvergelijkingen voor fotocoördinaten zijn gegeven in § 7.2.2.

7.5.5 Kansmodel

De precisie van metingen in een model is beschreven in § 7.2.4. Bij de kartering is de precisie van de coördinaten van detailpunten niet alleen afhankelijk van de instrumentele meetprecisie, maar ook van de interpreteerbaarheid, de mate van zichtbaarheid van detailpunten in het model en hun idealisatieprecisie. De interpreteerbaarheid en zichtbaarheid zijn direct gerelateerd aan de fotoschaal en de kwaliteit van de fotografie. Een grotere fotoschaal resulteert in een betere interpretatie en zichtbaarheid.

Voor de kartering van goed zichtbare punten met een idealisatieprecisie van 5 cm standaardafwijking of kleiner geldt:

- De standaardafwijking van gemeten fotocoördinaten ligt tussen 10 en 20 μm.
- De standaardafwijking van fotocoördinaten bij meting in modellen gevormd door digitale beelden is van dezelfde grootte-orde (ongeveer 1 pixel). Om dit te bereiken zal het digitaal-fotogrammetrische systeem over faciliteiten voor het meten op subpixel niveau moeten beschikken.

Bij een hogere standaardafwijking voor de idealisatieprecisie of een verminderde kwaliteit van de fotografie zullen de genoemde standaardafwijkingen voor de meetprecisie toenemen. De precisie van de metingen op terreinschaal wordt tevens bepaald door de precisie van de paspunten, die zijn gebruikt voor de absolute oriëntering. De precisie van de coördinaten in de digitale kaart is bovendien afhankelijk van de precisie van de naverkenning en de aansluiting.

7.5.6 Sterkteberekening

De fotogrammetrische kartering door middel van meting in een stereomodel is ongecontroleerd en is te vergelijken met een tachymetrische opname gebaseerd op ongecontroleerde voerstralen. Het is daarom niet zinvol voor de kartering sterkteberekeningen uit te voeren.

7.5.7 Voorbewerking

De fotogrammetrische kartering vraagt per model een voorbereidingsstap waarin de relatieve ligging van de stralenbundels, zoals die bij de opname bestond, wordt gereconstrueerd. Bij gebruik van een analoog uitwerkingsinstrument wordt de relatieve stand en positie van twee stereofoto's mechanisch gereconstrueerd. Bij een analytisch of digitaal uitwerkingsinstrument gebeurt dit rekenkundig.

Voor stereokartering geldt dat achtereenvolgens een inwendige, een relatieve en een absolute oriëntering moeten worden uitgevoerd. Wordt voor het gebruik van uitwendige oriënteringselementen gekozen, dan worden deze parameters na de inwendige oriëntering ingesteld. Bij analytische of digitale uitwerkingsinstrumenten geschiedt deze instelling automatisch. De oriënteringsstappen en de daaraan gestelde eisen zijn beschreven in § 7.2.2.5. Wordt gebruik gemaakt van inspiegeling, dan wordt daartoe een procedure gevolgd die afhankelijk is van het uitwerkingsinstrument.

7.5.8 Toetsing

Bij de fotogrammetrische kartering wordt meestal niet op fouten getoetst. In strikte zin is er bij de fotogrammetrische kartering dan ook geen sprake van betrouwbaarheid. Tijdens de meting zijn wel enige controles mogelijk:

- Grove karteerfouten kunnen worden vermeden door visuele controle, mogelijk in combinatie met inspiegeling.
- Door middel van inspiegeling kan men de volledigheid van de kartering controleren (dit is geen aspect van de geometrische kwaliteit).
- Toetsing van geometrische voorwaarden, zoals rechthoekigheid, kan als controle worden gebruikt.

Betrouwbaarheid ontstaat alleen wanneer geometrische voorwaarden worden getoetst. In de karteringsfase worden deze voorwaarden echter niet in het fotogrammetrische bestand gebracht. Dit wordt bij voorkeur uitgesteld tot de naverkenning of de aansluiting.

7.5.9 Coördinaatberekening

Aangezien er geen sprake is van overtalligheid wordt voor de coördinaatberekening geen vereffening uitgevoerd.
Bij analoge uitwerkingsinstrumenten worden in het algemeen direct 3D-coördinaten geregistreerd. Worden analytische of digitale uitwerkingsinstrumenten gebruikt, dan worden met behulp van de collineariteitsbetrekking de coördinaten van de detailpunten berekend op basis van fotocoördinaten in combinatie met de gegevens van relatieve en absolute oriëntering.

7.5.10 Kwaliteitsbeschrijving

De precisie van de coördinaten van de detailpunten in het digitale fotogrammetrische bestand is een functie van de meetprecisie, de interpreteerbaarheid, de precisie van de paspunten en de idealisatieprecisie van de detailpunten. De meetprecisie op terreinschaal is direct afhankelijk van de fotoschaal. Dit geldt ook voor de interpreteerbaarheid. Deze is echter niet objectief vast te stellen en wordt daarom niet geregistreerd. De precisie van de paspunten volgt uit de blokvereffening, de terrestrische meting van (natuurlijke) paspunten of uit de digitale kaart. Een belangrijke component van de precisie van de coördinaten is gerelateerd aan de idealisatieprecisie van de detailpunten. In het coördinatenbestand hangt de idealisatieprecisie van detailpunten samen met de classificatie die met de objectcodering wordt ingevoerd. Het is daarom voor de kwaliteitsbeschrijving van belang dat de objectcodering nauwgezet wordt uitgevoerd.

Bij de kartering wordt geen toetsing uitgevoerd en derhalve is de betrouwbaarheid van fotogrammetrisch gekarteerde punten in strikte zin afwezig. Enige betrouwbaarheid is mogelijk door een visuele controle van het gekarteerde bestand en het toetsen van geometrische voorwaarden. Daarom is het sterk aan te bevelen het eindprodukt steekproefsgewijs te controleren.

7.5.11 Kwaliteitscontrole

Het is van groot belang om in een vroeg stadium van het proces van de kartering een kwaliteitscontrole uit te voeren. Met name voor de juiste en consistente interpretatie en objectcodering is het aan te raden om voorafgaand aan de kartering het gebied te bezoeken. Daarbij dienen zowel degenen die de kartering gaan uitvoeren aanwezig te zijn als degenen die de kwaliteitscontrole zullen uitvoeren. Aan de hand van de karteergids wordt besproken welke terreinelementen moeten worden gekarteerd en de manier waarop. Na de kartering van de eerste – voor het gebied representatieve – modellen is het aan te raden om een tussentijdse kwaliteitscontrole uit te voeren.

De kwaliteit van de kartering kan op verschillende manieren worden gecontroleerd. Naast een controle op naleving van de vuistregels zijn de volgende kwaliteitscontroles mogelijk (zie § 7.5.3 en § 9.2):

- Nameting. De kartering wordt steekproefsgewijs gecontroleerd door nameting van minimaal 5% van de stereomodellen. Deze controle wordt uitgevoerd door een andere waarnemer en met een ander uitwerkingsinstrument dan gebruikt werd voor de oorspronkelijke meting. Na de selectie van representatieve modellen wordt begonnen met het inwendig, relatief en absoluut oriënteren van een te controleren model. De oriënteringen moeten voldoen aan de criteria opgenomen in § 7.2.2.5. Dit geldt ook als gebruik gemaakt wordt van uitwendige oriënteringsparameters (het zogenaamde downloaden). Kan niet aan de criteria worden voldaan, dan is dit een aanwijzing voor een fout in de triangulatie of blokvereffening. De controle van de kartering kan worden voortgezet na handmatig relatief en absoluut oriënteren, aangenomen dat deze werkwijze wel tot goede resultaten leidt. Na het oriënteren wordt het stereomodel volledig nagemeten. Voor harde topografie dient het verschil in de terreincoördinaten van beide metingen kleiner te zijn dan driemaal de standaardafwijking van de metingen. Voor zachte topografie geldt een criterium van driemaal de standaardafwijking van de idealisatie. De verschilvectoren in punten van de harde topografie mogen geen systematiek vertonen die groter is dan eenmaal de standaardafwijking van de metingen.
- Gebruik van controle-punten. Controle-punten zijn (extra) paspunten waarvan de bekende coördinaten niet worden gebruikt bij de absolute oriëntering. Tijdens de kartering kunnen deze punten worden gemeten en de coördinaten vergeleken met de bekende waarden. Het verschil tussen gemeten coördinaten en de bekende coördinaten moet kleiner zijn dan driemaal de standaardafwijking van de coördinaten van de paspunten. Controle-punten kunnen ook worden verkregen worden uit de bestaande digitale kaart of uit eerder gemeten modellen, voorzover er overlap bestaat met het te controleren model.
- Visuele controle. Bij de visuele controle gaat het met name om een controle van de volledigheid van het bestand, de interpretatie en de codering van de gekarteerde elementen. De karteergids dient daarbij als referentie. Inspiegeling kan deze controle aanzienlijk vergemakkelijken. Wordt inspiegeling niet toegepast, dan worden de luchtfoto's vergeleken met plots in kleur van het hele gebied op schaal 1 : 5000 of groter. De kleuren corresponderen met de objectcoderingen zodat de controle op een juiste codering wordt vereenvoudigd.

Naast de hier genoemde controles kan kwaliteitscontrole van het fotogrammetrisch gekarteerde bestand ook plaatsvinden bij de aansluiting en bij de controle van het eindprodukt met behulp van kaartverificatie (zie § 7.8 en § 9.2).

7.6 Fotogrammetrische bijhouding

De fotogrammetrische bijhouding wordt samen met de fotogrammetrische kartering gerekend tot de fotogrammetrische detailmeting. Het produktieproces van de fotogrammetrische bijhouding wijkt niet fundamenteel af van dat van de fotogrammetrische kartering. Ook de aanvullingen op een digitale kaart, verkregen met behulp van fotogrammetrische bijhouding, dienen te worden naverkend en aangesloten aan de bestaande digitale kaart. Ondanks de overeenkomsten tussen fotogrammetrische kartering en bijhouding rechtvaardigen de verschillen de behandeling van de bijhouding in een aparte paragraaf.

Fotogrammetrie is een efficiënte techniek voor de bijhouding wanneer het gaat om gebieden die fotogrammetrisch te karteren zijn en waar zich veel mutaties voor hebben gedaan in de topografie. Veel van de voor- en nadelen van de fotogrammetrische kartering gelden tevens voor de fotogrammetrische bijhouding.

7.6.1 Doelstelling en randvoorwaarden

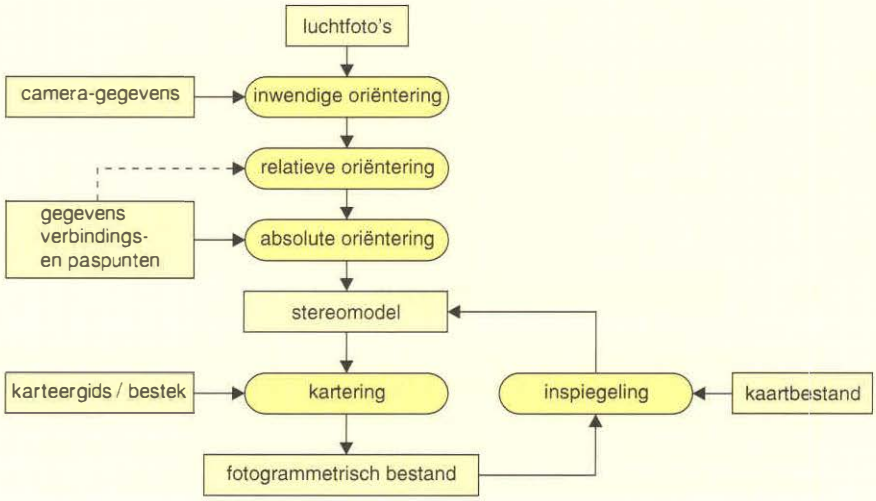
Doel van de fotogrammetrische bijhouding is het actualiseren van digitale kaarten. Veelal zal het gaan om het aanvullen van de bestaande kaart met nieuwe of gewijzigde topografie of om een uitbreiding van de kaartinhoud van een bestaande kaart. Ook het verwijderen uit het bestand van niet meer aanwezige terreinelementen is onderdeel van de bijhouding. Evenals bij de fotogrammetrische kartering is de nagestreefde precisie de zogenaamde grafische precisie.

Randvoorwaarde voor de bijhoudingskartering is, naast een succesvolle voltooiing van de fotovlucht, de beschikbaarheid van voldoende paspunten met RD- en NAP-coördinaten. Deze coördinaten kunnen op verschillende manieren worden verkregen.
Evenals bij de kartering is een praktische randvoorwaarde dat voldoende terreinelementen zichtbaar moeten zijn op de foto's.

7.6.2 Procesbeschrijving

In figuur 7.24 wordt de klassieke procesgang weergegeven van de fotogrammetrische kartering ten behoeve van de bijhouding. De kartering geschiedt hierbij op basis van metingen in absoluut georiënteerde modellen: de stereo-uitwerking. In plaats van het relatief en absoluut oriënteren kan men gebruik maken van de bij de blokvereffening berekende oriënteringsgegevens.
Met de opkomst van de digitale fotogrammetrie is er met name voor de bijhouding een enkelbeeld-uitwerking op de voorgrond getreden die gebaseerd is op ontschranking.

In bebouwd gebied is het vaak mogelijk om voldoende natuurlijke paspunten te onderhouden, zodat de triangulatie en blokvereffening achterwege kunnen blijven. Zijn er onvoldoende paspunten beschikbaar voor de absolute oriëntering van de modellen of voor de ontschranking in geval van enkelbeeld-uitwerking, dan kunnen de benodigde coördinaten verkregen worden door middel van triangulatie en blokvereffening. Een tweede mogelijkheid is het bepalen van paspunten met terrestrische puntsbepalingsmethoden.

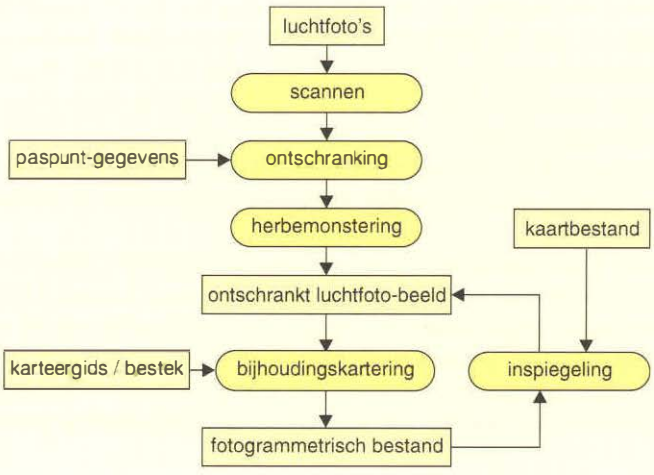


Figuur 7.24: Processchema van de bijhouding op basis van stereo-uitwerking.

Bij de bijhouding wordt inspiegeling gebruikt voor het lokaliseren van veranderingen in de terreinsituatie. Naast de voor de bijhouding gekarteerde topografie wordt de bestaande digitale kaart ingespiegeld. Het gebruik van inspiegeling is voor de bijhouding vrijwel onmisbaar. Naast de controle op volledigheid wordt het lokaliseren van de mutaties aanzienlijk vergemakkelijkt.

Ook voor de bijhouding kan van digitale luchtfoto's gebruik worden gemaakt. Afgezien van de tussenstap voor het scannen van de luchtfoto's, blijft het produktieproces voor wat betreft de stereo-uitwerking ongewijzigd ten opzichte van de hiervoor beschreven werkwijze. De integratie van digitale luchtfoto's in het fotogrammetrische produktieproces en de eisen waaraan voldaan moet worden, zijn beschreven in § 7.2.

Voor de bijhouding is een digitale enkelbeeld-uitwerkingsmethode uit economisch oogpunt bijzonder aantrekkelijk. In figuur 7.25 is een processchema weergegeven voor de bijhouding op basis van de digitale enkelbeeld-uitwerking. Deze techniek wordt ook wel *mono-plotting* genoemd. Opvallend is dat voor dit proces geen inwendige oriëntering noodzakelijk is. De ontschranking bestaat uit het bepalen van de acht ontschrankingsparameters die de transformatie tussen fotovlak en terrein beschrijven (zie § 7.2.2). Het terrein wordt bij deze transformatie vlak verondersteld. Hoogteverschillen in het terrein kunnen systematische fouten in het karteringsresultaat veroorzaken. De invloed van hoogteverschillen in het terrein kan worden geëlimineerd door gebruik te maken van een digitaal hoogtemodel (DHM).



Figuur 7.25: Processchema van de bijhouding met enkelbeeld-uitwerking.

De bijhouding op basis van een enkel digitaal beeld vindt zijn toepassing in de bijhouding van grootschalige topografische kaarten in gebieden die voldoende vlak zijn en zijn opgenomen met een camera met een lange brandpuntsafstand. In bebouwd gebied wordt meestal gebruik gemaakt van een lange brandpuntsafstand (c = 30 cm; fotoschaal 1 : 3000), waardoor omvalling en daarmee de invloed van hoogteverschillen beperkt blijft.

Zonder het gebruik van additionele hoogte-informatie, is de precisie van de enkelbeeld-uitwerking beperkt door de hoogteverschillen in het terrein. Wordt een luchtfoto in zijn geheel ontschrankt, dan zal aan de rand van de foto de gemeten topografie verschuiven met ongeveer de helft van het hoogteverschil met het maaiveld (bij c = 30 cm). Wordt gebruik gemaakt van een lens met een brandpuntsafstand van 15 cm, dan kunnen hoogteverschillen zelfs één op één de planimetrie beïnvloeden. Om deze reden is enkelbeeld-uitwerking alleen geschikt voor de bijhouding van de zachte topografie die op maaiveldhoogte gekarteerd kan worden. De methode is bijvoorbeeld geschikt voor het karteren van wegbegrenzingen in stedelijke gebieden. Voor de bijhouding van harde topografie, en dan voornamelijk bebouwing, is de enkelbeeld-uitwerking niet geschikt, omdat deze vaak niet op maaiveldhoogte gekarteerd kan worden. Doordat de hoogte van de bebouwing niet precies genoeg bekend is, kan niet voldoende worden gecorrigeerd voor de omvalling.

7.6.3 Meetontwerp

Voorzover in deze paragraaf niet anders wordt aangegeven, gelden voor de fotogrammetrische bijhouding de vuistregels zoals die voor de kartering zijn vermeld in § 7.5.3.
De bijhouding vindt, evenals de kartering, plaats aan de hand van een karteergids.
Wordt geen gebruik gemaakt van digitale enkelbeeld-uitwerking, dan vindt bijhouding plaats op basis van metingen in absoluut georiënteerde stereomodellen. Voor de inwendige, relatieve en absolute of voor de uitwendige oriëntering gelden de criteria zoals gegeven in § 7.2.2.
Het gebruik van inspiegeling wordt ten zeerste aangeraden. Dit geldt zeker wanneer het lokaliseren van de mutaties wordt gecombineerd met de bijhoudingskartering.

Wordt gekozen voor een bijhoudingskartering met digitale luchtfoto's, dan moeten deze voldoen aan de eisen gesteld in § 7.2.3. Dit geldt zowel voor de stereo-uitwerking als voor de enkelbeeld-uitwerking. De enkelbeeld-uitwerking is alleen geschikt voor de bijhouding van zachte topografie.

Voor de digitale ontschranking van de enkelbeeld-uitwerking staan de digitaal-fotogrammetrische systemen vaak verschillende transformaties toe (in het Engelstalige jargon *warping* genoemd). Alleen de transformatie die gebruik maakt van de formules van de centrale projectie is geschikt voor de enkelbeeld-uitwerking ten behoeve van de bijhouding. De transformatieparameters worden met behulp van een kleinste-kwadraten vereffening bepaald. De paspunten worden daarbij stochastisch verondersteld. De criteria waaraan de ontschranking moet voldoen zijn gelijk aan die voor de absolute oriëntering.

Om de invloed van hoogteverschillen op het resultaat van de enkelbeeld-uitwerking te beperken wordt aangeraden de randen van de luchtfoto niet te gebruiken voor de kartering. Is men bereid van een fotovlucht met 60% langsoverlap en 30% dwarsoverlap alle

foto's voor de bijhouding te ontschranken, dan kan de invloed van hoogteverschillen worden teruggebracht van maximaal 50% naar maximaal 30% van de aanwezige hoogteverschillen (bij $c = 30$ cm).

Herbemonstering van de digitale luchtfoto met als doel de inspiegeling van de bestaande digitale kaart is niet strikt noodzakelijk. Toch wordt herbemonstering aangeraden om tot een betere passing te komen van de kaart en de ontschrankte luchtfoto. Voor de herbemonstering gelden de richtlijnen zoals vermeld in § 7.2.3.

7.6.4 Functiemodel

Het functiemodel voor de bijhoudingskartering op basis van stereo-uitwerking is identiek aan het functiemodel voor de fotogrammetrische stereokartering.
In het geval van enkelbeeld-uitwerking wordt het functiemodel gevormd door de projectieve transformatie die de relatie vastlegt tussen luchtfoto en het vlak-veronderstelde terrein. Het gaat hier om een acht parameter transformatie van twee-dimensionale coördinaten in het fotovlak naar twee-dimensionale coördinaten in het terrein.

7.6.5 Kansmodel

Voor bijhouding op basis van stereo-uitwerking is het kansmodel gelijk aan dat voor de stereokartering.
De meetprecisie bij de digitale enkelbeeld-uitwerking ligt voor goed idealiseerbare punten (idealisatieprecisie kleiner dan of gelijk aan 5 cm) op ongeveer 1 pixel standaardafwijking. Bij verminderde zichtbaarheid of interpreteerbaarheid, zoals zich voordoet in schaduwen, kan de standaardafwijking groter zijn. Bij enkelbeeld-uitwerking is de standaardafwijking iets groter dan bij stereo-uitwerking.

7.6.6 Sterkteberekening

De fotogrammetrische bijhoudingskartering is ongecontroleerd. Het is daarom niet zinvol om sterkteberekeningen uit te voeren. De aansluiting aan het bestaande puntenveld is wel gecontroleerd. De aansluiting wordt behandeld in § 7.8.

7.6.7 Voorbewerking

De fotogrammetrische bijhouding met stereo-uitwerking vergt per model een voorbereidingsstap waarin de ligging van de stralenbundels, zoals die bij de opname bestond, wordt gereconstrueerd. Hiertoe wordt achtereenvolgens een inwendige, een relatieve en een absolute oriëntering uitgevoerd, dan wel gebruik gemaakt van de uitwendige oriënteringsparameters.

Voor de bijhouding op de basis van enkelbeeld-uitwerking moet een ontschranking worden uitgevoerd. Na de bepaling van de transformatieparameters van de projectieve transformatie wordt het digitale beeld op basis van deze gegevens herbemonsterd.

Als laatste voorbewerkingsstap wordt zowel bij stereo-uitwerking als bij enkelbeeld-uitwerking de bestaande digitale kaart ingespiegeld.

7.6.8 Toetsing

Voor de toetsing als onderdeel van de bijhoudingskartering gelden dezelfde opmerkingen als voor de toetsing bij de fotogrammetrische kartering (zie § 7.5.8).

7.6.9 Coördinaatberekening

De coördinaatberekening van de bijhoudingskartering is identiek aan die van de fotogrammetrische kartering (zie § 7.5.9).

7.6.10 Kwaliteitsbeschrijving

De kwaliteitsbeschrijving van de fotogrammetrische bijhouding is in grote lijnen gelijk aan die van de kartering (zie § 7.5.10). Voor wat betreft de digitale enkelbeeld-uitwerking moet opgemerkt worden dat naast de verminderde zichtbaarheid door omvalling en schaduw, de hoogteverschillen in het terrein de precisie van de bijhoudingskartering sterk kunnen beïnvloeden. Informatie over deze hoogteverschillen dient gebruikt te worden bij de kwaliteitsbeschrijving.

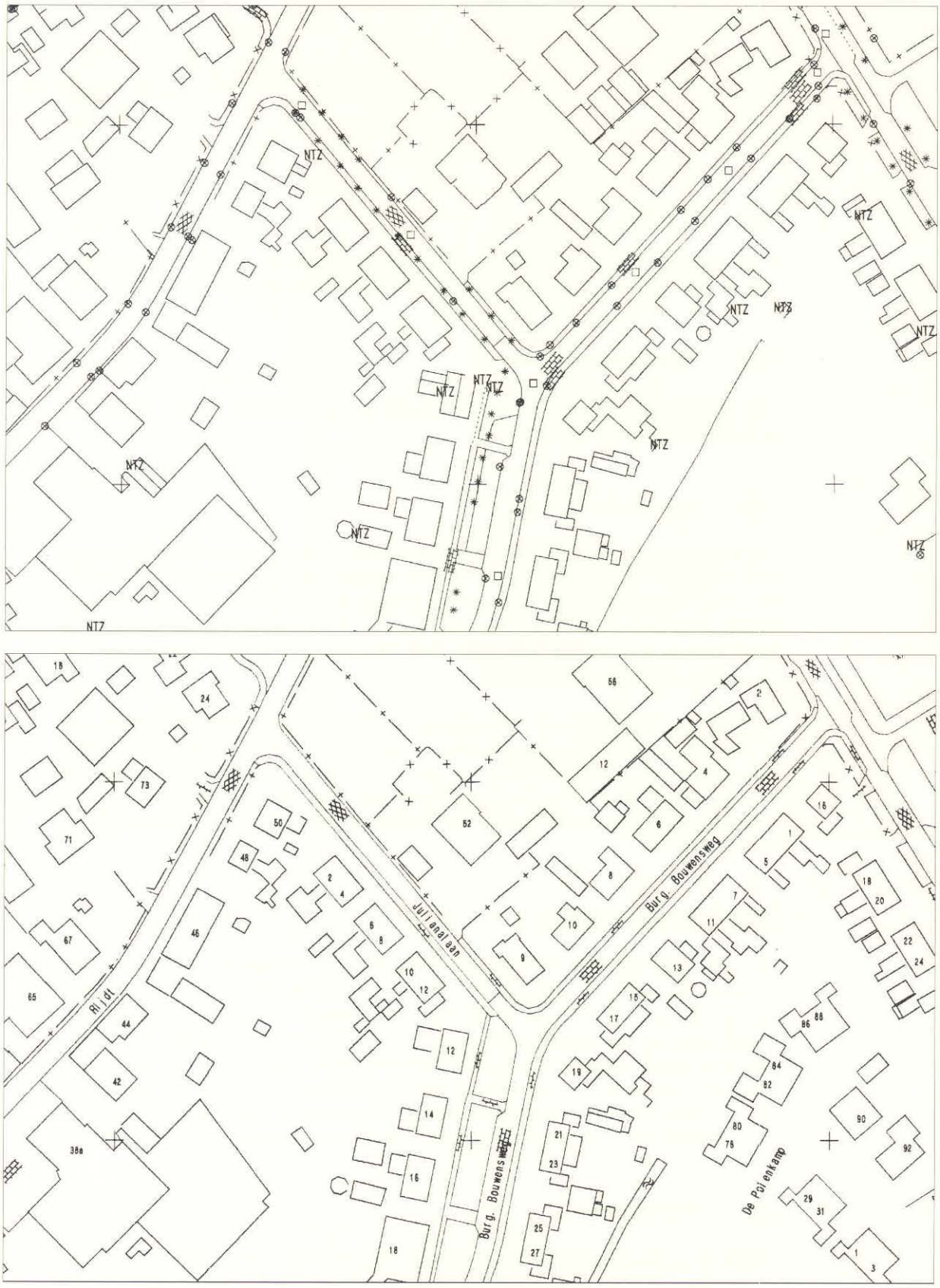
De precisie in het terrein zal in de eerste plaats afhangen van de aanwezige hoogteverschillen, met name wanneer geen DHM wordt gebruikt voor een correctie van de omvalling. Bij gebruik van een DHM en een camera met 30 cm brandpuntsafstand kan een precisie in het terrein verwacht worden in de orde van de halve standaardafwijking van de gegeven hoogten. De ondergrens wordt bepaald door de precisie van de paspunten en de meetprecisie.

7.6.11 Kwaliteitscontrole

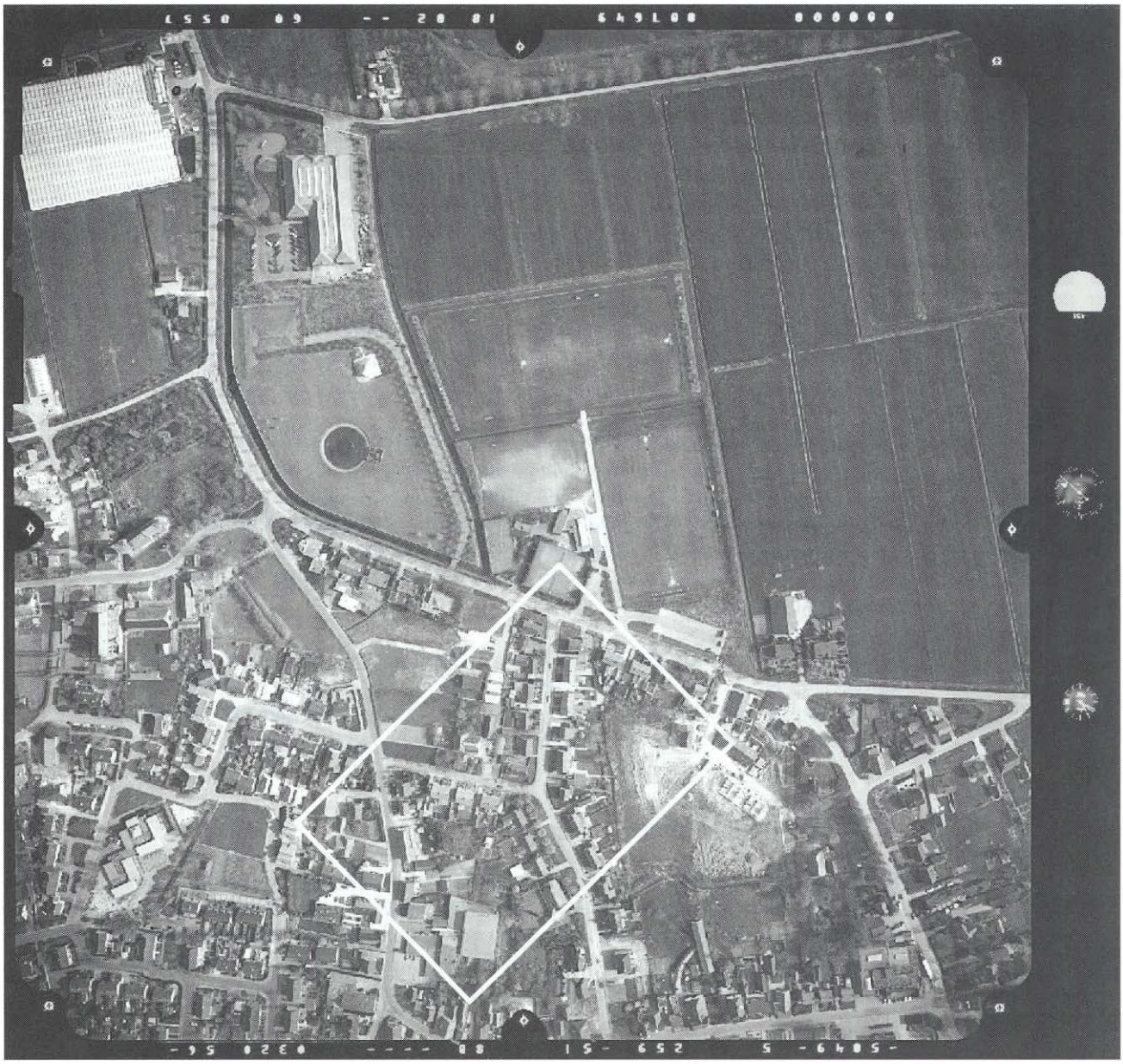
Naast de mogelijkheden voor kwaliteitscontrole bij de fotogrammetrische kartering, biedt de bijhouding de mogelijkheid van een vergelijking met in de kaart reeds aanwezige informatie. Men kan verspreid over het stereomodel of de ontschrankte luchtfoto enkele terreinelementen meten die reeds in de digitale kaart aanwezig zijn. De verschillen in de coördinaten van deze controle-punten geven inzicht in de kwaliteit van de bestaande digitale kaart in combinatie met de kwaliteit van de bijhoudingskartering. Hebben beide bij benadering dezelfde precisie, dan geldt voor het toegestane verschil in de coördinaten een criterium van driemaal de standaardafwijking van deze coördinaten.

7.7 Naverkenning

Na de fotogrammetrische kartering of bijhouding heeft men de beschikking over een fotogrammetrisch bestand, een halfprodukt dat nog niet voldoet aan de eisen die zijn gesteld aan het beoogde eindprodukt: de digitale kaart. Enerzijds is het bestand onvolledig, anderzijds kan het informatie bevatten die niet wordt gewenst. Onvolledigheid ontstaat doordat niet alle detailpunten zichtbaar zijn in de luchtfoto, en doordat de zogenaamde semantische informatie niet aan de foto is te ontlenen. Semantische informatie bestaat uit namen van bijvoorbeeld dorpen, straten of waterlopen, maar het kan ook gaan om huisnummers of de codering van objecten.



Figuur 7.26: Plots van het fotogrammetrische bestand (boven) en de naverkende kaart (onder); NTZ betekent 'niet te zien'.



Figuur 7.27: Luchtfoto (fotoschaal 1 : 3000, verkleind afgebeeld) waarin het gebied van figuur 7.26 is aangegeven (vergelijk ook figuur 7.2).

In deze paragraaf wordt de naverkenning van het fotogrammetrische bestand besproken, met de nadruk op de geometrische aspecten. Tijdens de naverkenning wordt met behulp van metingen in het terrein het fotogrammetrische bestand aangevuld en gecontroleerd. Aan de hand van de resultaten van het terreinbezoek wordt vervolgens het fotogrammetrische bestand bijgewerkt. Door het arbeidsintensieve terreinbezoek kunnen de kosten van de naverkenning oplopen tot meer dan eenderde van de kosten van de fotogrammetrisch vervaardigde digitale kaart. Dit is met name in dicht bebouwd gebied het geval. Ook door begroeiing neemt de naverkenning toe, doordat de zichtbaarheid van detailpunten vermindert.
Na de naverkenning kan het naverkende bestand aan een reeds bestaande digitale kaart worden aangesloten (zie § 7.8). Na aansluiting is de digitale kaart, het eindprodukt van het fotogrammetrische proces, gereed.
In figuur 7.26 zijn een fotogrammetrisch bestand en een naverkend bestand van hetzelfde gebied afgebeeld. Eén van de luchtfoto's, die gebruikt is voor de kartering van dit gebied, is opgenomen in figuur 7.27.

7.7.1 Doelstelling en randvoorwaarden

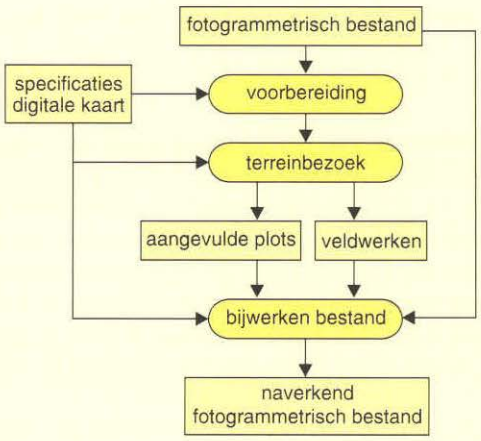
Doel van de naverkenning is in de eerste plaats het completeren van het fotogrammetrische bestand. In de tweede plaats wordt tijdens de naverkenning het bestand gecontroleerd en wordt overtollige kaartinhoud verwijderd. Het resultaat is een naverkend bestand waarvan de inhoud voldoet aan de specificaties van de digitale kaart.

De kaartinhoud kan worden ingedeeld in geometrische en semantische informatie. Dit geldt ook voor de informatie die tijdens de naverkenning wordt verzameld. De tijdens de naverkenning verzamelde semantische informatie dient volledig en foutloos te zijn. De nagestreefde precisie van de geometrische informatie is tenminste gelijk aan de idealisatieprecisie van het betreffende detailpunt. Met deze eis aan de precisie van de naverkenning wordt voorkomen dat de precisie van de naverkenning bepalend wordt voor de precisie van de digitale kaart.

Randvoorwaarde voor het uitvoeren van de naverkenning is dat de fotogrammetrische kartering of bijhouding is voltooid. Het resultaat van de kartering of bijhouding dient beschikbaar te zijn in de vorm van plots. Tevens dienen de karteergids en andere specificaties, die van belang zijn voor de naverkenning, voorhanden te zijn.

7.7.2 Procesbeschrijving

In figuur 7.28 wordt het proces van de naverkenning weergegeven. De naverkenning bestaat enerzijds uit terreinbezoeken voor terrestrische detailmeting en opname van semantische informatie en anderzijds uit het verwerken van de verzamelde gegevens in het fotogrammetrische bestand. Het terreinbezoek wordt voorbereid op basis van een plot van het fotogrammetrische bestand en de specificaties van de digitale kaart.



Figuur 7.28: Processchema van de naverkenning.

Tijdens terreinbezoeken kunnen de hierna genoemde activiteiten plaats hebben (de opsomming is niet volledig, maar bevat activiteiten die in het algemeen voorkomen).

Voor het inwinnen van geometrische gegevens betreft dit:
- meten van ontbrekende detailpunten met behulp van terrestrische detailmeting;
- meten van dakoverstekken met behulp van een dakoverstekmeter of rolmaat;
- opnemen van blok- en relatiematen;
- registreren van geometrische relaties:
  - haaksheid: het loodrecht op elkaar staan van twee lijnelementen;
  - collineariteit: een punt ligt op of op een bepaalde afstand van een lijnelement;
  - evenwijdigheid: het parallel zijn van twee lijnelementen.

Afhankelijk van de specificaties in de karteergids kunnen de volgende semantische gegevens worden ingewonnen:
- namen van bijvoorbeeld streken, waterlopen, straten of (de functie van) gebouwen;
- huisnummers;
- objectcoderingen.

De controle en aanvulling van de codering van de terreinelementen (en de daaraan gerelateerde detailpunten) is een belangrijk onderdeel van de naverkenning. De codering heeft geen invloed op de coördinaten van de terreinpunten maar kan door de koppeling van de codering met de idealisatieprecisie wel van invloed zijn op de kwaliteitsbeschrijving van deze punten.
Grondslagelementen kunnen behalve bij de bijhouding met behulp van terrestrische metingen ook geselecteerd worden als onderdeel van de naverkenning.

De ten behoeve van de naverkenning verzamelde gegevens kunnen tijdens het terreinbezoek worden aangetekend op de plots van het fotogrammetrische bestand of worden geregistreerd met behulp van een elektronisch veldboek. Deze gegevens worden in het fotogrammetrische bestand verwerkt met behulp van programmatuur die over de daarvoor benodigde functionaliteit beschikt.
Het bijwerken van het fotogrammetrische bestand kan de volgende activiteiten omvatten:
- verwerken van terrestrische metingen en in het bestand verwerken van de resulterende coördinaten;
- verwerken van de dakoverstekmetingen (het zogenaamde *terugzetten* van de dakoverstekken);
- controleren en verbeteren van fotogrammetrisch gekarteerde (en eventueel teruggezette) detailpunten met behulp van blok- en relatiematen;
- controleren en eventueel in het bestand verwerken van geometrische relaties;
- in het bestand verwerken van semantische informatie.

In het geval van bijhouding wordt veelal direct in het bestaande digitale bestand gemuteerd. Bij de kartering wordt het naverkende bestand aan (eventueel) al aanwezige kaartbestanden aangesloten. Wordt aan bestaande bestanden aangesloten, dan worden geometrische relaties bij voorkeur niet tijdens de naverkenning verwerkt, maar tijdens of na de aansluiting in de digitale kaart (zie § 7.8).

7.7.3 Meetontwerp

Na de voorbereiding bestaat de naverkenning uit twee onderdelen: het verrichten van metingen en het vergaren van semantische informatie in het terrein enerzijds en het verwerken van deze gegevens in het fotogrammetrische bestand anderzijds.

Metingen in het terrein
De metingen ten behoeve van de naverkenning dienen een precisie te hebben die ten minste gelijk is aan de idealisatieprecisie van de betreffende detailpunten. De standaardafwijking van deze metingen hoeft echter niet kleiner te zijn dan 2 cm. De invloed van de naverkenning op de precisie van het naverkende karteringsresultaat blijft daarmee beperkt. Bij een naverkenningsmeting met een grotere standaardafwijking kan de invloed van de naverkenning de precisie van het resultaat teveel beïnvloeden.

Voor het meten van de dakoverstekken wordt een rolmaat of een dakoverstekmeter gebruikt. Een dakoverstekmeter is een loodinstrument. Dakoverstekken worden gemeten met een standaardafwijking van maximaal 2 cm, corresponderend met de idealisatieprecisie van de betreffende punten. Het op het oog schatten van dakoverstekken wordt afgeraden. Daarbij is een standaardafwijking van 5 tot 10 cm of zelfs meer te verwachten. Het registreren van blokmaten wordt aangeraden omdat dit toetsing van de dakoverstekmetingen mogelijk maakt. De detailmetingen in het terrein moeten volgens de vuistregels voor de terrestrische detailmeting worden uitgevoerd.

Het registreren van geometrische relaties tijdens de naverkenning wordt aangeraden. Het toepassen van geometrische relaties levert controle op de relatieve ligging van de betrokken punten, zodat daarmee de betrouwbaarheid van de kartering wordt verbeterd. Ook kan de precisie van de coördinaten van de betrokken punten worden verbeterd. Hier geldt eveneens het criterium van de idealisatieprecisie: alleen die geometrische relaties die met een precisie overeenkomstig de idealisatieprecisie van de betrokken detailpunten kunnen worden geconstateerd dienen te worden geregistreerd. Bij het toepassen van dit criterium wordt een minimale standaardafwijking van 2 cm voor de idealisatieprecisie gehanteerd.

De semantische informatie wordt op de plots van het fotogrammetrische bestand verzameld. Als alternatief kan digitale opslag in bijvoorbeeld een veldboek worden overwogen.

Verwerken van de naverkenningsgegevens
Indien het naverkende bestand aan bestaande kaarten wordt aangesloten, wordt het afgeraden de geometrische relaties reeds tijdens de naverkenning aan te brengen. Het verwerken van deze relaties dient bij voorkeur te worden uitgesteld tot de aansluiting, omdat de aansluiting effect kan hebben op de geometrische relaties (zie § 7.8). Bij de aansluiting kan een integrale vereffening worden toegepast met als waarnemingsgrootheden de coördinaten van de aansluitingspunten en de geometrische relaties. Is voor zo'n integrale vereffening geen programmatuur beschikbaar, dan worden de geometrische relaties na de aansluitingsvereffening in de digitale kaart verwerkt. Afzonderlijke clusters van detailmetingen moeten aan de kaart worden aangesloten met een aansluitingsvereffening (zie § 6.3).

Wordt het naverkende bestand niet aan een bestaande digitale kaart aangesloten, dan worden de metingen in het terrein en de geconstateerde geometrische relaties bij voor-

keur met behulp van een integrale vereffening (en na toetsing) in het fotogrammetrische bestand ingebracht. Is deze vereffening niet mogelijk, dan kunnen de metingen en de geometrische relaties worden verwerkt door middel van constructie in het digitale bestand. Daarbij is het van belang dat de gebruikte programmatuur beschikt over de benodigde functionaliteit voor de verschillende constructiemogelijkheden. Voordat de geometrische relaties in het bestand worden ingebracht, dienen zij te zijn getoetst. Is een geometrische relatie in de vorm van rechthoekigheid van een gebouw geconstateerd, dan kan een zogenaamd squarings-algoritme worden toegepast. Aanbevolen worden de algoritmen van Van Osch [1985] of Kröll [1980]. Ook hier is toetsing op de veronderstelde rechthoekigheid van belang.
Hoeken van gebouwen die in de foto's niet zichtbaar zijn, mogen alleen worden geconstrueerd met in de kaart aanwezige gevellijnen, als in het terrein is geconstateerd dat het snijpunt overeenkomt met het hoekpunt.

7.7.4 Functiemodel

Voor het functiemodel van de terrestrische detailmeting wordt verwezen naar § 6.3.4. De blok- en relatiematen kunnen worden beschouwd als waarnemingen van de terrestrische detailmeting. Hetzelfde geldt voor de geometrische relaties die tijdens het terreinbezoek zijn vastgesteld.

7.7.5 Kansmodel

Bij de metingen ten behoeve van de naverkenning dient rekening te worden gehouden met de idealisatieprecisie van de detailpunten. De metingen dienen een precisie te hebben die ten minste gelijk is aan de idealisatieprecisie van de betreffende detailpunten.

De precisie van de coördinaten uit een terrestrische detailmeting volgt uit de berekening van het puntenveld in een lokaal stelsel. De precisiebeschrijving van deze coördinaten voor de naverkenningsberekeningen dient tevens gebaseerd te zijn op de idealisatieprecisie van deze punten. Bij zachte topografie zal de idealisatieprecisie overheersen ten opzichte van de precisie van de detailmeting.

De standaardafwijking van de meting van dakoverstekken wordt gesteld op 2 cm bij gebruik van een dakoverstekmeter. Worden de dakoverstekken geschat zonder gebruik van instrumentarium, dan geldt een standaardafwijking van 5 tot 10 cm. Deze werkwijze wordt afgeraden vanwege de geringe precisie van deze schatting.

Voor de standaardafwijking van de blok- en relatiematen en de geometrische relaties geldt dat deze uit de idealisatieprecisie van de betrokken punten kan worden afgeleid. Bij de berekening van de standaardafwijking dient men de idealisatieprecisie van de betrokken detailpunten en de afstand tussen die detailpunten te verdisconteren (zie § 6.3.5).

7.7.6 Sterkteberekening

De naverkenningsmetingen hebben over het algemeen geen of slechts een geringe overtalligheid waardoor sterkteberekeningen niet zinvol zijn.

7.7.7 Voorbewerking

Als voorbereiding op de terreinbezoeken wordt het resultaat van de kartering of bijhouding, het fotogrammetrische bestand, geplot op een schaal gelijk aan de geplande uitgifteschaal. Eventueel kan dit bestand tijdens het terreinbezoek met een computer worden gevisualiseerd, zodat plotten overbodig wordt. Het wordt aangeraden om de reeds in het bestand aanwezige codering door het gebruik van kleuren in de plots of op het beeldscherm aan te geven. Tijdens de voorbereiding van het terreinbezoek wordt op de plots aangegeven welke delen van het fotogrammetrische bestand moeten worden naverkend en waar getwijfeld wordt aan de juistheid of volledigheid van het bestand. Het is aan te raden om deze informatie al tijdens de kartering te verzamelen.

7.7.8 Toetsing

De verwerking van de punten uit een detailmeting – berekend in een lokaal stelsel – in het fotogrammetrische bestand, wordt getoetst conform de aansluitingsprocedure beschreven in § 6.3.8.
De gemeten dakoverstekken zijn alleen gecontroleerd wanneer deze worden aangevuld met blokmaten. Wordt geen integrale vereffening met bijbehorende toetsing toegepast, dan worden de blokmaten slechts gebruikt voor controle van de kartering. Het criterium bij toetsing van het verschil tussen een blokmaat en de afstand tussen de bijbehorende hoekpunten, na terugzetten van de dakoverstekken, wordt gesteld op driemaal de standaardafwijking van de coördinaten.

Het criterium voor het rechthoekig zijn van een gebouw, dat wordt toegepast wanneer geen integrale vereffening en toetsing worden uitgevoerd, is gebaseerd op de precisie van de hoekpunten van het gebouw in het fotogrammetrische bestand en luidt als volgt:

$$|dH| < 3 \times \sigma \times \frac{D}{L \times B} \times \frac{200}{\pi} \quad ,$$

met:

dH	afwijking van een rechte hoek (gon);
σ	idealisatieprecisie of puntprecisie (cm), zie hierna;
L,B	blokmaten (Lengte, Breedte in cm);
D	diagonaal = $\sqrt{L^2 + B^2}$.

De afwijking dH kan op basis van terreingegevens worden bepaald, of worden berekend uit de coördinaten van het fotogrammetrische bestand. In het eerste geval wordt het bovenstaande criterium berekend met behulp van de idealisatieprecisie en gebruikt voor het vaststellen van de rechthoekigheid van een gebouw in het terrein. In het tweede geval gaat het om de rechthoekigheid van een gebouw in het fotogrammetrische bestand en wordt de puntprecisie gebruikt. Voldoen alle hoeken van een gebouw aan dit criterium, dan kan het gebouw in het bestand rechthoekig worden gemaakt met behulp van een daarvoor geschikt algoritme (zie § 7.7.3). Wordt niet aan dit criterium voldaan, dan kan het zijn dat er binnen de gestelde marges geen sprake is van een rechte hoek, of dat het fotogrammetrische bestand voor de betreffende punten niet aan de eisen voldoet.

7.7.9 Coördinaatberekening

Voor zover de naverkenning is gebaseerd op terrestrische detailmeting wordt de coördinaatberekening uitgevoerd zoals beschreven in § 6.3.9.
De coördinaatberekening voor het terugzetten van de dakoverstekken gebeurt bij voorkeur op basis van een vereffening waarbij ook de blok- en relatiematen en eventueel geometrische relaties worden verwerkt. Eventueel kan constructie in het digitale bestand worden gebruikt, zowel voor het terugzetten van dakoverstekken als het verwerken van geometrische relaties (zie § 7.7.3). De geometrische relaties worden bij voorkeur bij de aansluiting verwerkt.
Coördinaatberekening bij het rechthoekig maken van gebouwen zonder vereffening wordt uitgevoerd volgens de algoritmen van Van Osch [1985] of Kröll [1980].

7.7.10 Kwaliteitsbeschrijving

De wijze waarop de kwaliteitsbeschrijving van het fotogrammetrisch vervaardigde bestand plaats vindt, wordt door de naverkenning niet gewijzigd. Wel wordt de kwaliteitsbeschrijving door de naverkenning aangevuld en zo nodig gecorrigeerd.
Het aanvullen, controleren en eventueel corrigeren van de objectcodering betekent een belangrijke verbetering van de kwaliteitsbeschrijving omdat de idealisatieprecisie – één van de belangrijkste factoren die de precisie van een detailpunt bepalen – direct gerelateerd is aan de objectcodering.

7.7.11 Kwaliteitscontrole

Eén van de doelstellingen van de naverkenning is de kwaliteitscontrole van het resultaat van de fotogrammetrische kartering of bijhouding. De kwaliteitscontrole van de naverkenning zelf vindt met name plaats bij de aansluiting (zie § 7.8) of bij een voor dit doel opgezette kaartverificatie, waarbij het eindprodukt wordt beoordeeld (zie hoofdstuk 9).

7.8 Aansluiting

Na de naverkenning heeft men de beschikking over een puntenveld dat volledig is en voldoet aan de eisen die zijn opgenomen in de karteergids. Indien een digitale kaart van een aansluitend gebied aanwezig is, moet het naverkende fotogrammetrische bestand worden aangesloten aan deze digitale kaart om beide bestanden op een verantwoorde wijze samen te voegen. Bij fotogrammetrische bijhouding moet het naverkende bestand worden ingepast in de bestaande digitale kaart.

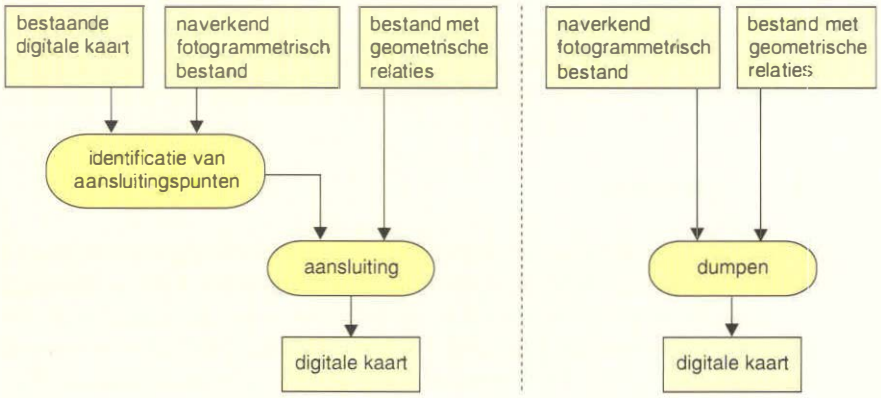
7.8.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Het doel van de aansluiting is het elimineren van eventuele tegenspraken tussen het fotogrammetrische bestand en de digitale kaart en het in één stelsel brengen van beide sets coördinaten. Het fotogrammetrische bestand ontstaat door een fotogrammetrische kartering of bijhouding, gevolgd door een naverkenning. Na aansluiting is de digitale kaart uitgebreid (kartering) of deels vernieuwd (bijhouding). Bij de aansluiting verandert de kaartinhoud niet. De ligging van de fotogrammetrisch gekarteerde punten kan door de aansluiting wel wijzigen.

Randvoorwaarde voor de aansluiting is een voltooide en verwerkte naverkenning. Daarnaast wordt vaak geëist dat de coördinaten van de bestaande digitale kaart niet wijzigen. Deze eis wordt niet gesteld als de bestaande kaart kwalitatief slecht is.

7.8.2 Procesbeschrijving

In gebieden waar een kartering heeft plaatsgevonden kan het voorkomen dat nog geen digitale kaart aanwezig is. In dat geval kan niet worden aangesloten, maar wordt het fotogrammetrische bestand *gedumpt*. Bij de bijhouding kan altijd aan een bestaande kaart worden aangesloten. Bij de kartering zal men veelal de beschikking hebben over aansluitingspunten aan de rand van het gekarteerde gebied. Bij de bijhouding kunnen de aansluitingspunten zowel aan de rand van het gekarteerde gebied als daarbinnen liggen. De identificatie en keuze van de aansluitingspunten is een belangrijk onderdeel van de aansluitingsprocedure. In gebieden met een digitale kaart heeft men voor de aansluiting naast aansluitingspunten de beschikking over het naverkende fotogrammetrische bestand en eventueel een bestand met geometrische relaties. Geometrische relaties kunnen ook bij de naverkenning zijn verwerkt, maar de verwerking geschiedt zo mogelijk in combinatie met de aansluiting. Dit geldt met name voor de bijhouding. De geometrische relaties hebben meestal betrekking op vrije punten.
Wanneer er geen digitale kaart van voldoende kwaliteit aanwezig is, bestaat de nieuwe digitale kaart uit het naverkende fotogrammetrische bestand na verwerking van de geometrische relaties. In dat geval spreekt men van *dumping*. Bij dumping is dus geen sprake van aansluiting. Resultaat van de aansluiting of dumping is de digitale kaart (zie figuur 7.29).



Figuur 7.29: Aansluiting met (links) en zonder (rechts) bestaande digitale kaart.

De te volgen aansluitingsprocedure is afhankelijk van:
- de geometrische kwaliteit van de bestaande digitale kaart en het fotogrammetrische bestand;
- het feit of het een kartering of bijhouding betreft;
- het al dan niet beschikbaar zijn van geometrische relaties.

Richtlijnen voor de keuze van de methode en de procedure voor de aansluiting worden in de volgende paragraaf gegeven. Deze procedure vertoont grote overeenkomsten met de procedures voor kaartvernieuwing (zie hoofdstuk 8).

7.8.3 Meetontwerp

Richtlijnen voor de keuze van de aansluitingsmethode en de aansluitingsprocedure
Bij de kartering wordt de aansluiting van het fotogrammetrische bestand gefaseerd uitgevoerd, waarbij de aansluiting in beginsel uit vier stappen bestaat:

- vereffening van de aansluitingspunten voor de berekening van de transformatieparameters;
- transformatie van de vrije punten;
- interpolatie van de vrije punten;
- verwerking van de geometrische relaties.

Wanneer geometrische relaties reeds bij de naverkenning zijn verwerkt, is de laatste stap uiteraard niet nodig. De geometrische relaties kunnen bij de naverkenning worden verwerkt als de aansluiting plaats heeft door middel van dumping of een gelijkvormigheidstransformatie zonder interpolatie van vrije punten. Wordt wel een interpolatie van vrije punten uitgevoerd, dan kunnen de geometrische relaties die bij de naverkenning zijn verwerkt een – meestal geringe – vervorming ondergaan als gevolg van de aansluiting.

De vereffening is gebaseerd op de methode van de overbepaalde transformatie. Deze aansluitingsmethode is erop gericht het gekarteerde puntenveld zoveel mogelijk onvervormd te laten. Voor het geval de precisie van de bestaande digitale kaart slechter is dan die van het fotogrammetrische bestand, kan men in de eerste stap ook een kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten toepassen. Deze optie is bruikbaar als de coördinaten van de aansluitingspunten van de digitale kaart mogen wijzigen. De vereffening is in beide gevallen gebaseerd op het model van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.

Bij de bijhouding is de te volgen procedure afhankelijk van het al dan niet beschikbaar zijn van geometrische relaties. Als geen geometrische relaties beschikbaar zijn, wordt de volgende procedure gevolgd:

- Vereffening van de aansluitingspunten voor de berekening van de transformatieparameters en de correcties van de coördinaten van de aansluitingspunten. Het model is gebaseerd op de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie.
- Interpolatie van de vrije punten.
- Transformatie van de gecorrigeerde vrije punten.

Als wel geometrische relaties beschikbaar zijn dan wordt bij de bijhouding bij voorkeur een *integrale* vereffening uitgevoerd. Men gebruikt daarbij als methode de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie. De geometrische relaties worden als extra waarnemingsgrootheden in de vereffening opgenomen. Indien de programmatuur geen integrale vereffening toelaat, worden als vierde stap de relaties *na* de vereffening van de aansluitingspunten en de interpolatie en transformatie van de vrije punten verwerkt.

Het dumpen van het fotogrammetrische bestand, dat wil zeggen het onvervormd inbrengen in de digitale kaart, is aan te bevelen als de kwaliteit van de bestaande kaart veel slechter is dan die van het fotogrammetrisch gekarteerde puntenveld of als er nog geen

digitale kaart is. In het eerste geval blijven er dan in de aansluitingspunten tegenspraken bestaan. Het te dumpen puntenveld moet in het RD-stelsel zijn berekend. Dit is het geval als de kartering of bijhouding heeft plaatsgevonden met behulp van absoluut georiënteerde modellen of ontschrankte digitale luchtfoto's.

Richtlijnen voor de keuze van de aansluitingspunten
Indien een digitale kaart fotogrammetrisch wordt bijgehouden, verdient het aanbeveling op de foto's goed zichtbare punten als aansluitingspunt te kiezen. In gebieden die fotogrammetrisch worden bijgehouden, stelt dit eisen aan de keuze van de aansluitingspunten en met name aan de selectie van de grondslagelementen.
Bij de aansluiting moeten alle punten als aansluitingspunt worden gebruikt die in zowel de digitale kaart als het fotogrammetrische bestand voorkomen.

7.8.4 Functiemodel

Het functiemodel van de aansluiting is voor de verschillende aansluitingsmethoden beschreven in § 4.6. Het functiemodel is gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.
De geometrische relaties worden bij een integrale aansluitingsvereffening gemodelleerd met behulp van waarnemingsvergelijkingen (zie § 6.3.4). Wordt geen integrale vereffening toegepast, dan wordt het functiemodel voor het rechthoekig maken van gebouwen gebaseerd op [Van Osch, 1985] of [Kröll, 1980].

7.8.5 Kansmodel

De precisie van de aansluitingspunten van de digitale kaart wordt gemodelleerd met behulp van het kwaliteitsmodel. De aansluitingspunten zijn doorgaans punten van een digitale kaart. De variantiematrix van deze punten wordt beschreven met een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix. De parameters van deze matrix worden ontleend aan de kwaliteitsbeschrijving van de digitale kaart.
De precisie van de coördinaten van het fotogrammetrische puntenveld wordt eveneens beschreven met een diagonaalmatrix als variantiematrix. De varianties van de coördinaten van de punten zijn een functie van de puntprecisie en de idealisatieprecisie. De puntprecisie is een functie van de fotogrammetrische detailmeting en de naverkenning.

De waarden van de precisieparameters worden als volgt gekozen:
- De precisie van de fotogrammetrische detailmeting kan worden bepaald aan de hand van het gebruikte meet- en verwerkingsproces. Kenmerkende waarden zijn:
  Puntenvelden uit fotogrammetrische detailmeting (stereo-uitwerking)
  - Fotogrammetrische kartering (fotoschaal 1 : 3000) $c_0 = 100\ \text{cm}^2$
  - Fotogrammetrische kartering (fotoschaal 1 : 6000) $c_0 = 225\ \text{cm}^2$

  Puntenvelden uit fotogrammetrische detailmeting (enkelbeeld-uitwerking)
  - Fotogrammetrische kartering (fotoschaal 1 : 3000) $c_0 = 400\ \text{cm}^2$
  - Fotogrammetrische kartering (fotoschaal 1 : 6000) $c_0 = 1600\ \text{cm}^2$

  Doen zich hoogteverschillen in het terrein voor, dan kunnen hogere waarden voor c_0 nodig zijn voor een goede beschrijving van de precisie.
- De naverkenning wordt uitgevoerd met een precisie gelijk aan of beter dan de idealisatieprecisie van het betreffende punt. Dan is de variantie van de puntprecisie per coördinaat van een punt i: $c_0 + \overline{d}_i^2$, waarbij $\overline{d}$ de standaardafwijking van de idealisatie

van een punt is. In alle andere gevallen moet de gerealiseerde puntprecisie van de naverkenning worden gespecificeerd.
- De idealisatieprecisie $\overline{d}_i$ wordt per punt toegekend.
- De standaardafwijking van de geometrische relaties wordt overeenkomstig § 7.7.5 beschreven.

7.8.6 Sterkteberekening

De kwaliteit van de aansluiting wordt voornamelijk bepaald door het aantal aansluitingspunten en hun ligging. De betrouwbaarheid van de aansluiting wordt bepaald overeenkomstig § 4.7. Een aparte sterkteberekening wordt niet uitgevoerd.

7.8.7 Voorbewerking

Tijdens de voorbewerking worden de aansluitingspunten gekozen, wordt getoetst op grove fouten en worden benaderde waarden berekend voor de coördinaten en de transformatieparameters.
De selectie van de aansluitingspunten kan worden uitgevoerd tijdens de kartering of de bijhouding. Dit ligt voor de hand als tijdens de meting gebruik wordt gemaakt van inspiegeling.
Voor de berekening van de benaderde waarden wordt bij voorkeur gebruik gemaakt van alle aansluitingspunten en van het model van de Helmert-transformatie (zie § 4.4.3.1).
De toetsing op grove fouten betreft voornamelijk identificatiefouten (het ten onrechte aanwijzen van een punt als aansluitingspunt). De toetsing tijdens de voorbewerking kan worden uitgevoerd met de in § 4.7.4 beschreven procedure.

7.8.8 Toetsing

De toetsing wordt conform § 4.7.5 uitgevoerd als onderdeel van de aansluitingsvereffening. Een veel voorkomende fout bij de aansluiting is een fout bij de identificatie van een aansluitingspunt. Dit kan worden veroorzaakt door een onvolledige naverkenning. Het kan dan gebeuren dat een hoek van een huis in de bestaande digitale kaart betrekking heeft op de opgaande muur, terwijl dezelfde hoek in het fotogrammetrisch gekarteerde puntenveld betrekking heeft op de dakrand.
Wordt geen integrale aansluitingsvereffening toegepast, dan dienen de geometrische relaties te worden getoetst voordat zij in het bestand worden ingebracht.

7.8.9 Coördinaatberekening

In de meeste gevallen zal de coördinaatberekening in stappen worden uitgevoerd. In de eerste fase worden de transformatieparameters en de coördinaten van de aansluitingspunten berekend als onderdeel van een aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie. Vervolgens worden met een kleinste-kwadraten interpolatie de coördinaten van de vrije punten berekend en tenslotte worden de vrije punten getransformeerd.
In de praktijk echter worden bij een fotogrammetrische kartering de vrije punten meestal alleen getransformeerd en wordt de interpolatie achterwege gelaten in verband met het niet beschikbaar zijn van adequate programmatuur. Tenslotte worden geometrische

relaties in de digitale kaart verwerkt als deze relaties niet al in de vereffeningen zijn opgenomen. De coördinaatberekening bij het rechthoekig maken van gebouwen wordt uitgevoerd conform § 7.7.9.
Bij de bijhouding kan de coördinaatberekening als onderdeel van een integrale vereffening worden uitgevoerd. Bij het dumpen van het fotogrammetrische bestand worden de geometrische relaties direct in de digitale kaart verwerkt.

7.8.10 Kwaliteitsbeschrijving

De berekening van de variantiematrix als onderdeel van de aansluitingsvereffening is behandeld in § 4.6.5. Bij de aansluiting met behulp van de overbepaalde transformatie kan de variantiematrix niet worden berekend door een simpele toepassing van de voortplantingswet op de formules van de coördinaatberekening.
De kwaliteitsbeschrijving van het aangesloten, naverkende fotogrammetrische puntenveld gebeurt overeenkomstig § 4.9. Voor de puntprecisie wordt veelal gekozen voor een parameter c_0 voor het hele puntenveld. Voor de beschrijving van de idealisatieprecisie wordt tabel 2.10 gebruikt.

7.8.11 Kwaliteitscontrole

De kwaliteit van de digitale kaart (uit de fotogrammetrische kartering of bijhouding) na aansluiting kan worden gecontroleerd met behulp van kaartverificatie. De kaartverificatie wordt beschreven in § 9.3.

8 Kaartvernieuwing

8.1 Inleiding

Kaartvernieuwing is een algemeen begrip voor de processen waarbij een bestaande kaart geheel of voor een deel wordt vervangen door een nieuw produkt. De doelstelling van deze processen varieert en omvat één of meer van de volgende aspecten:

- vernieuwing van de tekeningdrager van een analoge kaart;
- wijziging van de schaal van een analoge kaart, meestal in combinatie met een wijziging van de bladbegrenzing;
- omzetting van een analoge kaart in een digitale vorm;
- combinatie van de inhoud van verschillende kaarten tot één nieuwe kaart;
- verbetering van de geometrische kwaliteit van een analoge of digitale kaart;
- completering, toevoeging of verbetering van beschrijvende gegevens zoals objectcoderingen en andere attribuutgegevens.

Kenmerkend voor een kaartvernieuwing is dat in alle situaties één of meer omvangrijke puntenvelden zijn betrokken en dat wijzigingen en verbeteringen structureel van aard zijn. Kenmerkend is voorts dat de kaart niet volledig opnieuw wordt vervaardigd met nieuwe gegevens maar dat bij voorkeur gebruik wordt gemaakt van bestaande gegevens terwijl inwinning van nieuwe gegevens zoveel mogelijk wordt vermeden. De incidentele vernieuwing in de vorm van een enkele lokale correctie of de normale bijhouding van een kaart worden niet gerekend tot de kaartvernieuwing.

In relatie met de vele doelstellingen is een groot aantal vormen en methoden van kaartvernieuwing ontstaan die zich onderscheiden door:

- verschillen in werkmethoden, technische hulpmiddelen en procedures (handmatig, grafisch, fotografisch, digitaal, rekentechnieken, enzovoorts);
- verschillen met betrekking tot de kaartinhoud en de vorm waarin de inhoud wordt vastgelegd;
- verschillen in geometrische kwaliteit van de kaarten en daardoor met name verschillen in de omvang en het gebruik van aanvullende gegevens.

Zo kan bijvoorbeeld een analoge kaart worden vernieuwd door het kaartbeeld fotografisch te kopiëren naar een nieuwe tekeningdrager. Kenmerkend hiervoor is dat zowel de kaartinhoud als de vorm waarin de inhoud is vastgelegd niet worden gewijzigd. Daarentegen zal de vorm waarin de kaartinhoud wordt vastgelegd volledig wijzigen in de situatie waarbij een analoge kaart wordt omgezet in digitale vorm door deze te digitaliseren. Bij deze vorm van kaartvernieuwing kan ook de kaartinhoud verder wijzigen door het toevoegen van bijvoorbeeld objectcoderingen en andere attribuutgegevens.

Naarmate meer digitale kaarten en andere bestanden met geografische informatie beschikbaar komen, neemt de behoefte toe om deze gegevens te combineren of samen te voegen. Op deze wijze kan een kaart worden vernieuwd waarbij de kaartinhoud structureel wordt uitgebreid.
Bij het kopiëren en het digitaliseren van een analoge kaart zal de geometrische kwaliteit van het resultaat als regel enigszins verminderen, afhankelijk van de toegepaste techniek. Door het gebruik van aanvullende gegevens ontstaan echter ook mogelijkheden voor kwaliteitsverbetering. Een dergelijke kwaliteitsverbetering met behulp van aanvullende gegevens wordt noodzakelijk wanneer een kaart in zijn geheel of voor grote delen niet meer voldoet aan de gestelde geometrische kwaliteitseisen.

Specifieke problemen

In vergelijking met de toepassingen in voorgaande hoofdstukken is kaartvernieuwing een toepassing waarvoor nauwelijks of geen geformaliseerde of gestandaardiseerde werkprocessen bestaan. Bij kaartvernieuwing bestaat een aantal specifieke problemen:

- De opsporing van fouten en inhomogene kaartsituaties en de identificatie van aansluitingspunten vereisen een zorgvuldige voorbewerking die voor elke toepassing moet worden afgestemd op de kwaliteit van de betrokken gegevens en de kwaliteitseisen die aan een kaartvernieuwing worden gesteld.
- In bepaalde situaties bestaat de behoefte om naast aansluitingspunten ook meetgegevens en geometrische relaties te benutten voor de aansluiting en verbetering van puntenvelden. De effecten van het mogelijke gebruik hiervan op de precisie moeten kunnen worden beoordeeld.
- De precisie van een te vernieuwen kaart is vaak slecht bekend en daardoor moeilijk in een model te beschrijven. Er moeten derhalve richtlijnen worden gegeven voor de wijze waarop hiermee dient te worden omgegaan.
- In de rekenprocessen voor het aansluiten van puntenvelden moet rekening worden gehouden met de grote omvang van de puntenvelden.
- Na aansluiting heeft een puntenveld in het algemeen een verdere nabewerking nodig, bijvoorbeeld omdat er nog identieke elementen dubbel voorkomen of omdat de ligging van verschillende elementen op elkaar moet worden afgestemd.

In dit hoofdstuk zal de aandacht in het bijzonder worden gericht op de uitwerking en oplossing van deze specifieke problemen.

Verdere opzet van deze inleiding

De aard en de diversiteit van de aspecten die een rol spelen bij de kaartvernieuwing maken het noodzakelijk dat een nadere keuze moet worden geformuleerd voor de behandeling van de kaartvernieuwing in dit hoofdstuk. Daartoe zullen in § 8.1.1 uitgangspunten worden geformuleerd.

Sommige begrippen met betrekking tot de kaartvernieuwing worden niet altijd eenduidig gehanteerd. Daarom wordt in deze inleiding een aantal begrippen nader geformuleerd en toegelicht (§ 8.1.2) waarna een opsomming wordt gegeven van toepassingen in de huidige kadastrale praktijk (§ 8.1.3). In § 8.1.4 wordt vervolgens beschreven welke gegevens kunnen worden benut voor de verbetering van de geometrische kwaliteit van kaarten en in het bijzonder voor de verbetering van de kadastrale kaart. In § 8.1.5 wordt een aantal werkprocessen geschetst die op dit moment worden toegepast bij de vernieuwing van de kadastrale kaart om daarmee een beeld te geven van verschillen in de huidige werkmethoden en technieken. In § 8.1.6 tenslotte wordt de verdere opzet van dit hoofdstuk beschreven.

8.1.1 Uitgangspunten

Het is niet mogelijk en bovendien niet zinvol om alle bestaande vormen en methoden van kaartvernieuwing te behandelen, omdat de verscheidenheid groot is en niet alle methoden van belang zijn of van belang blijven voor de praktijk waarvoor de HTW is bestemd. Een verdere ontwikkeling van technische mogelijkheden biedt in toenemende mate perspectieven voor de vernieuwing van kaarten. Er wordt in de HTW echter niet vooruitgelopen op mogelijke nieuwe ontwikkelingen. Wel zullen er kaders worden geformuleerd waarbinnen deze nieuwe ontwikkelingen tot stand kunnen komen.

De in gebruik zijnde grafische werkprocessen zijn modelmatig niet goed te beschrijven. Bovendien zullen deze processen hun betekenis verliezen naarmate meer geschikte programmatuur en een toenemend aantal digitale kaarten beschikbaar komen. Daarom wordt de behandeling in dit hoofdstuk uitsluitend gericht op *digitale werkprocessen*. Grafische technieken zullen nog moeten worden toegepast in situaties waar de nodige hulpmiddelen ontbreken om op een efficiënte wijze digitaal te werken. In § 8.1.5 zijn hiervan enkele voorbeelden beschreven. In de HTW wordt aan de grafische technieken verder geen aandacht besteed.

Voorts is het niet zinvol om de te onderscheiden toepassingen afzonderlijk te behandelen. Bij verschillende toepassingen wordt vaak eenzelfde werkproces gevolgd of komen identieke deelprocessen aan de orde en vergelijkbare problemen. Daarom zullen deelprocessen worden onderscheiden die gefaseerd kunnen worden uitgevoerd. Een gebruiker kan deze deelprocessen combineren tot een specifiek werkproces voor een bepaalde toepassing. Dit impliceert wel dat een gebruiker, afhankelijk van de doelstellingen en de vereiste kwaliteit van een eindprodukt en (vooralsnog) afhankelijk van de beschikbare technische hulpmiddelen, veelal zelf een geschikt werkproces moet definiëren.

In hoofdstuk 4 is de theorie voor de aansluiting van puntenvelden behandeld en voor de oplossing van veel rekentechnische problemen zal hiernaar worden verwezen. De technische aspecten met betrekking tot het digitaliseren van analoge kaarten zijn opgenomen in appendix D en komen in dit hoofdstuk als zodanig dus niet aan de orde. Ook zal er geen aandacht worden besteed aan aspecten die samenhangen met de topologie van de gegevens en de opbouw en structuur van de digitale bestanden.

8.1.2 Begrippenkader

In de landmeetkundige praktijk worden niet altijd eenduidige begrippen gehanteerd voor de kaartvernieuwing en de daarmee samenhangende processen en technieken. Ter voorkoming van misverstanden wordt hierna een aantal begrippen nader geformuleerd en toegelicht.

Kaartvernieuwing
Kaartvernieuwing is een algemeen begrip voor de processen waarbij een bestaande analoge of digitale kaart geheel of voor een deel wordt vervangen door een nieuw produkt. Bij een kaartvernieuwing worden de navolgende activiteiten onderscheiden:

- omzetting of wel *conversie* naar een nieuw produkt van alle gegevens of van een selectie van gegevens afkomstig van één of meer bestaande kaarten, *zonder* verbetering van de geometrie;
- *kaartverbetering* waarbij de inhoud van de kaart met behulp van aanvullende gegevens structureel wordt herzien of gecorrigeerd, los van de normale bijhouding van de kaart.

Deze activiteiten kunnen elk afzonderlijk of in combinatie met elkaar worden uitgevoerd.

Kaartconversie
Bij de hiervoor genoemde conversie van gegevens naar een nieuw produkt kunnen, afhankelijk van de wijze waarop de betreffende kaartinhoud wordt vastgelegd, drie soorten conversies worden onderscheiden:

1 De *A-A conversie*. Hierbij wordt een analoge kaart of een deel daarvan gekopieerd (bijvoorbeeld fotografisch) op één of meer nieuwe tekeningdragers. Deze conversie

wordt toegepast wanneer de bestaande tekeningdrager is verouderd of wanneer een nieuwe bladindeling of een andere kaartschaal wordt gekozen.

2 De *A-D conversie*. Dit is de omzetting van een analoge kaart of een deel daarvan in een digitale vorm waarbij, naast de geometrie, als regel ook gegevens worden opgenomen voor de identificatie van objecten en voor de verdere beschrijving van de kaartinhoud. De conversie van de geometrie beperkt zich tot het digitaliseren van het kaartbeeld en de transformatie naar het gewenste coördinatenstelsel, en omvat per definitie geen verbetering van de geometrie.

3 De *D-D conversie*. Dit is de conversie van een digitale kaart waarbij een herschikking of herstructurering van gegevens wordt uitgevoerd, zoals de wijziging van een kaartgeoriënteerde gegevensstructuur in een objectgeoriënteerde structuur. Ook deze conversie omvat geen verbetering van de geometrie.

Hoewel het in alle genoemde situaties gaat om de conversie van een kaart wordt het begrip *kaartconversie* hier uitsluitend toegepast als synoniem voor de A-D conversie. In de HTW zal verder geen aandacht worden besteed aan de A-A conversie en de D-D conversie.

Aansluitingsrelaties en aansluitingselementen

In hoofdstuk 4 wordt bij de aansluiting van puntenvelden onderscheid gemaakt tussen aansluitingspunten en vrije punten. Voor de aansluiting van puntenvelden kan, behalve van aansluitingspunten, ook gebruik worden gemaakt van meetgegevens en geometrische relaties tussen punten uit verschillende puntenvelden. Hierbij worden de begrippen 'aansluitingsrelaties' en 'aansluitingselementen' gehanteerd.

Aansluitingsrelaties zijn meetgegevens (bijvoorbeeld een hoek of afstand) en geometrische relaties tussen punten uit *verschillende* puntenvelden. Bij een aansluitingsrelatie kunnen zowel aansluitingspunten als vrije punten zijn betrokken.

Aansluitingselementen zijn:

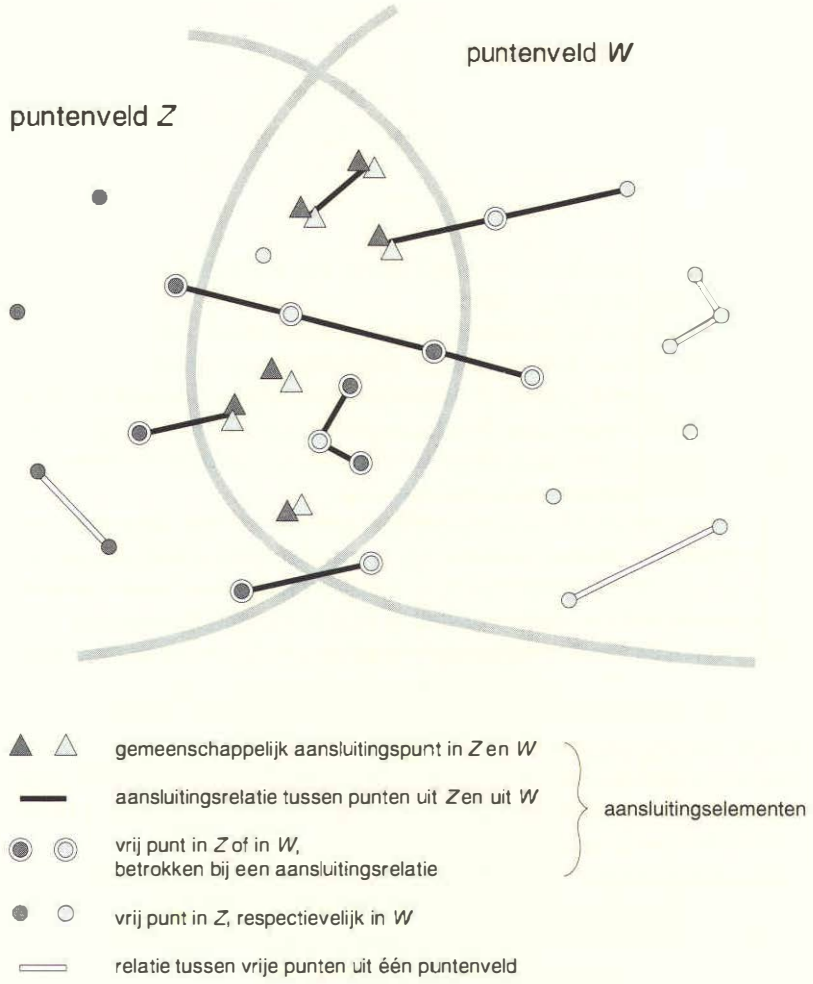
- aansluitingspunten;
- aansluitingsrelaties;
- vrije punten die bij een aansluitingsrelatie zijn betrokken.

In figuur 8.1 zijn deze begrippen in beeld gebracht.

Met behulp van de aansluitingselementen worden voorwaarden gespecificeerd voor de aansluiting van puntenvelden. Met metingen en geometrische relaties tussen vrije punten uit *eenzelfde* puntenveld worden alleen voorwaarden gespecificeerd voor de onderlinge ligging van deze punten. Deze voorwaarden hebben geen invloed op het aansluitingsproces maar kunnen wel worden benut voor een kaartverbetering.

Inpassing

Een inpassing betreft de aansluiting van een puntenveld aan een bestaand puntenveld waarbij de coördinaten van het bestaande puntenveld niet worden gewijzigd. Deze term wordt zowel bij analoge als digitale werkprocessen gebruikt. In de analoge situatie is sprake van een grafische inpassing. Vormveranderingen in het aan te sluiten puntenveld worden hierbij meestal geraamd op basis van een visuele vergelijking van de kaartbeelden. Bij een digitaal werkproces wordt een inpassing uitgevoerd op basis van een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting of een aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie. Als bij een inpassing alleen vormveranderingen worden toegepast in de aansluitingspunten, ontstaan discontinuïteiten in de geometrie van de punten van het aan te sluiten puntenveld.



Figuur 8.1: Aansluitingselementen en aansluitingsrelaties.

Afstemming

In de kaartvernieuwing is afstemming het proces waarbij elementen, afkomstig van verschillende kaarten, geometrisch identiek worden verklaard op grond van hun onderlinge ligging na een aansluiting van de betreffende puntenvelden en vervolgens zodanig worden gecorrigeerd dat ze samenvallen. Een voorbeeld hiervan zijn kadastrale grenzen die bij benadering samenvallen met topografische elementen in een basiskaart. Als niet de zekerheid bestaat dat deze elementen identiek zijn, is het niet verantwoord om ze als aansluitingselement te benutten. Na een aansluiting kunnen dergelijke elementen alsnog identiek worden verklaard. Afhankelijk van de precisie van elk van deze elementen kan bij de afstemming de ligging van beide elementen worden gewijzigd of kan bij een groot verschil in precisie de ligging van één van de elementen worden aangehouden.

Kaartverbetering

Behalve een conversie kan een kaartvernieuwing, zoals hiervoor is gedefinieerd, ook een verbetering van de kaartomvatten. Deze verbetering kan in principe betrekking hebben op alle gegevens met betrekking tot de kaartinhoud, dus zowel op de geometrie als bijvoorbeeld op de beschrijving van thematische gegevens. In de HTW wordt met het begrip kaartverbetering echter uitsluitend de verbetering van de geometrische kwaliteit van een kaart bedoeld. Hierbij gaat het niet om incidentele correcties maar om een structurele herziening en verbetering van de geometrie.

Verbeteringen kunnen alleen worden gerealiseerd wanneer aanvullende gegevens in de vorm van aansluitingspunten, meetgegevens en geometrische relaties worden benut in het vernieuwingsproces. Elke geometrische verbetering gaat per definitie gepaard met

een vormverandering. Een vormverandering kan worden gerealiseerd met behulp van één van de navolgende processen:

- Een vervanging van coördinaten door coördinaten uit een ander, kwalitatief beter puntenveld of door coördinaten die bepaald kunnen worden uit aanvullende gegevens van voldoende kwaliteit. Mogelijkheden hiertoe ontstaan wanneer voldoende gegevens beschikbaar zijn voor bijvoorbeeld een hernieuwde kartering (herkartering) of wanneer met betrekking tot onderdelen van de te verbeteren kaart andere kwalitatief goede kaarten beschikbaar zijn.
- Een aansluitingsvereffening zoals behandeld in § 4.6. Een dergelijke vereffening kan in het kader van de kaartvernieuwing wel worden uitgevoerd voor aansluitingspunten maar is voor de vrije punten meestal niet goed toepasbaar omdat onvoldoende informatie beschikbaar is voor het opstellen van een kansmodel waarin de correlatie tussen vrije punten en aansluitingspunten op de juiste wijze wordt gespecificeerd.
- Een interpolatie van vormverschillen voor de correctie van vrije punten in relatie met de vormveranderingen die worden toegepast bij aansluitingselementen. Dit proces wordt ook wel aangeduid met de term *homogeniseren*. In § 4.8 is een kleinste-kwadraten interpolatie behandeld waarbij de correlatie tussen aansluitingspunten en vrije punten wordt gemodelleerd met een Baarda-Alberda kunstmatrix. Deze interpolatie zal in § 8.7 nader worden uitgewerkt.
- Een correctie van punten op basis van een vereffening van meetgegevens en geometrische relaties. Deze vereffening komt in § 8.8 aan de orde. Een voorbeeld van dit proces is de correctie van de coördinaten van de hoekpunten van een gebouw op grond van de rechthoekigheid van de omtrek.
- De afstemming van elementen afkomstig uit verschillende kaarten zoals hiervoor is gedefinieerd. De afstemming komt met name in § 8.9 aan de orde bij de nabewerking van de resultaten.

Een geometrische verbetering wordt alleen bereikt wanneer een vormverandering wordt gebaseerd op kwalitatief goede gegevens die op een correcte wijze worden gemodelleerd en verwerkt. Zo kan het gebruik van onbetrouwbare gegevens of een gebrekkige modellering bij de kaartvernieuwing leiden tot een verslechtering in plaats van een verbetering van de geometrische kwaliteit.

Kadastrale vernieuwing

Een bijzondere vorm van kaartverbetering is mogelijk geworden in het kader van de zogenaamde kadastrale vernieuwing op grond van artikel 74 van de Kadasterwet. Bij een kadastrale vernieuwing wordt onderzocht of de vereiste gegevens met betrekking tot de feitelijke rechtstoestand van onroerende zaken juist en volledig zijn weergegeven in de kadastrale registratie, op de kadastrale kaart en de daaraan ten grondslag liggende bescheiden. Een kadastrale vernieuwing kan nieuwe of verbeterde gegevens opleveren, die vervolgens worden verwerkt op dezelfde wijze als een normale mutatie in de rechtstoestand. De inhoud van de kadastrale kaart kan hierdoor wijzigen en er kunnen nieuwe reconstructiegegevens beschikbaar komen.

In de Kadasterwet wordt, ter onderscheiding van de normale bijhouding van de kaart, voor dit soort wijzigingen het begrip *vernieuwing van de kadastrale kaart* gehanteerd.

Wanneer bij een kaartvernieuwing de geometrie van een kadastrale kaart moet worden verbeterd en hiertoe onvoldoende bestaande gegevens beschikbaar zijn, kunnen aanvullende en nieuwe gegevens met betrekking tot de ligging van kadastrale grenzen worden verkregen door toepassing van een kadastrale vernieuwing. Deze werkwijze vertoont grote overeenkomst met het vroegere hermetingsproces waarbij grenzen eerst in het terrein werden gereconstrueerd en vervolgens opnieuw werden gemeten.

8.1.3 Toepassingen

Met betrekking tot de vernieuwing en samenvoeging van kaarten komen in de kadastrale praktijk onder meer de navolgende toepassingen voor:

- kaartconversie (A-D conversie) van de analoge kadastrale kaart;
- verbetering van de kadastrale kaart met behulp van bestaande gegevens in de vorm van kaarten zoals de GBKN en andere grootschalige karteringen;
- verbetering van de kadastrale kaart met behulp van gegevens in de vorm van coördinaten, reconstructiegegevens en overige meetgegevens en geometrische relaties;
- verbetering van de kadastrale kaart met behulp van nieuwe gegevens op basis van kadastrale vernieuwing;
- inpassing en identificatie van kadastrale grenzen in topografische kaarten zoals het Werkplan 11 in landinrichtingsprojecten, de GBKN of Waterstaatskaarten;
- inpassing van topografische karteringen of karteringen van specifieke thematische gegevens in de kadastrale kaart (zoals de inpassing van een kartering van bodemprofielen ten behoeve van een landinrichtingsproject);
- toevoeging van nieuwe puntenvelden aan bestaande puntenvelden met inbegrip van de aansluiting van de gebiedsgrenzen (bijvoorbeeld bij de uitbreiding van digitale bestanden).

Uiteraard is dit niet een volledige opsomming en ook buiten de kadastrale praktijk zullen nog veel andere toepassingen bestaan of ontstaan. Een aantal toepassingen is slechts tijdelijk aan de orde, specifiek in de fase van de opbouw van nieuwe digitale bestanden. De verbetering van kaartprodukten zal echter ook in de toekomst aandacht vragen omdat de opgebouwde en verbeterde bestanden in veel situaties niet voldoen aan de gestelde kwaliteitseisen en voorts omdat de degeneratie van een kaart zoals de kadastrale kaart, die voortdurend wordt bijgehouden, niet altijd is te voorkomen. Daarnaast zal de behoefte toenemen om diverse kaarten en digitale bestanden met verschillende inhoud te combineren en samen te voegen. Hierbij komen dezelfde werkprocessen aan de orde als bij een kaartvernieuwing waar aanvullend gebruik wordt gemaakt van bestaande kaarten, puntenvelden en meetgegevens.

8.1.4 Benodigde gegevens

Afhankelijk van de bestaande kwaliteit van de te vernieuwen kaart en de vereiste precisie van het eindresultaat zullen meer of minder gegevens bij de vernieuwing moeten worden betrokken. In § 8.3 zullen hiervoor globale richtlijnen worden gegeven en bij de behandeling van verschillende deelprocessen zal hier nader op worden ingegaan.

Voor een *kaartconversie* is een beperkt aantal aansluitingspunten nodig voor de bepaling van transformatieparameters omdat de geometrie vervolgens uitsluitend wordt getransformeerd naar het gewenste coördinatenstelsel.

Essentieel voor een *kaartverbetering* is de beschikbaarheid van:

- in de kaart herkenbare grondslagelementen of andere aansluitingspunten waarvan coördinaten beschikbaar zijn in het gewenste coördinatenstelsel met inbegrip van gegevens over de precisie en/of
- een kwalitatief goede (basis)kaart in het gewenste coördinatenstelsel.

Het gebruik van een basiskaart, zoals de GBKN, biedt het voordeel dat hierin vaak veel elementen voorkomen die ook behoren tot de inhoud van de te vernieuwen kaart. Hier-

door ontstaan goede mogelijkheden voor een beoordeling van de kwaliteit en voor de verbetering van de te vernieuwen kaart. Voor een verdere verbetering van met name kadastrale kaarten kunnen daarnaast de navolgende brongegevens worden benut:

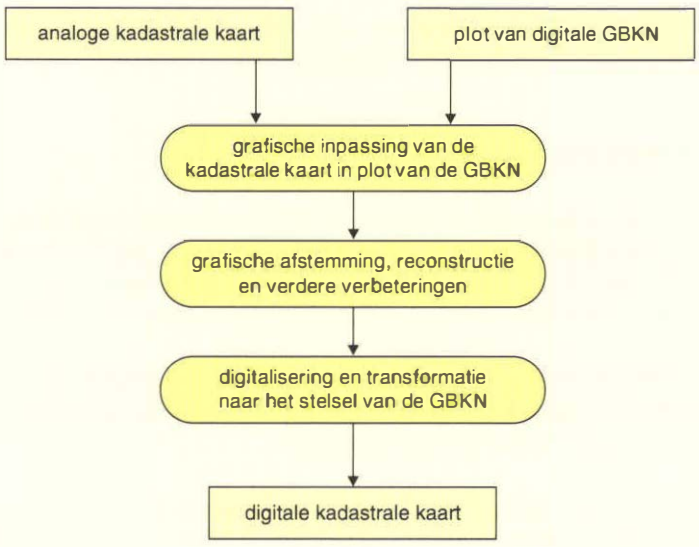
- reconstructiegegevens in de vorm van bestaande meetgegevens van bijvoorbeeld grenzen van kadastrale percelen en gebouwen (analoge veldwerken);
- reconstructiebestanden met coördinaten van grenzen en gebouwen in een lokaal stelsel (digitale veldwerken);
- analoge karteringen op een relatief grote schaal van deelgebieden van een kadastrale kaart, de zogenaamde 'zelfstandige karteringen'.

Voor de vernieuwing van een kadastrale kaart zijn vaak zeer veel bestaande gegevens beschikbaar. De effecten van het mogelijke gebruik hiervan op de kwaliteit moeten zorgvuldig worden overwogen; ook uit een oogpunt van kostenbeheersing zal een selectief gebruik moeten worden gemaakt van de beschikbare gegevens.

8.1.5 Bestaande werkmethoden

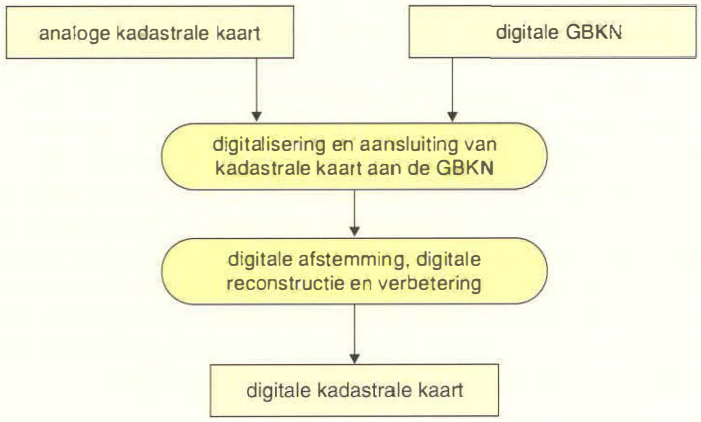
In de huidige praktijk wordt als regel de GBKN benut bij de conversie en de verbetering van kadastrale kaarten, met name wanneer deze nog niet in het RD-stelsel zijn gekarteerd (de zogenaamde 'niet-hermeten' kadastrale kaarten). Afhankelijk van de wijze waarop kaartverbeteringen worden gerealiseerd kunnen hierbij drie werkmethoden worden onderscheiden:

1 Een grafische inpassing en een grafisch uitgevoerde verbetering van de kadastrale kaart in een analoge presentatie van de GBKN waarna de vernieuwde onderdelen van de kadastrale kaart worden gedigitaliseerd en getransformeerd naar het stelsel van de GBKN (figuur 8.2).



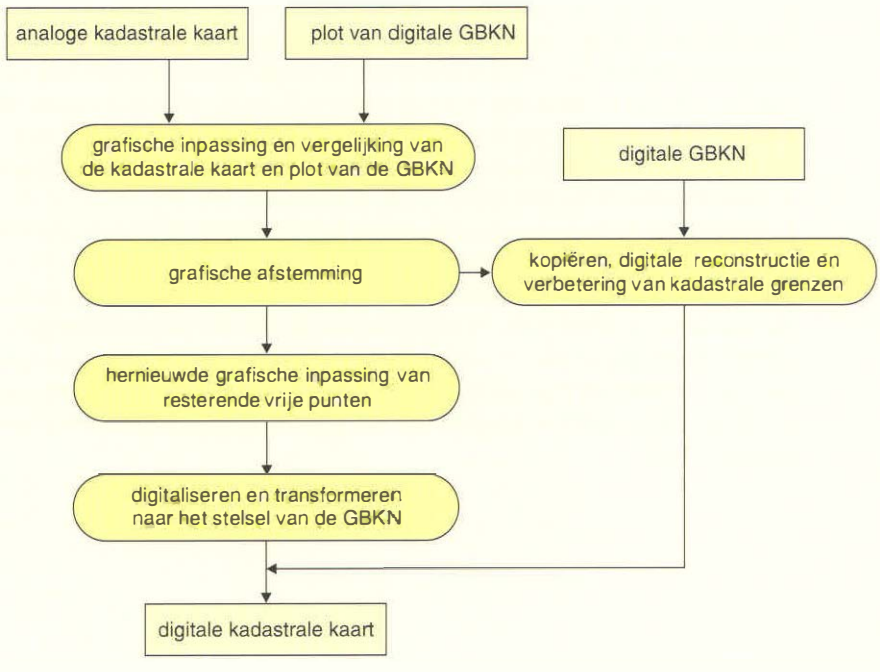
Figuur 8.2: Proces van de grafische verbetering van een kadastrale kaart.

2 Een A-D conversie van de te vernieuwen onderdelen van de kadastrale kaart en vervolgens een digitaal uitgevoerde aansluiting aan de GBKN en een verdere verbetering met uitsluitend digitale technieken (figuur 8.3).



Figuur 8.3: Proces van de digitale verbetering van een kadastrale kaart.

3 Een mengvorm van de hiervoor genoemde methoden waarbij een deel van de verbeteringen grafisch wordt uitgevoerd en een deel met digitale technieken tot stand komt. Bij deze mengvorm zijn diverse varianten ontstaan waarvan figuur 8.4 een voorbeeld geeft.



Figuur 8.4: Proces van de gemengde variant voor de verbetering van een kadastrale kaart.

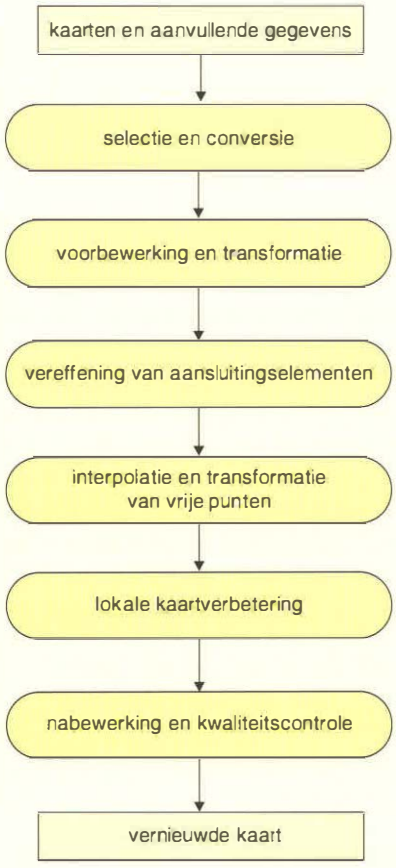
In het voorbeeld in figuur 8.4 wordt de ligging van kadastrale grenzen afgestemd op de ligging van topografische elementen van de GBKN op basis van een grafische inpassing. De liggingsgegevens van identiek verklaarde grenzen worden verkregen door het kopiëren van de digitaal beschikbare liggingsgegevens van de topografie of door het digitaliseren van de topografie in het stelsel van de GBKN. De resterende vrije punten worden vervolgens bepaald uit een hernieuwde inpassing waarbij ook de identiek verklaarde kadastrale grenzen als aansluitingselement worden betrokken. Deze laatste inpassing wordt bij kadastrale kaarten met een inhomogene kwaliteit meestal opnieuw grafisch uitgevoerd waarbij de inpassing bij aanwezigheid van grote discrepanties bovendien vaak per deelgebied wordt uitgevoerd. Wanneer het vrije puntenveld beperkt van omvang is en een redelijk homogene precisie heeft, wordt ook wel een variant toegepast waarbij de hernieuwde inpassing (na de grafische afstemming) op digitale wijze wordt uitgevoerd en de vrije punten worden gecorrigeerd op basis van een kleinste-kwadraten interpolatie van vormverschillen. In de huidige praktijk beperkt de verdere digitale verbetering zich tot een eenvoudige reconstructie van een beperkt aantal elementen zonder vereffening van overtallige gegevens. Daarnaast kunnen gebouwen (voor zover dit in het kader van de vervaardiging van de GBKN nog niet is gebeurd) binnen bepaalde toleranties met een digitaal rekenproces rechthoekig worden gemaakt.

8.1.6 Overzicht van dit hoofdstuk

Uitgaande van de hiervoor geformuleerde uitgangspunten wordt in § 8.2 het kaartvernieuwingsproces in hoofdlijnen beschreven. Voor de verschillende kernproblemen worden deelprocessen gedefinieerd en wordt de samenhang tussen de deelprocessen beschreven. In relatie met deze procesbeschrijving worden in § 8.3 algemene richtlijnen gegeven voor het meetontwerp, de voorbewerking, de verschillende vereffeningen en de nabewerking. In de daarop volgende paragrafen worden de verschillende deelprocessen afzonderlijk behandeld en zullen de richtlijnen verder worden aangescherpt.
In § 8.4 wordt de voorbewerking en de transformatie van puntenvelden behandeld. In veel situaties is deze transformatie toereikend voor een kaartconversie. In § 8.5 wordt de aansluiting behandeld van puntenvelden op basis van een vereffening van aansluitingspunten. Hierbij worden nog geen vormveranderingen toegepast in de ligging van vrije punten en worden nog geen aansluitingsrelaties betrokken. In § 8.4 en § 8.5 wordt voor de meeste rekentechnische aspecten verwezen naar de aansluiting van puntenvelden zoals behandeld in hoofdstuk 4.
In § 8.6 wordt beschreven op welke wijze aansluitingsrelaties tussen punten uit verschillende puntenvelden worden betrokken bij de aansluiting. In § 8.7 wordt vervolgens aandacht besteed aan de interpolatie van vrije punten op basis van de vormveranderingen die worden toegepast in de coördinaten van punten die als aansluitingselement zijn vereffend. Aansluitend hierop wordt in § 8.8 de lokale kaartverbetering behandeld op basis van een vereffening van aanvullende afstandsmaten en geometrische relaties. Tot slot wordt in § 8.9 aandacht besteed aan de nabewerking en de kwaliteitscontrole van de puntenvelden.

8.2 Het kaartvernieuwingsproces

Met betrekking tot de vernieuwing en samenvoeging van kaarten bestaat er een grote diversiteit aan toepassingen. Bij de realisatie van de verschillende toepassingen kunnen evenwel identieke deelprocessen worden onderscheiden. Het kaartvernieuwingsproces wordt in dit hoofdstuk behandeld op basis van deze deelprocessen. Afhankelijk van de doelstellingen van een kaartvernieuwing worden niet altijd alle onderscheiden deelprocessen uitgevoerd. In § 8.2.2 zijn verschillende combinaties van deelprocessen beschreven waaruit de gebruiker een keuze kan maken voor een specifieke toepassing. In § 8.2.3 worden de deelprocessen en de samenhang van de deelprocessen nader uitgewerkt.



Figuur 8.5: Deelprocessen van de kaartvernieuwing.

8.2.1 Deelprocessen

Een kaartvernieuwing kan zich beperken tot een eenvoudige conversie van een analoge kaart zonder enige verbetering van de geometrische kwaliteit. De vernieuwing kan ook bestaan uit een combinatie of samenvoeging van diverse kaarten. In de meest complexe vorm wordt een conversie gecombineerd met een verbetering waarvoor meerdere analoge kaarten, digitale kaarten, aanvullende meetgegevens, bekende coördinaten en geometrische relaties tussen punten en objecten worden benut. Bij al deze vormen van kaartvernieuwing kunnen identieke deelprocessen worden onderscheiden. In figuur 8.5 zijn deze deelprocessen schematisch weergegeven. De verschillende deelprocessen worden steeds in de aangegeven volgorde uitgevoerd.

De *selectie en conversie* moeten er toe leiden dat voor een kaartvernieuwing de benodigde gegevens worden verzameld en, voor zover ze niet in de vereiste vorm beschikbaar zijn, in een digitale vorm worden omgezet die nodig is om de verdere verwerking digitaal te kunnen uitvoeren. Analoge kaarten worden hiertoe gedigitaliseerd. De gedigitaliseerde coördinaten worden in deze fase nog niet aangesloten of getransformeerd naar het stelsel van een ander puntenveld.

In het deelproces met betrekking tot de *voorbewerking en transformatie* worden uitsluitend puntenvelden verwerkt. In deze fase worden aansluitingspunten geselecteerd waarmee transformatieparameters worden berekend voor een overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie of een overbepaalde affiene transformatie. Alle punten uit de verschillende puntenvelden worden getransformeerd naar het gewenste coördinatenstelsel, meestal het RD-stelsel. In veel situaties worden puntenvelden betrokken met een slechte of onbekende precisie en moet veel aandacht worden besteed aan de opsporing van mogelijke modelfouten, identificatiefouten en deelgebieden met een inhomogene precisie. Hierdoor moet de voorbewerking vaak meerdere keren worden herhaald met een gewijzigd rekenmodel of met puntenvelden die gesplitst zijn in deelgebieden. Bij de berekening van transformatieparameters wordt in deze fase een eenvoudig kansmodel gehanteerd voor de precisie van de aansluitingspunten (zie § 8.2.2 en § 8.3.3).

In § 8.3.4 wordt beschreven in welke situaties na de voorbewerking en transformatie een *vereffening van aansluitingselementen* wordt uitgevoerd. Bij deze vereffening worden de coördinaten, zoals die tijdens de voorbewerking zijn getransformeerd, verwerkt als waarnemingen. In tegenstelling tot de voorbewerking kunnen bij deze vereffening naast aansluitingspunten ook aansluitingsrelaties worden benut voor de bepaling van transformatieparameters.

Door een vereffening van de aansluitingspunten of door het overnemen van de coördinaten van aansluitingspunten uit een ander puntenveld (na een overbepaalde transformatie) verandert de ligging van de aansluitingspunten ten opzichte van de vrije punten in het te vernieuwen puntenveld. Wanneer de relatieve precisie tussen de punten niet mag verslechteren, moet ook de ligging van de vrije punten worden gecorrigeerd. Correcties aan de vrije punten kunnen worden berekend op basis van een interpolatie van de correcties die worden toegepast in de ligging van de aansluitingspunten. Deze *interpolatie van vrije punten* kan worden uitgevoerd:

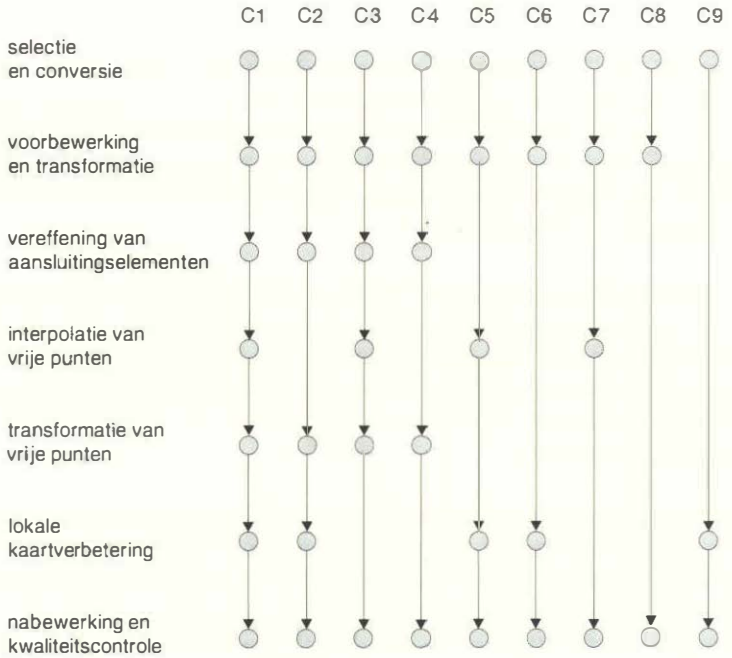
- direct na afloop van de voorbewerking als er geen aansluitingsvereffening wordt uitgevoerd òf
- na de vereffening van aansluitingselementen.

Een *lokale kaartverbetering* wordt uitgevoerd met het doel om de onderlinge ligging van punten te verbeteren. Hiervoor worden met name nabijheidsrelaties benut. Meetgegevens en geometrische relaties worden in samenhang met de betrokken coördinaten gemodelleerd en vereffend. Deze vereffening wordt ná de eventuele interpolatie van vrije punten uitgevoerd omdat anders door de interpolatie het resultaat van de vereffening zou worden verstoord.

Elk vernieuwingsproces wordt afgesloten met een *nabewerking en kwaliteitscontrole*. Het eindresultaat is een vernieuwde kaart die vaak uit meerdere puntenvelden is samengesteld. Hierin kunnen door diverse omstandigheden nog tegenspraken en overbodige of dubbele gegevens aanwezig zijn. Deze moeten worden opgespoord en geëlimineerd. Met een kwaliteitscontrole kan tenslotte worden vastgesteld of het eindresultaat voldoet aan de gestelde eisen met betrekking tot de geometrische kwaliteit.

8.2.2 Combinaties van deelprocessen

Afhankelijk van de doelstelling van een kaartvernieuwing worden niet altijd alle onderscheiden deelprocessen uitgevoerd. In figuur 8.6 zijn de mogelijke combinaties van deelprocessen schematisch weergegeven. Bij elke combinatie worden de betrokken deelprocessen in dezelfde volgorde uitgevoerd. Voor elk van de combinaties C1 tot en met C9 worden hierna voorbeelden gegeven van mogelijke toepassingen.



Figuur 8.6: Combinaties van deelprocessen.

C1 Alle onderscheiden deelprocessen worden uitgevoerd. Deze combinatie kan worden toegepast voor het vernieuwen van een kadastrale kaart met behulp van een digitale GBKN en aanvullende reconstructiegegevens en meer in het algemeen voor elke vernieuwing waarbij:

- meer dan twee puntenvelden gelijktijdig worden aangesloten;
- relatief veel aansluitingspunten worden gebruikt;
- de relatieve precisie tussen de aansluitingspunten en vrije punten niet mag verslechteren;
- maten en relaties beschikbaar zijn voor een noodzakelijke verbetering van de precisie.

Deze combinatie kan ook worden toegepast wanneer gebruik wordt gemaakt van aansluitingspunten met grote verschillen in precisie of wanneer naast aansluitingspunten ook aansluitingsrelaties worden benut voor de aansluiting van puntenvelden.

C2 Een variant van C1 waarbij geen interpolatie van de vrije punten wordt uitgevoerd, bijvoorbeeld omdat de residuen in de aansluitingspunten klein zijn in verhouding tot de voor de vernieuwing vereiste precisie. In dat geval zal meestal ook geen verdere structurele kaartverbetering nodig zijn en zal de lokale kaartverbetering beperkt blijven tot bijvoorbeeld correcties voor de rechthoekige afbeelding van gebouwen of voor de collineariteit van punten van verschillende lijnelementen. Deze variant kan bijvoorbeeld worden toegepast voor de vernieuwing van een hermeten kaart in combinatie met een GBKN wanneer voor de aansluiting ook aansluitingsrelaties worden benut of wanneer zowel in de kadastrale kaart als de GBKN vormveranderingen zijn toegestaan.

C3 Een variant van C1 waarbij geen structurele kaartverbetering nodig is maar waarbij de relatieve precisie van aansluitingspunten en vrije punten niet mag verslechteren. Er wordt nu geen lokale kaartverbetering uitgevoerd maar wel een interpolatie van vrije punten. Deze variant leent zich bijvoorbeeld voor de samenvoeging van een kadastrale kaart en een topografische kaart waarbij voor de aansluiting ook aansluitingsrelaties worden gebruikt.

C4 Deze combinatie wordt toegepast als de precisie van de vrije punten geen verbetering behoeft en bijvoorbeeld meerdere puntenvelden met een gelijkwaardige precisie gelijktijdig worden aangesloten. Een praktisch voorbeeld is de aansluiting van twee of meer reconstructiebestanden in verschillende lokale stelsels waarbij vormveranderingen kunnen optreden in de ligging van de aansluitingspunten in alle betrokken puntenvelden.

C5 De aansluiting wordt hier, evenals bij de combinaties C6, C7 en C8, gebaseerd op een overbepaalde transformatie waarbij géén rekening wordt gehouden met eventuele verschillen in precisie tussen de aansluitingspunten en waarbij geen aansluitingsrelaties worden benut. Deze combinatie kan worden toegepast voor de vernieuwing van een niet-hermeten of een kwalitatief slecht hermeten kadastrale kaart die wordt aangesloten aan grondslagpunten in het RD-stelsel of aan punten met een gelijkwaardige precisie uit een digitale GBKN. De vrije punten worden vervolgens gecorrigeerd door middel van een interpolatie van de vrije punten en verbeterd met een lokale kaartverbetering.

C6 Een variant van C5 waarbij de verbetering na de overbepaalde transformatie uitsluitend wordt gebaseerd op een lokale kaartverbetering. Deze combinatie leent zich bijvoorbeeld voor de conversie van een hermeten kadastrale kaart waarbij na de transformatie van de gedigitaliseerde coördinaten gebouwen rechthoekig worden gemaakt en aanvullend meetgegevens met betrekking tot nabijheidsrelaties worden vereffend.

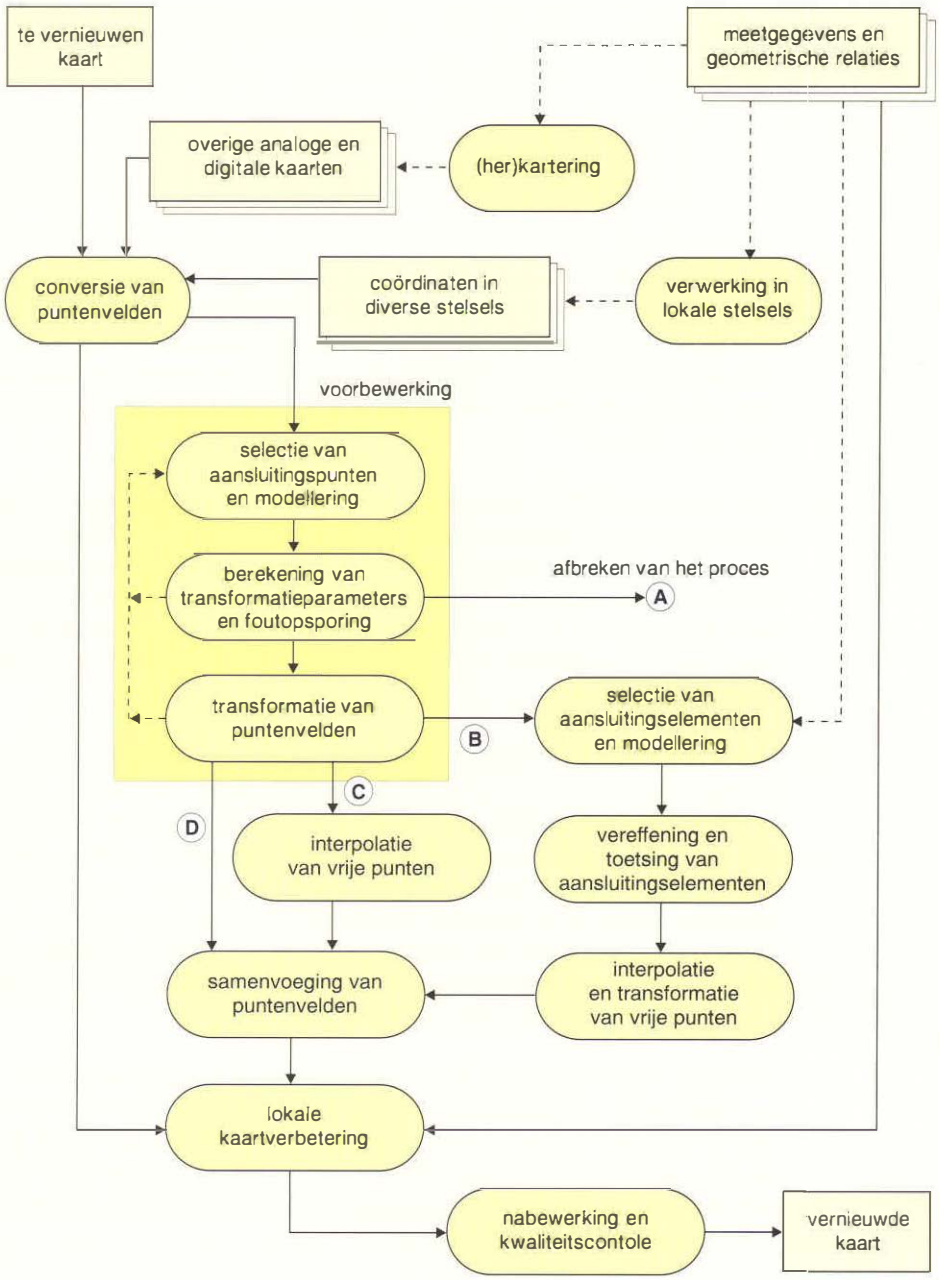
C7 Een variant van C5 waarbij in dit geval een mogelijke verbetering van de vrije punten uitsluitend wordt gebaseerd op een interpolatie van vrije punten. Deze combinatie kan met name worden toegepast bij de toevoeging van een kwalitatief slecht puntenveld aan een goed puntenveld zoals dat het geval is bij de toevoeging van kaartelementen uit een kleinschalige kaart (bijvoorbeeld een kaart met bodemprofielen) aan de kadastrale kaart of de GBKN, als geen gebruik wordt gemaakt van aansluitingsrelaties.

C8 Deze combinatie betreft de kaartconversie, of wel de A-D conversie zoals die gedefinieerd is in § 8.1.2. Hierbij wordt een transformatie uitgevoerd zonder verdere vormveranderingen. Deze combinatie kan worden toegepast bij het digitaliseren van analoge kaarten waarvan de precisie niet behoeft te worden verbeterd. Vaak zullen nog wel verbeteringen nodig zijn om de bladgrenzen van aansluitende kaartbladen op elkaar af te stemmen. In principe kan deze afstemming tijdens de nabewerking worden uitgevoerd. Een dergelijke afstemming wordt echter bij voorkeur uitgevoerd met een lokale kaartverbetering (bijvoorbeeld met de combinatie C6), omdat dit een kwalitatief beter resultaat oplevert.

C9 Dit is een bijzondere vorm van kaartvernieuwing waarbij naast de te vernieuwen kaart geen andere puntenvelden worden benut. De onderlinge ligging van de punten wordt verbeterd op basis van een vereffening van meetgegevens en geometrische relaties. Kaarten die in eerste instantie uitsluitend zijn geconverteerd (combinatie C8), maar nog niet voldoen aan de gewenste kwaliteit, kunnen op deze wijze op een later tijdstip alsnog worden verbeterd.

8.2.3 Beschrijving van deelprocessen

De verschillende deelprocessen worden hierna beschreven aan de hand van een toelichting op het schema in figuur 8.7. In dit algemene schema zijn de opeenvolgende activiteiten weergegeven waarmee een kaartvernieuwingsproces gefaseerd kan worden uitgevoerd. Ook de meer eenvoudige vernieuwingen, waarbij niet alle deelprocessen worden uitgevoerd, zijn op basis van dit schema te beschrijven. De in het schema gemarkeerde letters A, B, C en D verwijzen naar de keuzemogelijkheden die er zijn na afloop van de voorbewerking (zie § 8.2.3.3).



Figuur 8.7: Fasering van het vernieuwingsproces.

8.2.3.1 Selectie en conversie

Onderscheid van gegevens

Bij de kaartvernieuwing wordt een onderscheid gemaakt tussen:

- kaarten en puntenvelden in diverse coördinatenstelsels;
- meetgegevens en geometrische relaties.

De te vernieuwen kaart kan in een analoge of digitale vorm beschikbaar zijn. Naast de te vernieuwen kaart kunnen één of meer van de navolgende kaarten of puntenvelden worden betrokken:

- een andere bestaande analoge kaart, een deel daarvan of een grootschalige zelfstandige kartering;
- een kaart in digitale vorm, bijvoorbeeld de GBKN, of een selectie daaruit;
- een afzonderlijke verzameling coördinaten van grondslagpunten of ruitkruizen;
- een analoog of digitaal veldwerk met coördinaten van grenspunten.

Tenminste één van de puntenvelden of één van de kaarten in digitale vorm is gedefinieerd in het coördinatenstelsel van het gewenste eindprodukt. Ook als meerdere kaarten of puntenvelden in hetzelfde coördinatenstelsel zijn gedefinieerd, is het van belang om de betrokken puntenvelden op elkaar aan te sluiten en af te stemmen.

Meetgegevens en geometrische relaties worden in het algemeen bepaald als onderdeel van een terrestrische detailmeting. Voor de vernieuwing van een kadastrale kaart zijn in veel situaties reconstructiegegevens beschikbaar in het veldwerkarchief. De aanwezigheid van geometrische relaties kan echter ook worden gebaseerd op andere feitenkennis met betrekking tot de kaartinhoud, zoals de rechthoekigheid van gebouwen of het samenvallen van kaartbladgrenzen. Soms is een detailmeting reeds vereffend als vrij net waardoor coördinaten in een lokaal stelsel beschikbaar zijn. Ten behoeve van de kaartverbetering kunnen ook nieuwe meetgegevens en relaties worden verzameld, bijvoorbeeld in het kader van een kadastrale vernieuwing.

Selectie en conversie van puntenvelden

De verschillende kaarten en puntenvelden die beschikbaar zijn voor het vernieuwingsproces verschillen in het algemeen van elkaar qua fysieke vorm, structuur en inhoud. Een conversie moet leiden tot één of meer digitale bestanden waarin de verschillende puntenvelden herkenbaar en op eenduidige wijze zijn opgenomen, zodanig dat er voor de kaartvernieuwing de nodige selecties en rekenprocessen mee kunnen worden uitgevoerd. Alle analoge kaarten zullen in een digitale vorm moeten worden omgezet. De analoge kaarten worden hiertoe gedigitaliseerd of gescand en vervolgens gevectoriseerd (zie appendix D). Ook de betrokken digitale puntenvelden zullen in het algemeen moeten worden aangepast om ze geschikt te maken voor de verdere bewerking.
De conversie kan zich ook beperken tot een deel van een kaart of tot bepaalde objecten, bijvoorbeeld alleen gebouwen of alleen grenzen, omdat niet alle objecten in het eindresultaat worden opgenomen.
Het is daarnaast van belang om bij de conversie van de gegevens al te onderkennen welke punten kunnen fungeren als aansluitingspunt. Zo zal bijvoorbeeld bij de conversie van een analoge kaart moeten worden beslist of ruitkruizen moeten worden gedigitaliseerd om ze in een volgende fase als aansluitingspunt te kunnen benutten.
Wanneer identieke objecten in meerdere puntenvelden of kaarten beschikbaar zijn met een sterk verschillende precisie, kan worden overwogen om de kwalitatief minder goede objecten alleen te converteren voor zover deze van belang zijn voor de aansluiting. Wanneer bijvoorbeeld een niet-hermeten kadastrale kaart wordt vernieuwd met gebruikmaking van een GBKN, kan de conversie van de gebouwen in de kadastrale kaart worden beperkt tot enkele hoekpunten die vervolgens als aansluitingspunt worden benut. In een dergelijke situatie zullen in het eindresultaat doorgaans alleen de gebouwen van de GBKN worden opgenomen.

Selectie van meetgegevens en geometrische relaties

Het is niet noodzakelijk om in elke situatie aanvullende meetgegevens en geometrische relaties te betrekken. Dit is afhankelijk van de eisen die aan het vernieuwingsproces worden gesteld. Meetgegevens en geometrische relaties kunnen op één van de navolgende wijzen worden benut:

1 Voor een herkartering van (delen van) een te vernieuwen kaart in een nieuwe meetkundige grondslag of in een bestaande kaart met een goede geometrische kwaliteit (bijvoorbeeld de GBKN).
2 Voor de berekening van coördinaten in een lokaal stelsel door middel van constructie (zonder vereffening) of op basis van een vereffening.

3 Als aansluitingsrelatie voor de verbetering van de aansluiting van puntenvelden.
4 Voor een lokale kaartverbetering die gericht is op een verbetering van de onderlinge ligging van punten.

De onder 1 en 2 genoemde activiteiten gaan vooraf aan de voorbewerking van puntenvelden. Deze activiteiten zijn erop gericht om nieuwe kwalitatief goede coördinaten te bepalen van een relatief groot aantal punten in een aaneengesloten deelgebied. Bij een dergelijke verwerking ontstaat een gemuteerd puntenveld of een nieuw puntenveld dat vervolgens bij het vernieuwingsproces wordt betrokken op dezelfde wijze als andere bestaande kaarten en puntenvelden. Hoewel hierdoor belangrijke verbeteringen kunnen worden bereikt, worden deze activiteiten niet inhoudelijk behandeld in dit hoofdstuk omdat het een verwerking betreft zoals die plaatsvindt in het kader van de verwerking van een terrestrische detailmeting (zie hiervoor § 6.3).

De meetgegevens en geometrische relaties voor de toepassingen onder 3 en 4 hebben betrekking op nabijheidsrelaties. Bij elke nabijheidsrelatie is een beperkt aantal punten betrokken. Er bestaat niet altijd een onderling verband tussen de verschillende nabijheidsrelaties zodat een vereffening als vrij net niet mogelijk is. Daarom worden de meetgegevens en geometrische relaties in dit geval in samenhang met de gegeven coördinaten vereffend tijdens het deelproces voor de vereffening van aansluitingselementen of het deelproces voor de lokale kaartverbetering.

8.2.3.2 Voorbewerking en transformatie

Bij de voorbewerking en transformatie zijn uitsluitend puntenvelden betrokken. Dit deelproces omvat de navolgende activiteiten:
- selectie van aansluitingspunten en modellering van een transformatie;
- berekening van transformatieparameters en residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten;
- opsporing en eliminatie van identificatiefouten en andere grove fouten in de aansluitingspunten;
- opsporing van deelgebieden met een verschillende of een inhomogene kwaliteit en eventuele splitsing in deelgebieden;
- transformatie van aansluitingspunten en vrije punten naar het gewenste coördinatenstelsel, meestal het RD-stelsel.

Met deze laatstgenoemde activiteit wordt het uiteindelijke doel van dit deelproces gerealiseerd: de coördinaten van alle punten uit de betrokken puntenvelden moeten beschikbaar zijn (bij benadering) in het gewenste coördinatenstelsel. De coördinaten van aansluitingspunten kunnen in een volgend deelproces worden verbeterd door het uitvoeren van een aansluitingsvereffening. In § 8.3.4 zullen echter ook situaties worden onderkend waarbij de kwaliteit van deze coördinaten niet kan of behoeft te worden verbeterd en een aansluitingsvereffening achterwege wordt gelaten.

Voor de opsporing van mogelijke fouten is een overtallig aantal aansluitingspunten nodig. Als functiemodel wordt het model van de Helmert-transformatie gekozen (zie § 4.4.3). Hierbij wordt een kansmodel gehanteerd op basis van de aanname dat de coördinaten in het ene puntenveld niet stochastisch zijn en de precisie van de coördinaten in het andere puntenveld met een geschaalde eenheidsmatrix kan worden beschreven. Grove fouten en met name mogelijke fouten in de identificatie van punten kunnen nu worden opgespoord door een toetsing op basis van de residuen na de vereffening. Systematische vervormingen (bijvoorbeeld een affiene vervorming) en deelgebieden met een

sterk verschillende of een inhomogene kwaliteit kunnen worden gesignaleerd op basis van een visuele beoordeling van de structuur van de residuen (zie hiervoor ook § 4.7.5). Deze beoordeling kan leiden tot:

- de keuze van andere aansluitingspunten;
- de keuze van een affiene transformatie;
- een aanpassing van de aangenomen precisie;
- de splitsing van een puntenveld in deelgebieden;
- de herkartering van kaartsituaties.

Deze beslissingen zijn niet altijd en uitsluitend te baseren op de toetsingsresultaten. Het gebruik van programmatuur met een grafisch interface kan dit beslissingsproces in hoge mate ondersteunen. Bij keuze van andere aansluitingspunten of een andere transformatie en na splitsing van een puntenveld, zal de voorbewerking van puntenvelden opnieuw moeten worden uitgevoerd. Door een herhaalde uitvoering kunnen de effecten worden beoordeeld van verschillende keuzemogelijkheden en kan de invloed van veronderstelde fouten worden nagegaan.

Bij een kaartvernieuwing is de identificatie van aansluitingspunten niet altijd alleen van belang voor een juiste transformatie; *alle* identieke punten in de verschillende puntenvelden zullen moeten worden gesignaleerd als er na afloop van het gehele proces geen tegenspraken mogen bestaan tussen de coördinaten van deze punten.
Na een eerste transformatie zijn alle puntenvelden bij benadering in het gewenste coördinatenstelsel gedefinieerd. Hierdoor ontstaat bij een herhaalde voorbewerking tevens de mogelijkheid om identieke punten uit verschillende puntenvelden op te sporen op grond van geringe coördinaatverschillen tussen punten.
De opsporing op basis van een vergelijking van de onderlinge ligging van punten kan op eenvoudige wijze automatisch worden uitgevoerd. Bij een automatische opsporing zal uiteraard ook de mogelijkheid moeten bestaan om (interactief) geselecteerde punten weer te elimineren als aansluitingspunt.

Bij beschikbaarheid van meer dan twee puntenvelden wordt de voorbewerking in stappen uitgevoerd op de wijze zoals beschreven in § 4.4.7.
Na afloop van de voorbewerking en de transformatie naar het gewenste stelsel moet elk puntenveld nog steeds als afzonderlijk puntenveld worden beschouwd. In de verschillende puntenvelden hebben identieke punten nog geen identieke coördinaten.

8.2.3.3 Keuzemogelijkheden na afloop van de voorbewerking

Afhankelijk van de resultaten en bevindingen tijdens de voorbewerking kan het kaartvernieuwingsproces worden voortgezet of afgebroken. Hierbij zijn de navolgende beslissingen mogelijk (in figuur 8.7 met de betreffende letter aangegeven):

A *Het proces wordt afgebroken* wanneer op grond van de omvang en structuur van de residuen na de transformatie geen eindresultaat kan worden verwacht dat voldoet aan de gestelde kwaliteitseisen. Een vernieuwing die wel aan de eisen voldoet zal pas mogelijk worden wanneer aanvullende gegevens beschikbaar zijn voor een (her)kartering of voor het creëren van een nieuw puntenveld.

B Tegenspraken tussen de coördinaten van aansluitingspunten worden geëlimineerd door een *aansluitingsvereffening*. Hierbij wordt een verfijnder kansmodel gekozen dan tijdens de voorbewerking. Bovendien kunnen aansluitingsrelaties worden gebruikt als aansluitingselement. Het resultaat van deze vereffening is vervolgens bepalend voor de verdere transformatie en de eventuele correctie van de coördinaten van de vrije punten op basis van een interpolatie van de residuen na de aansluitingsvereffening.

C Het rekenmodel waarmee de puntenvelden zijn getransformeerd behoeft geen verbetering of kan niet worden verbeterd. Er wordt nu *geen aansluitingsvereffening* uitgevoerd. De coördinaten van de aansluitingspunten uit één van de puntenvelden worden aangehouden. De coördinaten van de vrije punten worden gecorrigeerd op basis van een *interpolatie* van de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten na de overbepaalde transformatie.

D Het rekenmodel wordt niet verbeterd. Er wordt *geen aansluitingsvereffening* uitgevoerd en de *vrije punten worden niet gecorrigeerd* door de interpolatie van de residuen. Hierdoor blijven discrepanties bestaan in de onderlinge ligging van aansluitingspunten en vrije punten.

Wanneer meer dan twee puntenvelden zijn betrokken bij de kaartvernieuwing, of wanneer tijdens de voorbewerking een puntenveld is gesplitst in deelgebieden, wordt voor elke combinatie van twee puntenvelden een afzonderlijke beslissing genomen over de voortzetting van het proces.

Na uitvoering van de onder B, C of D genoemde activiteiten, kan het proces worden voortgezet met een lokale kaartverbetering. Vervolgens wordt elk kaartvernieuwingsproces afgesloten met een nabewerking en kwaliteitscontrole.

8.2.3.4 Vereffening van aansluitingselementen

Selectie en modellering

Bij de aansluitingsvereffening worden uitsluitend aansluitingselementen vereffend. Een vereffening van vrije punten is niet mogelijk omdat er geen correlaties bekend zijn. Als aansluitingselementen worden minimaal dezelfde aansluitingspunten gebruikt als bij de transformatie tijdens de voorbewerking. Voor een verbetering van de aansluiting kunnen aanvullende voorwaarden worden gespecificeerd met behulp van aansluitingselementen in de vorm van aansluitingsrelaties tussen punten uit verschillende puntenvelden.

Voor elk aan te sluiten puntenveld wordt een transformatie gekozen: een gelijkvormigheidstransformatie of een affiene transformatie. In eerste instantie wordt dezelfde soort transformatie toegepast als tijdens de voorbewerking. Bij een selectie van aansluitingsrelaties moeten waarnemingsvergelijkingen worden opgesteld waarin het functionele verband tussen de aansluitingsrelaties en de coördinaten van de betrokken punten wordt gespecificeerd. In tegenstelling tot de voorbewerking kunnen de punten nu met een verschillende precisie worden gespecificeerd en kunnen de punten uit alle betrokken puntenvelden als stochastische waarnemingen worden gemodelleerd.

Vereffening en toetsing

Bij de vereffening van aansluitingselementen zijn vaak meer gegevens betrokken dan bij de transformatie tijdens de voorbewerking. Bovendien wordt veelal een verbeterd kansmodel gehanteerd. Daarom kan bij deze vereffening een scherpere toetsing worden uitgevoerd. De toetsing wordt gebaseerd op een kleinste-kwadraten vereffening. Als waarnemingen fungeren alle aansluitingselementen (aansluitingspunten, aansluitingsrelaties en alle daarbij betrokken punten). Voor de te vereffenen punten uit de aan te sluiten puntenvelden worden als waarnemingen de coördinaten gehanteerd zoals deze na afloop van de voorbewerking zijn getransformeerd naar het gewenste stelsel.

Bij de beoordeling van de resultaten is een grafische presentatie van residuen en toetsingsgrootheden een goed hulpmiddel. Afhankelijk van de resultaten bij de toetsing kan het nodig zijn om ook de vereffening van aansluitingselementen te herhalen. Na een zorgvuldige voorbewerking zal het aantal herhalingen echter beperkt zijn.

Na afloop van de toetsing worden de definitieve coördinaten berekend van alle punten die bij aansluitingsrelaties zijn betrokken en van de (overige) aansluitingspunten. Wanneer in één van de puntenvelden geen vormveranderingen mogen worden toegepast, wordt de modellering gewijzigd. Voor de berekening van transformatieparameters en coördinaten wordt dan een vereffening uitgevoerd waarbij de coördinaten uit het niet te vervormen puntenveld niet worden gewijzigd.
Het resultaat van de vereffening omvat:
- de coördinaten van de punten die als aansluitingselement zijn vereffend;
- per puntenveld de residuen van de vereffende coördinaten;
- transformatieparameters voor een hernieuwde transformatie van de vrije punten.

8.2.3.5 Interpolatie en transformatie van vrije punten

Als de relatieve precisie tussen de punten die als aansluitingselement zijn vereffend en de vrije punten niet mag verslechteren, zullen als regel ook de coördinaten van de vrije punten een correctie moeten ondergaan, afhankelijk van de residuen van de vereffende coördinaten. In § 4.6 is hiertoe de vereffening van vrije punten behandeld. Een dergelijke vereffening van vrije punten is bij een kaartvernieuwing niet toepasbaar omdat in de regel de correlatie tussen de betrokken punten niet bekend is. In de praktijk worden daarom benaderingsmethoden gekozen waarbij de vrije punten per puntenveld worden gecorrigeerd op basis van een interpolatie van residuen. Voor deze interpolatie bestaan verschillende methoden (zie onder andere [Wiens, 1986]).

In de opzet van dit hoofdstuk is gekozen voor een kleinste-kwadraten interpolatie met behulp van een kunstmatrix waarin covarianties kunstmatig worden gemodelleerd. In § 4.8 is een dergelijke interpolatie behandeld waarbij de Baarda-Alberda matrix als kunstmatrix wordt gehanteerd. Daarnaast wordt in § 8.7 ook een kunstmatrix behandeld waarbij covarianties uitsluitend worden gespecificeerd tussen nabijgelegen punten. Een dergelijke kunstmatrix kan bijvoorbeeld worden toegepast wanneer de betreffende punten oorspronkelijk in samenhang met elkaar zijn gemeten en verwerkt in het betreffende puntenveld.

Wanneer geen vereffening van aansluitingselementen is uitgevoerd, worden voor de interpolatie de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten benut die zijn berekend tijdens de voorbewerking. Wanneer wel een vereffening van aansluitingselementen is uitgevoerd, worden de residuen gebruikt uit deze vereffening en volgt ná de interpolatie per puntenveld nog de hernieuwde transformatie van de vrije punten met de transformatieparameters die zijn bepaald tijdens de vereffening van aansluitingselementen.

8.2.3.6 Lokale kaartverbetering

Bij verwerking van meerdere puntenvelden worden deze voorafgaand aan de lokale kaartverbetering samengevoegd zodat één puntenveld ontstaat in het gewenste coördinatenstelsel. Vervolgens kan een lokale kaartverbetering worden uitgevoerd om de onderlinge ligging van punten te verbeteren. Hiertoe worden meetgegevens en geometrische relaties vereffend in samenhang met de coördinaten van de punten waaraan de meetgegevens en relaties zijn gerelateerd. Het gaat hierbij om gegevens en relaties met betrekking tot relatief eenvoudige nabijheidsrelaties zoals:
- de kortgesloten maat tussen een hoekpunt van een gebouw en een grens;
- het samenvallen of de evenwijdigheid van een gevel en een grens;
- de rechthoekigheid van de omtrek van een gebouw.

Een structurele verbetering van punten die nog niet de vereiste precisie hebben, wordt mogelijk wanneer kwalitatief goede meetgegevens beschikbaar zijn, terwijl voorts een aantal van de hierbij betrokken punten wel de vereiste precisie heeft. Zo kunnen bijvoorbeeld ook punten worden benut die in een voorgaand deelproces als aansluitingspunt zijn verwerkt.
De lokale kaartverbetering kan zodanig worden uitgevoerd dat de coördinaten van een aansluitingspunt niet (opnieuw) worden gewijzigd.
Dit deelproces kan voorts worden toegepast voor de verbetering van een bestaande digitale kaart als hiervoor uitsluitend nabijheidsrelaties worden benut en geen aanvullende puntenvelden worden verwerkt (combinatie C9 in figuur 8.6).

8.2.3.7 Nabewerking en kwaliteitscontrole

Na afloop van alle voorgaande deelprocessen zullen in het algemeen nog diverse bewerkingen moeten plaatsvinden voor de realisatie van een eindprodukt waarin, behalve een eenduidige geometrie, ook identificerende, thematische en beschrijvende gegevens naar behoren zijn opgenomen. De nabewerking moet leiden tot een topologisch juist bestand waarin alle objecten en relaties tussen objecten eenduidig zijn gedefinieerd en correcte attributen zijn opgenomen. De behandeling in de HTW wordt beperkt tot de geometrische aspecten.

Het eindresultaat van het kaartvernieuwingsproces is een puntenveld dat als regel uit meerdere puntenvelden is samengesteld. Hierin kunnen door diverse omstandigheden nog tegenspraken en overbodige gegevens aanwezig zijn. Er kunnen punten en lijnelementen voorkomen uit verschillende puntenvelden waarbij de liggingsgegevens verschillen terwijl het *fysiek identieke elementen* zijn. Dit betreft in feite aansluitingselementen die niet bij een vereffening van aansluitingselementen zijn betrokken, bijvoorbeeld omdat hierbij niet alle potentiële elementen zijn gebruikt of omdat alleen elementen zijn gebruikt met een hoge precisie. Daarnaast kunnen ook elementen zijn overgenomen die niet fysiek maar wel *geometrisch identiek* zijn. Een voorbeeld hiervan is een kant van een wegverharding of een gevel van een gebouw die samen behoort te vallen met een eigendomsgrens. De identificatie van dergelijke elementen en het elimineren van tegenspraken in de ligging wordt aangeduid als de *afstemming* van de inhoud van verschillende kaarten. Door deze afstemming kan de ligging van een kwalitatief slecht bepaalde eigendomsgrens worden verbeterd wanneer uit terrestrische waarnemingen blijkt dat deze grens overeen komt met een kwalitatief goed bepaalde topografische grens uit een ander puntenveld. Er moet dan wel de zekerheid bestaan dat deze topografische grens sinds het ontstaan van de kadastrale grens niet is gewijzigd.
De tegenspraken in de ligging van identieke elementen worden getoetst. Afhankelijk van de precisie van de elementen kan de ligging van deze elementen vervolgens worden gewijzigd. Bij een groot verschil in precisie of bij het verwerpen van de uitgevoerde toets kan de ligging van één van de elementen worden aangehouden.

De geometrische kwaliteit van het eindresultaat is de resultante van de kwaliteit van de gebruikte gegevens en de invloed van de opeenvolgende bewerkingen in de verschillende deelprocessen, met inbegrip van de nabewerking van het eindresultaat. Met een kwaliteitscontrole kan worden vastgesteld of het eindresultaat voldoet aan de gestelde eisen met betrekking tot de geometrische kwaliteit.

8.3 Algemene richtlijnen

Bij een kaartvernieuwing moeten in de diverse fasen van het werkproces keuzen worden gemaakt voor het specificeren van werkmethoden, het selecteren van gegevens en het accepteren of verwerpen van gegevens. In deze paragraaf worden hiertoe algemeen geldende praktische richtlijnen gegeven. In relatie met het schema in figuur 8.7 komen de navolgende activiteiten en deelprocessen aan de orde:

- keuze van puntenvelden;
- selectie van aansluitingspunten;
- transformatie en foutopsporing tijdens de voorbewerking;
- keuze van deelprocessen ná de voorbewerking;
- selectie van aansluitingselementen;
- vereffening van aansluitingselementen;
- interpolatie van vrije punten;
- lokale kaartverbetering;
- nabewerking.

In de resterende paragrafen (§ 8.4 t/m § 8.9), waarin de rekenprocessen worden behandeld, zullen deze richtlijnen nader worden uitgewerkt.

8.3.1 Keuze van puntenvelden

Naast het te vernieuwen puntenveld moeten bij alle onderscheiden combinaties van deelprocessen één of meer aanvullende puntenvelden worden betrokken, met uitzondering van de combinatie C9 (figuur 8.6). Alle puntenvelden die bij de aansluiting worden betrokken moeten een overtallig aantal aansluitingspunten bevatten. Wanneer twee puntenvelden in hetzelfde coördinatenstelsel zijn gedefinieerd maar onafhankelijk van elkaar zijn opgebouwd, worden deze puntenvelden niet samengevoegd maar behandeld als afzonderlijke puntenvelden.

Voor het transformeren van het te vernieuwen puntenveld (bijvoorbeeld bij een kaartconversie) en voor het realiseren van een kaartverbetering worden uitsluitend aanvullende puntenvelden betrokken waarvan de precisie ten minste gelijk is aan de vereiste precisie. Als de precisie van een puntenveld niet goed bekend is, kan vooraf een kwaliteitsanalyse worden uitgevoerd op de wijze zoals is beschreven in § 9.5.

Wanneer een omvangrijk nieuw puntenveld met een goede precisie in een lokaal stelsel moet worden aangesloten aan een puntenveld met een slechtere precisie in het RD-stelsel, zal de puntprecisie van het nieuwe puntenveld in het algemeen verslechteren. Dit behoeft geen bezwaar te zijn als het betreffende puntenveld in het RD-stelsel voldoet aan de vereiste precisie. Om een verslechtering van het aan te sluiten puntenveld te voorkomen kan in dergelijke situaties eventueel gebruik worden gemaakt van een derde puntenveld dat bestaat uit aansluitingspunten met een goede precisie in het RD-stelsel, zodat beide andere puntenvelden hieraan aangesloten kunnen worden.

Voor een kaartverbetering worden bij voorkeur aanvullende puntenvelden benut die:

- het te vernieuwen gebied geheel omvatten of anders voor een zo groot mogelijk gedeelte;
- veel punten en objecten bevatten die overeenkomen ofwel vermoedelijk overeenkomen met punten en objecten in het te vernieuwen puntenveld.

Zo wordt bijvoorbeeld voor de verbetering van een kadastrale kaart gebruik gemaakt van:

- een digitale GBKN of een andere grootschalige kaart met een voldoende precisie die het te vernieuwen gebied volledig bedekt;
- reconstructiebestanden met coördinaten van grenzen en gebouwen in zo groot mogelijke deelgebieden van de kadastrale kaart;
- analoge karteringen op een schaal 1 : 1000 of (bij voorkeur) een grotere schaal van zo groot mogelijke deelgebieden van de kadastrale kaart (de zogenoemde zelfstandige karteringen).

Analoge kaarten worden gedigitaliseerd in een lokaal stelsel waarbij de coördinaten worden bepaald in de maateenheid en op de schaal van het gewenste eindresultaat (normaliter meters op de schaal 1 : 1). Wanneer het om een beperkt aantal elementen gaat, worden deze handmatig gedigitaliseerd. Een analoge kaart met een ongecompliceerd kaartbeeld wordt bij voorkeur gescand en vervolgens gevectoriseerd (zie appendix D).

Deelgebieden of onderdelen van een te verbeteren kaart worden niet betrokken bij de selectie en conversie als deze kunnen worden vervangen door aanvullende puntenvelden die voldoen aan of beter zijn dan de vereiste precisie. Bij de verbetering van een kadastrale kaart bijvoorbeeld zullen, bij beschikbaarheid van een GBKN, de gebouwen van de GBKN meestal in het eindresultaat worden opgenomen. In dit geval worden de gebouwen van de kadastrale kaart niet of niet volledig in het vernieuwingsproces betrokken. Een aantal hoekpunten van deze gebouwen kan nog nodig zijn als aansluitingspunt.

8.3.2 Selectie van aansluitingspunten

Wanneer meerdere puntenvelden worden gebruikt, moeten in alle puntenvelden aansluitingspunten worden geselecteerd. Als aansluitingspunten komen alleen punten in aanmerking waarvan de idealisatieprecisie beter is dan de voor vernieuwing vereiste puntprecisie. In volgorde van voorkeur komen hiervoor in aanmerking:

- grondslagelementen;
- overige goed identificeerbare punten van de harde topografie;
- overige punten.

Bij analoge kaarten die reeds in het gewenste coördinatenstelsel zijn gekarteerd, kunnen ruitkruizen als aansluitingspunt worden gebruikt. Dit is echter alleen toegestaan wanneer de precisie van de betreffende kaart niet behoeft te worden geanalyseerd of verbeterd. Voor een analyse van de precisie of voor een kaartverbetering zijn altijd aansluitingspunten nodig die deel uitmaken van de afgebeelde terreinelementen in de kaart. Wanneer bijvoorbeeld, als gevolg van een langdurige en frequente bijhouding, wordt getwijfeld aan de kwaliteit van een hermeten kadastrale kaart, moet voor een conversie gebruik worden gemaakt van aansluitingspunten die deel uitmaken van afgebeelde gebouwen en kadastrale grenzen.

Wanneer geen kaartverbetering nodig is, worden in eerste aanleg 4 tot 6 aansluitingspunten geselecteerd in puntenvelden met een doorsnee van maximaal 100 tot 200 meter. In grotere gebieden (gehele kaartbladen) worden minimaal 10 aansluitingspunten geselecteerd. De aansluitingspunten moeten langs de buitenzijde van het te transformeren puntenveld zijn gelegen op regelmatige afstanden van elkaar.

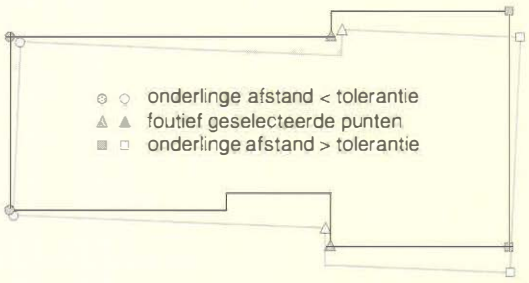
Wanneer een kaartverbetering wel noodzakelijk is of wanneer getwijfeld wordt aan de kwaliteit van de te vernieuwen kaart moeten aansluitingspunten verspreid zijn gelegen over het gehele aan te sluiten puntenveld. Bij grootschalige karteringen in landelijke gebieden wordt dan een aansluitingspunt geselecteerd in elke 4 tot 6 ha en in bebouwde gebieden globaal een aansluitingspunt in elke 0,5 ha. Bij kadastrale kaarten komt dit aantal aansluitingspunten gemiddeld overeen met 2 tot 3% van het totaal aantal punten van de te verbeteren kaart.

Voor de identificatie van kaartsituaties met een inhomogene kwaliteit moet 5 tot 10% van de punten in de betreffende situatie als aansluitingspunt beschikbaar zijn. Bij de verbetering van een niet-hermeten kadastrale kaart in bebouwd gebied zullen hiervoor bijvoorbeeld hoekpunten van praktisch alle gebouwen moeten worden geselecteerd.

Bij de samenvoeging van kaarten en voor de afstemming van de kaartinhoud zullen voor een homogeen eindresultaat in principe *alle* gemeenschappelijke punten en lijnelementen moeten worden opgespoord. In dit geval moeten tijdens de voorbewerking al zo veel mogelijk gemeenschappelijke punten worden opgespoord en worden verwerkt als aansluitingspunt.

Aansluitingspunten worden in eerste aanleg geïdentificeerd op grond van hun aard en lokatie in de afzonderlijke kaarten. Zo kan dezelfde hoek van een gebouw in verschillende kaarten eenvoudig visueel worden herkend. Vaak echter zullen op deze wijze niet voldoende aansluitingspunten worden gevonden en moeten er meer aansluitingspunten worden geselecteerd, met name wanneer een kaartverbetering noodzakelijk is. Door een voorlopige transformatie kunnen alle betrokken puntenvelden (bij benadering) in eenzelfde coördinatenstelsel worden gedefinieerd. Hierna kunnen gemeenschappelijke punten worden herkend op grond van hun onderlinge ligging. De opsporing van gemeenschappelijke punten kan dan voor een belangrijk deel worden geautomatiseerd, waardoor op een efficiënte wijze een maximum aantal potentiële aansluitingspunten beschikbaar komt. Punten van dezelfde aard uit verschillende puntenvelden, zoals de hoekpunten van gebouwen, worden hierbij als potentieel aansluitingspunt geselecteerd als de onderlinge afstand tussen deze punten kleiner is dan een vooraf gekozen tolerantie. Deze tolerantie wordt afgestemd op de precisie van de betrokken puntenvelden en in eerste aanleg gesteld op 2σ, waarbij σ overeen komt met de in § 8.3.3 gespecificeerde factor voor de schaling van de variantiematrix van de aansluitingspunten.

Bij verwerking van een hermeten kadastrale kaart en een GBKN in bebouwd gebied kan voor de opsporing van gemeenschappelijke hoekpunten van gebouwen een tolerantie van bijvoorbeeld 60 cm worden gehanteerd. Wanneer deze keuze een te gering aantal punten oplevert of een groot aantal niet identieke punten, wordt het proces herhaald met een gewijzigde tolerantie. Bij een te grote tolerantie zullen ook punten worden geïdentificeerd die niet identiek zijn; bij een te kleine tolerantie en bij een kaart met een inhomogene kwaliteit zullen niet alle identieke punten worden herkend maar bestaat ook de kans dat ten onrechte niet-identieke punten worden geïdentificeerd als aansluitingspunt. In figuur 8.8 is een voorbeeld gegeven van een foutieve identificatie. Daarom moet een automatische selectie altijd worden gevolgd door een visuele controle en moet de mogelijkheid bestaan om wijzigingen aan te brengen in een automatische selectie.



Figuur 8.8: Identificatie van aansluitingspunten op basis van afstandsverschillen.

8.3.3 Transformatie en foutopsporing

Bij de voorbewerking wordt eerst voor elke combinatie van twee puntenvelden een Helmert-transformatie toegepast (§ 4.4.3). Hierbij worden alle geselecteerde aansluitingspunten betrokken. Als variantiematrix van de coördinaten van de aansluitingspunten uit het te transformeren puntenveld (W) wordt een eenheidsmatrix gekozen die wordt geschaald met een factor σ^2, waarbij:

$$\sigma^2 = c_0(w) + c_0(z) + 2\bar{d}^2 \quad .$$

Hierin zijn $c_0(w)$ en $c_0(z)$ de karakteristieke c_0-parameters voor de puntprecisie van de betrokken puntenvelden en is $\bar{d}$ de gemiddelde standaardafwijking voor de idealisatieprecisie van de aansluitingspunten. De c_0-parameters worden gebaseerd op de in § 2.6 gespecificeerde precisie van detailpuntenvelden of op geregistreerde precisie-kenmerken van de puntenvelden. Wanneer de precisie van de aansluitingspunten niet goed bekend is, wordt σ^2 in eerste aanleg geraamd. Bij de beoordeling van de vereffeningsresultaten kan σ^2 eventueel worden bijgesteld op grond van de algemene toets van het model. Vervolgens kunnen grove fouten en fouten in de identificatie van aansluitingspunten worden opgespoord door alle coördinaten afzonderlijk te toetsen. Na elke wijziging van de aansluitingspunten wordt het rekenproces herhaald en wordt het effect van een wijziging beoordeeld.

Voor een goede analyse is het daarnaast van belang dat er een visuele beoordeling plaatsvindt van een grafische presentatie van de residuen, met name wanneer er veel aansluitingspunten zijn. In de afbeelding van de vectoren van de residuen zijn soms patronen herkenbaar die duiden op vervormingen.

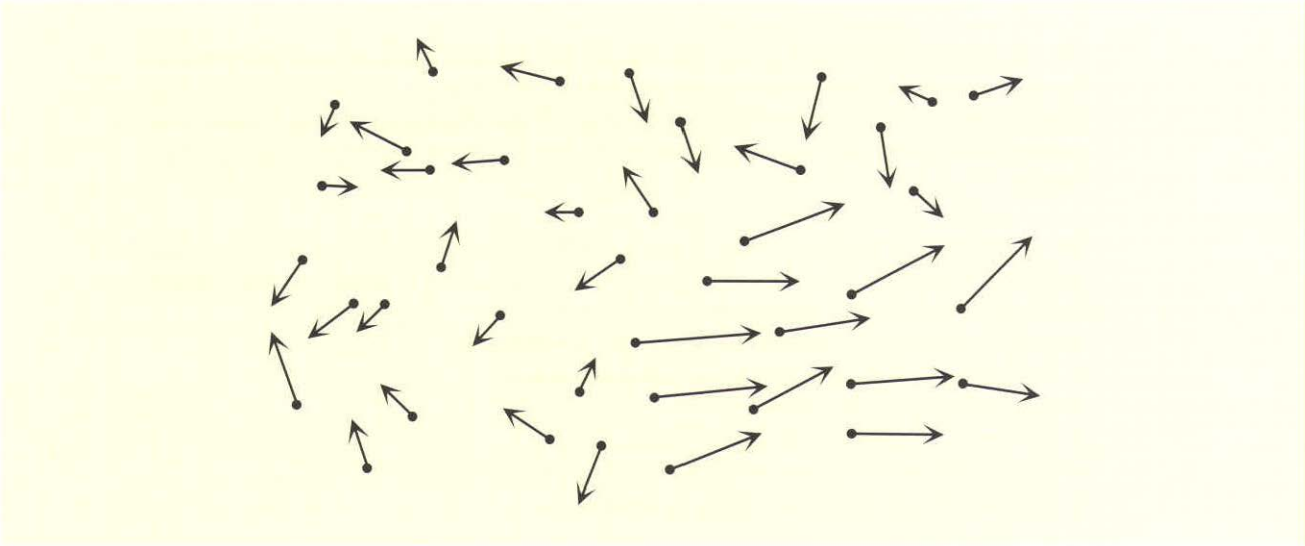
Wanneer één van de puntenvelden is ontstaan door het digitaliseren van een analoge kaart, kan hierin een affiene vervorming aanwezig zijn. Een affiene vervorming is herkenbaar aan een systematisch verschillend verloop van de lengte van de vectoren in twee richtingen die loodrecht op elkaar staan. Figuur 4.20 toont hiervan een voorbeeld. In dit geval wordt het rekenproces herhaald op basis van een affiene transformatie. Na deze transformatie zal in de presentatie van vectoren geen affiene vervorming meer herkenbaar zijn en zal een verbetering van het resultaat moeten blijken uit een ruimere aanvaarding van de algemene toets van het model. Als er geen significante verbetering ontstaat is de toepassing van de affiene transformatie niet zinvol.

Wanneer de vectoren in een deelgebied een samenhangende structuur of een afwijkend patroon vertonen, kan dit een aanwijzing zijn voor:

- een systematische vervorming die zich beperkt tot een deelgebied;
- verschillen in nauwkeurigheid per deelgebied.

De eerstgenoemde situatie kan zich met name voordoen wanneer een deelgebied als één samenhangend geheel gemeten en gekarteerd is in een bestaande kaart. Figuur 8.9 toont een voorbeeld waarbij de vectoren duiden op een verschuiving van een deelgebied ten opzichte van de omgeving. Wanneer in een deelgebied een systematische vervorming herkenbaar is, worden de aansluitingspunten in dit deelgebied afzonderlijk getransfor-

meerd. Wanneer deze transformatie resulteert in een significante verkleining van vectoren wordt het puntenveld, met inbegrip van de vrije punten, gesplitst in deelgebieden die in het verdere vernieuwingsproces als afzonderlijke puntenvelden worden verwerkt.



Figuur 8.9: Voorbeeld van een systematische vervorming in een deelgebied.

Wanneer de vectoren in een deelgebied structureel groter of kleiner zijn dan in de rest van het puntenveld, terwijl er geen systematische vervorming herkenbaar is, is dit een aanwijzing voor verschillen in de precisie per deelgebied. Het is in dit geval niet nodig om het puntenveld te splitsen als in een volgende fase een vereffening van aansluitingselementen wordt uitgevoerd waarbij deze verschillen in precisie kunnen worden gemodelleerd.

In een kaart met een inhomogene kwaliteit zal een enkele vector, of een aantal vectoren van bij elkaar gelegen punten, structureel groter zijn dan de vectoren in de omgeving (zie figuur 4.20), terwijl dit niet wordt veroorzaakt door identificatiefouten. Bij de toetsing van de aansluitingspunten zullen deze punten in het algemeen worden verworpen. Voorzover een verwerping niet het gevolg is van een van het gemiddelde afwijkende idealisatieprecisie, worden deze punten geëlimineerd als aansluitingspunt. Na het elimineren van punten moet worden nagegaan in hoeverre meer punten in de betreffende omgeving een ontoelaatbare kwaliteit vertonen. Hiervoor worden in de directe omgeving aanvullend aansluitingspunten geselecteerd en getoetst. Een verwerping van meer, goed identificeerbare aansluitingspunten in dezelfde omgeving duidt op een groter deelgebied met een inhomogene kwaliteit. Een inhomogeen deelgebied wordt begrensd door aansluitingspunten waarvan de toetsing wordt aanvaard. Wanneer op deze wijze een dergelijk deelgebied is gelokaliseerd, moet vervolgens worden nagegaan welke van de twee betrokken puntenvelden een inhomogene kwaliteit heeft. In het algemeen zal dit het slechtste puntenveld zijn. Eventueel kan met behulp van (bestaande) meetgegevens de onderlinge ligging van punten in beide puntenvelden worden gecontroleerd. Bij twijfel moet het betreffende deelgebied in beide puntenvelden als inhomogeen worden beschouwd.

Alle punten (aansluitingspunten èn vrije punten) in een inhomogeen deelgebied worden geëlimineerd en zullen, voor zover ze deel uitmaken van de te vernieuwen kaart, moeten worden vervangen door punten die aan de gestelde kwaliteitseisen voldoen. Hiervoor kan het nodig zijn om de voorbewerking te onderbreken voor het uitvoeren van een herkartering van het deelgebied.

De oorzaak van verschillen in het patroon en de structuur van residuen zal moeilijker herkenbaar en verklaarbaar zijn in situaties met een combinatie van vervormingen, identificatiefouten en kwaliteitsverschillen. In dit geval worden alle residuen gezamenlijk als maatgevend beschouwd voor de te hanteren factor σ^2 voor de schaling van de variantiematrix.

De opsporing van fouten zal beter kunnen worden uitgevoerd naarmate meer aansluitingspunten beschikbaar zijn. Door een iteratieve uitvoering kunnen mogelijke fouten en kwaliteitsverschillen stapsgewijs worden onderzocht.
De voorbewerking kan zo, ook bij herhaling, resulteren in:
- een wijziging in de selectie van aansluitingspunten;
- een wijziging van de factor σ^2;
- de keuze van een andere transformatie;
- de splitsing van een puntenveld in meerdere puntenvelden;
- de herkartering van inhomogene kaartsituaties.

Wanneer meer dan twee puntenvelden worden betrokken bij de kaartvernieuwing wordt de voorbewerking in stappen uitgevoerd, waarbij in elke stap steeds twee puntenvelden worden verwerkt.
Wanneer van de aansluitingspunten in een aan te sluiten puntenveld coördinaten gegeven zijn in het gewenste coördinatenstelsel, kan dit puntenveld in één stap worden getransformeerd naar het gewenste stelsel. Wanneer dit niet het geval is, wordt in elke stap een puntenveld toegevoegd aan het resultaat van de voorgaande stap (zie figuur 4.16). Hierbij wordt begonnen met de puntenvelden met de meeste aansluitingspunten. Zo kunnen bijvoorbeeld verschillende aan elkaar grenzende puntenvelden stapsgewijs worden getransformeerd met behulp van aansluitingspunten op de gemeenschappelijke grens van de puntenvelden. Als laatste stap wordt dan een transformatie uitgevoerd naar het gewenste stelsel met aansluitingspunten die verspreid zijn gelegen over verschillende puntenvelden.

8.3.4 Keuze van deelprocessen na de voorbewerking

In § 8.2.3.3 is beschreven welke keuzemogelijkheden er bestaan na afloop van de voorbewerking:
A afbreking van het proces;
B vereffening van aansluitingselementen;
C geen aansluitingsvereffening maar wel een interpolatie van vrije punten;
D geen aansluitingsvereffening en geen interpolatie van vrije punten.
In deze paragraaf worden globale criteria gegeven voor de diverse keuzen. Een belangrijke parameter hierbij is de puntprecisie van het te vernieuwen puntenveld in relatie tot de vereiste puntprecisie. Na afloop van het vernieuwingsproces moet de precisie van de punten van het te vernieuwen puntenveld voldoen aan de voor vernieuwing vereiste precisie.

De puntprecisie van de verschillende puntenvelden wordt gespecificeerd met de navolgende c_0-parameters:
- $c_0(w)$: de puntprecisie van het te vernieuwen puntenveld W;
- $c_0(k)$: de vereiste puntprecisie voor het vernieuwde puntenveld;
- $c_0(z)$: de puntprecisie van het puntenveld Z waaraan wordt aangesloten.

Voor het selecteren van een puntenveld Z moet worden voldaan aan de eis:

$$c_0(z) \leqq c_0(k) \quad .$$

Door het vasthouden van de coördinaten uit puntenveld Z, of door een vereffening van aansluitingselementen, zullen de *aansluitingspunten* na afloop van het vernieuwingsproces aan de vereiste precisie voldoen. Na afloop van de voorbewerking zijn de puntenvelden, met inbegrip van de vrije punten, getransformeerd naar het z-stelsel. Hierdoor is de precisie van de *vrije punten* in het te vernieuwen puntenveld nog niet verbeterd. Deze precisie moet worden verbeterd als $c_0(w)$ groter is dan $c_0(k)$.

De precisie van de vrije punten uit het te vernieuwen puntenveld kan in de deelprocessen na de voorbewerking uitsluitend worden verbeterd door:
- de punten in combinatie met aansluitingsrelaties te vereffenen als aansluitingselementen;
- een correctie op basis van een interpolatie van vrije punten;
- een correctie op basis van een lokale kaartverbetering;
- een afstemming van de ligging van elementen uit puntenveld W op de ligging van overeenkomstige elementen uit puntenveld Z tijdens de nabewerking.

Als te voorzien is dat er onvoldoende mogelijkheden beschikbaar zijn om de precisie van de vrije punten te verbeteren wordt het kaartvernieuwingsproces na de voorbewerking afgebroken (keuze A). In dit geval wordt nagegaan of de betreffende onderdelen van het te vernieuwen puntenveld opnieuw kunnen worden gekarteerd of herberekend dan wel worden vervangen door puntenvelden die wel voldoen aan de vereiste precisie, zonodig met gebruikmaking van nieuwe meetgegevens. Als dat niet mogelijk is, kan het vernieuwingsproces alleen worden voortgezet als de precisie-eis voor het vernieuwde puntenveld wordt afgezwakt.

Als het vernieuwingsproces na de voorbewerking wordt voortgezet kan een vereffening van aansluitingselementen worden uitgevoerd (keuze B) met het doel om:
- tegenspraken tussen aansluitingspunten te elimineren op basis van een vereffening van de vormverschillen;
- verbeterde transformatieparameters te bepalen voor de transformatie van de vrije punten.

Een vereffening van aansluitingselementen is zinvol in de navolgende situaties:
- als bij een aansluiting vormveranderingen mogen worden toegepast in alle betrokken puntenvelden;
- als meer dan twee puntenvelden gelijktijdig worden aangesloten;
- als er aansluitingspunten met een verschillende precisie kunnen worden onderscheiden (bijvoorbeeld omdat de idealisatieprecisie sterk varieert) en de precisie derhalve niet goed met een geschaalde eenheidsmatrix kan worden beschreven;
- als er onvoldoende aansluitingspunten beschikbaar zijn en een verbetering van de aansluiting mogelijk is door het aanvullend gebruik van aansluitingsrelaties, zoals geometrische relaties tussen punten van gemeenschappelijke lijnelementen uit verschillende puntenvelden.

Als het vernieuwingsproces na de voorbewerking wordt voortgezet en er geen aanleiding is om aansluitingselementen te vereffenen kan er een interpolatie van vrije punten worden uitgevoerd (keuze C). Een interpolatie van vrije punten wordt uitgevoerd wanneer in principe de relatieve ligging van aansluitingspunten en vrije punten niet mag verslechteren.
De ligging van de vrije punten wordt gecorrigeerd door een interpolatie van de residuen in de punten die als aansluitingselement zijn benut.
Wanneer deze residuen klein zijn in relatie met de voor de vernieuwing vereiste precisie is een interpolatie minder zinvol (keuze D).
Voor elk aan te sluiten puntenveld wordt afzonderlijk besloten of er al dan niet een interpolatie van vrije punten wordt uitgevoerd.

8.3.5 Selectie van aansluitingselementen

Bij een vereffening van aansluitingselementen worden ten minste dezelfde aansluitingspunten betrokken als bij de voorbewerking. Daarnaast kunnen aanvullend aansluitingsrelaties worden geselecteerd in de vorm van meetgegevens en geometrische relaties tussen punten uit verschillende puntenvelden (zie figuur 8.1). Dergelijke elementen worden uitsluitend geselecteerd als het in § 8.3.2 verlangde aantal aansluitingspunten niet beschikbaar is of wanneer de aansluitingspunten niet of in onvoldoende mate beschikbaar zijn op de gewenste plaatsen. Bij voorkeur worden hiervoor gemeenschappelijke lijnelementen benut. Zo kunnen bijvoorbeeld ter plaatse van aansluitende kaartbladgrenzen geometrische relaties worden gespecificeerd voor de collineariteit van punten op gemeenschappelijke lijnelementen. Dergelijke lijnelementen zijn vaak beter herkenbaar dan afzonderlijke aansluitingspunten. Bij de selectie van meerdere gemeenschappelijke lijnelementen worden deze bij voorkeur gekozen in verschillende richtingen.

Voorafgaand aan de vereffening worden de aanvullend geselecteerde aansluitingsrelaties en de daarbij betrokken punten gecontroleerd op de aanwezigheid van mogelijke grove identificatiefouten. Hiertoe worden de betreffende afstanden en hoeken vergeleken met de afstanden en hoeken die bepaald kunnen worden uit de coördinaten van de betrokken punten uit de verschillende puntenvelden. Alle puntenvelden zijn in deze fase bij benadering in hetzelfde coördinatenstelsel gedefinieerd. Gemeenschappelijke lijnelementen worden bijvoorbeeld gecontroleerd door de collineariteit van de eindpunten van het ene lijnelement te berekenen ten opzichte van het andere lijnelement en vervolgens te vergelijken met een tolerantie (zie § 8.6.4).

8.3.6 Vereffening van aansluitingselementen

Voor de vereffening van aansluitingselementen wordt een kleinste-kwadraten aansluiting uitgevoerd waarbij vrije punten alleen worden betrokken voorzover ze bij een aansluitingsrelatie zijn betrokken. De aansluitingspunten die tijdens de voorbewerking zijn toegepast en de aanvullend geselecteerde aansluitingselementen uit alle puntenvelden die bij de kaartvernieuwing zijn betrokken, worden integraal vereffend.

De te vereffenen waarnemingen zijn de coördinaten van de aansluitingspunten, de aansluitingsrelaties en de coördinaten van de daarbij betrokken vrije punten. Voor de punten uit de aan te sluiten puntenvelden worden als waarnemingsgrootheden de coördinaten gebruikt zoals deze na afloop van de voorbewerking zijn getransformeerd naar het gewenste stelsel. Deze coördinaten worden tevens benut als benaderde waarden.

In eerste aanleg wordt dezelfde soort transformatie toegepast als tijdens de voorbewerking. De aansluitingsrelaties in de vorm van meetgegevens en geometrische relaties worden als stochastische waarnemingsgrootheden gemodelleerd op de wijze als beschreven is in § 6.3.
De precisie van de coördinaten van de betrokken punten wordt voor alle puntenvelden beschreven met een variantiematrix in de vorm van een diagonaalmatrix met varianties $(c_0 + \overline{d}_i^2)$. Hierbij is c_0 de parameter van de puntprecisie zoals die voor het betreffende puntenveld is vastgesteld tijdens de voorbewerking. Wanneer een afwijkende precisie is geconstateerd in deelgebieden wordt de variantie van de betreffende punten hierop aangepast. Voor $\overline{d}_i$ wordt, in plaats van een gemiddelde waarde, de waarde voor de standaardafwijking van de idealisatie per punt gebruikt. In de variantiematrix worden voorts de varianties van de aansluitingsrelaties opgenomen.

Tijdens deze aansluitingsvereffening wordt een algemene toets van het model uitgevoerd en worden de betrokken punten en de significantie van transformatieparameters getoetst op de wijze zoals beschreven in § 4.7.5. Voorts worden alle aansluitingsrelaties afzonderlijk getoetst.
Het verdient aanbeveling om, met name bij een groot aantal aansluitingselementen, de residuen en toetsingsresultaten visueel te beoordelen op eenzelfde wijze als tijdens de voorbewerking.

Een gebrekkige voorbewerking vergroot de kans dat na de toetsing alsnog wijzigingen moeten worden aangebracht in de selectie van de aansluitingselementen of dat een aan te sluiten puntenveld alsnog moeten worden gesplitst, waardoor de vereffening meer dan eens moet worden uitgevoerd. Zolang er geen sprake is van grove fouten worden, ook bij een eventuele splitsing van een puntenveld of bij keuze van een andere transformatie, de coördinaten in het gewenste coördinatenstelsel ongewijzigd als benaderde waarden gebruikt. Wel moet bij splitsing van een puntenveld de verzameling coördinaten, met inbegrip van de vrije punten, worden aangepast zodanig dat ook de nieuwe deelgebieden als afzonderlijke puntenvelden zijn te onderscheiden.

Wanneer blijkt dat de coördinaten in het gewenste coördinatenstelsel, als gevolg van grove fouten, niet meer als benaderde waarden zijn te gebruiken, moet de voorbewerking opnieuw worden uitgevoerd voor een hernieuwde transformatie van de aan te sluiten puntenvelden.

Als de coördinaten in één van de puntenvelden geen vormverandering mogen ondergaan, wordt na de toetsing het functie- en het kansmodel aangepast en wordt de vereffening opnieuw uitgevoerd voor de berekening van coördinaten en transformatieparameters voor de overige puntenvelden. Hierdoor wordt voorkomen dat de coördinaten in het niet te vervormen puntenveld worden gewijzigd. Er wordt nu niet opnieuw een toetsing uitgevoerd. Als hierbij slechts twee puntenvelden en geen aansluitingsrelaties zijn betrokken, dan betreft dit een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting. Bij gebruik van een geschaalde eenheidsmatrix als variantiematrix komt dit rekenproces overeen met het rekenproces tijdens de voorbewerking.

8.3.7 Interpolatie van vrije punten

Wanneer geen vereffening van aansluitingselementen wordt uitgevoerd, kunnen de vrije punten direct na afloop van de voorbewerking worden geïnterpoleerd met de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten bij de overbepaalde transformatie. Een interpolatie na afloop van de vereffening van aansluitingselementen wordt uitgevoerd met de residuen die volgen uit de aansluitingsvereffening.

De interpolatie wordt voor elk puntenveld afzonderlijk uitgevoerd met behulp van een kunstmatrix waarin covarianties worden gespecificeerd voor de modellering van de veronderstelde nabijheidsrelaties tussen punten die als aansluitingselement zijn gebruikt en de te corrigeren vrije punten. De covarianties in de kunstmatrix moeten in principe worden gemodelleerd op basis van de meetkundige samenhang tussen de betrokken punten. Dit is echter praktisch onuitvoerbaar omdat bij een te vernieuwen kaart de meetkundige samenhang tussen de punten niet meer bekend is.

Bij een correct getransformeerd puntenveld met een homogene precisie is geen systematische samenhang zichtbaar in het patroon van de residuen. In dit geval wordt als kunstmatrix de Baarda-Alberda matrix toegepast (§ 4.8.1). Voor de interpolatie van elk afzonderlijk vrij punt worden nu de residuen benut van alle coördinaten die in het betreffende puntenveld als aansluitingselement zijn gebruikt bij de transformatie of de aansluitingsvereffening.

In puntenvelden die langdurig en frequent zijn bijgehouden, is tussen residuen in nabijgelegen punten vaak wel enige samenhang zichtbaar. Dit kan zich bijvoorbeeld voordoen wanneer deze punten in samenhang met elkaar zijn gemeten en verwerkt. Vaak zullen ook de overige vrije punten in de directe omgeving in samenhang met de aansluitingselementen zijn verwerkt. In dergelijke situaties wordt nu een samenhang verondersteld tussen een te corrigeren vrij punt en de omliggende aansluitingselementen als de onderlinge afstand tussen de betrokken punten kleiner is dan een daarvoor te hanteren referentie-afstand. Bij onderlinge afstanden die groter zijn dan deze referentie-afstand wordt tussen de betreffende punten geen covariantie gespecificeerd.
Bij de vernieuwing van een analoge kaart die is ontstaan en bijgehouden op basis van terrestrische metingen, zoals een kadastrale kaart, kan een referentie-afstand van *50 meter* worden gehanteerd in bebouwd gebied en van *100 meter* in landelijk gebied. Hierbij wordt ervan uitgegaan dat er residuen in minimaal 4 punten beschikbaar zijn voor de interpolatie van een vrij punt. Wanneer dit aantal van 4 punten niet haalbaar is, moet de referentie-afstand ruimer worden gekozen.
Wanneer een puntenveld in deelgebieden op duidelijk verschillende wijzen is ontstaan of bijgehouden, kan per deelgebied een afwijkende referentie-afstand worden gehanteerd.

Wanneer een systematische samenhang tussen residuen zich beperkt tot een duidelijk herkenbaar deelgebied of wanneer grotere residuen uitsluitend in een deelgebied voorkomen, kan een kunstmatrix worden opgesteld waarin covarianties alleen tussen de punten in dit deelgebied worden gespecificeerd. Er worden dan geen covarianties bepaald tussen punten in dit deelgebied en punten die daarbuiten zijn gelegen.

De resultaten van de interpolatie kunnen worden beoordeeld aan de hand van een grafische presentatie van de berekende correcties in relatie met het kaartbeeld. Grote correcties kunnen leiden tot een verstoring van het kaartbeeld of van de topologie. Zo kunnen tussenpunten in een oorspronkelijk rechte lijn zodanig worden gecorrigeerd dat een geknikte lijn ontstaat.

Voor een beoordeling van de effecten van de verschillende mogelijkheden voor de specificatie van de kunstmatrix moet dit deelproces meer dan eens worden uitgevoerd. De kans op onjuistheden neemt toe als er voor de interpolatie van een vrij punt alleen ver verwijderde aansluitingselementen beschikbaar zijn. De betrouwbaarheid van de interpolatie zal verbeteren naarmate meer aansluitingselementen beschikbaar zijn met een grotere dichtheid.
Het effect van de interpolatie op de precisie van de punten wordt niet berekend. Aangenomen wordt dat met dit deelproces in elk geval een verslechtering van de precisie wordt voorkomen.

8.3.8 Lokale kaartverbetering

Het doel van de lokale kaartverbetering is het realiseren van een verbetering van de relatieve precisie van het te vernieuwen puntenveld. Dit deelproces wordt uitgevoerd voor zover de puntprecisie van de vrije punten niet voldoet aan de vereiste precisie. Echter ook als een verbetering van de relatieve precisie niet noodzakelijk is, kan het wenselijk zijn een kaartverbetering uit te voeren, bijvoorbeeld om in het belang van een goede grafische presentatie gebouwen rechthoekig af te beelden of om bepaalde grenzen samen te laten vallen met een gevel of evenwijdig hieraan af te beelden.

De lokale kaartverbetering wordt gebaseerd op een vereffening van meetgegevens en geometrische relaties met inbegrip van de coördinaten van de punten waartussen de metingen en relaties zijn gespecificeerd. De meetgegevens en relaties hebben met name betrekking op nabijheidsrelaties. De gegevens die eerder als aansluitingsrelatie zijn vereffend worden niet opnieuw betrokken.

Zo mogelijk worden alle te verbeteren vrije punten bij deze vereffening betrokken. Bij voorkeur worden hiervoor bestaande, terrestrisch bepaalde gegevens benut. Wanneer voor een verbetering onvoldoende gegevens beschikbaar zijn, zal niet worden voldaan aan de vereiste precisie. Voor het verbeteren van een kadastrale kaart moet in een dergelijke situatie een kadastrale vernieuwing worden overwogen.

Voorafgaand aan de vereffening worden de verschillende puntenvelden samengevoegd. Alle punten in dit nieuwe puntenveld zijn gedefinieerd in het gewenste coördinatenstelsel. De gemeenschappelijke punten die eerder als aansluitingspunt zijn gebruikt, worden slechts éénmaal in dit puntenveld opgenomen. Als er geen vereffening van aansluitingselementen is uitgevoerd, worden de coördinaten van deze aansluitingspunten overgenomen uit het niet te vervormen puntenveld: als er wel aansluitingselementen vereffend zijn, worden de vereffende coördinaten overgenomen.
Grove fouten in afstandsmaten en geometrische relaties worden voorafgaand aan de vereffening opgespoord door een vergelijking met de uit coördinaten af te leiden afstanden en relaties.

Alle betrokken meetgegevens, geometrische relaties en gegeven coördinaten fungeren als waarnemingen en worden integraal vereffend. In de waarnemingsvergelijkingen zijn de coördinaten de op te lossen onbekenden.
Alle waarnemingen worden in principe als stochastische waarnemingsgrootheden gemodelleerd. Voor punten die als aansluitingselement zijn vereffend wordt de variantie van de vereffende coördinaten aangehouden. Wanneer in een voorgaand deelproces een interpolatie van vrije punten is uitgevoerd, wordt aangenomen dat hierdoor de precisie

vooralsnog niet is verbeterd. In de variantiematrix voor de lokale kaartverbetering worden voorts de varianties van de betrokken meetgegevens en geometrische relaties gespecificeerd.

Naast een algemene modeltoets worden de betrokken waarnemingen afzonderlijk getoetst. Een verwerping zal in veel gevallen betrekking hebben op de coördinaten van de vrije punten, met name wanneer in een puntenveld nog situaties voorkomen met een inhomogene precisie. In dit geval moet worden getracht de betreffende coördinaten opnieuw te bepalen met de beschikbare meetgegevens en relaties, uitgaande van punten die niet worden verworpen. Wanneer dit niet mogelijk is, wordt het kaartverbeteringsproces afgebroken of moet genoegen worden genomen met een aantal punten waarvan de precisie niet aan de gestelde eisen voldoet.

De lokale kaartverbetering zal een verbetering opleveren van de *relatieve precisie* tussen de betrokken punten, met name wanneer meetgegevens en relaties met een terrestrische nauwkeurigheid beschikbaar zijn. De *puntprecisie* van vrije punten die nog niet de vereiste precisie hebben, kan structureel worden verbeterd als bij de vereffening ook voldoende punten worden betrokken die wel de vereiste precisie hebben, zoals aansluitingspunten en andere punten uit een kwalitatief goed puntenveld.
Door aansluitingspunten als stochastische waarnemingsgrootheden te modelleren zullen de coördinaten van deze punten (opnieuw) wijzigen. Als dit moet worden voorkomen, moet een vereffening worden uitgevoerd met de restrictie dat de coördinaten van de aansluitingspunten niet worden gewijzigd.

8.3.9 Nabewerking

De nabewerking moet leiden tot een topologisch juist bestand waarin geen tegenspraken meer voorkomen tussen identieke punten en lijnelementen. Identieke punten en lijnelementen uit verschillende puntenvelden kunnen worden geïdentificeerd op grond van hun lokatie en visuele presentatie in het kaartbeeld maar ook op grond van een beoordeling van afstandsverschillen die uit coördinaten kunnen worden berekend.
In § 8.9 worden criteria gespecificeerd voor de identificatie en toetsing van tegenspraken in de ligging van identieke elementen. Bij deze toetsing wordt de precisie van de betrokken coördinaten gebaseerd op de resultaten in de voorgaande deelprocessen.

Er kunnen punten en lijnelementen voorkomen van *fysiek identieke elementen* die afkomstig zijn uit verschillende puntenvelden, waarbij de liggingsgegevens verschillen. Het gaat hierbij om:
- elementen die niet als aansluitingselement zijn benut omdat ze niet eerder als zodanig zijn geïdentificeerd of bijvoorbeeld omdat het elementen met een slechte idealisatieprecisie betreft;
- elementen die als aansluitingselement zijn geïdentificeerd maar bij een toetsing als aansluitingselement zijn verworpen.

Tegenspraken tussen de coördinaten van fysiek identieke elementen worden bij aanvaarding van de toetsing geëlimineerd door de bepaling van eenduidige coördinaten voor de ligging van het element. Bij een gelijkwaardige precisie kan de ligging van beide elementen worden gemiddeld. Wanneer de precisie in het ene puntenveld duidelijk beter is dan in het andere puntenveld wordt de ligging en de precisie van het meest nauwkeurige element overgenomen. Wanneer één van de elementen afkomstig is uit een niet te vervormen puntenveld wordt de ligging en de precisie van dit element aangehouden.

Bij verwerping van de toetsing is er mogelijk een fout aanwezig in de ligging van één van de elementen of zijn de elementen niet identiek. Als de fout niet nader kan worden geïdentificeerd, wordt een keuze gemaakt op basis van de beschikbare informatie omtrent de precisie van de elementen. Als de kans op een fout bij één van de elementen beduidend groter is, bijvoorbeeld omdat de wijze van inwinning onbetrouwbaar is geweest, worden de coördinaten van dit element geëlimineerd.

Tegenspraken tussen fysiek verschillende elementen die geometrisch samenvallen, de *geometrisch identieke elementen*, worden op dezelfde wijze behandeld als tegenspraken tussen fysiek identieke elementen, *mits* het samenvallen van deze elementen is gebaseerd op feitenkennis of op een daadwerkelijke waarneming. Het samenvallen van een kadastrale grens met de gevel van een gebouw moet bijvoorbeeld blijken uit gegevens van een kadastraal veldwerk.
In situaties waar een gegrond vermoeden bestaat dat verschillende elementen geometrisch behoren samen te vallen, terwijl terzake feitenkennis of waarnemingen ontbreken, worden verschillen alleen geëlimineerd als deze niet significant zijn. Wanneer bijvoorbeeld eigendomsgrenzen in een gebied als regel samenvallen met het midden van een sloot kan, bij ontbreken van feitenkennis omtrent het samenvallen, een niet-significant verschil tussen deze elementen worden geëlimineerd.

Indien het elimineren van tegenspraken gebaseerd is op feitenkennis wordt de precisie van de betrokken elementen aangepast en verkrijgen geometrisch identieke elementen eenzelfde, vaak verbeterde precisie. Indien het elimineren van tegenspraken gebaseerd is op een gegrond vermoeden wordt de precisie van de betrokken elementen niet aangepast vanwege de onzekerheid omtrent het samenvallen van de elementen.

8.4 Voorbewerking en transformatie

8.4.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Het doel van de voorbewerking is:
- de selectie van aansluitingspunten;
- de beoordeling van de kwaliteit van de betrokken puntenvelden;
- de bewerking en transformatie van de puntenvelden om ze geschikt te maken voor verdere verwerking in volgende deelprocessen.

Aansluitingspunten zijn nodig voor de uitvoering van de voorbewerking maar zijn ook in volgende deelprocessen nodig bij de verdere bewerking van puntenvelden. Wanneer de inhoud van twee kaarten op elkaar moet worden afgestemd, moeten in principe alle gemeenschappelijke punten worden opgespoord en als aansluitingspunt worden verwerkt. Tijdens de voorbewerking worden identificatiefouten en andere grove fouten in de aansluitingspunten opgespoord en geëlimineerd.

De kwaliteit van de puntenvelden wordt beoordeeld aan de hand van residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten op basis van een overbepaalde transformatie. Het gaat hierbij om:
- de controle of eventueel de analyse van de puntprecisie;
- de identificatie van systematische vervormingen;
- de identificatie van kaartsituaties met een inhomogene kwaliteit;
- de identificatie van deelgebieden met een afwijkende puntprecisie.

De resultaten van deze beoordeling zijn van belang om tijdens de voorbewerking te kunnen beslissen of bijvoorbeeld een andere transformatie dan wel andere of meer aansluitingspunten nodig zijn. Na afloop van de voorbewerking wordt op grond van de kwaliteit van de puntenvelden beslist òf en zo ja op welke wijze het kaartvernieuwingsproces moet worden voortgezet.

De wijziging en bewerking van puntenvelden betreft:
- de splitsing van een puntenveld in deelgebieden als deze als afzonderlijke puntenvelden moeten worden verwerkt;
- de eliminatie van deelgebieden met een inhomogene kwaliteit;
- de transformatie van puntenvelden, zodanig dat alle puntenvelden na afloop van de voorbewerking zo goed mogelijk in het gewenste coördinatenstelsel zijn gedefinieerd.

Wanneer verdere verbeteringen nodig zijn, kan in een volgend deelproces onder meer een aansluitingsvereffening worden uitgevoerd.

Voor de uitvoering van de voorbewerking zijn in een voorgaande fase puntenvelden geselecteerd. De puntenvelden moeten voldoen aan de navolgende randvoorwaarden:
- ze moeten in digitale vorm beschikbaar zijn; analoge kaarten worden dus eerst gedigitaliseerd;
- alle coördinaten zijn gedefinieerd in dezelfde maateenheid, normaliter in meters;
- één van de puntenvelden is gedefinieerd in het gewenste coördinatenstelsel;
- er moet in elk puntenveld een voldoende aantal potentiële aansluitingspunten beschikbaar zijn;
- de precisie van de puntenvelden, met uitzondering van het te vernieuwen puntenveld, moet beter zijn dan of overeenkomen met de voor vernieuwing vereiste precisie.

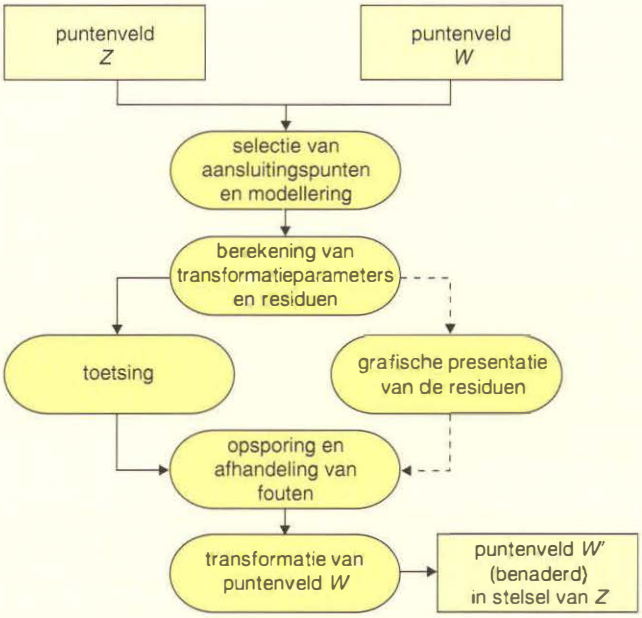
In § 8.3.1 zijn verdere richtlijnen gegeven voor de selectie van puntenvelden.

8.4.2 Procesbeschrijving

In figuur 8.10 is het proces van de voorbewerking en transformatie schematisch weergegeven.
Bij een eenvoudige vernieuwing zijn slechts twee puntenvelden betrokken:
- de te vernieuwen kaart (puntenveld W);
- een verzameling coördinaten in het gewenste coördinatenstelsel (puntenveld Z).

Bij een meer complexe vernieuwing zullen voor een kaartverbetering doorgaans meer dan twee puntenvelden worden verwerkt. De voorbewerking wordt dan stapsgewijs uitgevoerd waarbij in elke stap twee puntenvelden worden betrokken (zie hiervoor § 4.4.7).

In eerste aanleg worden gemeenschappelijke punten in de betrokken puntenvelden geselecteerd als aansluitingspunt op grond van hun lokatie en codering in de afzonderlijke kaarten. Hierna worden transformatieparameters en residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten berekend op basis van een Helmert-transformatie. Als variantiematrix van de punten in het w-stelsel wordt een met een factor σ^2 geschaalde eenheidsmatrix toegepast. De factor σ^2 wordt afgestemd op de veronderstelde precisie van de aansluitingspunten (zie § 8.4.5). Grove fouten blijken in veel situaties duidelijk uit de grootte van de residuen (in relatie met de veronderstelde precisie van de punten) of uit een grafische presentatie van de residuen.



Figuur 8.10: Proces van de voorbewerking en transformatie.

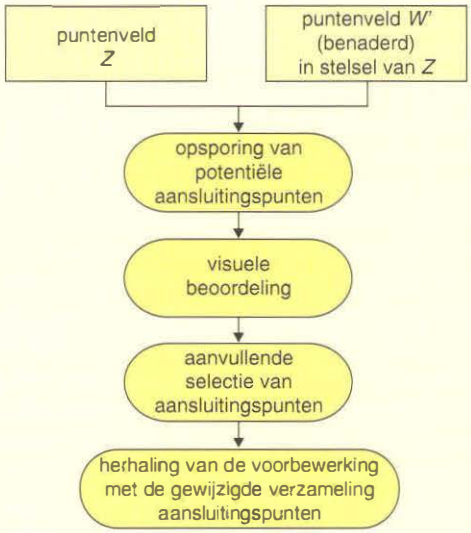
Als fouten worden onderscheiden:
- een onjuiste keuze van σ^2;
- grove fouten in de identificatie van de aansluitingspunten;
- een verkeerde keuze van de soort transformatie;
- een systematische vervorming in deelgebieden;
- significante kwaliteitsverschillen per deelgebied.

Voor de beoordeling van σ^2 wordt een algemene toets van het model uitgevoerd. Een ruime aanvaarding van de toets duidt op een betere precisie van de aansluitingspunten dan verondersteld; een ruime verwerping duidt op de aanwezigheid van fouten of op een slechtere precisie dan verondersteld.
Bij een ruime aanvaarding van de algemene modeltoets wordt σ^2 kleiner gekozen. Bij een verwerping wordt een toets per aansluitingspunt uitgevoerd om na te gaan of er grove identificatiefouten zijn gemaakt. Als dit het geval is, wordt de voorbewerking herhaald met een gewijzigde selectie van aansluitingspunten. Bij verwerping van een groot aantal aansluitingspunten zijn fouten niet meer goed aanwijsbaar (zie hiervoor § 8.4.6). In dat geval wordt nagegaan of er systematische vervormingen of kwaliteitsverschillen per deelgebied herkenbaar zijn in de grafische presentatie van de residuen. Als er geen systematiek en geen deelgebieden herkenbaar zijn, wordt σ^2 groter gekozen.

In § 8.3.3 is beschreven op welke wijze een affiene vervorming en kwaliteitsverschillen per deelgebied herkenbaar zijn in een grafische presentatie van de residuen. Voor een goede identificatie van deze fouten wordt de voorbewerking herhaald op basis van een affiene transformatie (in plaats van de Helmert-transformatie) of met een afzonderlijke transformatie per deelgebied zodat de resultaten van verschillende oplossingen kunnen worden vergeleken en de beste oplossing kan worden gekozen.
Wanneer kwaliteitsverschillen per deelgebied herkenbaar zijn, worden deze deelgebieden als afzonderlijke puntenvelden verwerkt. Als de voorbewerking per deelgebied resulteert in een significante verkleining van toetsingsgrootheden, wordt het te vernieuwen puntenveld daadwerkelijk gesplitst en worden de deelgebieden ook in de volgende deelprocessen als afzonderlijke puntenvelden verwerkt.
Deelgebieden met een inhomogene kwaliteit worden zo goed mogelijk gelokaliseerd (zie § 8.3.3). Alle punten in een deelgebied met een inhomogene kwaliteit worden in principe verwijderd uit het te vernieuwen puntenveld en zullen moeten worden vervangen door punten die de vereiste precisie hebben. Wanneer een vervanging niet mogelijk is, moeten de precisie-kenmerken van de betreffende punten worden aangepast.

Na afhandeling van alle opgespoorde fouten worden alle punten van het te vernieuwen puntenveld W, of een deelgebied van dit puntenveld, getransformeerd naar het coördinatenstelsel van het puntenveld Z. De getransformeerde coördinaten worden hierna aangeduid als puntenveld W'. In het voorgaande proces zijn transformatieparameters berekend voor de transformatie van het z- naar het w-stelsel, zodat voor de transformatie naar het z-stelsel de inverse transformatie wordt toegepast.

Eerst worden gemeenschappelijke punten in de betrokken puntenvelden geselecteerd op grond van hun lokatie en codering in de afzonderlijke kaarten. Wanneer op deze wijze niet het gewenste aantal aansluitingspunten kan worden gevonden, kunnen aanvullend aansluitingspunten worden geselecteerd op basis van de onderlinge afstand van punten uit verschillende puntenvelden. In figuur 8.11 is het proces voor deze aanvullende selectie voorgesteld.



Figuur 8.11: Proces van de selectie van aansluitingspunten op basis van de onderlinge afstand.

Een selectie van aansluitingspunten op basis van de onderlinge afstand van punten is mogelijk als het aan te sluiten puntenveld (bij benadering) naar het stelsel van puntenveld Z is getransformeerd. Dit is het geval als de voorbewerking eerst is uitgevoerd met een beperkt aantal aansluitingspunten. Hierna worden potentiële aansluitingspunten opgespoord op basis van de onderlinge afstand tussen punten uit de puntenvelden Z en W'. Punten worden geselecteerd als potentieel aansluitingspunt als de onderlinge afstand kleiner is dan een vooraf gespecificeerde tolerantie. Deze opsporing van potentiële aansluitingspunten moet worden gevolgd door een visuele controle om na te gaan of de betreffende punten ook daadwerkelijk identieke punten zijn. Hiertoe wordt de ligging van de punten beoordeeld in relatie met punten in de directe omgeving.
De eerder geselecteerde verzameling aansluitingspunten wordt vervolgens gewijzigd, waarna de voorbewerking wordt herhaald voor een hernieuwde berekening van transformatieparameters en residuen, de opsporing van fouten en de hernieuwde transformatie van alle punten uit puntenveld W naar het z-stelsel.

8.4.3 Meetontwerp

Voor de voorbewerking van de puntenvelden wordt uitsluitend de Helmert-transformatie (een bijzonder geval van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie; zie § 4.4.3) of de overbepaalde 2D-affiene transformatie toegepast (§ 4.4.4). Bij beide transformaties worden de punten in puntenveld Z niet stochastisch verondersteld. Eerst wordt altijd de Helmert-transformatie toegepast. In tweede instantie kan een affiene transformatie worden uitgevoerd als de eerdere resultaten daartoe aanleiding geven. Voor de berekening van transformatieparameters worden alleen aansluitingspunten geselecteerd. Er worden tijdens de voorbewerking dus geen aansluitingsrelaties in de vorm van meetgegevens of geometrische relaties betrokken.
In § 8.3.3 zijn algemene richtlijnen gegeven voor de keuze van de soort transformatie en de specificatie van een factor o^2 voor de schaling van de eenheidsmatrix die als variantiematrix wordt toegepast. Deze richtlijnen worden nader gespecificeerd in § 8.4.4 en § 8.4.5.

In § 8.3.2 zijn richtlijnen gegeven inzake de ligging en het gewenste aantal aansluitingspunten in de diverse situaties. Allereerst worden gemeenschappelijke punten in de betrokken puntenvelden als aansluitingspunt geselecteerd op grond van hun lokatie en presentatie in de afzonderlijke kaartbeelden. Bij een aanvullende selectie op basis van afstandsverschillen wordt de in § 8.3.2 gespecificeerde tolerantie toegepast. Afstandsverschillen worden alleen berekend en beoordeeld als de betreffende punten in de verschillende puntenvelden onderdeel zijn van eenzelfde soort object en een idealisatieprecisie hebben die beter is dan de voor vernieuwing vereiste puntprecisie. Een selectie op basis van afstandsverschillen wordt visueel gecontroleerd door het vergelijken van de kaartbeelden waarin de aansluitingspunten zijn gelegen. Er kunnen dicht bij elkaar gelegen punten zijn geselecteerd terwijl uit de kaartbeelden en de samenhang tussen punten blijkt dat dit geen identieke punten zijn (zie figuur 8.8). Door een herhaling met verschillende toleranties kan de selectie worden geoptimaliseerd.

In situaties waar geen kaartverbetering nodig is en een beperkt aantal aansluitingspunten is betrokken, kan worden volstaan met een toetsing op de wijze zoals beschreven in § 4.7.4. Wanneer een kaartverbetering wel noodzakelijk is, moeten eventueel aanwezige systematische vervormingen, inhomogene kaartsituaties en deelgebieden met een afwijkende kwaliteit worden opgespoord. Naast een toetsing is dan een grafische presentatie van de residuen nodig vooreen visuele beoordeling van de kwaliteit van de puntenvelden. Alle punten in een deelgebied met een inhomogene kwaliteit worden in principe verwijderd uit het te vernieuwen puntenveld. De betreffende coördinaten zullen moeten worden vervangen door coördinaten die volgen uit een herkartering (voorafgaand aan de selectie van puntenvelden) of uit een lokale kaartverbetering (in een volgend deelproces). Punten worden niet verwijderd als een vervanging niet mogelijk is, bijvoorbeeld omdat de hiervoor benodigde gegevens ontbreken. In dat geval moeten de precisie-kenmerken van de betreffende punten worden aangepast zodat herkenbaar is dat dit punten zijn met een inhomogene kwaliteit.

Het proces wordt herhaald voor een vergelijking van resultaten:
- na elke wijziging van de verzameling geselecteerde aansluitingspunten;
- na wijziging van de soort transformatie;
- na splitsing van een puntenveld in deelgebieden.

Wanneer bij een herhaling van het proces uit de toetsing blijkt dat een wijziging niet resulteert in een verbetering van de toetsingsgrootheden dan wordt de betreffende wijziging niet toegepast.

8.4.4 Functiemodel

Het functiemodel wordt gebaseerd op het model van een overbepaalde transformatie. Bij deze transformatie fungeren de coördinaten van de aansluitingspunten in het w-stelsel als waarnemingsgrootheden en worden de coördinaten in het z-stelsel niet gewijzigd.

Het model van waarnemingsvergelijkingen bij de Helmert-transformatie is in § 4.4.3 gespecificeerd en is in verkorte notatie:

$$E\{\begin{pmatrix} \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{w}_n \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} Cz_1 + t_w \\ \vdots \\ Cz_n + t_w \end{pmatrix} ,$$

waarbij C twee transformatieparameters bevat voor de schaalverandering en rotatie van het z-stelsel naar het w-stelsel, en t_w betrekking heeft op de translatieparameters:

$$C = \begin{pmatrix} a_{zw} & b_{zw} \\ -b_{zw} & a_{zw} \end{pmatrix} , \quad t_w = \begin{pmatrix} t_u \\ t_v \end{pmatrix} .$$

Na constatering van een systematische affiene vervorming wordt een overbepaalde affiene transformatie toegepast. Voor deze affiene transformatie is het model van waarnemingsvergelijkingen:

$$E\{\begin{pmatrix} \underline{w}_1 \\ \vdots \\ \underline{w}_n \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} Dz_1 + t_w \\ \vdots \\ Dz_n + t_w \end{pmatrix} ,$$

waarbij D vier transformatieparameters bevat voor de affiene transformatie van het z-stelsel naar het w-stelsel:

$$D = \begin{pmatrix} a_{zw} & b_{zw} \\ c_{zw} & d_{zw} \end{pmatrix} .$$

8.4.5 Kansmodel

Als variantiematrix van de coördinaten van de aansluitingspunten in het w-stelsel wordt een met een factor σ^2 geschaalde eenheidsmatrix gebruikt waarbij:

$$\sigma^2 = c_0(w) + c_0(z) + 2\overline{d}^2 .$$

Hierin zijn $c_0(w)$ en $c_0(z)$ de karakteristieke c_0-parameters van de betrokken puntenvelden en is $\overline{d}$ een (geschatte) gemiddelde standaardafwijking voor de idealisatieprecisie van de aansluitingspunten.
De c_0-parameters worden gebaseerd op de in § 2.6.3 gespecificeerde precisie van detailpuntenvelden of op de geregistreerde kwaliteitskenmerken van de puntenvelden. Wanneer een puntenveld is ontstaan door het digitaliseren van een analoge kaart moet in c_0 ook de invloed zijn verdisconteerd van de precisie van het digitaliseren (zie appendix D). Wanneer de precisie van de aansluitingspunten niet goed bekend is, wordt σ^2 geraamd.

Bij een raming kunnen voor diverse puntenvelden de waarden uit tabel 8.1 worden gehanteerd als karakteristieke c_0-parameters.

soort puntenveld	c_0 in cm²
gedigitaliseerde hermeten kadastrale kaart	$(2S \cdot 10^{-2})^2$
gedigitaliseerde zelfstandige kartering	$(2S \cdot 10^{-2})^2$
gedigitaliseerde niet-hermeten kadastrale kaart	$(5S \cdot 10^{-2})^2$
reconstructiebestand met terrestrisch bepaalde coördinaten	9
digitale fotogrammetrische kartering uit opname 1 : 3000	100
digitale fotogrammetrische kartering uit opname 1 : 6000	225

Tabel 8.1: Parameters voor de puntprecisie van diverse puntenvelden (S het schaalgetal van de betreffende kartering).

In de bijzondere situatie waarbij de ruitkruizen van een kaart als aansluitingspunten worden benut geldt: $c_0(z) = 0$ en $\overline{d} = 0$, waardoor in dat geval geldt: $\sigma^2 = c_0(w)$.

8.4.6 Rekenproces en foutopsporing

Voor de berekening van transformatieparameters worden alle geselecteerde aansluitingspunten gebruikt. In § 4.4.3 is deze berekening gegeven voor de Helmert-transformatie en in § 4.4.4 voor de overbepaalde affiene transformatie.
Met behulp van deze transformatieparameters worden vervolgens residuen van de coördinaten in het w-stelsel berekend. Bij de Helmert-transformatie volgen de residuen uit:

$$du_i = u_i - \hat{a}x_i - \hat{b}y_i - \hat{t}_u \quad \text{en} \quad dv_i = v_i + \hat{b}x_i - \hat{a}y_i - \hat{t}_v \quad .$$

Bij de affiene transformatie volgen de residuen uit:

$$du_i = u_i - \hat{a}x_i - \hat{b}y_i - \hat{t}_u \quad \text{en} \quad dv_i = v_i - \hat{c}x_i - \hat{d}y_i - \hat{t}_v \quad .$$

De algemene toets van het model wordt gebaseerd op de volgende toetsingsgrootheid:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(du_i^2 + dv_i^2)}{\sigma^2} \quad .$$

De toetsingsgrootheid heeft een χ^2-verdeling met $2n - p$ vrijheidsgraden, waarbij n het aantal aansluitingspunten is en p het aantal transformatieparameters (4 bij de Helmert-transformatie en 6 bij de affiene transformatie).
De algemene toets van het model wordt verworpen als de waarde van de toetsingsgrootheid groter is dan zijn kritieke waarde. De kritieke waarde wordt bepaald met behulp van de B-methode van toetsen waarbij de onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets 0.001 bedraagt. Bij veel aansluitingspunten (en daarmee een groot aantal vrijheidsgraden) wordt de onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets van het

model zeer groot. In dat geval is de kans op het onterecht verwerpen van de nulhypothese groot. Hiermee moet rekening worden gehouden als de onbetrouwbaarheidsdrempel groter is dan 0.1. In dat geval is het mogelijk dat de algemene toets wordt verworpen, terwijl geen aansluitingspunt wordt verworpen.

Als de algemene toets van het model wordt aanvaard, dan wordt gekeken hoe ruim de toets wordt aanvaard. De toets wordt te ruim aanvaard als:

$$\frac{T}{k_\alpha} < 0.5 \quad ,$$

waarbij k_α de kritieke waarde van de toets is. In dat geval is σ^2 kennelijk te groot gekozen. De factor σ^2 wordt echter nooit kleiner gekozen dan de waarde van de c_0-parameter die vereist is voor het eindresultaat van de kaartvernieuwing. Een te grote σ^2 wordt als volgt gewijzigd:

$$\sigma^2_{(nieuw)} = \frac{T}{k_\alpha}\sigma^2_{(oud)} \quad .$$

Hierna wordt een toetsing per punt uitgevoerd.
Een toetsing per punt wordt eveneens uitgevoerd bij verwerping van de algemene toets van het model. Voor de toetsing per punt wordt een toets per coördinaat toegepast op de wijze als aangegeven in § 4.7.4 voor een benaderde transformatie. Een mogelijke fout in de coördinaten van een punt i is nu waarschijnlijk indien:

$$\frac{|du_i|}{\sigma_{du}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad \text{en/of} \quad \frac{|dv_i|}{\sigma_{dv}} > N_{\alpha/2}(0,1) \quad ,$$

met $\sigma_{du} = \sigma_{dv} = \sqrt{\sigma^2}$.

Bij deze toets kan een onbetrouwbaarheidsdrempel α van 0.001 worden gehanteerd.
In situaties waar de kwaliteit van de aansluitingspunten sterk varieert, is deze toets minder scherp als gevolg van het feit dat bij de voorbewerking geen onderscheid wordt gemaakt tussen punten met een verschillende precisie. In een volgend deelproces (§ 8.5) kan een scherpere toetsing worden uitgevoerd tijdens een aansluitingsvereffening waarbij verschillen in precisie wèl in de vereffening en de toetsing kunnen worden betrokken.

Als meer dan 10% van de aansluitingspunten wordt verworpen, moet eerst worden nagegaan of de verwerping te wijten is aan:
- de keuze van een onjuiste transformatie;
- kwaliteitsverschillen in deelgebieden;
- de keuze van een te kleine waarde voor σ^2.

Bij verwerping van een groot aantal aansluitingspunten kan een analyse van de grafische presentatie van de residuen uitwijzen dat de verwerping het gevolg is van systematische vervormingen of van kwaliteitsverschillen in deelgebieden. In § 8.3.3 zijn voor deze analyse aanwijzingen en voorbeelden gegeven.
Bij keuze van een andere transformatie of bij splitsing in deelgebieden wordt de voorbewerking tot en met de foutopsporing één of meerdere keren herhaald om de effecten van de toegepaste wijzigingen te kunnen beoordelen.

Wanneer meer dan 10% van de aansluitingspunten wordt verworpen, terwijl de verworpen punten regelmatig verspreid zijn gelegen over het gehele puntenveld en in de presentatie van de residuen geen systematiek herkenbaar is, dan zal de verwerping waarschijnlijk zijn veroorzaakt door de keuze van een te kleine waarde voor σ^2. In dat geval wordt deze als volgt gewijzigd:

$$\sigma^2_{(nieuw)} = \frac{T}{k_\alpha}\sigma^2_{(oud)} \quad ,$$

waarna de toetsing per punt wordt herhaald.

Wanneer minder dan 10% van de aansluitingspunten wordt verworpen terwijl de verworpen punten verspreid zijn gelegen over het puntenveld, is er mogelijk sprake van incidentele blunders of identificatiefouten. Als verkeerde punten ten onrechte als identieke punten zijn geselecteerd kunnen deze fouten soms worden hersteld wanneer alsnog de juiste punten kunnen worden geïdentificeerd. Voor zover mogelijke fouten niet zijn te herstellen worden de verworpen punten niet gebruikt als aansluitingspunt.
Na elke wijziging in de verzameling geselecteerde aansluitingspunten wordt de berekening tot en met de foutopsporing herhaald totdat alle toetsen worden aanvaard.

Na afloop van de voorbewerking kan de puntprecisie van het te vernieuwen puntenveld W als volgt worden beschreven met een $c_0(w)$-parameter:

$$c_0(w) = \sigma^2 - c_0(z) - 2\bar{d}^2 \quad ,$$

waarin σ^2 de laatst gewijzigde factor is voor de schaling van de eenheidsmatrix die als variantiematrix is gebruikt voor de aansluitingspunten. De hier vastgestelde waarde voor $c_0(w)$ is van belang bij het maken van de juiste keuze voor de verdere voortzetting van het vernieuwingsproces.

Na aanvaarding van de toetsing worden met de vereffende transformatieparameters de parameters voor een inverse transformatie berekend op de wijze als vermeld in § 4.4.3 en § 4.4.4. Hiermee worden coördinaten van alle punten van het puntenveld W getransformeerd naar het z-stelsel (met uitzondering van de verwijderde punten in kaartsituaties met een inhomogene kwaliteit en de afgesplitste deelgebieden die als afzonderlijk puntenveld worden verwerkt).
Met de getransformeerde coördinaten wordt een puntenveld W' beschreven. De puntenvelden W' en Z zijn nu bij benadering in hetzelfde coördinatenstelsel gedefinieerd. Het puntenveld W' wordt nog niet toegevoegd aan het puntenveld Z. In de nog volgende deelprocessen worden de coördinaten uit puntenveld W' verder verwerkt.

8.5 Vereffening van aansluitingspunten

8.5.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Bij de transformatie van puntenvelden tijdens de voorbewerking is geen rekening gehouden met kwaliteitsverschillen tussen de aansluitingspunten. Bovendien bestaan er na afloop van de voorbewerking nog tegenspraken in de coördinaten van de aansluitingspunten.
De doelstelling van de vereffening van aansluitingspunten is:
- de eliminatie van tegenspraken tussen aansluitingspunten op basis van een aansluitingsvereffening;
- de verbetering van transformatieparameters voor de transformatie van de vrije punten.

In deze paragraaf worden bij de aansluitingsvereffening uitsluitend aansluitingspunten betrokken. Een vereffening van aansluitingspunten in combinatie met aansluitingsrelaties tussen punten uit verschillende puntenvelden wordt behandeld in § 8.6.

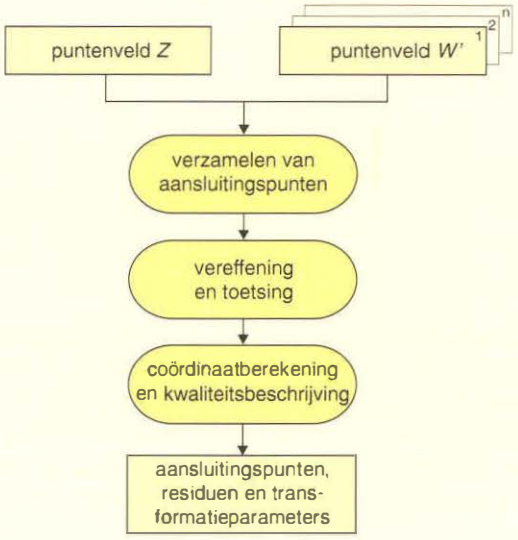
Voor de uitvoering van de vereffening gelden de volgende randvoorwaarden:
- er moeten aansluitingspunten beschikbaar zijn die qua aantal en ligging voldoen aan de eisen zoals genoemd in § 8.3.2;
- alle aansluitingspunten zijn reeds getoetst tijdens de voorbewerking op de wijze als aangegeven in § 8.4;
- alle puntenvelden zijn (bij benadering) beschikbaar in het gewenste coördinatenstelsel.

Een vereffening van aansluitingspunten heeft geen zin wanneer bij een kaartvernieuwing slechts twee puntenvelden zijn betrokken met voldoende aansluitingspunten, terwijl er geen vormveranderingen zijn toegestaan in één van de puntenvelden en er bovendien geen significante kwaliteitsverschillen tussen de aansluitingspunten bestaan of niet bekend zijn. In dit geval is er geen verbeteringmogelijk van de tijdens de voorbewerking bepaalde transformatieparameters. De tegenspraken tussen de aansluitingspunten kunnen dan worden geëlimineerd door in beide puntenvelden de coördinaten van de aansluitingspunten uit het niet te vervormen puntenveld aan te houden. De kaartvernieuwing wordt in dit geval voortgezet met een eventuele interpolatie van vrije punten of met een lokale kaartverbetering, uitgaande van de resultaten na afloop van de voorbewerking.

8.5.2 Procesbeschrijving

Het proces voor deze vereffening is eenvoudiger van opzet dan dat van een volledige aansluitingsvereffening zoals behandeld in § 4.2 omdat:
- de voorbewerking al is uitgevoerd in voorgaande deelprocessen;
- alle puntenvelden benaderd in hetzelfde stelsel beschikbaar zijn;
- de nabewerking in een volgend deelproces aan de orde komt;
- er alleen aansluitingspunten en geen vrije punten bij worden betrokken.

In figuur 8.12 is het vereffeningsproces schematisch weergegeven.



Figuur 8.12: Proces van de vereffening van aansluitingspunten.

De modellering betreft de keuze van de soort transformatie, de aansluitingsmethode en het kansmodel.
Bij de vereffening fungeren de coördinaten van alle aansluitingspunten als waarnemingen. Voor de aan te sluiten puntenvelden worden de getransformeerde coördinaten gebruikt in het w'-stelsel, dat bij benadering overeen komt met het z-stelsel. In de vereffening worden gelijktijdig alle beschikbare aansluitingspunten uit alle puntenvelden betrokken.

De toetsing van de aansluitingspunten wordt gebaseerd op een kleinste-kwadraten aansluiting en uitgevoerd op de wijze als beschreven in § 4.7.

Voor de coördinaatberekening worden drie situaties onderscheiden:
- De aansluiting waarbij vormveranderingen zijn toegestaan in alle puntenvelden. De resultaten volgen nu direct uit de uitgevoerde kleinste-kwadraten aansluiting.
- De aansluiting aan een puntenveld waarvan de coördinaten niet mogen wijzigen. In deze situatie wordt de coördinaatberekening gebaseerd op een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting.
- De aansluiting van een qua vorm te handhaven puntenveld. Het aan te sluiten puntenveld wordt nu uitsluitend getransformeerd. De coördinaten van de aansluitingspunten uit het Z-puntenveld moeten nu worden gewijzigd. Voor de transformatie kunnen de schatters van de transformatieparameters worden gebruikt die tijdens de kleinste-kwadraten aansluiting zijn berekend.

De resultaten bestaan uit:
- vereffende coördinaten van de aansluitingspunten in het z-stelsel;
- residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten in puntenvelden waarin vormveranderingen worden toegepast;
- transformatieparameters voor de latere transformatie van de vrije punten;
- precisie-kenmerken van de vereffende coördinaten.

De residuen zijn nodig om in een volgend deelproces een interpolatie van de vrije punten uit te kunnen voeren.

8.5.3 Meetontwerp

De aansluiting wordt in eerste instantie gebaseerd op een gelijkvormigheidstransformatie. Wanneer echter tijdens de voorbewerking voor een combinatie van twee puntenvelden een affiene transformatie is toegepast, wordt deze ook toegepast bij de aansluitingsvereffening. Ook kan op grond van de toetsing tijdens deze vereffening alsnog een affiene transformatie worden gekozen. Bij een gelijktijdige aansluiting van meer dan twee puntenvelden kunnen dus verschillende soorten transformaties worden toegepast.

Bij deze vereffening worden alle aansluitingspunten betrokken. Dit zijn ten minste dezelfde aansluitingspunten als bij de voorbewerking. De in § 8.3.2 gegeven richtlijnen inzake de ligging en het gewenste aantal aansluitingspunten gelden ook hier. Als variantiematrix wordt een diagonaalmatrix gebruikt. De varianties in deze matrix worden gebaseerd op de kwaliteitsbeoordeling tijdens de voorbewerking. Er wordt nu niet een gemiddelde idealisatieprecisie toegepast maar een idealisatieprecisie per punt. Deze wordt ontleend aan de geregistreerde precisie-kenmerken of gebaseerd op de in § 2.5.5 gegeven klasse-indeling voor de idealisatieprecisie.

Voor de toetsing wordt een gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting uitgevoerd. Bij verwerking van een groot aantal aansluitingspunten kan dit model goed worden gebaseerd op de vereffening van coördinaatverschillen zoals behandeld is in § 4.6.4 (rekenschema 3). De toetsing wordt uitgevoerd op de wijze, zoals beschreven is in § 4.7.5.
Voorts verdient het aanbeveling om residuen en toetsingsgrootheden grafisch af te beelden in relatie met het kaartbeeld en visueel te beoordelen. Wanneer alsnog systematische vervormingen worden geconstateerd in een deelgebied, moeten de voorgaande resultaten van de toetsing worden vergeleken met de resultaten na een aansluiting van deelgebieden. Wanneer de aansluiting van deelgebieden resulteert in significant betere toetsingsresultaten, moet het puntenveld met inbegrip van de vrije punten worden gesplitst in afzonderlijke puntenvelden.

Er kunnen verschillende keuzen worden gemaakt voor de berekening van de coördinaten van de aansluitingspunten en de transformatieparameters voor de latere transformatie van de vrije punten:

- Wanneer vormveranderingen in alle betrokken puntenvelden zijn toegestaan, worden de resultaten gebruikt van de kleinste-kwadraten aansluiting. Voorbeelden hiervan zijn de onderlinge aansluiting van terrestrisch of fotogrammetrisch bepaalde puntenvelden of de aansluiting van een hermeten kadastrale kaart en een fotogrammetrische kartering waarbij de kadastrale kaart wordt vernieuwd en tevens wordt benut voor de naverkenning van de fotogrammetrische kartering (bijvoorbeeld omdat hiermee gelijktijdig een GBKN wordt vervaardigd).
- Wanneer in het puntenveld waaraan wordt aangesloten geen vormveranderingen zijn toegestaan, worden de coördinaten en de precisie van de aansluitingspunten uit het niet te vervormen puntenveld Z niet gewijzigd. Residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten uit puntenveld W' en transformatieparameters worden berekend op basis van een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting. Dit rekenmodel wordt bijvoorbeeld toegepast voor de vernieuwing van een kadastrale kaart waarbij de kaartinhoud moet worden afgestemd op een bestaande, niet te vervormen GBKN.
- Het kan wenselijk zijn om in een aan te sluiten puntenveld geen vervormingen toe te passen ter voorkoming van wijzigingen in de onderlinge ligging van de punten. Deze situatie kan zich voordoen als in een aan te sluiten detailpuntenveld veel nabijheidsrelaties tussen objecten bestaan die gehandhaafd moeten worden. In dit geval moeten

coördinaten gewijzigd kunnen worden in het puntenveld waaraan wordt aangesloten. Om vervormingen in het aan te sluiten puntenveld te voorkomen wordt dit puntenveld uitsluitend getransformeerd. Voor deze transformatie naar het z-stelsel worden de schatters van de transformatieparameters gebruikt die zijn bepaald tijdens de kleinste-kwadraten aansluiting. De coördinaten van de aansluitingspunten uit puntenveld Z worden hierdoor gewijzigd.

Bij de onderlinge aansluiting van twee of meer puntenvelden kan maximaal één puntenveld qua vorm onveranderd blijven. In alle overige puntenvelden moeten vormveranderingen worden toegepast in de ligging van de aansluitingspunten.

Voor de kwaliteitsbeschrijving kan de variantiematrix van de vereffende aansluitingspunten worden berekend. Het is in het algemeen niet nodig om alle elementen van deze variantiematrix te berekenen. Meestal wordt in het eindresultaat van een kaartvernieuwing alleen een precisie-kenmerk per punt opgenomen. Per punt kan bijvoorbeeld de halve lange as van de standaardellips worden gehanteerd als maat voor de precisie. In dat geval wordt voor elk aansluitingspunt de variantie en de covariantie van de vereffende coördinaten berekend, zodat per punt een standaardellips bekend is.

8.5.4 Functiemodel

Voor de vereffening van de aansluitingspunten wordt eerst een functiemodel opgesteld voor de toetsing. Voor de toetsing worden de coördinaten van alle aansluitingspunten uit alle betrokken puntenvelden beschouwd als waarnemingsgrootheden. Als de coördinaten in één van de betrokken puntenvelden niet mogen worden gewijzigd, wordt vervolgens een model voor de coördinaatberekening opgesteld.

De toetsing van de aansluitingspunten wordt uitgevoerd als onderdeel van een gefaseerde kleinste-kwadraten vereffening, overeenkomstig het in § 4.6.4 gegeven rekenschema 2 (gebaseerd op de simultane vereffening van aansluitingspunten) of rekenschema 3 (gebaseerd op de vereffening van coördinaatverschillen). Bij toepassing van schema 2 worden de stappen 4 en 5 niet uitgevoerd en bij toepassing van schema 3 worden de stappen 5 en 6 niet uitgevoerd, omdat bij dit deelproces nog geen vrije punten worden betrokken.

De gegeven coördinaten van de aansluitingspunten in het gewenste stelsel (puntenveld Z) fungeren als benaderde waarden. De aan te sluiten puntenvelden zijn tijdens de voorbewerking benaderd getransformeerd naar het gewenste stelsel. Een aan te sluiten puntenveld wordt hierna aangeduid als puntenveld W' met w'_2 als coördinaten van de aansluitingspunten.
De benaderde waarden van de transformatieparameters voor de transformatie van het z-stelsel naar het w'-stelsel zijn nu:

- voor een gelijkvormigheidstransformatie: $a^0 = 1$; $b^0 = 0$; $t_u^0 = 0$; $t_v^0 = 0$;
- voor een affiene transformatie: $a^0 = 1$; $b^0 = 0$; $c^0 = 0$; $d^0 = 1$; $t_u^0 = 0$; $t_v^0 = 0$.

Wanneer meer dan twee puntenvelden gelijktijdig worden aangesloten, moet het model van waarnemingsvergelijkingen worden afgeleid aan de hand van de afzonderlijke transformaties voor de verschillende puntenvelden.

Na afloop van de toetsing wordt het functiemodel gewijzigd voor de coördinaatberekening, ingeval aangesloten moet worden aan een niet te vervormen puntenveld. Voor deze coördinaatberekening wordt het rekenmodel van een gefaseerde pseudo kleinste-kwadraten aansluiting toegepast, zoals dat beschreven is in rekenschema 5 (§ 4.6.4), waarbij de stappen voor de vereffening en transformatie van vrije punten niet worden uitgevoerd. Alleen de coördinaten van de aansluitingspunten uit de aan te sluiten puntenvelden zijn nu de waarnemingsgrootheden. De coördinaten van de aansluitingspunten uit het niet te vervormen puntenveld worden bij deze coördinaatberekening niet gewijzigd. Wanneer meer dan twee puntenvelden gelijktijdig onderling en aan het niet te vervormen puntenveld worden aangesloten, moet het model van waarnemingsvergelijkingen ook hier worden afgeleid aan de hand van de afzonderlijke transformaties voor de verschillende puntenvelden.

8.5.5 Kansmodel

De standaardafwijking van een coördinaat van een aansluitingspunt i uit de puntenvelden W' en Z wordt beschreven met:

$$\sigma_{w_i'} = \sqrt{c_0(w) + \overline{d}_i^2} \quad \text{en} \quad \sigma_{z_i} = \sqrt{c_0(z) + \overline{d}_i^2} \quad .$$

Hierbij zijn $c_0(w)$ en $c_0(z)$ de parameters voor de puntprecisie zoals deze voor het betreffende puntenveld zijn vastgesteld na afloop van de voorbewerking (zie § 8.4.6). Als tijdens de voorbewerking een afwijkende precisie is geconstateerd in deelgebieden wordt de variantie van de betreffende punten dienovereenkomstig aangepast. Voor $\overline{d}_i$ wordt de standaardafwijking voor de idealisatie van elk aansluitingspunt afzonderlijk gebruikt.

De standaardafwijkingen van de getransformeerde coördinaten in het w'-stelsel worden gelijk gesteld aan de standaardafwijkingen in het w-stelsel ($\sigma_{w_i'} = \sigma_{w_i}$).
De variantiematrix van de aansluitingspunten is een diagonaalmatrix.
Bij toepassing van het in § 4.6.4 gegeven rekenschema 3 is de variantiematrix van de coördinaatverschillen $\Delta\underline{d}$:

$$D\{\Delta\underline{d}\} = Q_d = Q_{w_{22}} + Q_{z_{22}} \quad .$$

Ook deze variantiematrix is een diagonaalmatrix. De standaardafwijking van een coördinaatverschil voor een punt i is:

$$\begin{aligned} \sigma_{d_i} &= \sqrt{\sigma_{w_i}^2 + \sigma_{z_i}^2} \\ &= \sqrt{c_0(w) + c_0(z) + 2\overline{d}_i^2} \quad . \end{aligned}$$

Als voor de coördinaatberekening moet worden aangesloten aan een niet te vervormen puntenveld, wordt hiervoor een ander kansmodel gebruikt. Voor de coördinaatberekening wordt dan het rekenmodel van een gefaseerde pseudo kleinste-kwadraten aansluiting gebruikt, zoals dat beschreven is in rekenschema 5 (§ 4.6.4). In dit model wordt alleen de variantiematrix $Q_{w_{22}}$ van de aansluitingspunten uit puntenveld W toegepast.

8.5.6 Toetsing

Voor de toetsing wordt de strategie gevolgd zoals beschreven in § 4.7.5 voor de toetsing tijdens de vereffening van aansluitingspunten.

Bij deze toetsing komen de navolgende onderdelen aan de orde:
- een algemene toets van het model;
- een punttoets per aansluitingspunt;
- een toetsing of een aan te sluiten puntenveld affien vervormd is.

De algemene toets van het model wordt gebaseerd op de volgende toetsingsgrootheid:

$$\underline{T} = \underline{\hat{e}}_d^T Q_d^{-1} \underline{\hat{e}}_d \quad ,$$

met $\underline{\hat{e}}_d = \Delta\underline{d} - \Delta\underline{\hat{d}}$ (bij toepassing van rekenschema 3, § 4.6.4).

De toetsingsgrootheid heeft een χ^2-verdeling met $2n - p$ vrijheidsgraden, waarbij n het aantal aansluitingspunten is en p het aantal transformatieparameters. De algemene toets van het model wordt verworpen als de waarde van de toetsingsgrootheid groter is dan zijn kritieke waarde k_α die wordt bepaald met de B-methode van toetsen. Bij een groot aantal vrijheidsgraden neemt de kans toe dat de toets onterecht verworpen wordt. Hiermee moet rekening worden gehouden als de onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene modeltoets groter is dan 0,1.

Indien het toetsingsquotiënt (het quotiënt van T en k_α) kleiner is dan 0,5 kunnen de varianties voor de puntprecisie of voor de idealisatieprecisie te groot zijn gekozen. Na een zorgvuldige voorbewerking is de kans hierop echter gering. Wel kunnen er fouten (blunders) zijn gemaakt bij het specificeren van de varianties. In dit geval wordt de vereffening herhaald met een gewijzigd kansmodel.
Voor elk aansluitingspunt wordt een punttoets uitgevoerd (zie § 4.7.6). Als onbetrouwbaarheidsdrempel van een één-dimensionale toets wordt $\alpha_0 = 0{,}001$ gehanteerd.
Wanneer, ook na eliminatie van eventuele modelfouten, de algemene toets van het model niet wordt aanvaard, moet worden nagegaan of er nog een affiene vervorming aanwezig is in puntenvelden waarvoor een gelijkvormigheidstransformatie is toegepast. Na een zorgvuldige voorbewerking is de kans hierop echter gering. Wanneer een hernieuwde vereffening op basis van een affiene transformatie niet leidt tot aanvaarding van de algemene modeltoets, of wanneer de affiene vervorming niet significant is, wordt nagegaan of er nog systematische vervormingen herkenbaar zijn in deelgebieden. Hiertoe wordt een grafische presentatie benut van residuen in de aansluitingspunten. Bij een vermoedelijke vervorming in een deelgebied worden de aansluitingspunten in het betreffende deelgebied als afzonderlijk puntenveld aangesloten en getoetst. Als in dit geval de algemene modeltoets wordt aanvaard moet het puntenveld met inbegrip van de vrije punten alsnog worden gesplitst in afzonderlijke puntenvelden.

Wanneer de algemene modeltoets wordt verworpen en er geen modelfouten of vervormingen meer zijn op te sporen, dient het kansmodel zodanig te worden gewijzigd dat de algemene modeltoets wel wordt aanvaard. Hiertoe moeten varianties groter worden gekozen. Voor zover er geen sprake is van foutief gespecificeerde varianties worden de varianties gewijzigd in de puntenvelden waarvan de kwaliteit niet goed bekend is. Wanneer varianties structureel meer dan een factor 1,5 moeten worden vergroot, is de kwaliteitsbeoordeling tijdens de voorbewerking mogelijk niet juist geweest. Bij vergroting van de varianties moet wel worden nagegaan of de vereiste precisie van het eindresultaat nog

haalbaar is met de nog resterende deelprocessen. Zonodig wordt het vernieuwingsproces alsnog afgebroken voor het uitvoeren van een herkartering of voor het toevoegen van aanvullende puntenvelden.

Verworpen punten worden niet als aansluitingspunt gebruikt. Als identieke punten niet als aansluitingspunt worden gebruikt, moet tijdens de nabewerking worden beslist op welke wijze de tegenspraken tussen deze identieke punten worden geëlimineerd.

8.5.7 Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving

Voor de berekening van coördinaten van aansluitingspunten worden de drie eerder beschreven situaties onderscheiden:
- de aansluiting waarbij vormveranderingen zijn toegestaan in alle puntenvelden;
- de aansluiting aan een puntenveld waarvan de coördinaten niet mogen wijzigen;
- de aansluiting van een qua vorm te handhaven puntenveld.

In elke situatie bestaan de resultaten uit:
- vereffende coördinaten en bijbehorende varianties van de aansluitingspunten in het z-stelsel;
- residuen van de vereffende coördinaten in de puntenvelden met vervormingen;
- transformatieparameters.

Vormveranderingen in alle puntenvelden
Wanneer in alle puntenvelden vormveranderingen zijn toegestaan, worden de resultaten berekend als onderdeel van de gefaseerde kleinste-kwadraten aansluiting met het model dat voor de toetsing is toegepast. Bij toepassing van het rekenschema 2 of 3 (zie § 4.6.4) worden de vereffende coördinaten en de residuen in de aansluitingspunten berekend in beide puntenvelden. Voor de residuen in de puntenvelden Z en W' geldt:

$$\hat{e}_{z_2} = \underline{z}_2 - \hat{\underline{z}}_2 \quad \text{en} \quad \hat{e}_{w'_2} = \underline{w}'_2 - \hat{\underline{w}}'_2 \quad .$$

Schatters van de transformatieparameters (voor de transformatie van het z-stelsel naar het w'-stelsel) en de varianties van de vereffende aansluitingspunten worden eveneens berekend als onderdeel van de vereffening. De precisie van de aansluitingspunten in het z-stelsel zal door deze aansluiting verbeteren. Wanneer twee puntenvelden bij de aansluiting zijn betrokken, wordt de variantiematrix van de aansluitingspunten berekend als:

$$Q_{\hat{z}_{22}} = Q_{z_{22}} - Q_{z_{22}} Q_d^{-1} Q_{z_{22}} \quad .$$

De variantiematrix is een diagonaalmatrix. Voor de vereffende coördinaat van een aansluitingspunt i is de variantie:

$$\sigma^2_{\hat{z}_i} = \sigma^2_{z_i}\left(1 - \frac{\sigma^2_{z_i}}{\sigma^2_{d_i}}\right) = \frac{\sigma^2_{w'_i}\sigma^2_{z_i}}{\sigma^2_{w'_i} + \sigma^2_{z_i}} \quad .$$

Aansluiting aan een niet te wijzigen puntenveld
Het functie- en kansmodel voor de aansluiting aan een niet te wijzigen puntenveld Z is beschreven in § 8.5.4 en § 8.5.5. De berekening kan worden uitgevoerd als onderdeel van een gefaseerde pseudo kleinste-kwadraten aansluiting met het rekenmodel zoals dat beschreven is in rekenschema 5 (§ 4.6.4). Er zijn nu alleen residuen in puntenveld W':

$$\hat{e}_{w'_2} = \underline{w}'_2 - \hat{\underline{w}}'_2 \quad .$$

De schatters van de transformatieparameters volgen uit de vereffening. De coördinaten van de aansluitingspunten uit puntenveld Z worden niet gewijzigd zodat ook de varianties van deze punten niet wijzigen.

Aansluiting van een niet te vervormen puntenveld
Wanneer geen vormveranderingen zijn toegestaan in een aan te sluiten puntenveld W' wordt dit puntenveld uitsluitend getransformeerd naar het z-stelsel. Voor deze transformatie en de berekening van residuen wordt gebruik gemaakt van de resultaten van de kleinste-kwadraten aansluiting met het model dat voor de toetsing van de aansluitingspunten is toegepast.
Bij toepassing van de rekenschema's 2 en 3 (§ 4.6.4) zijn ondermeer schatters berekend van de transformatieparameters voor de transformatie van het z-stelsel naar het w'-stelsel. Met een inverse transformatie worden de coördinaten van de aansluitingspunten uit puntenveld W' nu getransformeerd naar het z-stelsel:

$$\underline{\hat{z}}_2 = T_{(W' \rightarrow Z)}(w'_2, \underline{\hat{t}}) \quad .$$

De residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten in het z-stelsel zijn dan:

$$\underline{\hat{e}}_{z_2} = \underline{z}_2 - \underline{\hat{z}}_2 \quad .$$

Er zijn nu geen residuen in het puntenveld W'.
De varianties van de aansluitingspunten in het z-stelsel worden in beginsel berekend door toepassing van de voortplantingswet op de uitgevoerde transformatie. Bij een groot aantal aansluitingspunten is de invloed van de transformatieparameters op de precisie van de getransformeerde coördinaten echter gering en geldt bij benadering: $\sigma^2_{\hat{z}_2} = \sigma^2_{w'_2}$.

8.6 Vereffening met aansluitingsrelaties

8.6.1 Doelstelling en randvoorwaarden

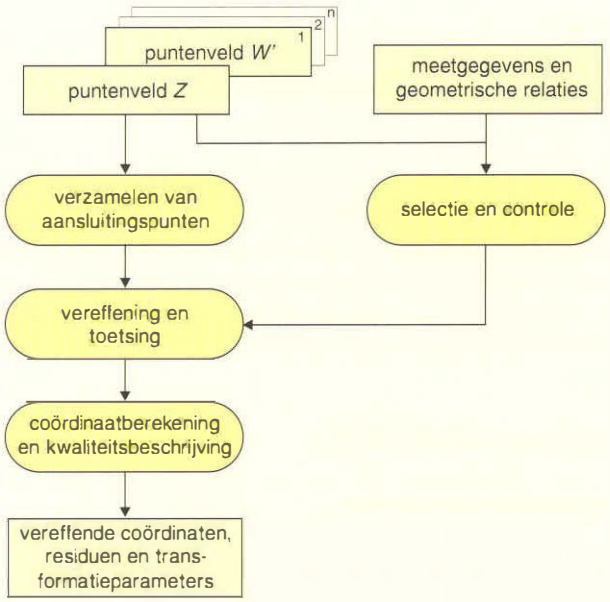
In sommige situaties kan bij de aansluiting van puntenvelden niet worden voldaan aan de gestelde eisen met betrekking tot het aantal aansluitingspunten of de juiste ligging van de aansluitingspunten. Ter compensatie worden dan aansluitingsrelaties geselecteerd in de vorm van meetgegevens en/of geometrische relaties tussen punten uit verschillende puntenvelden. In plaats van een aansluitingsvereffening met uitsluitend aansluitingspunten wordt nu een aansluitingsvereffening uitgevoerd waarbij de volgende aansluitingselementen zijn betrokken:
- aansluitingspunten uit alle betrokken puntenvelden;
- aansluitingsrelaties, zoals afstanden en hoeken tussen punten uit verschillende puntenvelden;
- vrije punten die betrokken zijn bij een aansluitingsrelatie.

In een eerder deelproces is de voorbewerking van puntenvelden uitgevoerd (§ 8.4). Na afloop van de voorbewerking bestaan er nog tegenspraken in de coördinaten van de aansluitingspunten.
De doelstelling van de aansluitingsvereffening met aansluitingsrelaties omvat nu:
- de eliminatie van tegenspraken in de coördinaten van aansluitingspunten op basis van een aansluitingsvereffening waarbij tevens aansluitingsrelaties worden betrokken;
- de bepaling van verbeterde transformatieparameters voor de transformatie van de vrije punten.

Voor de uitvoering van deze vereffening gelden de volgende randvoorwaarden:
- er moeten aansluitingsrelaties beschikbaar zijn om het tekort aan aansluitingspunten te compenseren;
- alle aansluitingspunten zijn tijdens de voorbewerking getoetst (§ 8.4).
- alle puntenvelden zijn (bij benadering) beschikbaar in het gewenste coördinatenstelsel.

8.6.2 Procesbeschrijving

Het proces voor de vereffening met aansluitingsrelaties is schematisch weergegeven in figuur 8.13.



Figuur 8.13: Proces van de vereffening met aansluitingsrelaties.

In vergelijking met het in § 8.5 beschreven proces voor de vereffening van aansluitingspunten worden nu aanvullend aansluitingsrelaties geselecteerd, met inbegrip van de bij deze relaties betrokken punten voor zover deze punten niet reeds als aansluitingspunt zijn betrokken. Alle geselecteerde aansluitingsrelaties worden eerst gecontroleerd op de aanwezigheid van grove fouten, voordat ze worden betrokken bij de vereffening.
Alle aansluitingselementen worden integraal vereffend. Bij de aan te sluiten puntenvelden worden de getransformeerde coördinaten in het w'-stelsel als waarnemingsgrootheden behandeld. Voor de te vereffenen aansluitingsrelaties worden waarnemingsvergelijkingen opgesteld waarin het functionele verband tussen deze relaties en de daarbij betrokken coördinaten wordt gespecificeerd.
De toetsing van de aansluitingselementen wordt gebaseerd op een kleinste-kwadraten vereffening en verloopt op een wijze die vergelijkbaar is met de in § 8.5 beschreven toetsing van de aansluitingspunten. Naast aansluitingspunten worden nu ook de aansluitingsrelaties en de daarbij betrokken vrije punten getoetst.

Voor de coördinaatberekening kunnen dezelfde drie situaties worden onderscheiden als bij een afzonderlijke vereffening van aansluitingspunten:
- vormveranderingen in alle puntenvelden;
- aansluiting aan een niet te wijzigen puntenveld;
- aansluiting van een niet te vervormen puntenveld.

Ten behoeve van de verdere uitvoering van het kaartvernieuwingsproces worden de navolgende resultaten bepaald:
- vereffende coördinaten van de als aansluitingselement betrokken punten in het z-stelsel;
- residuen van de vereffende coördinaten in de puntenvelden waarin vormveranderingen worden toegepast;
- transformatieparameters voor de latere transformatie van de vrije punten;
- precisie-kenmerken van de vereffende coördinaten.

8.6.3 Meetontwerp

Voor de keuze van de aansluitingspunten en de toe te passen transformaties gelden de aanwijzingen zoals gegeven in § 8.5.3.
Voor de compensatie van ontbrekende aansluitingspunten worden aanvullend aansluitingsrelaties geselecteerd in de vorm van meetgegevens en geometrische relaties tussen punten uit verschillende puntenvelden, met inbegrip van de daarbij betrokken vrije punten.

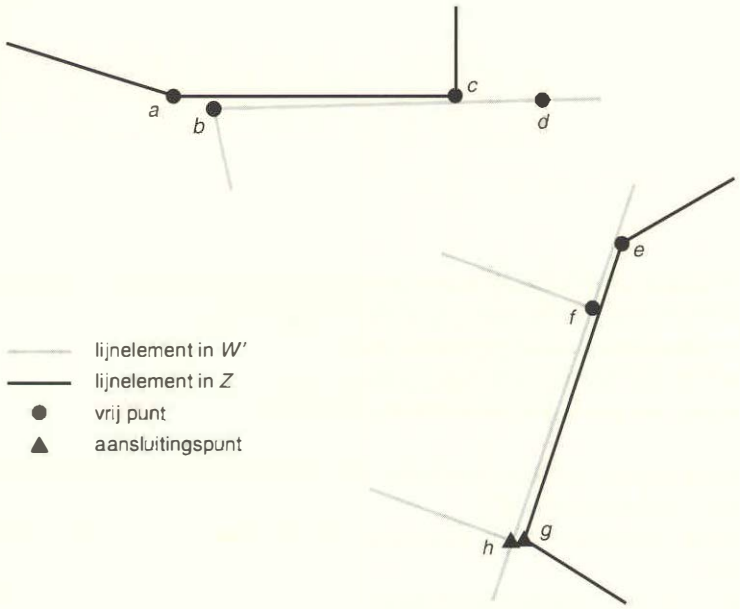
De selectie van aansluitingsrelaties wordt beperkt tot relaties tussen dicht bij elkaar gelegen punten met een goede idealisatieprecisie. De idealisatieprecisie moet in elk geval beter zijn dan de voor vernieuwing vereiste puntprecisie.
Als aansluitingsrelaties kunnen worden benut:
- een gegeven afstand tussen twee punten uit verschillende puntenvelden;
- een gegeven hoek tussen twee lijnelementen uit verschillende puntenvelden (bijvoorbeeld nul bij evenwijdige lijnelementen);
- de loodrechte afstand van een punt tot een lijnelement in een ander puntenveld (bijvoorbeeld nul bij punten van samenvallende lijnelementen).

Aansluitingsrelaties worden bij voorkeur gebaseerd op gemeenschappelijke lijnelementen uit verschillende kaarten, zoals kaartbladgrenzen met een goede idealisatieprecisie.

In figuur 8.14 zijn twee voorbeelden gegeven van gemeenschappelijke lijnelementen uit verschillende puntenvelden.

Bij de gemeenschappelijke lijnelementen ac en bd vallen de eindpunten niet samen. In dit geval zijn de volgende aansluitingselementen betrokken:
- de eindpunten a, b, c en d (8 coördinaten van vier vrije punten);
- twee aansluitingsrelaties:
  - punt b ligt op lijnelement ac, ofwel de loodrechte afstand van b tot ac is nul;
  - punt c ligt op lijnelement bd.

Bij de gemeenschappelijke lijnelementen eg en fh zijn de punten g en h identieke punten. In deze situatie zijn de volgende aansluitingselementen betrokken:
- de aansluitingspunten g en h (4 coördinaten);
- de punten e en f (4 coördinaten van twee vrije punten);
- één aansluitingsrelatie: punt f ligt op het lijnelement eg.



Figuur 8.14: Voorbeeld van gemeenschappelijke lijnelementen als aansluitingselementen.

In deze voorbeelden wordt met de aansluitingsrelaties de collineariteit gespecificeerd van een punt in het ene puntenveld ten opzichte van een lijnelement in het andere puntenveld. De collineariteit kan op overeenkomstige wijze worden gespecificeerd voor een punt in het verlengde van een lijnelement (over de bladrand doorlopende lijnelementen).
Bij evenwijdige lijnelementen uit verschillende puntenvelden, of bij elementen die loodrecht op elkaar staan, wordt de aansluitingsrelatie gebaseerd op het verschil tussen de argumenten van de betrokken lijnelementen.

Aansluitingsrelaties worden uitsluitend geselecteerd als het in § 8.3.2 verlangde aantal aansluitingspunten niet beschikbaar is of wanneer de aansluitingspunten niet of in onvoldoende mate beschikbaar zijn op de gewenste plaatsen. Voor de compensatie van één ontbrekend aansluitingspunt moeten minimaal twee aansluitingsrelaties worden geselecteerd in de omgeving waar een aansluitingspunt ontbreekt. Voorzover er meer aansluitingsrelaties beschikbaar zijn, kunnen deze worden benut in een volgend deelproces bij de lokale kaartverbetering. Als bijvoorbeeld een bladgrens samenvalt met lijnelementen uit een aansluitend puntenveld, zal deze bladgrens niet altijd volledig behoeven te worden gebruikt voor de aansluiting. De niet gebruikte relaties kunnen dan worden verwerkt bij de lokale kaartverbetering (§ 8.8).

De verschillende lijnelementen en afstanden die worden gebruikt voor het specificeren van aansluitingsrelaties moeten in verschillende richtingen worden gekozen, bij voorkeur in richtingen die loodrecht op elkaar staan. De aansluitingsrelaties worden bij voorkeur gebaseerd op terrestrische waarnemingen of (bij vernieuwing van een kadastrale kaart) ontleend aan bestaande veldwerken.

Voorafgaand aan de vereffening worden de geselecteerde aansluitingsrelaties gecontroleerd op de aanwezigheid van grove fouten. Hiertoe worden de aansluitingsrelaties vergeleken met de uit de coördinaten te berekenen relatie (zie § 8.6.4).

Alle aansluitingspunten en aanvullend geselecteerde aansluitingselementen worden integraal vereffend. Net als bij de afzonderlijke vereffening van aansluitingspunten worden bij de aan te sluiten puntenvelden de getransformeerde coördinaten in het w'-stelsel als waarnemingen gehanteerd en fungeren de gegeven coördinaten tevens als benaderde waarden. De op te lossen onbekenden zijn de coördinaten in het z-stelsel van alle punten die als aansluitingselement worden toegepast en de transformatieparameters voor de transformatie van het z-stelsel naar het w'-stelsel.

De toetsing wordt gebaseerd op het rekenmodel van een integrale kleinste-kwadraten vereffening. Voor de uitvoering van de toetsing wordt de strategie gevolgd als beschreven in § 4.7.3. Voorts verdient het aanbeveling om bij deze toetsing residuen en toetsingsgrootheden visueel te beoordelen in relatie met het kaartbeeld.

Er worden vereffende coördinaten berekend in het z-stelsel van alle punten die als aansluitingselement zijn gebruikt (dus van de aansluitingspunten en van de betrokken vrije punten). Voorzover dit punten zijn uit een puntenveld waarin vervormingen worden toegepast, worden van deze punten ook de residuen bepaald.
Wanneer vervormingen worden toegepast in puntenveld Z volgen de resultaten uit de integrale kleinste-kwadraten vereffening waarmee de toetsing is uitgevoerd. Als in puntenveld Z geen coördinaten mogen worden gewijzigd, worden de resultaten berekend op basis van een integrale pseudo kleinste-kwadraten vereffening.

8.6.4 Controle van aansluitingsrelaties

Voorafgaand aan de vereffening worden de geselecteerde aansluitingsrelaties gecontroleerd op de aanwezigheid van grove fouten. Meestal zullen deze fouten te wijten zijn aan een foutieve identificatie van punten die betrokken zijn bij een aansluitingsrelatie. Voor deze controle wordt het verschil berekend tussen de bekende gegeven waarde van een relatie en de uit de coördinaten af te leiden waarde. Vervolgens wordt beoordeeld of dit verschil significant is.

Alle puntenvelden zijn in deze fase bij benadering in hetzelfde coördinatenstelsel gegeven. Bij de verschillende aansluitingsrelaties is het verschil tussen de gegeven waarde van een relatie r en de uit coördinaten berekende waarde r^0 :

$$d_r = r - r^0$$

en geldt voorts:

$$\sigma_{d_r}^2 = \sigma_r^2 + \sigma_{r^0}^2 \quad ,$$

waarin σ_r de standaardafwijking is voor de meetprecisie van de gegeven relatie en σ_{r^0} de standaardafwijking van de uit coördinaten berekende relatie zoals die kan worden afgeleid door het toepassen van de voortplantingswet op de betreffende berekening.

Bij de controle van de collineariteit van drie punten worden r en σ_r gelijk aan nul gesteld en geldt bij benadering:

$$\sigma_{d_r} = \sigma_{r^0} = \sqrt{\bar{d}_{ij}^2 + c_0(w) + c_0(z)} \quad ,$$

met:

$\bar{d}_{ij}$	de standaardafwijking van de idealisatie van het betreffende lijnelement in het terrein;
$c_0(w)$ en $c_0(z)$	de parameters voor de puntprecisie van de punten uit de puntenvelden W' en Z zoals deze na afloop van de voorbewerking zijn vastgesteld (zie § 8.4.6).

Bij andere aansluitingsrelaties zal σ_r doorgaans verwaarloosbaar klein zijn ten opzichte van σ_{r_0}. Wanneer kaarten met een slechte precisie worden verwerkt, kan een waarde voor σ_{d_r} ook worden gekozen op basis van bestaande praktische ervaringen met puntenvelden van een vergelijkbare kwaliteit.

Een aansluitingsrelatie r èn de bij deze relatie betrokken vrije punten worden nu *niet* benut als aansluitingselement als:

$$|d_r| > 3\sigma_{d_r} \quad .$$

Als er aansluitingspunten bij een verworpen relatie zijn betrokken, worden deze aansluitingspunten gehandhaafd als aansluitingselement omdat ze tijdens de voorbewerking reeds zijn getoetst.

8.6.5 Functiemodel

De in § 8.5.3 gegeven aanwijzingen voor de keuze van de soort transformatie gelden ook hier. Er wordt eerst een functiemodel opgesteld voor de toetsing. Voor de toetsing wordt gebruik gemaakt van een model voor de integrale kleinste-kwadraten vereffening dat vergelijkbaar is met het rekenschema 1 in § 4.6.4. Het in dit schema gespecificeerde model van waarnemingsvergelijkingen moet worden aangevuld met waarnemingsvergelijkingen voor de aansluitingsrelaties.

De gegeven coördinaten in het gewenste stelsel (puntenveld Z) worden gebruikt als benaderde waarden voor de coördinaten van alle aansluitingspunten en van de betrokken vrije punten uit puntenveld Z. Als benaderde waarden voor de coördinaten van de betrokken vrije punten uit puntenveld W' worden de gegeven coördinaten in puntenveld W' gebruikt omdat dit puntenveld (bij benadering) naar het z-stelsel is getransformeerd. De benaderde waarden voor de transformatieparameters zijn dezelfde als hiervoor gegeven bij de modellering van een afzonderlijke vereffening van aansluitingspunten (zie § 8.5.4).
Alle aansluitingselementen worden als waarnemingsgrootheden gemodelleerd. De schaalfactor van de als aansluitingsrelatie geselecteerde afstanden wordt gelijk aan 1 gekozen en niet gemodelleerd als onbekende omdat de invloed van deze schaalfactor verwaarloosbaar is bij afstanden tussen dicht bij elkaar gelegen punten.
Het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen heeft de volgende vorm:

$$E\{\begin{bmatrix} \Delta\underline{z}_1 \\ \Delta\underline{z}_2 \\ \Delta\underline{w}'_2 \\ \Delta\underline{w}'_3 \\ \Delta\underline{r} \end{bmatrix}\} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & A_{z_2} & 0 & A_{t(z_2)} \\ 0 & 0 & A_{z_3} & A_{t(z_3)} \\ A_{z_1(r)} & A_{z_2(r)} & A_{z_3(r)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \\ \Delta z_3 \\ \Delta t \end{bmatrix} .$$

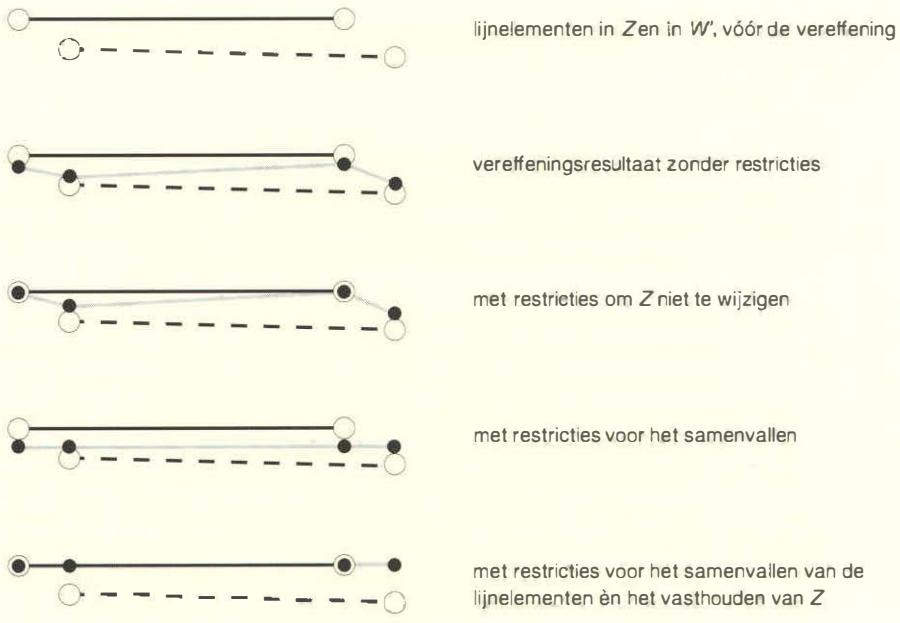
In dit model zijn z_1 en w'_3 de coördinaten van vrije punten die betrokken zijn bij een aansluitingsrelatie. Deze punten zijn afkomstig uit respectievelijk puntenveld Z en puntenveld W'. In de eerste stap van de iteratieve vereffening zijn de matrices A_{z_2} en A_{z_3} gelijk aan de eenheidsmatrix (I).

Wanneer meer dan twee puntenvelden gelijktijdig worden aangesloten, moet het gelineariseerde model van waarnemingsvergelijkingen worden afgeleid aan de hand van de afzonderlijke transformaties voor de verschillende puntenvelden.

In het functiemodel worden voorts restricties geformuleerd wanneer de gegeven waarde van aansluitingsrelaties niet mag wijzigen (zie § 3.4.3). Aansluitingsrelaties die gebaseerd zijn op gemeten afstanden zullen meestal wel mogen wijzigen. Voor aansluitingsrelaties, die bijvoorbeeld betrekking hebben op de collineariteit van punten van samenvallende lijnelementen, kunnen restricties worden geformuleerd waardoor de betrokken punten na afloop van de coördinaatberekening op een rechte lijn liggen. Er behoeven geen restricties te worden toegepast voor het samenvallen van lijnelementen uit verschillende puntenvelden wanneer de betreffende elementen in het terrein niet exact eenduidig als een rechte lijn zijn te idealiseren, zoals bij een niet scherp gemarkeerde wegkant. In dit geval kan de wegkant na afloop van de coördinaatberekening als een geknikte lijn worden voorgesteld.

Tijdens de kleinste-kwadraten vereffening voor de toetsing worden residuen berekend van alle betrokken aansluitingselementen voor zover er geen restricties zijn geformuleerd. Wanneer deze residuen worden toegepast voor de bepaling van vereffende coördinaten resulteert dit in een wijziging van alle betrokken punten en relaties.
Als de coördinaten in puntenveld *Z* niet mogen wijzigen, moet na afloop van de toetsing het functiemodel voor de coördinaatberekening worden opgesteld met restricties waardoor een wijziging van deze coördinaten wordt voorkomen.

In figuur 8.15 is het resultaat geschetst van de coördinaatberekening, mèt en zonder restricties voor het samenvallen van de lijnelementen en voor het ongewijzigd laten van de coördinaten uit puntenveld *Z*.



Figuur 8.15: Resultaten met en zonder restricties.

8.6.6 Kansmodel

Als variantiematrix wordt een diagonaalmatrix toegepast omdat er tussen de aansluitingselementen geen correlaties worden verondersteld.
Voor de toetsing wordt de standaardafwijking van de coördinaten van alle aansluitingspunten en de betrokken vrije punten uit de puntenvelden W' en Z beschreven met:

$$\sigma_{w_i'} = \sqrt{c_0(w) + \bar{d}_i^2} \quad \text{en} \quad \sigma_{z_i} = \sqrt{c_0(z) + \bar{d}_i^2} \quad ,$$

op de wijze zoals behandeld in § 8.5.5. Als tijdens de voorbewerking een afwijkende precisie is geconstateerd in deelgebieden, moeten de varianties in dit deelgebied worden aangepast.
In de variantiematrix worden tevens varianties van de geselecteerde geometrische relaties en meetgegevens opgenomen. Deze varianties zijn uitsluitend afhankelijk van de meetprecisie waarmee de betrokken aansluitingsrelaties zijn bepaald; de invloed van de idealisatieprecisie is reeds verdisconteerd in de varianties van de betrokken punten. Voor de meetprecisie van de aansluitingsrelaties kunnen de waarden worden toegepast zoals die voor de overeenkomstige typen van waarnemingsgrootheden zijn geformuleerd in § 6.3.5.

8.6.7 Toetsing

Bij de toetsing van de aansluitingselementen komen de navolgende onderdelen aan de orde:
- een algemene toets van het model;
- een punttoets van de aansluitingspunten en de betrokken vrije punten;
- een toetsing van de aansluitingsrelaties;
- een toetsing of het aan te sluiten puntenveld affien vervormd is.

De algemene modeltoets wordt gebaseerd op de volgende toetsingsgrootheid:

$$\underline{T} = \underline{\hat{e}}^T Q_y^{-1} \underline{\hat{e}} \quad .$$

De toetsingsgrootheid heeft een χ^2-verdeling met $2n + m - p$ vrijheidsgradlen, waarbij n het aantal aansluitingspunten is, m het aantal aansluitingsrelaties en p het aantal transformatieparameters. De algemene modeltoets wordt met name uitgevoerd om eventuele fouten in het kansmodel te signaleren (zie hiervoor ook § 8.5.6).

Voor de (één-dimensionale) w-toets van de meetgegevens en de geometrische relaties wordt een onderscheidingsvermogen van $\gamma_0 = 0{,}80$ en een onbetrouwbaarheidsdrempel van $\alpha_0 = 0{,}001$ gehanteerd. Voor de (twee-dimensionale) punttoets wordt de onbetrouwbaarheidsdrempel en de kritieke waarde berekend met behulp van de B-methode van toetsen. Bij verwerping van een aansluitingsrelatie zullen in veel situaties ook één of meer van de bij de relatie betrokken punten worden verworpen. Een eenduidige identificatie en verbetering van fouten is alleen mogelijk wanneer er duidelijk aanwijsbare vergissingen zijn gemaakt. Wanneer na de verwerping van een toets geen fouten zijn te identificeren worden de verworpen punten en aansluitingsrelaties geëlimineerd als aansluitingselement. Bij verwerping van een aansluitingsrelatie worden ook de niet verworpen vrije punten, die bij dezelfde relatie zijn betrokken, geëlimineerd als aansluitingselement. Bij verwerping van een aansluitingspunt of een vrij punt worden ook de bij deze

punten betrokken aansluitingsrelaties en de niet verworpen vrije punten, die bij dezelfde relaties zijn betrokken, geëlimineerd.
Voor de verdere uitvoering van de toetsing worden de aanwijzingen gevolgd zoals gegeven in § 8.5.6 bij de afzonderlijke vereffening van aansluitingspunten.

8.6.8 Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving

Bij de vereffening van aansluitingselementen worden voor de berekening van coördinaten dezelfde situaties onderscheiden als bij een afzonderlijke vereffening van aansluitingspunten in § 8.5.
De resultaten bestaan in elke situatie uit:
- vereffende coördinaten en varianties van de als aansluitingselement betrokken punten in het z-stelsel;
- residuen van de vereffende coördinaten in de puntenvelden met vervormingen;
- transformatieparameters.

Vormveranderingen in alle puntenvelden
Wanneer in alle puntenvelden vormveranderingen zijn toegestaan worden de resultaten berekend als onderdeel van de integrale kleinste-kwadraten vereffening met het model dat voor de toetsing is toegepast.
De residuen in de als aansluitingselement betrokken punten (vrije punten en aansluitingspunten) uit puntenveld Z zijn:

$$\underline{\hat{e}}_{z_1} = \underline{z}_1 - \underline{\hat{z}}_1 \quad \text{en} \quad \underline{\hat{e}}_{z_2} = \underline{z}_2 - \underline{\hat{z}}_2 \quad .$$

De residuen in de als aansluitingselement betrokken punten uit puntenveld W' zijn:

$$\underline{\hat{e}}_{w'_2} = \underline{w}'_2 - \underline{\hat{w}}'_2 \quad \text{en} \quad \underline{\hat{e}}_{w'_3} = \underline{w}'_3 - \underline{\hat{w}}'_3 \quad .$$

De varianties van de vereffende coördinaten in het z-stelsel van alle aansluitingspunten en de betrokken vrije punten worden berekend als onderdeel van de vereffening.

Aansluiting aan een niet te vervormen puntenveld
Wanneer geen vormveranderingen zijn toegestaan in puntenveld Z wordt de coördinaatberekening gebaseerd op een integrale pseudo kleinste-kwadraten vereffening met het in § 8.6.5 en § 8.6.6 beschreven model voor deze coördinaatberekening.
Er zijn nu alleen residuen in puntenveld W':

$$\underline{\hat{e}}_{w'_2} = \underline{w}'_2 - \underline{\hat{w}}'_2 \quad \text{en} \quad \underline{\hat{e}}_{w'_3} = \underline{w}'_3 - \underline{\hat{w}}'_3 \quad .$$

Bij het opstellen van de waarnemingsvergelijkingen voor de coördinaatberekening zijn zodanige restricties geformuleerd dat de coördinaten van de aansluitingspunten en de betrokken vrije punten uit puntenveld Z niet wijzigen, zodat ook de varianties van de coördinaten van deze punten niet wijzigen.
De coördinaten van de vrije punten uit puntenveld W' in het z-stelsel (z_3) volgen direct uit de vereffening. De varianties van deze punten worden afzonderlijk berekend door het toepassen van de voortplantingswet op de formules van de uitgevoerde berekeningen. Hierbij moet nu rekening worden gehouden met het stochastisch karakter van de punten uit puntenveld Z (zie hiervoor ook § 4.6.5, waar de berekening van de variantiematrix van vrije punten uit puntenveld W' in het z-stelsel is beschreven voor een pseudo kleinste-kwadraten aansluiting).

Aansluiting van een niet te vervormen puntenveld
Wanneer geen vormveranderingen zijn toegestaan in een aan te sluiten puntenveld W', wordt dit puntenveld uitsluitend getransformeerd naar het z-stelsel. Voor deze transformatie en de berekening van residuen wordt gebruik gemaakt van de resultaten van de kleinste-kwadraten vereffening met het model dat voor de toetsing van de aansluitingselementen is toegepast.
De coördinaten van de aansluitingspunten en de betrokken vrije punten uit puntenveld W' worden getransformeerd naar het z-stelsel met de schatters van de transformatieparameters die tijdens de toetsing zijn berekend:

$$\underline{\hat{z}}_2 = T_{(W' \rightarrow Z)}(w'_2, \underline{\hat{t}}) \quad \text{en} \quad \underline{\hat{z}}_3 = T_{(W' \rightarrow Z)}(w'_3, \underline{\hat{t}}) \quad .$$

De residuen in de aansluitingspunten in puntenveld Z volgen uit:

$$\underline{\hat{e}}_{z_2} = \underline{z}_2 - \underline{\hat{z}}_2 \quad .$$

De vereffende coördinaten van de betrokken vrije punten uit puntenveld Z volgen uit de integrale kleinste-kwadraten vereffening die voor de toetsing is uitgevoerd. De bijbehorende residuen in het z-stelsel zijn nu:

$$\underline{\hat{e}}_{z_1} = \underline{z}_1 - \underline{\hat{z}}_1 \quad .$$

Er zijn in deze situatie geen residuen in puntenveld W'.
De varianties van de aansluitingspunten en de betrokken vrije punten uit puntenveld W' in het z-stelsel worden berekend door toepassing van de voortplantingswet op de uitgevoerde transformatie. Bij een groot aantal aansluitingspunten geldt voor deze punten bij benadering:

$$\sigma^2_{\hat{z}_2} = \sigma^2_{w'_2} \quad \text{en} \quad \sigma^2_{\hat{z}_3} = \sigma^2_{w'_3} \quad .$$

De varianties van de vereffende vrije punten uit puntenveld Z ($\sigma^2_{\hat{z}_1}$) volgen uit de vereffening die uitgevoerd is voor de toetsing van de aansluitingselementen.

8.7 Interpolatie van vrije punten

8.7.1 Doelstelling

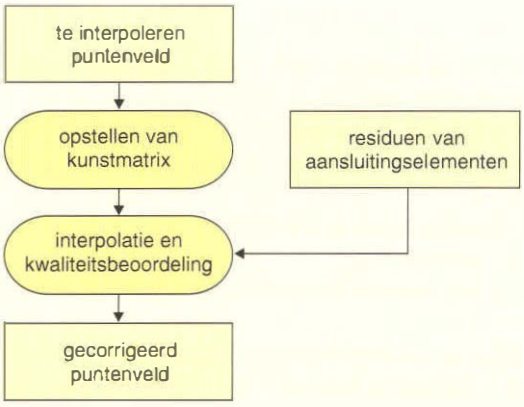
Na afloop van de voorbewerking zijn de aan te sluiten puntenvelden getransformeerd, waardoor alle puntenvelden (bij benadering) in het z-stelsel gegeven zijn. Tegenspraken in de coördinaten van de aansluitingspunten uit de verschillende puntenvelden zijn vervolgens vereffend of worden geëlimineerd door het overnemen van de coördinaten uit één van de puntenvelden. Hierdoor worden vormveranderingen toegepast in de ligging van aansluitingspunten. Bovendien zijn vormveranderingen toegepast in de ligging van vrije punten voor zover deze punten zijn betrokken bij een aansluitingsrelatie en als aansluitingselement zijn vereffend.

De ligging van de resterende vrije punten is niet veranderd. Hierdoor kunnen nabijheidsrelaties zijn verstoord tussen deze vrije punten en de punten van aansluitingselementen. De doelstelling van de interpolatie is nu om de verstoorde nabijheidsrelaties zo goed mogelijk te herstellen door de ligging van vrije punten te corrigeren op basis van de residuen in de punten die als aansluitingselement zijn verwerkt.

Voor de berekening van correcties is gekozen voor een kleinste-kwadraten interpolatie met behulp van een kunstmatrix waarmee de veronderstelde nabijheidsrelaties tussen de betrokken punten worden gemodelleerd.

8.7.2 Procesbeschrijving

In figuur 8.16 is de interpolatie van vrije punten schematisch weergegeven.



Figuur 8.16: Interpolatie van vrije punten.

De interpolatie kan alleen worden uitgevoerd met puntenvelden waarin residuen van de coördinaten van de aansluitingselementen zijn berekend. Voor elk puntenveld wordt afzonderlijk besloten of er al dan niet een interpolatie van vrije punten wordt uitgevoerd. Een interpolatie kan worden uitgevoerd:

- na afloop van de voorbewerking als er geen vereffening van aansluitingselementen wordt uitgevoerd;
- na een vereffening van aansluitingselementen.

Bij een interpolatie na afloop van de voorbewerking worden de residuen gebruikt die volgen uit de vereffening, gebaseerd op de overbepaalde transformatie die is uitgevoerd als onderdeel van de voorbewerking. Na een vereffening van aansluitingselementen worden de residuen gebruikt die tijdens de vereffening zijn berekend.
De interpolatie in een aan te sluiten puntenveld wordt uitgevoerd met coördinaten en residuen in het w'-stelsel. Een interpolatie in het puntenveld waaraan wordt aangesloten, wordt uitgevoerd in het z-stelsel.

Voor het uitvoeren van de interpolatie wordt een kunstmatrix opgesteld met kunstmatige covarianties voor de modellering van nabijheidsrelaties. De covarianties worden gespecificeerd tussen de punten onderling die als aansluitingselement zijn benut, en tussen de punten van de aansluitingselementen en de te corrigeren vrije punten. Als kunstmatrix wordt in beginsel de Baarda-Alberda matrix gebruikt.

De resultaten van de interpolatie kunnen worden beoordeeld aan de hand van een grafische presentatie van de berekende correcties in relatie met het kaartbeeld. Grote correc-

ties kunnen leiden tot een verstoring van topologische en geometrische relaties. Zo kunnen tussenpunten in een oorspronkelijk rechte lijn zodanig worden gecorrigeerd dat een geknikte lijn ontstaat.

8.7.3 Meetontwerp

Wanneer de residuen van de coördinaten van de aansluitingselementen klein zijn in relatie tot de voor de vernieuwing vereiste precisie, kan de interpolatie achterwege worden gelaten. Bij een noodzakelijke kaartverbetering wordt als regel altijd een interpolatie uitgevoerd.

Een residu kan worden betrokken bij de interpolatie van een vrij punt door een covariantie tussen de betreffende coördinaten van het aansluitingselement en het vrije punt te specificeren. De covariantie wordt gemodelleerd op dezelfde wijze als bij een Baarda-Alberda kunstmatrix. De covariantie tussen twee punten neemt dus af naarmate de onderlinge afstand toeneemt.
Voor het opstellen van de kunstmatrix bestaan verschillende keuzemogelijkheden. Hierna worden drie mogelijkheden aangegeven:

1 *Alle beschikbare residuen in een puntenveld worden betrokken bij de interpolatie van elk vrij punt.*
Hiervoor worden bij elk vrij punt covarianties gespecificeerd voor de veronderstelde nabijheidsrelatie tussen de coördinaten van het vrije punt en de coördinaten van alle aansluitingselementen in het betreffende puntenveld. In § 4.8.1 zijn aanwijzingen gegeven voor de modellering van deze Baarda-Alberda matrix. Dit model is geschikt voor de interpolatie in puntenvelden met een homogene precisie en kan ook goed worden toegepast in puntenvelden met een beperkt aantal (10 tot 20) aansluitingselementen.

2 *Een residu wordt niet betrokken bij een interpolatie als de afstand tot het vrije punt een maximale waarde overschrijdt.*
In dit geval wordt tussen twee punten een covariantie gespecificeerd als de onderlinge afstand kleiner is dan een vooraf gekozen referentie-afstand. In § 8.3.7 zijn aanwijzingen gegeven voor de keuze van een referentie-afstand in verschillende situaties. De referentie-afstand moet ten minste zo groot zijn dat bij elk vrij punt minimaal 4 residuen beschikbaar zijn voor de interpolatie. Deze kunstmatrix kan worden toegepast in puntenvelden met een groot aantal aansluitingselementen, waarbij plaatselijk samenhangen zichtbaar zijn tussen de residuen. Dit kan zich met name voordoen bij de vernieuwing van analoge kaarten die langdurig en frequent zijn bijgehouden.

3 *De interpolatie wordt uitgevoerd in deelgebieden.*
Wanneer een puntenveld in deelgebieden op duidelijk verschillende wijzen is ontstaan of bijgehouden kan ook de structuur van de residuen per deelgebied verschillen. In deze situatie zullen niet altijd afzonderlijke puntenvelden zijn gevormd tijdens de voorbewerking of de vereffening van aansluitingselementen. De interpolatie kan nu worden uitgevoerd met een kunstmatrix zonder covarianties tussen punten uit verschillende deelgebieden. Er worden alleen covarianties gespecificeerd tussen punten in eenzelfde deelgebied. Een deelgebied moet worden omsloten door aansluitingselementen. Voor de punten op de grens van twee aansluitende deelgebieden worden covarianties bepaald met punten uit beide deelgebieden.
Wanneer het om grote deelgebieden gaat met een groot aantal aansluitingselementen kan de covariantie per deelgebied weer worden beperkt tot punten binnen een maximale referentie-afstand.

Wanneer in een voorgaand deelproces de aansluitingselementen zijn vereffend, moeten de vrije punten uit het W'-puntenveld nog worden getransformeerd naar het z-stelsel. Hiertoe wordt na afloop van de interpolatie een inverse transformatie uitgevoerd met de transformatieparameters die tijdens de vereffening zijn berekend.
Wanneer de interpolatie wordt uitgevoerd na de voorbewerking (als er geen vereffening van aansluitingselementen wordt uitgevoerd), worden de vrije punten uit het W'-puntenveld na afloop van de interpolatie niet opnieuw getransformeerd. In dit geval zijn er geen verbeterde transformatieparameters beschikbaar en worden het w'-stelsel en het z-stelsel beschouwd als identieke stelsels.

8.7.4 Interpolatie en kwaliteitsbeoordeling

Wanneer *geen* vereffening van aansluitingselementen is uitgevoerd, bestaan er na de voorbewerking nog tegenspraken tussen de coördinaten van de aansluitingspunten. Voor het elimineren van deze tegenspraken moet een keuze worden gemaakt tussen de aansluitingspunten uit puntenveld Z en puntenveld W'. Meestal zijn vormveranderingen toegestaan in het te vernieuwen puntenveld W'.
In dat geval worden de coördinaten uit puntenveld Z niet gewijzigd en wordt de interpolatie uitgevoerd in puntenveld W' met residuen die volgen uit:

$$\hat{e}_{w_2'} = w_2' - z_2 \quad ,$$

waarbij w_2' de bij benadering naar het z-stelsel getransformeerde coördinaten zijn en z_2 de coördinaten van de aansluitingspunten uit puntenveld Z.
Wanneer (bij uitzondering) geen vormveranderingen zijn toegestaan in puntenveld W', kan een interpolatie in puntenveld Z worden uitgevoerd met residuen die volgen uit:

$$\hat{e}_{z_2} = z_2 - w_2' \quad .$$

Wanneer *wel* een vereffening van aansluitingselementen is uitgevoerd, zijn vereffende coördinaten bepaald van de punten die als aansluitingselement zijn benut en zijn residuen berekend als in het betreffende puntenveld vormveranderingen zijn toegepast (zie § 8.5.7 en § 8.6.8).

Bij een interpolatie in het Z-puntenveld worden gecorrigeerde coördinaten van de vrije punten als volgt berekend:

$$\hat{z}_1 = z_1 - C_{z_{12}} C_{z_{22}}^{-1} \hat{e}_{z_2} \quad .$$

Bij een interpolatie in puntenveld W' zijn de gecorrigeerde coördinaten:

$$\hat{w}_3' = w_3' - C_{w_{32}'} C_{w_{22}'}^{-1} \hat{e}_{w_2'} \quad .$$

De kunstmatrices $C_{z_{22}}$ en $C_{w_{22}'}$ bevatten de kunstmatige varianties en covarianties van de coördinaten van de aansluitingselementen (aansluitingspunten èn eventuele vrije punten die bij een aansluitingsrelatie zijn betrokken en als aansluitingselement zijn vereffend). De residuen $\hat{e}_{z_{22}}$ en $\hat{e}_{w_{22}'}$ hebben betrekking op dezelfde coördinaten in de desbetreffende puntenvelden. De kunstmatrices $C_{z_{12}}$ en $C_{w_{32}'}$ bevatten de kunstmatige covarianties tussen de coördinaten van de aansluitingselementen en de te corrigeren vrije punten.

Voor het opstellen van de kunstmatrix gelden de aanwijzingen uit § 4.8.1, waarbij $c_0 = 0$ en $c_1 = 1$. Bij de interpolatie kunnen om rekentechnische redenen de afstanden tussen punten het beste in hectometers worden gespecificeerd. De parameter d^2 van de Baarda-Alberda wordt zodanig groot gekozen dat $d^2 \geqq l_{max}$, waarbij l_{max} de grootste afstand is (in [hm]) tussen punten waartussen covarianties worden berekend in het betreffende puntenveld. Wanneer covarianties worden beperkt tot punten binnen een gekozen referentie-afstand komt l_{max} overeen met deze referentie-afstand.
Omdat gebruik wordt gemaakt van kunstmatige varianties en covarianties wordt het effect van de interpolatie op de precisie van de punten niet berekend. Aangenomen wordt dat met dit deelproces een structurele verslechtering van de precisie wordt voorkomen. Zeker is dat de homogeniteit van het puntenveld wel wordt verbeterd.

De resultaten van de interpolatie worden beoordeeld met behulp van een grafische presentatie van de residuen en de berekende correcties in relatie met het kaartbeeld. De kans op onjuiste correcties neemt toe als er voor een interpolatie van een vrij punt alleen ver verwijderde aansluitingselementen beschikbaar zijn. Onjuiste correcties kunnen blijken uit een zichtbare verstoring van de geometrie. Zo kunnen tussenpunten in een oorspronkelijk rechte lijn zodanig worden gecorrigeerd dat een geknikte lijn ontstaat. De resultaten zullen beter te beoordelen zijn naarmate meer aansluitingselementen beschikbaar zijn met een grotere dichtheid.
Voor het verbeteren van geconstateerde verstoringen van de geometrie en voor een verdere verbetering van de onderlinge ligging van punten kan een lokale kaartverbetering worden uitgevoerd met meetgegevens en geometrische relaties.

8.8 Lokale kaartverbetering

8.8.1 Doelstelling en randvoorwaarden

De doelstelling van een lokale kaartverbetering is om de puntprecisie te verbeteren op basis van een vereffening van meetgegevens en geometrische relaties tussen punten in elkaars nabijheid, zodanig dat voldaan wordt aan de voor de kaartvernieuwing gestelde eisen.
Er kunnen puntenvelden bij een kaartvernieuwing zijn betrokken die zondermeer voldoen aan de vereiste precisie, bijvoorbeeld puntenvelden met terrestrisch bepaalde coördinaten in een lokaal stelsel. In dergelijke puntenvelden zijn geen verbeteringen nodig.

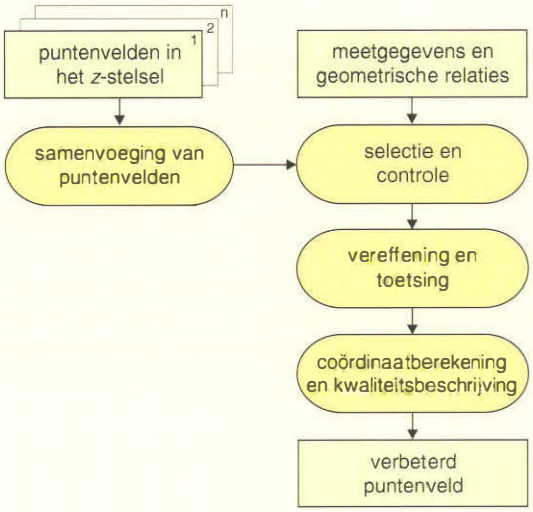
Ook als een verbetering van de precisie niet noodzakelijk is, kan het soms toch wenselijk zijn een lokale kaartverbetering uit te voeren bijvoorbeeld om, in het belang van een goede grafische presentatie, gebouwen rechthoekig af te beelden of om aansluitende bladgrenzen samen te laten vallen. Een bijkomend voordeel is dat met de vereffening van meetgegevens en geometrische relaties vaak tegelijkertijd eventuele fouten in de topologie worden hersteld.

Voor een lokale kaartverbetering gelden de volgende randvoorwaarden:
- er moeten meetgegevens en geometrische relaties beschikbaar zijn waarbij alle te verbeteren punten worden betrokken;
- alle puntenvelden moeten beschikbaar zijn in het gewenste coördinatenstelsel;
- er mogen geen tegenspraken meer bestaan tussen de coördinaten van aansluitingspunten uit de verschillende puntenvelden.

Voor de transformatie en aansluiting van een te vernieuwen puntenveld (*W*) is de eis gesteld dat de precisie van het hierbij betrokken puntenveld (*Z*) in het gewenste coördinatenstelsel ten minste even goed is als de voor de kaartvernieuwing vereiste precisie (§ 8.3.1). De puntprecisie van de *aansluitingspunten* in het gewenste stelsel zal nu voldoen aan de vereiste precisie: na afloop van de voorbewerking worden de coördinaten van de aansluitingspunten overgenomen uit een puntenveld dat voldoet aan de vereiste precisie of er worden verbeterde coördinaten bepaald op basis van een vereffening van de aansluitingselementen.
Een vereffening van aansluitingselementen of een interpolatie van vrije punten levert niet per definitie coördinaten van vrije punten op die voldoen aan de vereiste puntprecisie. Een lokale kaartverbetering zal daarom in het algemeen gericht zijn op de verbetering van de puntprecisie van de *vrije punten* uit een puntenveld *W*.

8.8.2 Procesbeschrijving

In figuur 8.17 is de lokale kaartverbetering schematisch weergegeven.



Figuur 8.17: Proces van de lokale kaartverbetering.

Bij verwerking van meerdere puntenvelden moeten alle puntenvelden beschikbaar zijn in het gewenste coördinatenstelsel. Voor zover vrije punten na een vereffening van aansluitingselementen nog niet zijn getransformeerd naar het gewenste stelsel moet dit alsnog gebeuren. Hierna worden de puntenvelden samengevoegd zodat een verzameling ontstaat die kan worden beschouwd als één puntenveld.
Een samenvoeging van puntenvelden is niet aan de orde als een enkele digitale kaart wordt verbeterd met uitsluitend meetgegevens en geometrische relaties (combinatie C9 in figuur 8.6).

Vervolgens worden meetgegevens en geometrische relaties geselecteerd, bij voorkeur uit bestaande gegevensverzamelingen, zoals het reconstructiebestand. De meetgegevens

en geometrische relaties worden hierna kortweg aangeduid als relaties. Ter voorkoming van onnodige verstoringen van het vereffeningsproces worden de geselecteerde relaties en de daarbij betrokken punten gecontroleerd op de aanwezigheid van grove fouten voordat ze in de vereffening worden betrokken.

Voor de vereffening van de relaties en de berekening van verbeterde coördinaten wordt een functie- en kansmodel opgesteld. De op te lossen onbekenden zijn de coördinaten van alle punten die bij de relaties zijn betrokken. Als waarnemingen fungeren de relaties en de gegeven coördinaten van de punten in het z-stelsel die bij de relaties zijn betrokken.

Voor de toetsing van de relaties en de betrokken punten wordt een kleinste-kwadraten vereffening uitgevoerd. Er wordt een algemene toets van het model uitgevoerd en daarnaast wordt een toets per relatie en een punttoets per punt uitgevoerd. Wanneer relaties of punten worden verworpen, worden zo mogelijk aanvullende relaties geselecteerd en wordt het proces tot en met de toetsing opnieuw uitgevoerd.
Als onderdeel van de vereffening worden de varianties berekend van de vereffende punten om te kunnen beoordelen of voldaan wordt aan de vereiste precisie. Voor zover niet wordt voldaan aan de vereiste precisie moeten aanvullende relaties worden geselecteerd en wordt het proces herhaald.

Bij een lokale kaartverbetering zal vaak een groot aantal punten en relaties zijn betrokken. In § 8.8.3 wordt beschreven op welke wijze dit proces in deelgebieden kan worden uitgevoerd om te voorkomen dat bij een herhaling van het proces steeds weer alle punten en relaties worden betrokken.

Wanneer alle punten afkomstig zijn uit puntenvelden waarin vormveranderingen zijn toegestaan, worden vereffende coördinaten en bijbehorende varianties bepaald als onderdeel van de vereffening. Wanneer punten zijn betrokken die afkomstig zijn uit een puntenveld waarin geen vervormingen zijn toegestaan, wordt het functiemodel voor de coördinaatberekening opgesteld met restricties waardoor de desbetreffende coördinaten niet wijzigen.

8.8.3 Meetontwerp

Aanwijzingen voor de samenvoeging van puntenvelden
Voorafgaand aan de vereffening worden de verschillende puntenvelden samengevoegd. Hiervoor moeten alle puntenvelden in het gewenste coördinatenstelsel beschikbaar zijn.
Na een vereffening van aansluitingselementen zijn er vereffende coördinaten beschikbaar van alle aansluitingspunten zonder tegenspraken. Als er geen vereffening van aansluitingselementen is uitgevoerd, worden de coördinaten van de aansluitingspunten overgenomen uit het niet te vervormen puntenveld, zoals dat beschikbaar is na afloop van de voorbewerking.
Voor zover vrije punten na een vereffening van aansluitingselementen nog niet zijn getransformeerd naar het gewenste stelsel moet dit alsnog gebeuren met de transformatieparameters die tijdens de vereffening van de aansluitingselementen zijn berekend.
Per punt moet de idealisatieprecisie worden vastgelegd en de puntprecisie zoals die in de voorgaande deelprocessen tot stand is gekomen (zie § 8.8.6). Bovendien moet herkenbaar blijven of een punt afkomstig is uit een puntenveld waarin geen vervormingen zijn toegestaan.

Bij de samenvoeging worden uitsluitend de navolgende punten betrokken:
- punten die deel uitmaken van de te vernieuwen kaart;
- punten uit andere puntenvelden die benut kunnen worden bij de kaartverbetering;
- punten uit andere puntenvelden die benut kunnen worden voor de afstemming van de verschillende kaarten.

Als bijvoorbeeld voor de verbetering van de kadastrale kaart de gebouwen van een GBKN worden overgenomen, worden de punten van gebouwen uit de te verbeteren kadastrale kaart niet betrokken bij de samenvoeging.

Selectie van relaties

In principe kunnen voor een lokale kaartverbetering alle typen metingen en geometrische relaties worden benut die ook bij een terrestrische detailmeting worden toegepast. Bij voorkeur wordt echter gebruik gemaakt van blok- en relatiematen en geometrische relaties omdat deze relaties meestal zijn gedefinieerd tussen punten waarvan coördinaten beschikbaar zijn. De verwerking van voerstraalmetingen en meetlijnmetingen is doorgaans gecompliceerder omdat hierbij ook punten (zoals opstelpunten en punten in een meetlijn) zijn betrokken waarvan geen coördinaten beschikbaar zijn.
Omvangrijke samenhangende meetlijnmetingen of voerstraalmetingen kunnen beter in een eerdere fase, voorafgaand aan de voorbewerking, worden verwerkt tot een puntenveld dat als een aan te sluiten puntenveld bij de kaartvernieuwing wordt betrokken. Digitale reconstructiebestanden met coördinaten in een lokaal stelsel worden eveneens in een eerdere fase bij de kaartvernieuwing betrokken als aan te sluiten puntenvelden.

Er worden voor een lokale kaartverbetering bij voorkeur terrestrisch bepaalde relaties gebruikt die worden ontleend aan detailmetingen voor zover deze metingen niet in een eerdere fase zijn benut voor de kaartvernieuwing. Bij een meetlijnmeting kan een afstandsverschil tussen punten vaak worden afgeleid uit de beschikbare maten. Wanneer voerstraalmetingen of niet eerder gebruikte reconstructiebestanden met coördinaten beschikbaar zijn, kan het afstandsverschil tussen twee punten worden berekend uit de voerstralen of uit de coördinaten.

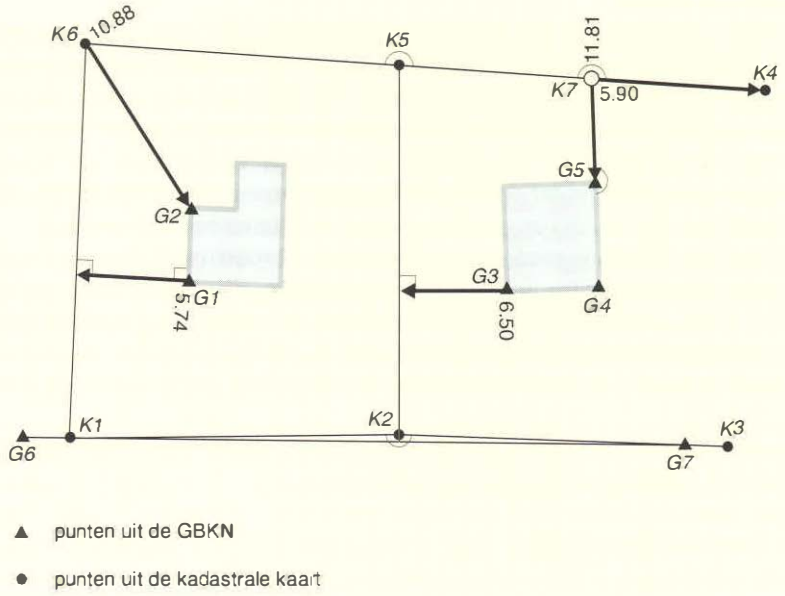
De precisie van de te verbeteren punten zal in toenemende mate verbeteren naarmate de overige punten bij een relatie een betere precisie hebben. In volgorde van voorkeur worden relaties geselecteerd waarbij, naast een te verbeteren punt, de navolgende punten zijn betrokken:
1 aansluitingspunten;
2 vrije punten die als aansluitingselement zijn vereffend en afkomstig zijn uit een puntenveld dat voldoet aan de vereiste precisie;
3 overige vrije punten uit puntenvelden die voldoen aan de vereiste precisie;
4 vrije punten die als aansluitingselement zijn vereffend en afkomstig zijn uit een puntenveld dat niet de vereiste precisie heeft;
5 overige vrije punten uit het te verbeteren puntenveld.

Daarnaast kan het nodig zijn om voor de specificatie van een relatie punten te gebruiken waarvan nog geen coördinaten beschikbaar zijn. In figuur 8.18 is het punt *K7* een voorbeeld van een dergelijk punt. Bij de vereffening moeten de coördinaten van deze nieuwe punten als onbekenden worden gemodelleerd.

De relaties die eerder als aansluitingsrelatie zijn vereffend, worden niet opnieuw geselecteerd. Er worden geen relaties gespecificeerd tussen punten die uitsluitend afkomstig zijn uit een puntenveld waarin geen vormveranderingen zijn toegestaan.

Relaties die berusten op aannames worden niet gebruikt. Als bijvoorbeeld in het kaartbeeld een grens lijkt samen te vallen met een gevel van een gebouw, worden hiervoor uitsluitend relaties gespecificeerd wanneer het samenvallen blijkt uit betrouwbare, liefst recente meetgegevens.

In figuur 8.18 is een voorbeeld gepresenteerd van een aantal relaties voor de verbetering van een kadastrale kaart met behulp van een GBKN in een bebouwde omgeving.



Figuur 8.18: Voorbeeld van relaties voor een lokale kaartverbetering.

In figuur 8.18 zijn de punten *G1* tot en met *G7* afkomstig uit een GBKN en de punten *K1* tot en met *K6* uit de te verbeteren kadastrale kaart.
Van het punt *K7* zijn geen coördinaten beschikbaar. Om de betrokken relaties in dit geval te kunnen gebruiken, moeten alsnog benaderde waarden van de coördinaten van *K7* worden bepaald met behulp van gegeven coördinaten en relaties.
De volgende relaties worden nu beschouwd als terrestrisch waargenomen relaties:

- het lijnelement *G1-G2* is evenwijdig aan het lijnelement *K1-K6*;
- de loodrechte afstand van *G1* (of *G2*) tot het lijnelement *K1-K6*;
- de kortgesloten maat tussen *G2* en *K6*;
- de collineariteit van *K5* en het lijnelement *K4-K6*;
- de collineariteit van *K7* en het lijnelement *K4-K5*;
- de collineariteit van *G5* en het lijnelement *G4-K7*;
- de afstand tussen *K4* en *K7*;
- de afstand tussen *G5* en *K7*;
- de loodrechte afstand van *G3* tot het lijnelement *K2-K5*;
- de collineariteit van *K2* en het lijnelement *K1-K3*;
- de collineariteit van *K1* en het lijnelement *G6-G7*;
- de collineariteit van *G7* en het lijnelement *K2-K3*.

Alle relaties en de daarbij betrokken punten worden gecontroleerd op de aanwezigheid van grove fouten door de relaties te vergelijken met de desbetreffende waarden die uit coördinaten kunnen worden afgeleid.

Het aantal te betrekken relaties is in elke situatie afhankelijk van de gewenste verbetering. Voor de realisatie van de vereiste precisie worden bij voorkeur niet meer relaties gebruikt dan strikt nodig is. Voor het opsporen en herstellen van fouten zullen echter doorgaans aanvullende gegevens nodig zijn.
Voor een beperkte verbetering van de precisie kan veelal worden volstaan met een relatie per lijnelement. Wanneer een grote verbetering nodig is, leveren de gegeven coördinaten van de te verbeteren punten hieraan nauwelijks een bijdrage. In dat geval moet soms een zodanig aantal relaties worden geselecteerd dat hiermee de te verbeteren punten kunnen worden berekend, uitgaande van de punten die wel de vereiste precisie hebben, zonder gebruik te maken van de gegeven coördinaten van de te verbeteren punten.

Bij toepassing van veel verschillende typen relaties en punten met grote kwaliteitsverschillen bestaan er geen eenvoudige ontwerpregels voor de keuze van de relaties. Om te kunnen beoordelen of er een voldoende aantal relaties is geselecteerd, kunnen tijdens de vereffening de varianties van de verbeterde punten worden berekend. Wanneer niet alle punten voldoen aan de vereiste precisie, moeten aanvullend relaties worden geselecteerd waarbij de verder te verbeteren punten zijn betrokken.
Wanneer voor een verbetering geen of onvoldoende relaties beschikbaar zijn, moet de kaartvernieuwing worden uitgevoerd met behulp van aanvullende, meestal nieuwe gegevens. Voor het verbeteren van een kadastrale kaart moet in een dergelijke situatie een kadastrale vernieuwing worden overwogen.

Uitvoering in deelgebieden
In het voorbeeld van figuur 8.18 bestaat er een samenhang tussen alle relaties omdat ten minste één van de punten bij elke relatie ook is betrokken bij een andere relatie. Voor een eenduidig resultaat moeten alle gerelateerde relaties, met inbegrip van de daarbij betrokken punten, integraal worden vereffend. In een kaart waarin alle vrije punten moeten worden verbeterd, zal er tussen praktisch alle punten een samenhang bestaan en moet de lokale kaartverbetering van de totale kaart in één vereffening worden uitgevoerd. Ook na een zorgvuldige controle van de relaties (§ 8.8.4) is niet altijd te voorkomen dat het vereffeningsproces meer dan eens moet worden uitgevoerd, omdat bijvoorbeeld alsnog waarnemingen worden verworpen of omdat meer relaties nodig zijn. Bij een lokale kaartverbetering is doorgaans een groot aantal punten en relaties betrokken. In dat geval is het beter om eerst een vereffening uit te voeren in deelgebieden.

Een deelgebied wordt zodanig gekozen dat daarin 20 tot 50 relaties zijn gespecificeerd. Een relatie komt slechts in één deelgebied voor. De punten aan de buitenkant van een deelgebied kunnen ook betrokken zijn bij relaties in een aangrenzend deelgebied. Dergelijke punten worden in beide deelgebieden opgenomen. Gebiedsgrenzen worden bij voorkeur gekozen op plaatsen waar een gering aantal relaties voorkomt. In een bebouwd gebied kunnen bijvoorbeeld bouwblokken als deelgebied worden gekozen.

Het vereffeningsproces wordt nu uitgevoerd per deelgebied tot en met de toetsing en de berekening van de varianties van de vereffende punten. Als de te verbeteren punten op de rand van het deelgebied ook nog betrokken zijn bij relaties in een aangrenzend deelgebied, is het acceptabel dat deze punten nog niet voldoen aan de vereiste precisie. Op deze wijze kunnen de noodzakelijke herhalingen van de berekening in eerste aanleg per deelgebied worden uitgevoerd.

Nadat alle deelgebieden afzonderlijk zijn verwerkt, volgt de vereffening van het totale gebied met alle waarnemingsvergelijkingen uit de gezamenlijke deelgebieden, waarbij ook de punten op de randen van de deelgebieden correct kunnen worden getoetst. Het aantal herhalingen van het vereffeningsproces voor de gezamenlijke deelgebieden wordt hierdoor tot een minimum beperkt.
De coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving worden vervolgens gebaseerd op de vereffening van de gezamenlijke deelgebieden.

In de praktijk moet er een beperking worden gesteld aan de omvang van de gezamenlijke deelgebieden. Bij een gelijktijdige vernieuwing van meerdere aansluitende kaarten verdient het aanbeveling om de omvang van de gezamenlijke deelgebieden te beperken tot één kaartblad. In dit geval kunnen de punten en relaties, langs en in de omgeving van de bladbegrenzing, eerst in één of meer afzonderlijk deelgebieden worden verwerkt. In een dergelijk deelgebied worden punten uit de verschillende aansluitende kaarten opgenomen. Vervolgens wordt ditzelfde deelgebied bij de verschillende kaarten betrokken bij de gezamenlijke verwerking van alle deelgebieden per kaart. Hierbij moet ervoor worden gezorgd dat er geen tegenspraken ontstaan in de coördinaten van de punten op de gemeenschappelijke bladgrens, bijvoorbeeld door de betreffende punten slechts in één van de kaarten te betrekken bij de coördinaatberekening.

8.8.4 Controle van relaties

Ter voorkoming van onnodige verstoringen van het vereffeningsproces worden de geselecteerde relaties en de daarbij betrokken punten gecontroleerd op de aanwezigheid van grove fouten. Grove fouten kunnen worden veroorzaakt door:
- verschillen in de terreinsituatie ten tijde van de meting van de betreffende relatie en de actuele terreinsituatie;
- fouten in de identificatie van de punten;
- grove fouten in de coördinaten van de betrokken punten;
- grove fouten in de meting of in de specificatie van de relatie.

In § 8.6.4 is de controle behandeld van aansluitingsrelaties. De relaties voor een lokale kaartverbetering worden op overeenkomstige wijze gecontroleerd. Bij elke relatie wordt ook nu het verschil d_r berekend tussen de gespecificeerde waarde voor r en de uit de coördinaten te berekenen waarde $r^{(i)}$.
De variantie van d_r kan worden gebaseerd op praktische ervaringen met puntenvelden met een vergelijkbare kwaliteit. De variantie van d_r kan ook worden berekend door het toepassen van de voortplantingswet op de uitgevoerde berekening van d_r. Voor een berekening van de variantie van de verschillende soorten relaties wordt verwezen naar § 6.3.5. Behalve de idealisatieprecisie moet bij deze berekening ook de puntprecisie in rekening worden gebracht.
Wanneer vervolgens $|d_r| > 3\sigma_{d_r}$, dan wordt een grove fout verondersteld en wordt nagegaan of deze fout kan worden geïdentificeerd en verbeterd.

Bij gebruik van bestaande meetgegevens kan de terreinsituatie ten tijde van de meting van de betreffende relatie afwijken van de actuele terreinsituatie. Dergelijke afwijkingen zijn doorgaans niet eenvoudig vast te stellen. Bij gebouwen kan een wijziging vaak worden afgeleid uit vormverschillen in de omtrek of uit verschillen tussen blokmaten in de oude en de actuele situatie. Een relatie tussen punten uit verschillende situaties is niet bruikbaar voor de kaartverbetering.

Fouten in de identificatie van punten resulteren meestal in een zeer grote waarde voor d_r. In dat geval wordt nagegaan of er sprake is van blunders. Het is hierbij ook mogelijk dat wel de correcte punten voor een relatie zijn geselecteerd maar dat een relatie foutief is gespecificeerd. Dergelijke blunders kunnen meestal worden hersteld door het vervangen van punten of het vervangen van de relatie.

Wanneer een redelijke zekerheid bestaat dat er geen identificatiefouten zijn gemaakt en dat de fouten niet worden veroorzaakt door een gewijzigde terreinsituatie, kan er een grove fout worden verondersteld in de waarde van de relatie of in de coördinaten. In dat geval moeten meer relaties tussen dezelfde punten worden geselecteerd en gecontroleerd. Wanneer ook de aanvullende relaties niet voldoen aan het hiervoor gestelde criterium is er waarschijnlijk een fout aanwezig in de coördinaten van één of meer punten. Hierbij kan ervan worden uitgegaan dat geen fouten aanwezig zijn in punten die eerder als aansluitingselement zijn verwerkt. Bij beschikbaarheid van een voldoende aantal aanvullende relaties kan meestal worden nagegaan in welke punten een mogelijke fout aanwezig is en kan de fout worden hersteld door een herberekening van de coördinaten met behulp van de beschikbare relaties en de coördinaten waarin geen fouten worden geconstateerd.
Wanneer één van de verschillende relaties tussen dezelfde punten niet voldoet aan het gestelde criterium, terwijl de overige relaties wel hieraan voldoen, dan is er waarschijnlijk een grove fout aanwezig in de relatie en wordt deze niet gebruikt.

Wanneer er een onvoldoende aantal aanvullende relaties beschikbaar is, kunnen grove fouten niet goed worden geïdentificeerd. De minst betrouwbare gegevens zijn doorgaans de coördinaten van de te verbeteren punten. Het ligt nu voor de hand om een grove fout te elimineren door de betrokken gegeven coördinaten van deze punten niet als waarnemingen te gebruiken bij de vereffening. De niet gebruikte coördinaten moeten vervolgens als onbekenden worden opgelost tijdens de vereffening. Door het ontbreken van de nodige relaties is dit echter vaak niet mogelijk. In dat geval kan een beslissing beter worden gebaseerd op de uitkomsten van de vereffening en worden er op basis van deze controle nog geen coördinaten of relaties verworpen.

8.8.5 Functiemodel

Het functiemodel moet worden opgesteld voor de vereffening en toetsing van de relaties en de daarbij betrokken coördinaten, en voor de coördinaatberekening. Er kan in dit geval geen afzonderlijke vereffening in een lokaal stelsel worden uitgevoerd omdat er onvoldoende relaties zullen zijn voor een coördinaatberekening, uitgaande van een rekenbasis. Daarom worden de relaties en de daarbij betrokken coördinaten integraal vereffend en getoetst op basis van een kleinste-kwadraten vereffening.

Bij de vereffening en toetsing zijn de waarnemingsgrootheden:
- de gespecificeerde relaties;
- de beschikbare *gegeven* coördinaten van punten die bij de relaties zijn betrokken.

De punten kunnen uit verschillende puntenvelden afkomstig zijn en betreffen ondermeer de te verbeteren punten. Er zullen niet altijd coördinaten beschikbaar zijn van alle punten die bij de relaties zijn betrokken (zoals hulppunt *K7*). In figuur 8.18 zijn de waarnemingsgrootheden de 12 gespecificeerde relaties en de coördinaten van 13 punten: *G1* tot en met *G7* en *K1* tot en met *K6*.

Onbekenden zijn de coördinaten van *alle* punten die bij de relaties zijn betrokken, met inbegrip van punten waarvan geen coördinaten beschikbaar zijn. In figuur 8.18 zijn dit 14 punten: *G1* tot en met *G7* en *K1* tot en met *K7*.
Als benaderde waarden voor de onbekenden worden de gegeven coördinaten gebruikt voor zover deze beschikbaar zijn. Als er geen coördinaten beschikbaar zijn, worden deze bepaald uit de beschikbare relaties en de gegeven coördinaten. In de situatie van figuur 8.18 kunnen benaderde waarden voor het punt *K7* bijvoorbeeld eenvoudig worden berekend als punt in het verlengde van *G4* en *G5*, of als tussenpunt in het lijnelement *K4-K5*.

Als relaties kunnen in principe dezelfde soorten metingen en geometrische relaties worden toegepast als voor detailmetingen (zie § 6.3.4).
De invloed van een schaalfactor op een afstand is doorgaans verwaarloosbaar klein in verhouding met de idealisatieprecisie en de puntprecisie van de betrokken punten, te meer omdat in principe korte afstanden worden geselecteerd. Daarom wordt bij alle afstanden de schaalfactor 1 gekozen en wordt deze niet als onbekende gemodelleerd.

In het functiemodel worden restricties geformuleerd wanneer de gespecificeerde waarde van relaties niet mag wijzigen. Gemeten afstanden zullen meestal wel mogen wijzigen. In dat geval worden waarnemingsvergelijkingen opgesteld zonder restricties. Voor bijvoorbeeld de collineariteit van punten kunnen restricties worden geformuleerd, waardoor de betrokken punten na afloop van de coördinaatberekening op een rechte lijn liggen (zie hiervoor ook § 8.6.5).

Wanneer punten zijn betrokken die afkomstig zijn uit een puntenveld waarin geen vervormingen zijn toegestaan, wordt voor de coördinaatberekening eveneens een functiemodel opgesteld met restricties waardoor de coördinaten uit het niet te vervormen puntenveld niet wijzigen. In het functiemodel vervallen de betreffende coördinaten dan als waarnemingsgrootheden.

8.8.6 Kansmodel

Als kansmodel wordt een variantiematrix toegepast waarin de precisie-beschrijving van de betrokken punten wordt gebaseerd op de resultaten van de voorbewerking of de vereffening van aansluitingselementen.

- Voor punten die als aansluitingselement zijn vereffend, worden de varianties van de vereffende coördinaten in het z-stelsel aangehouden, zoals die zijn berekend tijdens de vereffening van de aansluitingselementen.
- Als er geen vereffening van aansluitingselementen is uitgevoerd, zijn bij de samenvoeging van de puntenvelden de coördinaten van de aansluitingspunten uit het niet te vervormen puntenveld niet gewijzigd. In dat geval wordt de standaardafwijking van de coördinaten van een aansluitingspunt i in het z-stelsel beschreven met:

  $$\sigma_i = \sqrt{c_0 + \overline{d}_i^2} \ .$$

  Hierbij is c_0 de parameter voor de puntprecisie zoals deze voor het niet te vervormen puntenveld (meestal Z, bij uitzondering W) is toegepast tijdens de voorbewerking. Voor $\overline{d}_i$ wordt voor elk punt afzonderlijk de standaardafwijking van de idealisatie gebruikt.

- De standaardafwijking van de coördinaten van de vrije punten, afkomstig uit het puntenveld Z, wordt voor elk punt i beschreven met:

  $$\sigma_i = \sqrt{c_0(z) + \overline{d}_i^2} \quad .$$

  Hierbij is $c_0(z)$ de parameter die tijdens de voorgaande deelprocessen is toegepast voor de puntprecisie van puntenveld Z.
- Voor vrije punten uit een te *verbeteren* puntenveld W geldt normaliter dat $c_0(w) > c_0(z)$. In dat geval wordt de standaardafwijking van een coördinaat van een vrij punt i uit puntenveld W in het z-stelsel bij benadering beschreven met:

  $$\sigma_i = \sqrt{c_0(w) + \overline{d}_i^2} \quad .$$

  Hierbij is $c_0(w)$ de parameter voor de puntprecisie van puntenveld W. Als tijdens de voorgaande deelprocessen een afwijkende puntprecisie van aansluitingspunten is vastgesteld in een deelgebied wordt deze precisie ook toegepast voor de vrije punten in dit deelgebied.
- Wanneer een puntenveld W wordt verwerkt waarbij geldt dat $c_0(w) < c_0(z)$, dan kan de standaardafwijking van de getransformeerde coördinaten van de vrije punten uit een puntenveld W in het z-stelsel worden beschreven met:

  $$\sigma_i = \sqrt{c_0(z) + \overline{d}_i^2} \quad .$$

  Deze situatie doet zich met name voor wanneer voor een kaartverbetering bijvoorbeeld puntenvelden met een terrestrische precisie (zoals reconstructiebestanden) zijn aangesloten aan een puntenveld Z met een grafische precisie (zoals een GBKN).

Naast varianties van de coördinaten worden in de variantiematrix ook varianties opgenomen van de gespecificeerde relaties. Deze varianties zijn alleen afhankelijk van de precisie waarmee de relaties zijn bepaald. De idealisatieprecisie van de betrokken punten is al verdisconteerd in de variantie van de punten en wordt daarom niet opgenomen in de variantie van de relaties. Voor de varianties van de verschillende soorten metingen en geometrische relaties wordt de meetprecisie toegepast zoals beschreven in § 6.3.5. Er wordt geen correlatie verondersteld tussen de relaties onderling en tussen de relaties en de coördinaten van de betrokken punten.

Als in een voorgaand deelproces een interpolatie van vrije punten is uitgevoerd, wordt aangenomen dat hierdoor de precisie van de vrije punten vooralsnog niet is gewijzigd. Het kansmodel kan hierdoor, en door verwaarlozing van covarianties, een te pessimistisch beeld geven van de precisie van de coördinaten. Dit kan blijken uit een ruime aanvaarding van de algemene toets van het model. Bij de toetsing moet hier rekening mee worden gehouden.

8.8.7 Toetsing

De kwaliteit van de lokale kaartverbetering moet door toetsing worden gewaarborgd. De toetsing wordt gebaseerd op een kleinste-kwadraten vereffening. Er worden bij voorkeur niet meer relaties gebruikt dan strikt nodig is voor de realisatie van de vereiste precisie. Voor het identificeren en voor het herstellen van fouten zullen doorgaans aanvullende relaties nodig zijn.
De strategie bij een lokale kaartverbetering is nu om de vereffening en toetsing met een minimum aantal relaties uit te voeren en vervolgens relaties toe te voegen en het toetsingsproces te herhalen als er fouten worden gesignaleerd of als blijkt dat de vereiste precisie niet wordt gerealiseerd.

Mogelijke foutenbronnen zijn:
- De terreinsituatie ten tijde van de meting van een relatie kan afwijken van de actuele situatie. De kans hierop neemt toe bij het gebruik van oude metingen en bij relaties tussen punten van topografische elementen die in de loop van de tijd van ligging kunnen veranderen. Ook kan het voorkomen dat de punten tijdens de meting van de relatie niet op dezelfde wijze zijn geïdealiseerd als in de actuele situatie.
- De punten die bij een relatie zijn betrokken kunnen foutief zijn geïdentificeerd of de punten zijn correct geïdentificeerd maar de relatie is foutief gespecificeerd.
- Er kunnen fouten aanwezig zijn in de meting van een relatie.
- Er kunnen fouten aanwezig zijn in één of meer van de betrokken coördinaten. Deze fouten kunnen zijn ontstaan tijdens de oorspronkelijke meting of kartering maar bijvoorbeeld ook bij het digitaliseren of bij de conversie van puntenvelden.
- Er kunnen onjuiste aannamen of fouten aanwezig zijn in het kansmodel.

Bij de toetsing tijdens de lokale kaartverbetering wordt een algemene toets van het model uitgevoerd en worden de waarnemingsgrootheden getoetst.
De toetsing is gebaseerd op de B-methode van toetsen. Voor de toetsen wordt een onderscheidingsvermogen van $\gamma_0 = 0{,}80$ genomen en een onbetrouwbaarheidsdrempel van $\alpha_0 = 0{,}001$ voor de één-dimensionale toets.

Met de algemene toets van het model wordt nagegaan of de relaties passen in het puntenveld, zonder nadere specificatie van een mogelijke modelfout. Bij verwerping zullen de fouten moeten worden geïdentificeerd door een gespecificeerde toetsing van de relaties en de coördinaten van betrokken punten.
De algemene toets van het model kan ook worden verworpen als de varianties van de relaties of de coördinaten te optimistisch zijn gekozen. Wanneer de algemene toets van het model erg ruim wordt aanvaard, zijn de varianties van de coördinaten van de te verbeteren kaart mogelijk te pessimistisch ingeschat. Deze conclusie is echter alleen te trekken wanneer bij de vereffening een groot aantal te verbeteren punten is betrokken en er geen onzekerheid bestaat over de kwaliteit van de punten uit de overige puntenvelden en over de precisie van de relaties. Een dergelijke conclusie is bijvoorbeeld niet te trekken op basis van een vereffening met een beperkt aantal relaties in een enkel deelgebied.

Naast een algemene toets van het model worden de betrokken waarnemingen afzonderlijk getoetst. Bij verwerpingen is de waarneming met de grootste w-toets waarschijnlijk fout. In veel situaties zullen fouten resulteren in de verwerping van meerdere waarnemingen, zowel relaties als coördinaten. Voor zover punten in een eerdere fase als aansluitingselement zijn vereffend, mag worden verondersteld dat in deze punten geen

fouten voorkomen. Een verwerping zal in veel gevallen worden veroorzaakt door fouten in de te verbeteren coördinaten van de vrije punten, met name wanneer deze afkomstig zijn uit een puntenveld dat langdurig en frequent is bijgehouden.
Voor een correcte identificatie van mogelijke fouten moeten doorgaans meer relaties tussen dezelfde punten worden geselecteerd en vereffend. Wanneer alle relaties met betrekking tot dezelfde punten worden verworpen, is er waarschijnlijk een fout aanwezig in de coördinaten. In dat geval kan bij een voldoende aantal aanvullende relaties meestal worden nagegaan in welke coördinaten een mogelijke fout aanwezig is. Foutieve coördinaten worden niet langer als waarnemingen in de vereffening betrokken. De coördinaten kunnen in dat geval als onbekenden in het functiemodel worden gehandhaafd, mits er voldoende relaties worden gespecificeerd om deze onbekenden te kunnen berekenen. Bij een onvoldoende aantal relaties zullen deze punten ontbreken in het eindresultaat. Wanneer slechts één relatie wordt verworpen van de verschillende relaties tussen dezelfde punten, wordt een fout verondersteld in de verworpen relatie. In dit geval wordt de vereffening en de toetsing herhaald zonder deze relatie.

Fouten hebben meestal een duidelijke invloed op de ligging van punten in een bepaalde richting die niet overeen komt met één van de coördinaatrichtingen. Daarom kan voor de toetsing van de coördinaten beter een punttoets worden uitgevoerd dan een toets per coördinaat. Voor deze twee-dimensionale punttoets wordt de onbetrouwbaarheidsdrempel en de kritieke waarde bepaald met behulp van de B-methode van toetsen.

De opsporing en verbetering van fouten is een iteratief proces. Na elke aanpassing wordt de vereffening en de toetsing opnieuw uitgevoerd om te beoordelen wat de effecten zijn van de aanpassing. Het proces wordt herhaald tot alle toetsen worden aanvaard. Bij aanvaarding van alle toetsen is de kans op fouten in de vereffende punten aanmerkelijk gereduceerd maar er bestaat nog geen zekerheid of de vereiste precisie overal is gerealiseerd. Als een te verbeteren punt niet bij de vereffening is betrokken, kan het punt ook niet worden getoetst en wordt de precisie niet verbeterd.
Om de precisie van de vereffende punten te kunnen beoordelen moet de variantie van deze punten worden berekend.

Bij een uitvoering van de lokale kaartverbetering in deelgebieden worden de varianties van de vereffende punten eerst per deelgebied beoordeeld, voorafgaand aan de toetsing en de coördinaatberekening in de gezamenlijke deelgebieden (zie § 8.8.3). Wanneer de variantie van een punt niet voldoet aan de vereiste precisie, moeten aanvullend relaties worden gespecificeerd waarbij dit punt is betrokken. De vereffening en toetsing worden hierna herhaald met de aanvullende relaties. Door de toetsing en de beoordeling van de varianties per deelgebied uit te voeren, wordt het herhalen van de berekeningen met de gezamenlijke deelgebieden beperkt.
Nadat alle deelgebieden afzonderlijk zijn verwerkt, volgt de vereffening en de toetsing voor de gezamenlijke deelgebieden.

Een grafische ondersteuning is onmisbaar bij het interpreteren van de toetsingsresultaten, bij het identificeren en herstellen van fouten en bij het beoordelen van de varianties van de vereffende punten. Op een overzichtelijke wijze moet blijken waar mogelijke fouten aanwezig zijn en waar en in welke mate verdere verbeteringen noodzakelijk zijn.

Wanneer voor een noodzakelijke verbetering geen of onvoldoende relaties beschikbaar zijn, moeten voor de kaartvernieuwing aanvullende, meestal nieuwe gegevens worden verzameld. Wanneer dit niet mogelijk is, wordt het kaartvernieuwingsproces afgebro-

ken, tenzij genoegen wordt genomen met een aantal punten waarvan de precisie niet aan de gestelde eisen voldoet. Bij vernieuwing van een kadastrale kaart moet in een dergelijke situatie een kadastrale vernieuwing (§ 8.1.2) worden overwogen.

8.8.8 Coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving

De coördinaatberekening en kwaliteitsbeschrijving worden gebaseerd op een vereffening van de gezamenlijke deelgebieden (voorzover er deelgebieden zijn gespecificeerd).

In een te verbeteren puntenveld worden per definitie vormveranderingen toegepast. Wanneer vormveranderingen zijn toegestaan in alle betrokken puntenvelden worden vereffende coördinaten en bijbehorende varianties bepaald op basis van de kleinste-kwadraten vereffening die ook voor de toetsing is gebruikt.

Vaak zullen bij een lokale kaartverbetering ook punten zijn betrokken die afkomstig zijn uit een puntenveld waarin geen vervormingen zijn toegestaan. In dat geval moet een functiemodel met restricties worden opgesteld waardoor de coördinaten uit het niet te vervormen puntenveld niet wijzigen. Voor het uitvoeren van de coördinaatberekening worden nu het functie- en het kansmodel na afloop van de toetsing gewijzigd (zie § 3.4.3). In dit geval volgen de varianties van de coördinaten uit de toepassing van de voortplantingswet op de uitgevoerde coördinaatberekening waarbij ook de varianties van de punten uit het niet te vervormen puntenveld in rekening worden gebracht.

Het heeft in het algemeen geen zin om na afloop van de lokale kaartverbetering een volledige variantiematrix van alle vereffende punten te berekenen. In de eerste plaats zullen niet alle gebruikte punten deel uit gaan maken van de vernieuwde kaart. In de tweede plaats zal er meestal alleen een precisie-kenmerk per punt worden bepaald. Per punt kan bijvoorbeeld de lengte van de halve lange as van de standaardellips als precisiemaat worden gehanteerd. Een kenmerk voor de puntprecisie kan nu worden bepaald op de wijze als aangegeven in § 6.3.10.

8.9 Nabewerking en kwaliteitscontrole

8.9.1 Doelstelling

Een kaartvernieuwingsproces wordt in principe altijd afgesloten met een nabewerking en een kwaliteitscontrole. Na afloop van de voorgaande deelprocessen is het eindresultaat een puntenveld dat vaak uit meerdere puntenvelden is samengesteld. Hierin kunnen nog tegenspraken en overbodige gegevens aanwezig zijn. Deze moeten worden opgespoord en geëlimineerd. Bovendien moeten in het algemeen ook identificerende en andere beschrijvende gegevens worden toegevoegd en moet zorg worden gedragen voor het ontstaan van een topologisch correct en volledig bestand.
In de HTW komen alleen de geometrische kwaliteitsaspecten aan de orde. Als zodanig is de doelstelling van de nabewerking beperkt tot het elimineren van resterende tegenspraken in de geometrie en het herstellen van verstoorde geometrische relaties.

Wanneer de kaartvernieuwing is gericht op een kwaliteitsverbetering worden beschikbare maten en geometrische relaties zo veel mogelijk verwerkt in het deelproces voor de lokale kaartverbetering. Bij een lokale kaartverbetering worden tegenspraken in de

geometrie en geometrische relaties vereffend. De nabewerking is niet gericht op een verdere kwaliteitsverbetering en de nog uit te voeren correcties tijdens dit laatste deelproces worden niet gebaseerd op een vereffening. De ligging van punten en lijnelementen wordt zonodig (interactief) grafisch bewerkt om mogelijk identieke elementen uit verschillende puntenvelden te laten samenvallen en om de onderlinge ligging van punten overeen te laten komen met geometrische relaties.

Door een kwaliteitscontrole wordt tenslotte vastgesteld of het eindresultaat van de kaartvernieuwing voldoet aan de gestelde eisen met betrekking tot de geometrische kwaliteit.

8.9.2 Procesbeschrijving

De nabewerking is gericht op:
- het opsporen van identieke punten en lijnelementen en het elimineren van tegenspraken in de liggingsgegevens;
- het opsporen en herstellen van verstoorde geometrische relaties.

Bij identieke elementen is het navolgende onderscheid van belang:
- Fysiek identieke elementen uit verschillende puntenvelden zijn niet altijd benut als aansluitingselement of betrokken bij een lokale kaartverbetering, waardoor er nog tegenspraken kunnen bestaan in de coördinaten. Zo kunnen er bijvoorbeeld nog discrepanties bestaan ter plaatse van gemeenschappelijke kaartbladgrenzen wanneer deze niet als aansluitingselement zijn gebruikt en er geen lokale kaartverbetering is toegepast. Voorts kunnen elementen voorkomen die als aansluitingselement zijn verworpen of niet zijn gebruikt omdat bijvoorbeeld alleen punten met een goede idealisatieprecisie zijn benut.
- Er zijn situaties waarbij verschillende soorten elementen geometrisch behoren samen te vallen. Een voorbeeld hiervan is een eigendomsgrens die samenvalt met de kant van een wegverharding of met de gevel van een gebouw. De identificatie van dergelijke elementen en het elimineren van tegenspraken in de ligging wordt veelal aangeduid als de *afstemming* van de inhoud van verschillende kaarten. Het samenvallen van geometrisch identieke elementen kan gebaseerd zijn op feitelijke gegevens of op vermoedens. Wanneer het samenvallen is gebaseerd op vermoedens wordt voor het elimineren van mogelijke tegenspraken een tolerantie gehanteerd voor het verschil in ligging.

Door verschillende oorzaken kunnen oorspronkelijk aanwezige geometrische relaties verstoord zijn. Voorbeelden van verstoorde geometrische relaties zijn:
- geknikte lijnelementen die in de oorspronkelijke kaart gestrekt zijn;
- lijnelementen die elkaar snijden terwijl dit niet het geval is in de oorspronkelijke kaart;
- lijnelementen op een korte onderlinge afstand die niet evenwijdig zijn en dat wel behoren te zijn;
- lijnelementen die onderling niet aansluiten waardoor 'openingen' in een omtrek ontstaan die er niet behoren te zijn.

In veel situaties duiden verstoorde geometrische relaties ook op fouten in de topologie. Het herstellen van deze relaties wordt daarom veelal gecombineerd met het herstellen van fouten in de topologie.

Wanneer geen lokale kaartverbetering is uitgevoerd of wanneer een lokale kaartverbetering maar beperkt is uitgevoerd (bijvoorbeeld alleen voor het herstellen van de rechthoekigheid van gebouwen), zullen alle mogelijke tegenspraken in de ligging van identieke elementen en verstoringen van geometrische relaties voor kunnen komen.
Wanneer wel een uitgebreide lokale kaartverbetering is toegepast, zijn alle relaties, die gebaseerd zijn op feitelijke gegevens, in principe al verwerkt en kunnen er nog lijnelementen uit verschillende puntenvelden voorkomen die vermoedelijk behoren samen te vallen. Bij gebruik van een GBKN voor de vernieuwing van een kadastrale kaart kunnen dit bijvoorbeeld kadastrale grenzen zijn die mogelijk samenvallen met topografische grenzen. In dit geval ontbreken feitelijke gegevens omtrent het samenvallen van deze elementen.

Tegenspraken tussen identieke elementen en verstoorde geometrische relaties kunnen op diverse manieren worden opgespoord, bijvoorbeeld op basis van:
- visuele vergelijking van het eindresultaat met de oorspronkelijke kaart;
- vergelijking van feitelijke gegevens met de situatie in het eindresultaat;
- opsporing van identieke lijnelementen op basis van de berekening van de collineariteit van de eindpunten van de lijnelementen.

Tegenspraken tussen mogelijk identieke elementen en afwijkingen in geometrische relaties worden vervolgens vergeleken met een tolerantie.

Wanneer de tolerantie niet wordt overschreden, worden correcties aangebracht in de geometrie. De correcties worden (interactief) grafisch uitgevoerd. In het kaartbeeld worden punten geëlimineerd en toegevoegd, zodanig dat identieke elementen eenduidig worden afgebeeld en de onderlinge ligging van punten in overeenstemming wordt gebracht met de aanwezige geometrische relaties.

Bij overschrijding van de tolerantie kunnen twee situaties optreden:
- Als het samenvallen van een identiek element of de geometrische relatie is gebaseerd op feitelijke gegevens, wordt een nadere analyse uitgevoerd voor het identificeren van een mogelijke fout in de betrokken coördinaten, waarna de geometrie wordt gewijzigd.
- Als het samenvallen of de aanwezigheid van een relatie is gebaseerd op vermoedens, wordt aangenomen dat de betreffende elementen niet identiek zijn of dat de geometrische relatie niet geldt en wordt de geometrie niet gewijzigd.

8.9.3 Meetontwerp

Opsporing van identieke elementen en relaties
Wanneer het samenvallen van elementen of de aanwezigheid van geometrische relaties blijkt uit feitelijke gegevens, dan blijkt uit deze gegevens ook welke punten hierbij zijn betrokken.

Een vermoedelijk samenvallen van elementen of een vermoedelijke geometrische relatie kan worden gebaseerd op een visuele beoordeling van het kaartbeeld. Alle punten die zijn betrokken bij mogelijk identieke elementen of bij vermoedelijke relaties worden vervolgens geselecteerd zodat tegenspraken en afwijkingen kunnen worden berekend.

Een opsporing van vermoedelijk identieke elementen of van een vermoedelijke geometrische relatie tussen punten kan ook worden gebaseerd op een numerieke beoordeling

van de onderlinge ligging van punten en lijnelementen. Voor een opsporing van identieke punten op basis van afstandsverschillen tussen gelijksoortige punten zijn aanwijzingen gegeven in § 8.3.2. Op een vergelijkbare wijze kunnen identieke lijnelementen worden opgespoord door de afwijking in de collineariteit van de eindpunten van de verschillende lijnelementen te berekenen en te vergelijken met een tolerantie zoals die hierna is geformuleerd voor de beoordeling van de onderlinge ligging van punten en lijnelementen.

Beoordeling van de onderlinge ligging van punten en lijnelementen
De afstand d_r tussen mogelijk identieke punten wordt berekend uit de beschikbare coördinaten. De standaardafwijking σ_{d_r} van deze afstand volgt uit de toepassing van de voortplantingswet op de berekening van de afstand, waarbij zowel de puntprecisie als de idealisatieprecisie in rekening worden gebracht.
De afwijking d_r in de collineariteit of een andere veronderstelde relatie en de bijbehorende standaardafwijking σ_{d_r} worden berekend op de wijze als beschreven in § 8.6.4. De precisie van de betrokken coördinaten wordt in deze fase ontleend aan de resultaten van de uitgevoerde lokale kaartverbetering. Als er geen lokale kaartverbetering is uitgevoerd, wordt de puntprecisie gespecificeerd op de wijze zoals voor de verschillende punten is beschreven in § 8.8.6 voor het kansmodel bij de lokale kaartverbetering.
Van twee punten wordt nu verondersteld dat ze samenvallen of er wordt een relatie verondersteld als d_r voldoet aan de tolerantie: $|d_r| \leqq 2\sigma_{d_r}$.
Twee lijnelementen worden geacht samen te vallen wanneer de collineariteit van beide eindpunten van één van de lijnelementen voldoet aan deze tolerantie.

Richtlijnen voor het corrigeren van punten
Punten en lijnelementen die eerder bij een lokale kaartverbetering waren betrokken, worden niet opnieuw gecorrigeerd.

Wanneer de tolerantie niet wordt overschreden wordt het verschil in de onderlinge ligging geëlimineerd door voor de betreffende punten en lijnelementen eenduidige coördinaten te bepalen die zo weinig mogelijk afwijken van de gegeven coördinaten.
Bij een groot verschil in precisie tussen de verschillende punten worden bij voorkeur de punten met de beste precisie aangehouden. Wanneer bij de correctie punten zijn betrokken die afkomstig zijn uit een puntenveld waarin geen vervormingen zijn toegestaan, worden de coördinaten van deze punten niet gewijzigd en wordt de ligging van punten uit de andere puntenvelden hierop afgestemd. De correcties worden voorts zodanig toegepast dat een topologisch correcte kaart ontstaat.

Als het samenvallen van een element of de aanwezigheid van een relatie is gebaseerd op feitelijke gegevens wordt, bij overschrijding van de tolerantie, een fout verondersteld in de coördinaten van één of meer betrokken punten. Een mogelijke fout kan alleen worden geïdentificeerd met een overtallig aantal waarnemingen. Wanneer geen fout kan worden gevonden, worden de punten met de beste precisie gebruikt. Wanneer de kans op een fout bij één van de elementen beduidend groter is, bijvoorbeeld omdat de wijze van inwinning onbetrouwbaar is geweest, worden de coördinaten van dit element niet gebruikt.

Als het samenvallen van elementen of de aanwezigheid van een geometrische relatie is gebaseerd op vermoedens, wordt de ligging van de betrokken punten uitsluitend gecorrigeerd als de tolerantie niet wordt overschreden. Wanneer bijvoorbeeld eigendomsgrenzen in een gebied als regel samenvallen met het midden van een sloot en feitelijke

gegevens omtrent het samenvallen ontbreken, kunnen de verschillen in de onderlinge ligging worden geëlimineerd op de wijze zoals hiervoor is beschreven, mits deze verschillen kleiner zijn dan de tolerantie.

Bij een overschrijding van de tolerantie wordt aangenomen dat de veronderstelde identieke elementen niet identiek zijn of dat de veronderstelde geometrische relatie niet geldt en worden er geen correcties toegepast.

8.9.4 Kwaliteitsbeschrijving

De geometrische kwaliteit van het eindresultaat is de resultante van de kwaliteit van de voor de kaartvernieuwing benutte gegevens en de invloed hierop van de opeenvolgende bewerkingen in de verschillende deelprocessen, met inbegrip van de nabewerking van het eindresultaat.
In veel situaties kan het vernieuwde puntenveld niet met een enkele c_0-parameter worden beschreven. Er kunnen puntenvelden zijn aangesloten met een afwijkende precisie ter vervanging van een deel van het te vernieuwen puntenveld of verschillende punten kunnen in verschillende mate zijn verbeterd of in het geheel niet zijn verbeterd als daarvoor de nodige gegevens ontbraken.
Daarom wordt na afloop van het kaartvernieuwingsproces in principe een precisie-kenmerk per punt bepaald.

Voor zover punten niet zijn betrokken bij een lokale kaartverbetering en evenmin zijn gewijzigd tijdens de nabewerking, wordt als precisie-kenmerk per punt een waarde voor c_0 vastgesteld op de wijze zoals beschreven is in § 8.8.6 voor de varianties van de verschillende punten bij een lokale kaartverbetering. Hierbij worden onderscheiden:
- punten die als aansluitingselement zijn vereffend;
- aansluitingspunten die zijn gebruikt voor de transformatie van de puntenvelden als er geen aansluitingsvereffening is uitgevoerd;
- vrije punten afkomstig uit puntenveld Z;
- vrije punten afkomstig uit een puntenveld W.

In § 8.8.8 is beschreven op welke wijze een precisie-kenmerk kan worden vastgesteld voor punten die wèl zijn betrokken bij een lokale kaartverbetering. In dat geval kan de lengte van de halve lange as van de standaardellips van een vereffend punt worden berekend en benut als precisiemaat.

Wanneer tijdens de nabewerking coördinaten worden gewijzigd, kunnen precisie-kenmerken worden overgenomen van de gecorrigeerde punten met de beste precisie-kenmerken, mits het samenvallen van elementen of de aanwezigheid van een geometrische relatie is gebaseerd op feitelijke gegevens. Wanneer één van de elementen afkomstig is uit een niet te vervormen puntenveld, worden de ligging en de precisie-kenmerken van dit element aangehouden. Indien het elimineren van tegenspraken is gebaseerd op vermoedens, worden de precisie-kenmerken van de betrokken elementen *niet* gewijzigd. In dat geval is de ligging van de elementen op elkaar afgestemd maar behouden de elementen hun afzonderlijke precisie-kenmerken omdat niet de zekerheid bestaat dat deze elementen ook fysiek identiek zijn.

8.9.5 Kwaliteitscontrole

Door na afloop van de kaartvernieuwing het precisie-kenmerk per punt te vergelijken met de vereiste precisie is direct zichtbaar in hoeverre het eindresultaat voldoet aan de gestelde eisen met betrekking tot de geometrische kwaliteit. De geometrische kwaliteit moet echter in de verschillende deelprocessen worden gewaarborgd door een zorgvuldige uitvoering van de werkprocessen en met name door een correcte uitvoering van de verschillende toetsen.

Voor een expliciete controle kan een kaartverificatie worden toegepast, zoals beschreven in § 9.3. Een dergelijke kaartverificatie voor een beperkt deel van het te vernieuwen gebied wordt met name aanbevolen wanneer een kaartvernieuwing voor een groot aantal kaarten wordt uitgevoerd onder dezelfde omstandigheden in een aaneengesloten periode. De kaartverificatie wordt dan uitgevoerd na het gereed komen van de eerste resultaten zodat de aanpak van het kaartvernieuwingsproces zonodig nog kan worden bijgesteld.

Wanneer een kaart, als gevolg van het ontbreken van voldoende aanvullende gegevens, in bepaalde delen niet voldoet aan de vereiste precisie moet dit blijken uit de betreffende precisie-kenmerken. Vaak kunnen verdere verbeteringen worden toegepast in het kader van de latere bijhouding van de kaart als op dat moment voldoende aansluitingselementen met de vereiste precisie beschikbaar zijn.

Bij de vernieuwing van een kadastrale kaart is een hernieuwde berekening van de grootte van de percelen een goed hulpmiddel om de volledigheid van de kaart te controleren. Bovendien wordt hierdoor gecontroleerd dat elk perceel een gesloten omtrek heeft. De verschillen tussen de gegeven kadastrale grootte en de nieuw berekende grootte zijn overigens geen maat voor de geometrische kwaliteit van de kaart. Wel kan een groot verschil in grootte aanleiding zijn om de ligging van de grenzen in de vernieuwde kaart nog eens te vergelijken met de beschikbare meetgegevens van het perceel. Voor de eventuele redressering van groottes worden de aanwijzingen gevolgd die zijn gegeven in § 6.5.

9 Geometrische kwaliteitscontrole

9.1 Inleiding

Inzicht in de kwaliteit van landmeetkundige gegevens en produkten, die als resultaat van landmeetkundige meet- en verwerkingsprocessen worden geleverd, is van groot belang voor de gebruikers van deze gegevens. Het is daarom noodzakelijk dat er goede procedures worden ontwikkeld voor de controle en acceptatie van de geleverde kwaliteit. Met goed gedefinieerde procedures voor kwaliteitscontrole kunnen de opgeleverde produkten worden beoordeeld en geaccepteerd door de gebruiker.

De kwaliteit van landmeetkundige produkten omvat diverse aspecten, zoals:
- volledigheid;
- juistheid;
- actualiteit;
- consistentie;
- geometrische kwaliteit (precisie en betrouwbaarheid).

De HTW beperkt zich tot het aspect geometrische kwaliteit.

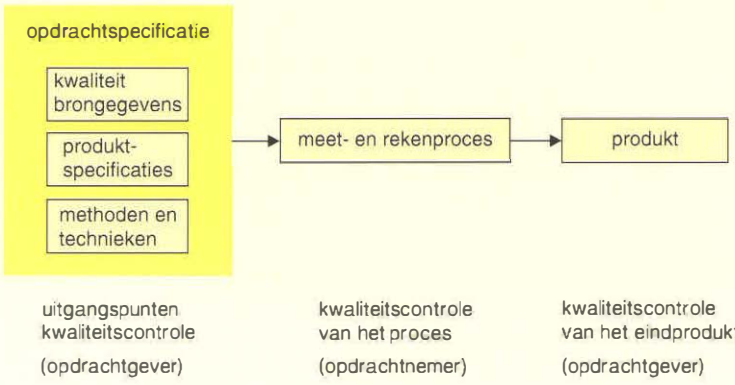
De *doelstelling* van geometrische kwaliteitscontrole is het waarborgen van de vereiste geometrische kwaliteit van produkten. Dit hoofdstuk handelt met name over de eindcontrole van produkten. De controlemethoden als onderdeel van de produktieprocessen zijn reeds uitvoerig aan de orde gekomen in de toepassingshoofdstukken 5 (grondslagmeting), 6 (detailmeting), 7 (fotogrammetrie) en 8 (kaartvernieuwing). Tevens wordt in dit hoofdstuk aandacht besteed aan de analyse van de kwaliteit, voor het geval dat informatie over de kwaliteit van een produkt ontbreekt.

9.1.1 Uitgangspunten van de geometrische kwaliteitscontrole

Bij het opzetten van procedures voor kwaliteitscontrole moet een goed onderscheid worden gemaakt tussen de rol van opdrachtgever en opdrachtnemer. Dit geldt ook wanneer opdrachtgever en opdrachtnemer tot dezelfde organisatie behoren. Het gaat namelijk om de afbakening van de verantwoordelijkheden van beide partijen bij het uitvoeren van een opdracht en het toewijzen van de aansprakelijkheid voor gebreken.

In figuur 9.1 zijn enkele essentiële aspecten van kwaliteitscontrole in schema gebracht.

De *opdrachtgever* is verantwoordelijk voor een goede specificatie van de opdracht. Bij uitbesteding wordt de opdrachtspecificatie vastgelegd in een bestek. Voor het aspect geometrische kwaliteit betekent dit een beschrijving van de vereiste geometrische kwaliteit van het op te leveren produkt, een beschrijving van de kwaliteit van de brongegevens en in vele gevallen een beschrijving van de te gebruiken methoden en technieken. Deze specificaties vormen tezamen de uitgangspunten voor de kwaliteitscontrole.



Figuur 9.1: Kwaliteitscontrole.

Voor de beschrijving van de vereiste geometrische kwaliteit van coördinatenbestanden in de produktspecificaties wordt gebruik gemaakt van het kwaliteitsmodel zoals dat is behandeld in § 2.5 en de kwaliteitsparameters volgens dit model in § 2.6. Voor de beschrijving van de geometrische kwaliteit van detailpuntenvelden wordt bijvoorbeeld gebruik gemaakt van de parameter c_0 voor de beschrijving van de puntprecisie per (deel-)veld of per detailpunt en de standaardafwijking $\vec{d}$ van de idealisatie per detailpunt. Ook de beschrijving van de kwaliteit van coördinatenbestanden die als brongegevens worden gebruikt kan op dezelfde wijze geschieden.

In de produktspecificaties worden geen expliciete eisen gesteld aan de betrouwbaarheid. De betrouwbaarheid van het produkt wordt impliciet gewaarborgd door eisen te stellen aan de kwaliteitscontrole van het meet- en rekenproces. In de diverse toepassingshoofdstukken is de kwaliteitscontrole van de processen beschreven. Daarbij wordt de inwendige betrouwbaarheid beschreven met de (genormaliseerde) grenswaarden van de waarnemingsgrootheden en de uitwendige betrouwbaarheid met de invloed van de grenswaarden op de coördinaten (zie § 3.6).

Het grootste probleem bij de specificatie van de opdracht is meestal de beschrijving van de kwaliteit van de brongegevens. Immers, de kwaliteit van bestaande produkten zoals oude grondslagen of bestaande kaarten is vaak niet bekend. Het is dan aan te bevelen de kwaliteit van de brongegevens vooraf te toetsen of deze toets te laten uitvoeren door de opdrachtnemer als onderdeel van de opdracht. Dit laatste past goed in de gedachtengang van de HTW dat de toetsing van een meetproject in twee stappen dient plaats te vinden. In de eerste stap worden de nieuwe metingen zelfstandig getoetst teneinde de interne kwaliteit van het meetproject te beoordelen. In de tweede stap wordt het meetproject aangesloten aan het bestaande puntenveld, waarbij wordt beoordeeld of de kwaliteit van het nieuwe puntenveld in overeenstemming is met het bestaande puntenveld. Dit houdt dus ook in dat de kwaliteit van de brongegevens wordt getoetst.

9.1.2 Kwaliteitscontrole van het proces

De *opdrachtnemer* draagt zorg voor een zodanige uitvoering van het werk dat de gevraagde kwaliteit geleverd wordt en dat bij de oplevering van het werk ook de gevraagde kwaliteitsgegevens bij de resultaten worden meegeleverd. De wijze waarop dit gebeurt is sterk afhankelijk van de meet- en verwerkingsmethode die wordt gebruikt, de organisatie van het meet- en verwerkingsproces, de procedures voor kwaliteitsbeheersing en vaak ook van de gebruikte programmatuur. De toe te passen methoden en technieken zullen veelal zijn beschreven in de opdrachtspecificatie. Het is evenwel ook mogelijk dat de opdrachtnemer op basis van de gestelde produktspecificaties zelf kiest voor de produktiemethode die wordt gebruikt.

In de toepassingshoofdstukken is beschreven hoe men met behulp van de diverse methoden en technieken tot het gewenste kwaliteitsniveau komt van zowel de precisie als de betrouwbaarheid. De vereiste kwaliteit kan doorgaans worden gerealiseerd door gebruik te maken van de ontwerpregels en vuistregels die daarin zijn gegeven.

9.1.3 Kwaliteitscontrole van het produkt

De *opdrachtgever* neemt tenslotte het eindprodukt in ontvangst en controleert of het aan de gestelde eisen voldoet, zoals deze zijn beschreven in de produktspecificaties. Deze acceptatiefase is essentieel in de procedure voor kwaliteitsborging.
Essentieel is het onderscheid tussen kwaliteitscontrole van het proces en kwaliteitscontrole van het produkt. Kwaliteitscontrole van het proces is primair een aangelegenheid van de opdrachtnemer, terwijl kwaliteitscontrole van het produkt de verantwoordelijkheid is van de opdrachtgever.
In een aantal gevallen wordt bij de kwaliteitscontrole van het produkt overigens gebruik gemaakt van de kwaliteitscontrole van het proces. In principe zal echter bij de oplevering van een produkt een expliciete en onafhankelijke kwaliteitscontrole moeten worden uitgevoerd door de opdrachtgever, zodat op grond daarvan het opgeleverde produkt kan worden geaccepteerd.

9.1.4 Certificatie

De kwaliteitscontrole wordt doorgaans per opdracht uitgevoerd. De procedures voor de kwaliteitscontrole kunnen worden gestroomlijnd als het instrument van de certificatie wordt gebruikt. Certificatie is een methode waarmee vastgesteld wordt of een bedrijf of afdeling een zodanig kwaliteitssysteem toepast dat gewaarborgd wordt dat de te leveren produkten voldoen aan de gestelde eisen. Dit betekent dat een gecertificeerd bedrijf produkten levert waarvoor slechts een marginale kwaliteitscontrole door de opdrachtgever noodzakelijk is.
Certificatie is geen onderwerp waar de HTW nadere invulling aan geeft, gezien de werkingssfeer van deze handleiding. Het kan echter wel van belang zijn bij het uitvoeren van de eindcontrole van produkten. Onderdelen van de certificatie van een kwaliteitssysteem passen wel binnen het kader van de HTW.

In de eerste plaats betreft dit het certificeren van programmatuur. Programmatuur kan worden gecertificeerd als deze voldoet aan de eisen en regels voor de gegevensverwerking, zoals die in de toepassingshoofdstukken van de HTW worden gesteld. Dit betreft bijvoorbeeld eisen en regels met betrekking tot de mogelijke functie- en kansmodellen, de voorbewerking, de vereffeningsmethodiek, de toetsingsprocedure en de kwaliteitsbeschrijving. Programmatuur die kan worden gecertificeerd, betreft bijvoorbeeld programmasystemen voor de:
- grondslagvereffening;
- fotogrammetrische blokvereffening;
- vereffening van terrestrische detailmeting;
- aansluiting van puntenvelden;
- kaartvernieuwing.

In de tweede plaats kan men denken aan het certificeren van apparatuur. Voor bepaalde toepassingen wordt een te bereiken meetprecisie of resolutie van de apparatuur als voor-

waarde gesteld. Voor een goede werking van apparatuur is het tevens vereist dat deze regelmatig wordt gekalibreerd. De wijze en frequentie van kalibratie kunnen worden vastgelegd. Dit geldt in feite voor alle toe te passen landmeetkundige apparatuur, zoals:

- meetcamera's;
- digitizers;
- tachymeters;
- GPS-apparatuur;
- analytische plotters;
- scanners.

In de derde plaats kan men spreken van certificatie van processen als bij de toepassing van methoden en technieken wordt gegarandeerd en aangetoond dat daarbij de uitgangspunten van de HTW worden gebruikt.

9.1.5 Overzicht van dit hoofdstuk

In § 9.2 wordt een beschrijving gegeven van de verschillende methoden die de opdrachtgever ten dienste staan om te controleren of het opgeleverde produkt aan de gestelde eisen voldoet.
In § 9.3 wordt de kwaliteitscontrole door middel van kaart-verificatie behandeld. Hiermee wordt op onafhankelijke wijze steekproefsgewijs getoetst of de kwaliteit van een digitale kaart voldoet aan de gestelde eisen. Deze methode is zeer geschikt voor de beoordeling van opgeleverde produkten bij de uitbesteding van werkzaamheden.
In § 9.4 en § 9.5 worden aspecten van de analyse van (digitale) kaarten behandeld. De analyse van de kwaliteit is noodzakelijk als er geen of onvoldoende informatie over de geometrische kwaliteit van een kaart beschikbaar is. Als onderdeel van de analyse wordt in § 9.4 een methode beschreven voor de bepaling van de vervorming van een kaart. De gebruikte methodiek vertoont grote overeenkomsten met de kaartverificatie. In § 9.5 wordt een methode beschreven voor het kwantificeren van de geometrische precisie van een kaart. Voor deze zogenaamde kwaliteitsanalyse is geen kennis vereist van de werkelijke kwaliteit van de kaart.

9.2 Geometrische kwaliteitscontrole van produkten

Voor de geometrische kwaliteitscontrole van produkten zijn diverse methoden toe te passen. In deze paragraaf wordt een overzicht gegeven van de methoden die kunnen worden gebruikt. In § 9.2.1 wordt als uitgangspunt gekozen dat het verwerkingsproces zelf een zodanig inzicht geeft in de geometrische kwaliteit van de resultaten, dat op grond hiervan de kwaliteitscontrole kan plaatsvinden. In § 9.2.2 worden verschillende methoden beschreven, waarmee een onafhankelijke eindcontrole van produkten kan worden uitgevoerd. Hiertoe behoort de methode van de kaartverificatie die in § 9.3 nader zal worden uitgewerkt. In § 9.2.3 wordt beschreven hoe een meer globale beoordeling van de geometrische kwaliteit kan worden verricht door visuele controle.

9.2.1 Beoordeling van rekenresultaten

In § 2.2.3 is de structurering van een landmeetkundig meet- en verwerkingsproces in beeld gebracht. Daarin zijn vier stappen te onderscheiden:
- operationele probleembeschrijving;
- modellering;
- geodetische rekentechniek;
- operationele resultaatbeschrijving.

Bij een produkt behoort dus in principe een operationele resultaatbeschrijving. Hierin wordt de bereikte geometrische kwaliteit beschreven met behulp van parameters zoals dat in de toepassingshoofdstukken is gebeurd. De opdrachtgever verkrijgt daarmee inzicht in de geometrische kwaliteit van het geleverde produkt.

Daarnaast is het ook goed denkbaar dat de resultaten van de geodetische rekentechniek door de opdrachtgever worden beoordeeld. Men kan daarbij denken aan de uitkomst van de sterkteberekeningen (precisie en betrouwbaarheid) en aan de resultaten van de vereffening en toetsing. Deze beoordeling kan zowel betrekking hebben op de tussenresultaten van een project als op de eindresultaten.

Kenmerkend voor de kwaliteitscontrole gebaseerd op de beoordeling van de rekenresultaten is dat:
- de methode *objectief* is;
- *kwantitatieve informatie* over geometrische kwaliteit beschikbaar komt;
- de methode afhankelijk is van de gebruikte programmatuur, algoritmen en procedures;
- de opdrachtgever afhankelijk is van de deskundigheid van de opdrachtnemer.

Vooral in verband met het laatste aspect is het daarom van belang dat deze methode wordt toegepast in samenhang met de certificatie van bedrijven en van programmatuur.

Deze methode van kwaliteitsbeoordeling is vooral geschikt voor die processen waarbij wordt vereffend en getoetst, te weten:
- terrestrische grondslagbepaling;
- fotogrammetrische puntsbepaling;
- aansluiting van puntenvelden;
- terrestrische detailmeting.

9.2.2 Onafhankelijke controle van eindprodukten

In het algemeen is de vergelijking van het eindprodukt met onafhankelijk verkregen gegevens een uitstekend middel om de geometrische kwaliteit te beoordelen. In deze paragraaf worden methoden voor de controle van produkten beschreven. Hierbij komen ook een aantal methoden aan bod die gebruik maken van de oorspronkelijke gegevens. Daarnaast wordt kort ingegaan op de analyse van de kwaliteit van produkten. Hoewel het hier geen controle betreft, zijn de technieken van de analyse verwant aan die van de controle.

Kaartverificatie
Bij de kaartverificatie wordt een aantal punten van het opgeleverde produkt geselecteerd die vervolgens via een onafhankelijke en zo mogelijk nauwkeuriger methode opnieuw in coördinaten worden bepaald. Bij deze methode wordt het door de opdracht-

nemer geleverde puntenveld vergeleken met een nieuw puntenveld met behulp van toetsing op basis van een aansluiting. De kaartverificatie wordt veel gebruikt bij de controle van digitale kaarten. Bij deze methode worden bijvoorbeeld digitale kaarten, die veelal zijn geproduceerd met behulp van fotogrammetrie en naverkenning, gecontroleerd door steekproefsgewijs een aantal punten te vergelijken met punten die door middel van tachymetrie zijn opgemeten. Het uit de tachymetrie berekende lokale puntenveld wordt met behulp van een aansluitingsvereffening aangesloten aan de overeenkomstige punten in de digitale kaart. Door toetsing wordt onderzocht of het digitale bestand aan de gestelde eisen voldoet.

Kenmerkend voor de kaartverificatie is dat:
- de methode *objectief* is;
- *kwantitatieve informatie* over de kwaliteit beschikbaar komt;
- de methode *steekproefsgewijs* plaatsvindt.

Nadere uitwerking van de methode van kaartverificatie vindt plaats in § 9.3.

Nameting

Voor de beoordeling van de kwaliteit van een fotogrammetrische kartering wordt veelal een methode gebruikt die vergelijkbaar is met de kaartverificatie. Daarbij wordt een beperkt aantal modellen opnieuw gemeten en vergeleken met de resultaten van de oorspronkelijke kartering (zie § 7.5.11). Deze methode heeft dezelfde kenmerken als de bovengenoemde kaartverificatie met dien verstande dat de kwantitatieve informatie niet is gebaseerd op een vereffening, maar op een analyse van verschillen van twee puntenvelden die op dezelfde wijze tot stand zijn gekomen. In principe kan hier overigens wel een aansluitingsvereffening worden toegepast, maar uit praktische en economische overwegingen volstaat men veelal met de eenvoudiger methode van het analyseren van de verschillen.

Ook de controle van een terrestrisch opgenomen GBKN en een gedigitaliseerd kaartblad kunnen op een vergelijkbare manier plaatsvinden. Bij de controle van een GBKN worden bijvoorbeeld steekproefsgewijs de coördinaten van een groep punten vanuit dezelfde grondslag ingemeten en berekend. De verschillen tussen de coördinaten van overeenkomstige punten worden dan geanalyseerd. De controle van een gedigitaliseerd kaartblad geschiedt door vergelijking met een opnieuw uitgevoerde digitalisering.

Kenmerkend voor de methode van de nameting is dat:
- de methode op relatief eenvoudige wijze *kwantitatieve informatie* over de kwaliteit levert;
- de methode *steekproefsgewijs* plaatsvindt;
- de methode strikt genomen *niet objectief* is, omdat geen systematische toetsing plaats vindt;
- de methode niet geheel onafhankelijk is, omdat gebruik gemaakt wordt van de resultaten van dezelfde blokvereffening of de bestaande grondslag.

Herberekening

Als men twijfelt aan de kwaliteit van de gebruikte programmatuur kan men een hervereffening uitvoeren met behulp van eigen programmatuur op basis van de oorspronkelijke waarnemingen. Op deze wijze kan worden beoordeeld of de oorspronkelijke berekening op de juiste wijze is uitgevoerd. Ook kunnen de resultaten van beide berekeningen met elkaar worden vergeleken. Deze methode komt grotendeels overeen met de in § 9.2.1 behandelde beoordeling van de rekenresultaten. De herberekening wordt inci-

denteel toegepast bij grondslagberekeningen en de fotogrammetrische blokvereffening. Bij deze toepassingen komt namelijk het resultaat van de berekening (de coördinaten van de grondslag) overeen met het eindprodukt.

Kenmerkend voor de herberekening is dat:
- de methode *objectief* is;
- *kwantitatieve informatie* over geometrische kwaliteit beschikbaar komt;
- de methode afhankelijk is van de gebruikte programmatuur, algoritmen en procedures;
- de opdrachtgever afhankelijk is van de integriteit van de opdrachtnemer, omdat deze alle oorspronkelijke waarnemingen beschikbaar moet stellen.

Controlepunten
In sommige situaties is een alternatieve, eenvoudige methode van onafhankelijke controle van de eindprodukten mogelijk en zinvol. De resultaten van een fotogrammetrische blokvereffening kunnen bijvoorbeeld heel goed onafhankelijk worden getest met behulp van zogenaamde verborgen paspunten. Dit zijn paspunten waarvan wel coördinaten beschikbaar zijn, maar die niet worden gebruikt als aansluitingspunt voor de blokvereffening. Deze punten worden gemeten en berekend in het proces van fotogrammetrische puntsbepaling en de resultaten worden vergeleken met de gegeven coördinaten. Deze methode geeft door middel van een onafhankelijke test aan of de blokvereffening goed is uitgevoerd.

Kenmerkend voor de methode gebaseerd op controlepunten is dat:
- de methode *objectief* is;
- *kwantitatieve informatie* over de kwaliteit beschikbaar komt;
- de methode slechts een summiere indicatie geeft van de kwaliteit van het produkt, omdat de omvang van de steekproef erg beperkt is.

Het aantrekkelijke van deze methode is gelegen in het feit dat op relatief eenvoudige en goedkope wijze een onafhankelijke indruk wordt verkregen van de kwaliteit van de blokvereffening.

Analyse van de kwaliteit van kaarten
Als bestaand kaartmateriaal in het produktieproces wordt gebruikt, is het raadzaam de geometrische kwaliteit van deze kaarten te analyseren. Dit geldt met name wanneer het kaartmateriaal als bronmateriaal in het produktieproces wordt gebruikt. In veel gevallen is van bestaande analoge of digitale kaarten de kwaliteit niet bekend. Bij het gebruik van analoge kaarten omvat de analyse de controle op vervorming van de kaartbladen en de analyse van de geometrische kwaliteit. Bij bestaande digitale kaarten kan door middel van een analyse de geometrische kwaliteit worden gekwantificeerd. De methodiek van de bepaling van de vervorming en de kwaliteitsanalyse is vergelijkbaar met de kaartverificatie. Er vindt echter geen toetsing van de kaart plaats op basis van de gestelde eisen (specificaties). De bepaling van de vervorming van analoge kaarten en de kwaliteitsanalyse worden nader uitgewerkt in respectievelijk § 9.4 en § 9.5.

Kenmerkend voor de methoden voor de analyse van kaarten is dat:
- de methoden *objectief* zijn;
- *kwantitatieve informatie* over de kwaliteit beschikbaar komt.

9.2.3 Visuele controle

Onder het motto 'If it looks right, it is right' wordt in veel situaties de visuele controle toegepast als een bruikbaar instrument voor kwaliteitscontrole van produkten. Dit heeft niet alleen betrekking op controle-aspecten als volledigheid, juistheid van objectcoderingen en consistentie maar ook op geometrische kwaliteitscontrole. Met name gedigitaliseerde kaarten kunnen op deze wijze worden gecontroleerd.

Visuele controle is bij uitstek geschikt voor het opsporen van grove fouten. Vaak worden proeftekeningen gemaakt om dergelijke fouten te vinden en te elimineren. Deze toepassing van de visuele controle is overigens geen onderdeel van de eindcontrole van produkten maar veel meer een onderdeel van het produktieproces.

Bij de visuele controle van kaartprodukten als instrument voor de geometrische kwaliteitscontrole van eindprodukten kan men letten op mogelijke afwijkingen van het verwachtingspatroon:

- Er is een afwijking in de rechthoekigheid van gebouwen te constateren. Uit proefnemingen is bijvoorbeeld gebleken dat voor kaarten met een uitgifteschaal van 1:1000 een afwijking van 20 cm van niet al te grote gebouwen door visuele controle is te constateren.
- De afbeelding van een terreindetail stemt niet overeen met de verwachting. Men verwacht bijvoorbeeld een rechte lijn, terwijl de afbeelding op de kaart een knik laat zien. Bij kaarten met een grafische precisie kan een knik overigens binnen de specificatie liggen.
- De afbeelding van twee terreindetails ten opzichte van elkaar klopt niet. Men weet bijvoorbeeld dat een gebouw niet over een grens is gebouwd, terwijl dat op de kaart wel het geval is, of dat een leiding wordt afgebeeld in de straatverharding, terwijl men weet dat de leiding in de berm ligt.
- De objectcodering stemt niet overeen met de situatie in het terrein. Omdat de idealisatieprecisie veelal direct gerelateerd is aan de objectcodering, heeft een onjuiste codering invloed op de beschrijving van de geometrische kwaliteit.

Bij visuele controle vergelijkt men dus het kaartbeeld met het beeld dat men heeft van de werkelijkheid.

Kenmerkend voor de visuele controle is dat:

- de methode *subjectief* is;
- de methode *geen kwantitatieve informatie* levert over eventuele afwijkingen;
- de methode niet waterdicht en niet volledig is.

In combinatie met andere methoden is zij echter heel goed bruikbaar.

De visuele controle wordt vooral veel toegepast tijdens het produktieproces, maar ook wel bij de eindcontrole. Met name bij de volgende toepassingen wordt visuele controle veel toegepast:

- fotogrammetrische detailmeting;
- terrestrische detailmeting;
- A-D conversie.

Bij de visuele controle wordt het eindprodukt vaak vergeleken met het brondocument of met een ander document. Dit is ondermeer het geval voor de controle van een produkt op het aspect volledigheid. Zo kan bij een A-D conversie het gedigitaliseerde resultaat vergeleken worden met het oorspronkelijke document. Verder is deze methode bruik-

baar voor het controleren van de geometrische kwaliteit, maar in dit geval beperkt het zich tot het constateren van grove fouten. Ook hier is *geen sprake van kwantitatieve gegevens* over de kwaliteit. Niettemin wordt deze methode in sommige processen veelvuldig gebruikt als er geen andere procescontroles kunnen worden toegepast, zoals inspiegeling van fotogrammetrische modellen in bestaande digitale bestanden en digitalisering op het beeldscherm.
Voor de eindcontrole van produkten is deze methode in sommige situaties bij gebrek aan beter ook toepasbaar. Daarbij kan worden gedacht aan de volgende toepassingen:
- vergelijking van gedigitaliseerde bestanden met het oorspronkelijke brondocument;
- vergelijking van fotogrammetrische bestanden met de oorspronkelijke luchtfoto's.

9.3 Kaartverificatie

Voor de eindcontrole van digitale kaarten is het gewenst een methode toe te passen die onafhankelijk is van het gebruikte produktieproces en die objectieve en kwantitatieve gegevens levert over de geometrische kwaliteit van kaarten.
De reden dat een dergelijk onderzoek nodig is, vloeit voort uit de noodzaak om te beoordelen of de kwaliteit van nieuwe kaartprodukten voldoet aan de eisen die daaraan zijn gesteld. *Kaartverificatie* is een aangewezen hulpmiddel voor de *kwaliteitscontrole* van kaarten die worden geproduceerd in een kaartvervaardigingsproces. Bij kaartverificatie wordt onderzoek gedaan naar de geometrische kwaliteit van een digitale kaart. Met name bij de uitbesteding van werkzaamheden is het van belang te beschikken over een objectieve methode om de geometrische kwaliteit te beoordelen. Dit geeft de mogelijkheid om in een uitbestedingscontract heldere afspraken te maken over de te leveren kwaliteit en de wijze waarop deze kwaliteit wordt getoetst.
Bij de controle zal men ook beoordelen of de inhoud van de digitale kaart volledig is en of de objectcodering juist is uitgevoerd. De controle op volledigheid is een essentieel onderdeel van de kwaliteitscontrole, maar maakt geen deel uit van de kaartverificatie. De juistheid van de codering wordt bij kaartverificatie in beperkte mate gecontroleerd.

9.3.1 Doelstelling en randvoorwaarden

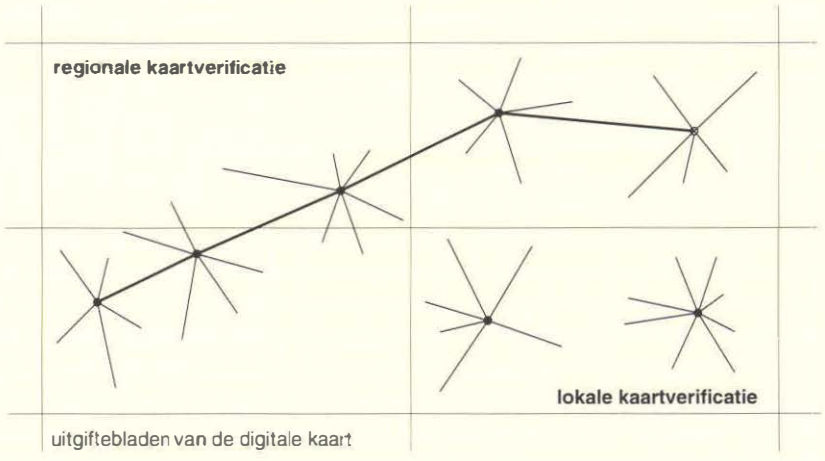
Doel van de kaartverificatie is het controleren van de geometrische kwaliteit van een digitale kaart, onafhankelijk van de wijze waarop de kaart tot stand is gekomen. Er wordt onderzocht of de kaart voldoet aan de specificaties. De kaartverificatie is gebaseerd op de vergelijking van punten van de digitale kaart met een corresponderend puntenveld dat met terrestrische detailmeting is ingemeten. De metingen zijn doorgaans tachymetrische opnamen en worden daarom ook wel stermetingen genoemd. Vanuit één of meerdere opstelpunten worden in het terrein punten aangemeten die deel uit maken van de kaart. De beoordeling van de kwaliteit geschiedt door de beide puntenvelden met behulp van toetsing met elkaar te confronteren. De toetsing is gebaseerd op het model van een kleinste-kwadraten aansluiting of een tweede fase vereffening (zie § 4.1).

Kaartverificatie als instrument voor de kwaliteitscontrole van digitale kaarten wordt gekenmerkt door de volgende eigenschappen:
- Het te controleren produkt wordt getoetst met behulp van onafhankelijk in het terrein verzamelde meetgegevens.
- De terrestrisch bepaalde coördinaten hebben vaak een aanmerkelijk betere precisie dan de coördinaten van de punten van de digitale kaart, zodat een scherpe toetsing kan worden uitgevoerd.

- Er wordt een objectieve statistische toetsing uitgevoerd.
- Er wordt kwantitatieve informatie geleverd over de kwaliteit van de kaart.
- Het is een steekproefsgewijze beoordeling van de kwaliteit, zodat wel een beeld wordt gegeven van de algemene kwaliteit van het produkt, maar geen informatie beschikbaar komt over de specifieke kwaliteit van alle kaartelementen.
- De methode is relatief kostbaar, omdat metingen in het terrein moeten worden uitgevoerd.

De digitale kaart is in principe een continu bestand waarin geen afzonderlijke kaartbladen worden onderscheiden. Daarom wordt in beginsel de kaartverificatie per deelgebied uitgevoerd en niet per kaartblad. Bij digitale kadastrale kaarten kan echter het kaartblad als deelgebied worden aangemerkt, omdat kaartvernieuwing veelal per kaartblad heeft plaatsgevonden. Voor de GBKN is het kaartblad als eenheid niet meer expliciet gedefinieerd. Wel wordt het onderscheid gehanteerd tussen bebouwd en landelijk gebied voor de specificatie van de vereiste relatieve precisie. Het ligt daarom voor de hand om deelgebieden per gebiedsklasse te selecteren. Bij de uitbesteding van GBKN-projecten wordt voor de projectbesturing veelal wel van kaartbladen gesproken. Daarom wordt bij kaartverificatie steeds gesproken over kaartbladen, hoewel hiermee ook andere deelgebieden kunnen worden bedoeld.

De kaartverificatie betreft de controle van zowel de lokale als regionale relatieve precisie van een kaart. De lokale relatieve precisie heeft betrekking op nabijgelegen punten. De beschrijving van de lokale precisie beperkt zich tot een gebied ter grootte van maximaal enkele hectaren. De regionale precisie heeft betrekking op de relatieve precisie tussen verder uit elkaar gelegen punten.



Figuur 9.2: Lokale en regionale kaartverificatie.

Bij controle van de lokale precisie worden in het terrein steekproefsgewijs vanuit één opstelpunt groepen van punten gemeten die geselecteerd zijn in de kaart. Bij de beoordeling van de regionale precisie wordt ook de relatieve precisie van de kaart over grotere afstanden gecontroleerd. Dit kan worden gerealiseerd door de afzonderlijke groepen van punten met elkaar te verbinden met behulp van een grondslagnetwerk (zie figuur 9.2).

Relatiemetingen tussen punten in de kaart kunnen ook worden gebruikt om de geometrische kwaliteit van een kaart te controleren. Deze methode is echter minder systematisch dan de kaartverificatie en wordt hier verder niet behandeld. Relatiemetingen zijn daarentegen wel een goede aanvulling op de kaartverificatie.

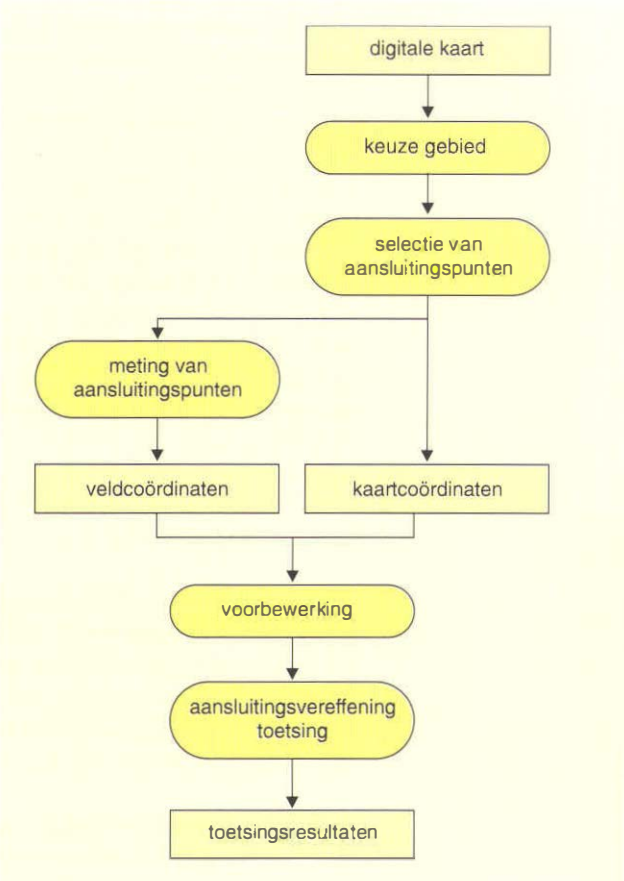
Een randvoorwaarde voor de kaartverificatie is dat in de kaart een voldoende aantal punten kan worden geselecteerd die eenduidig in het terrein zijn te identificeren.

De kaartverificatie wordt beschreven op basis van punten. In plaats van punten zouden ook lijnobjecten kunnen worden gebruikt. Een lijnobject bestaat uit twee punten voor wat betreft de kaart en uit één meetpunt op een lijnelement voor wat betreft het puntenveld uit de metingen. In de kaart worden twee punten geselecteerd die dit lijnobject definiëren. In het terrein wordt dan één punt ingemeten dat op dit lijnobject ligt. De modellering van de kaartverificatie op basis van lijnelementen wordt verder niet behandeld.

9.3.2 Procesbeschrijving

Bij het beschrijven van het proces van de kaartverificatie kan onderscheid worden gemaakt tussen de methode gebaseerd op de aansluiting van puntenvelden (zie figuur 9.3) en de methode gebaseerd op een tweede fase vereffening (zie figuur 9.4).

Kaartverificatie op basis van aansluiting
De kaartverificatie begint met de vaststelling van het gebied waarin de kaart gecontroleerd moet worden. In dit gebied worden in het terrein punten van de digitale kaart geselecteerd. Dit resulteert in een veld van geselecteerde aansluitingspunten in het stelsel van de kaart (de kaartcoördinaten). Vervolgens worden de corresponderende aansluitingspunten ingemeten met terrestrische detailmeting (meestal met een tachymetrische opname). Indien de regionale precisie van een kaart getoetst wordt, moeten tijdens de meting ook de opstelpunten worden verbonden. De meting resulteert in een veld van aansluitingspunten in een lokaal stelsel (de veldcoördinaten). Voorafgaande aan de feitelijke verificatie wordt een voorbewerking uitgevoerd om grove fouten op te sporen, zoals ontbrekende metingen en identificatiefouten. Tevens heeft de voorbewerking ten doel om ten behoeve van de aansluitingsvereffening benaderde waarden te berekenen voor de transformatieparameters en de coördinaten van de aansluitingspunten. De daadwerkelijke verificatie vindt plaats door middel van een toetsing gebaseerd op een kleinste-

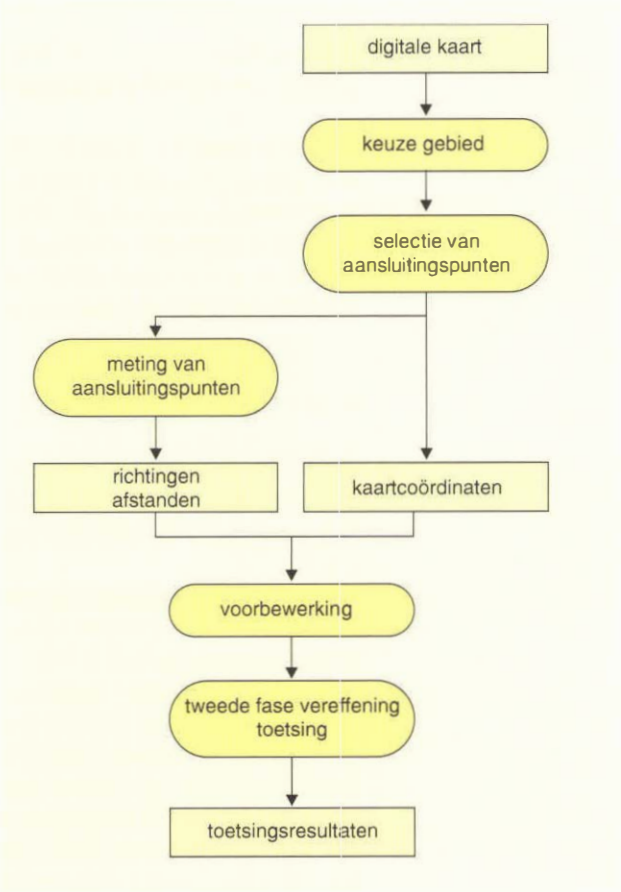


Figuur 9.3: Proces van de kaartverificatie op basis van aansluiting.

kwadraten vereffening van de aansluitingspunten. Bij de toetsing wordt verondersteld dat het bestand met veldcoördinaten geen modelfouten bevat. Op basis van de toetsingsresultaten kan worden geconcludeerd of de kaart al dan niet voldoet aan de specificaties.

Kaartverificatie op basis van een tweede fase vereffening

De kaartverificatie op basis van een tweede fase vereffening is een alternatief voor de verificatie op basis van aansluiting, voornamelijk voor de regionale kaartverificatie. Daarbij moet immers eerst het netwerk van de opstelpunten worden vereffend in een vrije net vereffening. Hiervoor kan standaard-programmatuur worden gebruikt voor de vereffening van netwerken. Met deze programmatuur kan dan ook de toetsing van de aansluitingspunten worden uitgevoerd op basis van een tweede fase vereffening. De procesgang komt grotendeels overeen met die van de verificatie op basis van aansluiting. De metingen worden echter niet omgerekend naar coördinaten in een lokaal stelsel, maar direct vereffend in een tweede fase vereffening. De voorbewerking komt overeen met die van de vereffening van netwerken (zie § 5.3). De verificatie vindt plaats door middel van een toetsing gebaseerd op een tweede fase kleinstekwadraten vereffening. Bij de toetsing wordt verondersteld dat de metingen geen modelfouten bevatten. Op basis van de toetsingsresultaten kan worden geconcludeerd of de kaart voldoet aan de specificaties.



Figuur 9.4: Proces van de kaartverificatie op basis van een tweede fase vereffening.

9.3.3 Meetontwerp

Het aantal en de verdeling van geselecteerde punten

Kaartverificatie vindt in principe steekproefsgewijs plaats. Dit betekent dat een deel van het gekarteerde gebied wordt gecontroleerd. Het is voldoende als 10 tot 15% van de kaartbladen die bij de uitgifte het gebied bedekken, wordt geselecteerd voor de kaartverificatie. Als de geselecteerde kaarten op grond van de uitgevoerde kaartverificatie worden aanvaard, geeft dit een redelijke waarborg dat het hele project geaccepteerd kan worden.

Er is geen algemene stelregel te geven voor het definiëren van een representatieve steekproef als het gaat om het beoordelen van bestaande (digitale) kaarten van derden. Men weet vaak niet of de kwaliteit van de betreffende serie kaarten homogeen is. Als het niet vaststaat dat een bepaalde serie kaarten homogeen is, moet in principe elke kaart afzon-

derlijk worden beoordeeld door middel van kaartverificatie. Als wel op goede gronden kan worden aangenomen dat het een homogene serie kaarten betreft, dan kan volstaan worden met een steekproefgrootte van 10 tot 15% van het totale aantal kaartbladen.

Voor een gebied ter grootte van een kaartblad zijn 3 à 4 opstelpunten met in totaal 40 tot 50 punten representatief. Per tachymeteropstelling moeten ten minste 10 punten worden aangemeten. De punten dienen eenduidig identificeerbaar te zijn in het terrein. De punten binnen een groep worden zodanig gekozen dat zij eenvoudig kunnen worden ingemeten met een tachymetrische opname vanuit één standplaats. Indien de verificatie betrekking heeft op één gebiedsklasse moet een homogene verdeling van de punten worden nagestreefd (een verdeling van de punten binnen een kaartblad is homogeen als in elk kwadrant ten minste 20% van het aantal punten ligt).

Selectie van de punten
Alleen eenduidig identificeerbare punten mogen worden geselecteerd. Dit betekent dat:
- goed idealiseerbare punten worden gebruikt (bijvoorbeeld hoeken van huizen);
- de punten in het terrein en de kaart eenduidig te herkennen zijn.

Daarnaast moeten de punten van de steekproefbetrekking hebben op één gebiedsklasse (landelijk of bebouwd/stedelijk).

Vuistregels voor de detailmeting
Voor de detailmeting verdient de tachymetrische opname de voorkeur. Om de kwaliteit van een kaart zinvol te kunnen toetsen, moet de standaardafwijking van de puntprecisie uit de detailmeting minimaal 2 en bij voorkeur 3 maal zo klein zijn als de kenmerkende puntprecisie van de kaart. Slechts in het laatste geval kunnen afwijkingen eenduidig worden toegerekend aan de kaart. Als onderdeel van de detailmeting worden ook de objectcoderingen geregistreerd. De gemeten afstanden moeten worden gecorrigeerd voor de verticale hoek en de optelconstante.
Indien de doelstelling van de kaartverificatie de controle van de lokale precisie is, dan hoeven de opstelpunten niet met elkaar verbonden te worden. Indien de doelstelling de controle van de regionale precisie is, dan moeten de opstelpunten met elkaar verbonden worden volgens de ontwerpregels van vrije netten van de detailgrondslagen (of GPS-netten). Bij niet meer dan 6 opstelpunten kan met een veelhoek worden volstaan.

Keuze van de methode
De lokale kaartverificatie wordt bij voorkeur uitgevoerd met de methode die gebaseerd is op de aansluiting van twee puntenvelden. Deze aanpak resulteert namelijk in een zeer eenvoudig model voor de vereffening en toetsing. Bij de verificatie op basis van aansluiting worden de coördinaten van het puntenveld van de detailmeting (de veldcoördinaten) berekend in een lokaal coördinatenstelsel. De variantiematrix wordt echter niet berekend, maar afgeleid uit het kwaliteitsmodel van puntenvelden.
Bij de regionale kaartverificatie kan de methode die gebaseerd is op de tweede fase vereffening worden gebruikt, omdat voor de berekening van de opstelpunten al een vrije net vereffening (eerste fase vereffening) wordt uitgevoerd.

Vuistregels voor de voorbewerking
De berekening van de benaderde waarden kan het beste worden uitgevoerd met een overbepaalde transformatie, waarbij gebruik wordt gemaakt van *alle* aansluitingspunten. Er wordt aangeraden bij de berekening van de benaderde waarden te toetsen op grove fouten, zoals verwisselingen van puntnummers en identificatiefouten. Verwisselingen van puntnummers moeten worden hersteld.

De in het terrein geregistreerde objectcodering moet overeenstemmen met de codering uit de kaart, mede in verband met de bepaling van de idealisatieprecisie. Als bij meer dan 5% van de punten de coderingen verschillen, voldoet de kaart niet aan de specificaties. Bij de toetsing op grove fouten mag maximaal één aansluitingspunt per opstelpunt worden verworpen ten gevolge van een identificatiefout. Voor alle sterren gezamenlijk mag maximaal 5% van de aansluitingspunten worden verwijderd ten gevolge van identificatiefouten. Bij een groter aantal identificatiefouten moet de verificatie opnieuw worden uitgevoerd.

Vuistregels voor de modelkeuze
Het functiemodel is gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.

Vuistregels voor de vereffening
De vereffening is in beginsel een vereffening van de aansluitingspunten. Een uitzondering is de verificatie op basis van een tweede fase vereffening.
De kaartverificatie is gebaseerd op de kleinste-kwadraten aansluiting. De kleinste-kwadraten vereffening kan worden uitgevoerd als een vereffening van coördinaatverschillen (schema 3 in § 4.6.4) of op basis van coördinaten als waarnemingsgrootheden (schema 2 in § 4.6.4).
Bij de kaartverificatie wordt de vereffening altijd eerst per ster uitgevoerd. Bij de regionale kaartverificatie wordt vervolgens een vereffening op basis van alle sterren gezamenlijk uitgevoerd.

Vuistregels voor de toetsing
Bij de kaartverificatie moeten in ieder geval de volgende toetsen worden uitgevoerd:
- algemene toets van het model;
- w-toets per coördinaat(-verschil).

Daarnaast kan een toets per punt worden uitgevoerd.
Als toetsingsmethode wordt de B-methode van toetsen gebruikt. Voor de onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets wordt gekozen voor $\alpha_0 = 0{,}001$. Het onderscheidingsvermogen voor alle toetsen is $\gamma_0 = 0{,}80$. Er is sprake van een modelfout als een toetsingsgrootheid groter is dan zijn kritieke waarde. De meest waarschijnlijke modelfout is die waarvan het quotiënt van de toetsingsgrootheid en zijn kritieke waarde het grootste is. Bij de toetsing mag slechts incidenteel een punt als aansluitingspunt worden verworpen. Fouten worden toegerekend aan de te controleren kaart.
De toetsingsprocedure kan grafisch worden ondersteund, maar niet worden vervangen, door een tekening van de kleinste-kwadraten residuen in de aansluitingspunten.

De kaart voldoet aan de specificaties als:
- de algemene toets van het model wordt aanvaard of;
- per opstelpunt niet meer dan één aansluitingspunt wordt verworpen en tegelijkertijd de absolute waarden van de toetsingsgrootheden van de één-dimensionale toetsen (de w-toetsen) van alle sterren gezamenlijk voldoen aan de volgende criteria:

60% < 1
90% < 2
95% < 3
100% < 4

Bij de regionale kaartverificatie vindt de toetsing altijd eerst plaats per opstelpunt en vervolgens voor het hele gebied.

9.3.4 Functiemodel

Kaartverificatie op basis van de aansluiting van puntenvelden
Het functiemodel is gebaseerd op de kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten (zie § 4.6.3) op basis van de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.
De waarnemingsgrootheden zijn:
- De coördinaten van de geselecteerde punten van de digitale kaart (kaartcoördinaten).
- De coördinaten van de geselecteerde punten van de detailmeting (veldcoördinaten). De veldcoördinaten zijn gegeven in een lokaal stelsel.

De onbekenden zijn:
- de 4 parameters van de gelijkvormigheidstransformatie;
- de coördinaten van de geselecteerde punten in het stelsel van de kaart (als de vereffening niet op basis van coördinaatverschillen wordt uitgevoerd).

Kaartverificatie op basis van een tweede fase vereffening
Het functiemodel komt overeen met het functiemodel voor de toetsing van de aansluitingspunten bij de terrestrische detailmeting (zie § 6.3.4).
De waarnemingsgrootheden zijn:
- de coördinaten van de geselecteerde punten van de digitale kaart (kaartcoördinaten);
- horizontale richtingen en afstanden.

De onbekenden zijn:
- de coördinaten van de geselecteerde punten in het stelsel van de kaart;
- de twee coördinaten van het opstelpunt en een oriënteringsonbekende per tachymetrische opstelling en een schaalonbekende per opstelpunt (bij de lokale kaartverificatie) of één schaalonbekende voor het gehele netwerk (bij de regionale kaartverificatie).

9.3.5 Kansmodel

Het kansmodel wordt beschreven met een variantiematrix. De waarnemingsgrootheden zijn de kaartcoördinaten en de veldcoördinaten. Beide puntenvelden worden stochastisch verondersteld. In sommige gevallen gebruikt men geen veldcoördinaten maar richtings- en afstandsmetingen.

Kansmodel van de coördinaten van punten van de digitale kaart (kaartcoördinaten)
Als variantiematrix van de kaartcoördinaten wordt een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix gebruikt. De varianties voor de puntprecisie worden gekozen overeenkomstig de specificaties van de digitale kaart. De specificaties zijn expliciet gegeven of worden ontleend aan de vereiste kwaliteit van de digitale kaart zoals beschreven in § 2.6. De standaardafwijking voor de idealisatieprecisie wordt ontleend aan de digitale kaart. De standaardafwijking σ_i van een kaartcoördinaat van een punt i is gegeven als:

$$\sigma_i = \sqrt{c_0 + \overline{d}_i^2} \quad [\text{cm}] \quad .$$

met:

c_0 parameter voor de puntprecisie van de digitale kaart in [cm^2];
$\overline{d}_i$ de standaardafwijking van de idealisatie van punt i in [cm].

Voor de standaardafwijking van de idealisatie wordt het gemiddelde van een klasse gebruikt (zie § 2.5.5).

Kansmodel van de veldcoördinaten
Als variantiematrix van de veldcoördinaten wordt een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix gebruikt. De component voor de puntprecisie is voor alle punten gelijk en wordt gekozen overeenkomstig de kenmerkende kwaliteit van detailmeting met als parameterwaarde $c_0 = 9\ \text{cm}^2$. De component voor de idealisatieprecisie is gelijk aan die van de corresponderende kaartcoördinaten. De standaardafwijking σ_i van een veldcoördinaat van een punt i is gegeven als:

$$\sigma_i = \sqrt{c_0 + \bar{d}_i^2} \quad [\text{cm}] \quad .$$

Kansmodel voor de meting bij kaartverificatie
De variantiematrix voor de richtingen en afstanden wordt beschreven met een diagonaalmatrix. De precisie van de richtingen en afstanden is samengesteld uit de precisie van de meting en de idealisatieprecisie van het detailpunt (vergelijk § 6.3.5).
De standaardafwijking $\sigma_{r(si)}$ van de horizontale richting van standplaats s naar richtpunt i is gedefinieerd als:

$$\sigma_{r(si)} = \sqrt{\sigma_r^2 + \left(\frac{\bar{d}_i}{l_{si}} \times 10 \times \frac{200}{\pi} \right)^2} \quad [\text{mgon}] \quad ,$$

met:

σ_r de standaardafwijking van de richtingsmeting in [mgon];

$\bar{d}_i$ de standaardafwijking van de idealisatie van punt i in [cm] waarbij het gemiddelde van een klasse wordt gebruikt (zie § 2.5.5);

l_{si} afstand tussen standplaats s en richtpunt i in [m].

Voor de kaartverificatie moet het instrumentarium zodanig worden gekozen dat de standaardafwijking van de richtingsmeting σ_r kleiner of gelijk is aan 5 mgon.

De standaardafwijking $\sigma_{l(si)}$ van de horizontale afstand van standplaats s naar richtpunt i is gedefinieerd als:

$$\sigma_{l(ij)} = \sqrt{\sigma_l^2 + \bar{d}_i^2} \quad [\text{cm}] \quad .$$

waarbij σ_l de standaardafwijking van de afstandsmeting is in [cm]. Voor de kaartverificatie moet het instrumentarium zodanig worden gekozen dat de standaardafwijking van de afstandsmeting σ_l kleiner of gelijk is aan 1 cm.

Bij de regionale kaartverificatie is het kansmodel van de detailgrondslag van toepassing voor de richtings- en afstandsmetingen tussen de standplaatsen (zie § 5.3.5).

9.3.6 Sterkteberekening

Er hoeft geen sterkteberekening uitgevoerd te worden. De grootte van fouten die gevonden kunnen worden met behulp van kaartverificatie is afhankelijk van de precisie van de coördinaten en het aantal en de ligging van de corresponderende punten. De grootte van fouten kan eenvoudig worden afgeschat met de in § 4.7.7 gegeven formules voor grenswaarden bij de aansluiting.

9.3.7 Voorbewerking

Doel van de voorbewerking is de berekening van benaderde waarden en de opsporing van grove fouten (veelal ten gevolge van een foute identificatie, een onjuiste objectcodering of een fout puntnummer).

De voorbewerking kan het beste worden gebaseerd op het model van de overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie of Helmert-transformatie, waarbij gebruik wordt gemaakt van *alle* aansluitingspunten. De berekening is beschreven in § 4.4.3.4.

Bij de kaartverificatie gebaseerd op een tweede fase vereffening wordt de voorbewerking uitgevoerd overeenkomstig § 6.3.7 (voor de lokale kaartverificatie) en § 5.3.7 (voor de regionale kaartverificatie).

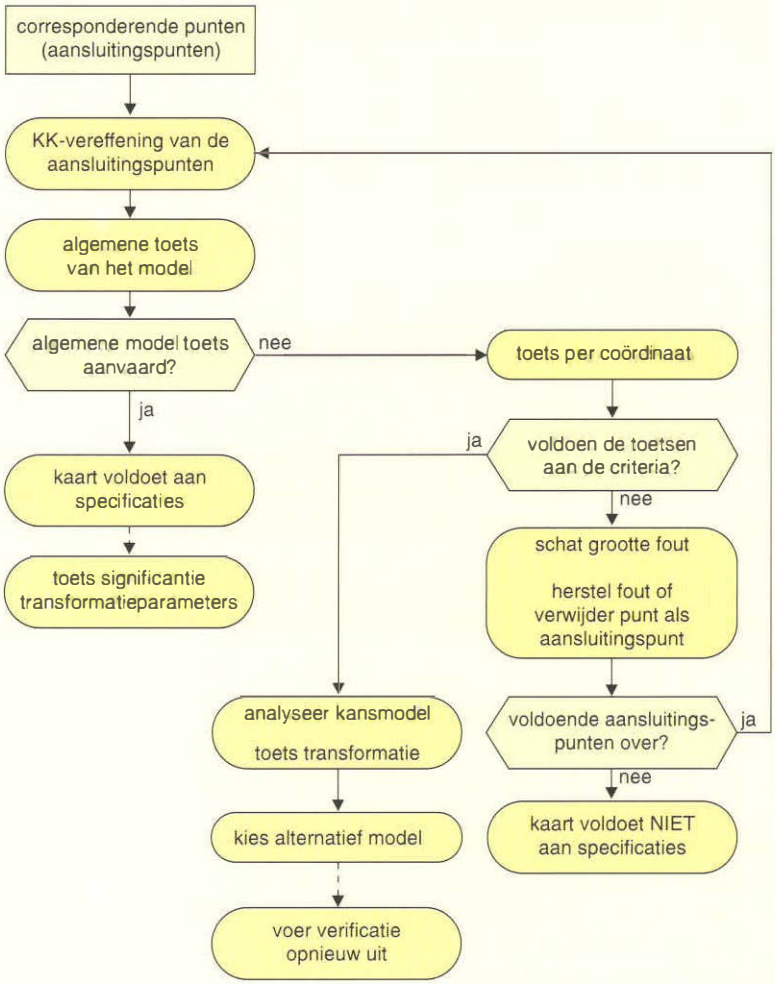
Per punt moet worden gecontroleerd of de in het terrein vastgestelde idealisatieprecisie in overeenstemming is met de objectcodering in de digitale kaart. Als bij meer dan 5% van het aantal punten de codering onjuist is, voldoet de kaart niet aan de specificaties.

Voor de toetsing tijdens de voorbewerking kan de werkwijze van § 4.7.4 worden gevolgd. De toetsing is daarbij gebaseerd op de kleinste-kwadraten residuen volgend uit een vereffening gebaseerd op het model van de Helmert-transformatie. Bij de voorbewerking is de keuze van het kansmodel en de toetsingsparameters gericht op de opsporing van grove fouten. Dit geldt onder meer voor de schaling van de eenheidsmatrices die gebruikt worden als variantiematrices voor de berekening van de benaderde waarden. Er wordt aangeraden gebruik te maken van een onbetrouwbaarheidsdrempel α van 0,001.

Na het constateren van een fout in een (coördinaat van een) aansluitingspunt wordt het betreffende punt als aansluitingspunt verwijderd als de fout een gevolg is van een identificatiefout. Na het verwijderen van een aansluitingspunt of het herstellen van een modelfout (bijvoorbeeld ten gevolge van een onjuist puntnummer) wordt de berekening van de benaderde waarden herhaald.
Bij de toetsing op grove fouten mag maximaal één aansluitingspunt per tachymeterster worden verworpen ten gevolge van een identificatiefout. Voor alle sterren gezamenlijk mag maximaal 5% van de aansluitingspunten worden verwijderd ten gevolge van identificatiefouten.

9.3.8 Toetsing

De toetsing is de kern van de kaartverificatie. Tijdens de toetsing worden de kaart en de controlemetingen met elkaar geconfronteerd. De toetsing wordt uitgevoerd tijdens de voorbewerking (zie de vorige paragraaf) en bij de vereffening van de aansluitingspunten of de tweede fase vereffening (deze stap wordt behandeld in deze paragraaf). De toetsing vertoont grote overeenkomsten met de toetsing bij de aansluiting (zie § 4.7). Kenmerkend voor de kaartverificatie is echter dat de modelfouten uitsluitend worden toegerekend aan de te controleren kaart. Bij de kaartverificatie mogen slechts incidenteel aansluitingspunten worden verworpen.
De toetsing is gebaseerd op een *kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten* voor de kaartverificatie op basis van aansluiting. Voor de kaartverificatie op basis van *de tweede fase vereffening* wordt de toetsing uitgevoerd uitgaande van het model voor de toetsing van de aansluitingspunten zoals beschreven in § 6.3.8.



Figuur 9.5: Toetsingsprocedure bij de kaartverificatie op basis van aansluiting.

Voor de toetsing wordt verondersteld dat alle waarnemingsgrootheden normaal verdeeld zijn.

Modelfouten bij de kaartverificatie

Mogelijke modelfouten zijn (vergelijk § 4.7.2):

- Een fout in een punt in de kaart.
- Een fout in een enkele coördinaat (de waarnemingsgrootheid bij de verificatie).
- Identificatiefouten. Er is ten onrechte verondersteld dat een punt in het terrein correspondeert met een geselecteerd punt in de digitale kaart.
- Vervorming van de digitale kaart. De vervorming kan betrekking hebben op een enkele ster bij de lokale kaartverificatie of een gebied bij de regionale kaartverificatie.
- Een foute keuze van het functiemodel. De 2D-gelijkvormigheidstransformatie die de relatie tussen de veldcoördinaten en de kaartcoördinaten beschrijft, is niet de juiste.
- Een onjuist kansmodel van de digitale kaart. De relatieve precisie van punten in de digitale kaart voldoet niet aan de specificaties.

Op fouten in de detailmeting wordt niet getoetst en deze worden daarom niet als modelfout onderscheiden. Bij de regionale kaartverificatie wordt wel getoetst op fouten in de metingen tijdens de vereffening van het vrije netwerk dat de opstelpunten verbindt.

Toetsingsstrategie

Figuur 9.5 toont de strategie voor de toetsing gebaseerd op de aansluiting van puntenvelden. De toetsing verloopt bij een tweede fase vereffening grotendeels op dezelfde manier.

De strategie vertoont grote overeenkomsten met de strategie voor de toetsing bij de aansluiting van puntenvelden. De strategie is gebaseerd op de B-methode van toetsen en omvat ten minste:

- algemene toets van het model;
- w-toets per coördinaat(-verschil).

Daarnaast is een toets per punt zeer zinvol. De toets per coördinaat is noodzakelijk om te beoordelen of de kaart aan de criteria voldoet. De punttoets is het meest geschikt voor de opsporing van fouten in de punten. Alle toetsen zijn beschreven in § 4.7.5. De toetsingsstrategie kan goed grafisch worden ondersteund. Deze ondersteuning kan de toetsing echter niet vervangen.

Als de algemene toets van het model wordt aanvaard, voldoet de digitale kaart aan de specificaties. Er moet echter wel worden gecontroleerd of de schaalparameter van de gelijkvormigheidstransformatie significant van 1 verschilt (de toets hiervoor is beschreven in § 4.7.5). Bij een significant verschil voldoet de kaart toch niet aan de specificaties.

Indien de algemene toets niet aanvaard wordt, kan men onderzoeken of de grootte van toetsingsgrootheden van de w-toetsen aan de criteria voldoet. De digitale kaart voldoet aan de specificaties als voor de absolute waarden van de w-toetsingsgrootheden van alle opstelpunten gezamenlijk geldt dat:

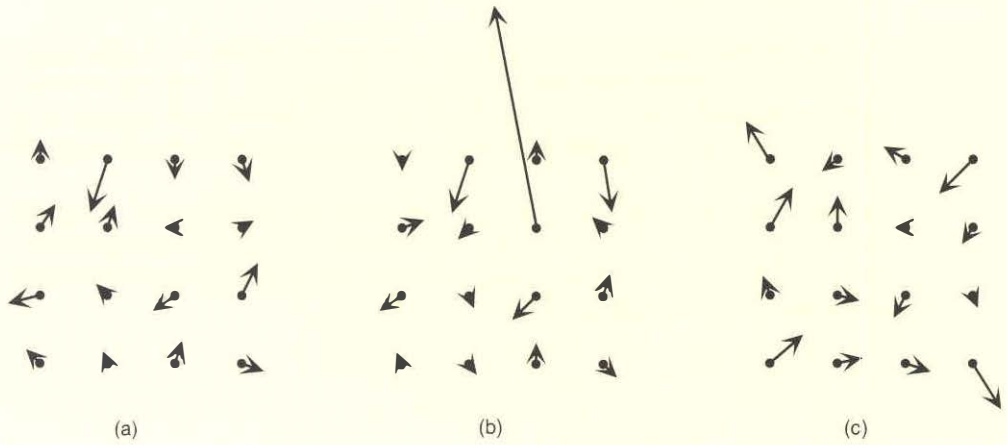
$60\% < 1$
$90\% < 2$
$95\% < 3$
$100\% < 4$

Wordt niet aan deze criteria voldaan, dan kan worden geprobeerd fouten in de afzonderlijke coördinaten en punten op te sporen en eventueel te herstellen. Per opstelpunt mag, binnen de bovengestelde criteria, maximaal één aansluitingspunt verworpen worden (echter niet met een w-toetsingsgrootheid groter dan 4). De schatting van de grootte van de fout kan de opsporing van de oorzaak van de fout vergemakkelijken.

Wordt de algemene toets van het model niet aanvaard, terwijl er geen afzonderlijke punten en coördinaten duidelijk als modelfout worden verworpen, dan zijn fouten in het kansmodel of een vervorming mogelijke oorzaken. Op een affiene vervorming van de kaart kan expliciet worden getoetst (zie § 4.7.5). Bij de constatering van een affiene vervorming kan de kaartverificatie worden herhaald op basis van een model gebaseerd op de affiene transformatie, gebruikmakend van alle oorspronkelijke data. Wordt op basis van dit model de algemene toets ook niet aanvaard, dan is er wellicht sprake van een andere vervorming. In het algemeen voldoet een affien vervormde kaart echter niet aan de specificaties. Het is ook mogelijk dat de relatieve precisie van de digitale kaart niet aan de specificaties voldoet. Dit is een fout in het kansmodel. Een dergelijke fout is waarschijnlijk als de algemene toets van het model wordt verworpen, terwijl de toetsen voor de bijzondere alternatieve hypothesen geen duidelijk uitsluitsel geven welke alternatieve hypothese het meest waarschijnlijk is. Dit is bijvoorbeeld het geval als de algemene toets duidelijk verworpen wordt en bij meerdere toetsen het quotiënt van de toetsingsgrootheid en de kritieke waarden weliswaar groter is dan 1, maar ongeveer gelijk is. In dit geval is toetsingsgrootheid van de algemene toets van het model een maat voor de daadwerkelijke precisie van de digitale kaart (zie hiervoor de beschrijving van de kwaliteitsanalyse in § 9.5).

Grafische ondersteuning bij de toetsing

De interpretatie van de toetsing kan worden vergemakkelijkt door per aansluitingspunt de residuen af te beelden. Per aansluitingspunt wordt een vector van de residuen getekend. De lengte en het patroon van de vectoren van kleinste-kwadraten residuen geven vaak een goede indicatie van de oorzaak van een fout. Als de kaart aan de specificaties voldoet zullen de afzonderlijke vectoren van de residuen willekeurig georiënteerd zijn (zie figuur 9.6a).



Figuur 9.6: Patroon van vectoren van residuen na de aansluiting: (a) geen modelfouten; (b) identificatiefout; (c) affiene vervorming.

Identificatiefouten en fouten in een afzonderlijke coördinaat zijn te herkennen aan grote geïsoleerde vectoren van residuen (zie figuur 9.6b). Vervormingen resulteren in een patroon van de vectoren (zie figuur 9.6c). In de praktijk is het soms moeilijk uit de residuvectoren een aanwijzing van het soort vervorming af te leiden.

Keuze van de toetsingsparameters

Als onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets wordt gekozen voor $\alpha_0 = 0{,}001$. Het onderscheidingsvermogen is voor alle toetsen $\gamma_0 = 0{,}80$. De onbetrouwbaarheidsdrempels voor de punttoetsen, de toets op affiene vervorming en de algemene toets van het model volgen uit de toepassing van de B-methode van toetsen. Bij veel aansluitingspunten kan de onbetrouwbaarheidsdrempel van de algemene toets groot worden door de koppeling van toetsen conform de B-methode. Daardoor wordt de kans op het onterecht verwerpen van de nulhypothese groot. Hiermee moet rekening worden gehouden als de onbetrouwbaarheidsdrempel groter is dan 0,1.

9.3.9 Kwaliteitsbeschrijving

Na de toetsing kan een uitspraak worden gedaan over de geometrische kwaliteit van de kaart. De volgende conclusies kunnen worden getrokken:

- De kaart voldoet aan de specificaties. De algemene toets van het model wordt aanvaard en de toetsingsgrootheden van de w-toetsen voldoen aan de criteria gegeven in

de tabel. Per opstelpunt wordt niet meer dan één aansluitingspunt verworpen. De schaalfactor van de transformatie verschilt niet significant van 1.

- De kaart is affien vervormd. De algemene toets van het model wordt op basis van het model van de affiene transformatie aanvaard en de w-toetsingsgrootheden voldoen aan de criteria uit de tabel.
- De kaart voldoet niet aan de specificaties. De verdeling van de w-toetsen voldoet niet aan de criteria en/of per opstelpunt wordt meer dan één aansluitingspunt verwijderd; er zijn te veel fouten geconstateerd.
- De relatieve precisie van de kaart voldoet niet aan de specificaties. Dit uit zich in een duidelijke verwerping van de algemene toets van het model, terwijl niet overduidelijk een modelfout als oorzaak kan worden aangewezen. Behalve aan een fout gespecificeerd kansmodel kan een dergelijke karakteristiek ook worden veroorzaakt door een andere dan een affiene vervorming.
- Tijdens de voorbewerking kan zijn geconstateerd dat de objectcodering niet juist is. Omdat de beschrijving van de geometrische kwaliteit in de praktijk veelal gekoppeld is aan de objectcodering (in het bijzonder de idealisatieprecisie), moet in dat geval worden geconcludeerd dat de kaart niet voldoet aan de specificaties.

9.4 Vervorming van analoge kaarten

Van sommige gebieden is analoog kaartmateriaal beschikbaar, waarvan de kwaliteit veelal onbekend is. Als deze kaarten als bronmateriaal worden gebruikt in een verwerkingsproces, is het verstandig eerst de kwaliteit van deze kaarten te analyseren en de geometrische kwaliteit van de kaarten te bepalen. Als eerste stap van een analyse worden eventuele vervormingen van deze kaarten onderzocht. De mate van vervorming kan gebruikt worden om te beslissen of het analoge kaartmateriaal in gedigitaliseerde vorm nog verder gebruikt kan worden. Een mogelijke vervorming is op te sporen als op de analoge kaart ruitkruizen zijn getekend of als van hetzelfde gebied een digitale kaart beschikbaar is. De bepaling van de vervorming gaat veelal vooraf aan de kwantificering van de kwaliteit van een kaart. Deze zogenaamde kwaliteitsanalyse wordt behandeld in § 9.5. De methodiek voor de bepaling van de vervorming van analoge kaarten wordt in deze paragraaf behandeld en vertoont grote overeenkomsten met de kaartverificatie.
Na de vaststelling van een vervorming moet worden besloten of het analoge kaartmateriaal nog wordt gebruikt. In dat geval moet voor de vervorming worden gecorrigeerd. Als de vervorming met een transformatie, bijvoorbeeld de affiene, kan worden beschreven, wordt de correctie toegepast door het gedigitaliseerde kaartblad affien te transformeren. De correctie van de vervorming wordt in deze paragraaf niet behandeld.

9.4.1 Doelstelling en randvoorwaarden

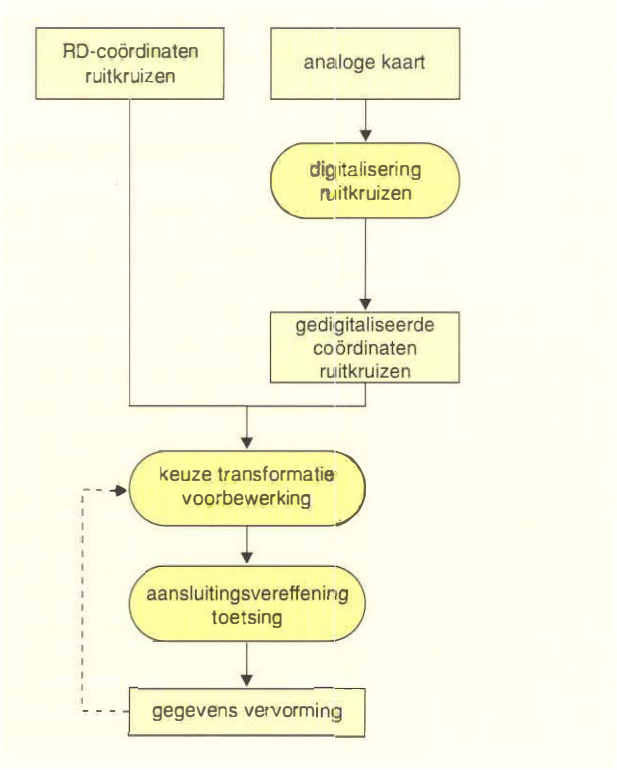
Doel van de bepaling van de vervorming is de opsporing en vaststelling van een vervorming van analoge kaarten. De bepaling van de vervorming is gebaseerd op de vergelijking van twee puntenvelden door middel van toetsing. Het ene puntenveld komt tot stand door de digitalisering van (een deel van) een analoge kaart. Het andere puntenveld is gegeven door het veld van ruitkruizen of door een bestaande digitale kaart (of een ander puntenveld) van hetzelfde gebied.
Een uitgangspunt bij de bepaling van de vervorming is dat de vervorming het gehele kaartblad betreft. De in deze paragraaf gepresenteerde methodiek is minder geschikt voor onregelmatige vervormingen binnen een kaartblad. Er wordt in het bijzonder aan-

dacht besteed aan de affiene vervorming van het kaartblad. In de praktijk zijn andere vervormingen mogelijk die met een transformatie (bijvoorbeeld de 2D-projectieve transformatie) beschreven kunnen worden. Ook in deze gevallen blijft de gepresenteerde methodiek bruikbaar.
Een randvoorwaarde voor de bepaling van de vervorming is dat ruitkruizen op de analoge kaart zijn afgebeeld, of dat van hetzelfde gebied een puntenveld beschikbaar is met bekende coördinaten (meestal een digitale kaart).

9.4.2 Procesbeschrijving

De vervorming van een analoge kaart kan worden gecontroleerd aan de hand van ruitkruizen (zie figuur 9.7) of door een vergelijking met een digitale kaart van hetzelfde gebied (zie figuur 9.8).

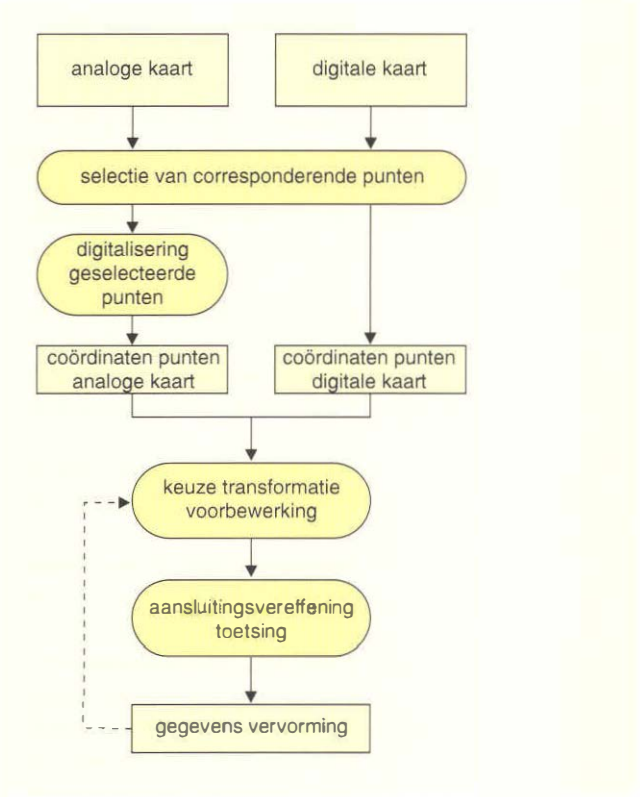
Bepaling vervorming met ruitkruizen
Op veel analoge kaarten zijn ruitkruizen afgebeeld. Omdat de ruitkruizen een regelmatig rooster vormen, zijn ze zeer geschikt om vervormingen in de analoge kaart op te sporen. Hiervoor is het noodzakelijk de ruitkruizen op de analoge kaart te digitaliseren. Deze gedigitaliseerde coördinaten worden als onderdeel van een aansluitingsvereffening getoetst tegen de gegeven coördinaten van de ruitkruizen. Het model is in beginsel gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie, waarbij de gegeven coördinaten van de ruitkruizen foutloos worden verondersteld. Tijdens de voorbewerking worden benaderde waarden voor de transformatieparameters berekend en wordt getoetst op grove fouten, veelal digitaliseerfouten. Bij de toetsing kan naast een vervorming ook worden geconstateerd of de ruitkruizen zorgvuldig zijn aangebracht. Indien men een vervorming constateert, kan men het toetsingsproces herhalen op basis van het model van de affiene transformatie.



Figuur 9.7: Procedure voor de bepalling van de vervorming van een analoge kaart met ruitkruizen.

Bepaling vervorming met een digitale kaart

Voor gebieden waar een digitale kaart of detailpuntenvelden met bekende coördinaten aanwezig zijn, kan de vervorming opgespoord worden met behulp van overeenkomstige punten in de analoge kaart. Allereerst wordt een selectie gemaakt van corresponderende punten. De aldus geselecteerde aansluitingspunten van de analoge kaart worden gedigitaliseerd. Men heeft dan de beschikking over twee puntenvelden. In beginsel wordt de relatie tussen beide puntenvelden beschreven met een 2D-gelijkvormigheidstransformatie. Tijdens de voorbewerking worden benaderde waarden voor de transformatieparameters berekend en wordt getoetst op grove fouten (veelal identificatiefouten). De geselecteerde punten worden vergeleken in een toetsing op basis van een kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten. Indien tijdens de toetsing een vervorming geconstateerd wordt, kan het toetsingsproces herhaald worden op basis van het model van de affiene transformatie.



Figuur 9.8: Procedure voor de bepaling van de vervorming van een analoge kaart met behulp van een digitale kaart.

9.4.3 Meetontwerp

Het aantal en de verdeling van geselecteerde punten

De vervorming van een kaartblad wordt voor elk kaartblad afzonderlijk bepaald. Bij het gebruik van ruitkruizen moeten ten minste 12 ruitkruizen worden gebruikt. Bij de vergelijking met een digitale kaart moeten per kaartblad ten minste 20 punten worden gebruikt. De verdeling van de corresponderende punten of ruitkruizen moet zodanig zijn dat de punten regelmatig verspreid liggen over het hele kaartblad.

Selectie van punten

Voor de bepaling van de vervorming met behulp van een digitale kaart mogen alleen goed identificeerbare punten worden geselecteerd. Dit betekent dat:

- alleen punten mogen worden gebruikt waarvan de idealisatieprecisie bekend is en het liefst klein is;
- de punten in beide kaarten goed identificeerbaar zijn; bij voorkeur worden punten van de harde topografie gebruikt.

Vuistregels voor de meting

Om de vervorming van het assenstelsel van de digitaliseertafel als mogelijke foutenbron te voorkomen, moet de digitaliseertafel regelmatig worden gekalibreerd.

Vuistregels voor de voorbewerking
Het verdient aanbeveling de coördinaten van de gedigitaliseerde punten van een analoge kaart te schalen, zodat de coördinaten van deze punten (geselecteerde punten of ruitkruizen) bij benadering dezelfde schaal hebben als het RD-stelsel. Dit is bijvoorbeeld te realiseren door tijdens het digitaliseren bij benadering naar RD te transformeren met behulp van twee punten.
De berekening van de benaderde waarden kan het beste worden uitgevoerd met een overbepaalde transformatie, waarbij gebruik wordt gemaakt van *alle* aansluitingspunten.
Er wordt aangeraden bij de berekening van de benaderde waarden te toetsen op grove fouten. Dit zijn bijvoorbeeld fouten in puntnummers en identificatiefouten die zo mogelijk moeten worden hersteld. Tijdens de voorbewerking mogen per kaartblad maximaal 10% van de aansluitingspunten worden verwijderd.

Vuistregels voor de modelkeuze
In beginsel is het functiemodel gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.

Vuistregels voor de vereffening
De bepaling van de vervorming met behulp van een digitale kaart is gebaseerd op een kleinste-kwadraten aansluiting. De kleinste-kwadraten vereffening kan worden uitgevoerd als een vereffening van coördinaatverschillen (schema 3 in § 4.6.4) of op basis van coördinaten als waarnemingsgrootheden (schema 2 in § 4.6.4). De bepaling van de vervorming met behulp van ruitkruizen is gebaseerd op een aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie (de gegeven coördinaten van de ruitkruizen worden foutloos verondersteld; zie schema 5 in § 4.6.4).

Vuistregels voor de toetsing
De toetsing vindt plaats per kaartblad. In ieder geval moeten de volgende toetsen worden uitgevoerd:
- algemene toets van het model;
- w-toets per coördinaat(-verschil) of bij voorkeur een toets per punt.

Als toetsingsprocedure wordt de B-methode van toetsen gebruikt. Voor de onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets wordt gekozen voor $\alpha_0 = 0{,}001$. Het onderscheidingsvermogen voor alle toetsen is $\gamma_0 = 0{,}80$. Er is sprake van een modelfout als een toetsingsgrootheid groter is dan zijn kritieke waarde. De meest waarschijnlijke modelfout is die waarvan het quotiënt van de toetsingsgrootheid en zijn kritieke waarde het grootst is.
De toetsingsprocedure kan grafisch worden ondersteund met, maar niet worden vervangen door een tekening van de kleinste-kwadraten residuen in de aansluitingspunten.

Bij verwerping van een coördinaat van een aansluitingspunt moet men allereerst proberen de (oorzaak van de) fout op te sporen en de fout te herstellen. Als dit niet mogelijk is, moet dit punt als aansluitingspunt vervallen. De aansluitingspunten worden één voor één verwijderd.
Bij de toetsing mag maximaal 15% van het aantal punten verworpen worden. Bij de toetsing en voorbewerking samen mogen maximaal 20% van de punten verworpen worden. Als in totaal meer dan 20% van de punten verworpen wordt, is het niet zinvol om de vervorming van de kaart te bepalen. De kwaliteit van de kaart is dan te slecht. In ieder geval moeten voor de bepaling van de vervorming altijd minimaal 10 punten worden gebruikt.

9.4.4 Functiemodel

Bepaling van de vervorming op basis van ruitkruizen
Het functiemodel is gebaseerd op het model van de aansluiting met behulp van een overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie (zie § 4.4.3). Na constatering van een vervorming tijdens de toetsing kan als alternatief het model van de overbepaalde affiene transformatie worden gebruikt (zie § 4.4.4).
De waarnemingsgrootheden zijn:
- de gedigitaliseerde coördinaten van de ruitkruizen van de analoge kaart (benaderd in de schaal van het stelsel van de ruitkruizen).

De onbekenden zijn:
- de 4 of 6 parameters van respectievelijk de gelijkvormigheidstransformatie of de affiene transformatie.

Bepaling van de vervorming op basis van een digitale kaart
Het functiemodel is gebaseerd op het model van de kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten (zie § 4.6.3). Na constatering van een vervorming tijdens de toetsing kan eventueel een model worden gebruikt dat gebaseerd is op de affiene transformatie.
De waarnemingsgrootheden zijn:
- de coördinaten van de geselecteerde punten van de digitale kaart;
- de coördinaten van de gedigitaliseerde punten van de analoge kaart (benaderd in de schaal van de digitale kaart).

De onbekenden zijn:
- de 4 of 6 parameters van respectievelijk de gelijkvormigheidstransformatie of de affiene transformatie;
- de coördinaten van de geselecteerde punten in het stelsel van de kaart (als de vereffening niet op basis van coördinaatverschillen wordt uitgevoerd).

9.4.5 Kansmodel

Het kansmodel wordt beschreven met een variantiematrix. De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de gedigitaliseerde ruitkruizen of de gedigitaliseerde punten van de analoge kaart en de coördinaten van de digitale kaart. De gegeven coördinaten van de ruitkruizen worden niet stochastisch verondersteld.

Kansmodel van de coördinaten van punten van de digitale kaart (kaartcoördinaten)
Als variantiematrix van de kaartcoördinaten wordt een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix gebruikt. De varianties voor zowel de idealisatieprecisie als de puntprecisie worden ontleend aan het bestand van de digitale kaart. Indien de varianties niet aan de kaart ontleend kunnen worden, gebruikt men kenmerkende parameters van gelijksoortige kaarten (zie § 2.6). De standaardafwijking σ_i van een kaartcoördinaat van een punt i is gegeven als:

$$\sigma_i = \sqrt{c_0 + \bar{d}_i^2} \quad [\text{cm}] \quad ,$$

met:

c_0 parameter voor de puntprecisie van de digitale kaart in [cm^2];
$\bar{d}_i$ de standaardafwijking van de idealisatie van punt i in [cm].

De idealisatieprecisie wordt per punt ontleend aan het bestand van de digitale kaart. Voor de standaardafwijking van de idealisatie wordt het gemiddelde van een klasse gebruikt (zie § 2.5.5).

Kansmodel van de gedigitaliseerde coördinaten van een analoge kaart

De variantiematrix van de gedigitaliseerde coördinaten wordt beschreven met een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix. De puntprecisie is voor alle coördinaten gelijk en is opgebouwd uit de volgende componenten:

- puntprecisie van de detailmeting die aan de analoge kaart ten grondslag heeft gelegen;
- precisie van de kartering;
- precisie van de digitalisering.

De puntprecisie van de analoge kaart omvat zowel de precisie van de detailmeting als de precisie van de kartering. De standaardafwijking σ_i van een coördinaat van een punt i is:

$$\sigma_i = \sqrt{c_0 + (\sigma_d \times S_d)^2 + \overline{d}_i^2} \quad [\text{cm}] \quad ,$$

met:

c_0 parameter voor de puntprecisie van de analoge kaart in [cm^2];
σ_d de standaardafwijking van de digitalisering in [cm];
S_d het schaalgetal van het gedigitaliseerde kaartblad;
$\overline{d}_i$ de standaardafwijking van de idealisatie van punt i in [cm].

Een kenmerkende waarde voor de standaardafwijking van de digitalisering is $\sigma_d = 0{,}01$ cm. De idealisatieprecisie wordt per punt ontleend aan het bestand van de digitale kaart. Als waarde wordt het gemiddelde gebruikt van de klasse voor de idealisatieprecisie (zie § 2.5.5).

Indien de ontstaanswijze van de analoge kaart niet bekend is, is de specificatie van de puntprecisie van de analoge kaart moeilijk. De puntprecisie van een analoge kaart wordt voornamelijk bepaald door de precisie van de kartering. Op basis van de karteringsprecisie is de puntprecisie van een analoge kaart:

$$c_0 = (\sigma_k \times S_k)^2 \quad [\text{cm}^2] \quad ,$$

met:

σ_k de standaardafwijking van de kartering in [cm];
S_k het schaalgetal van de (originele) analoge kaart.

Een kenmerkende waarde voor de karteringsprecisie is $\sigma_k = 0{,}015$ cm.

Kansmodel van de gedigitaliseerde ruitkruizen van een analoge kaart

De variantiematrix van de gedigitaliseerde ruitkruizen wordt beschreven met een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix. De precisie is voor alle coördinaten van alle gedigitaliseerde ruitkruizen gelijk en is opgebouwd uit de volgende twee componenten:

- precisie van de kartering;
- precisie van de digitalisering.

De standaardafwijking σ_i van een coördinaat van een gedigitaliseerd ruitkruis i is:

$$\sigma_i = \sqrt{(\sigma_k \times S_k)^2 + (\sigma_d \times S_d)^2} \quad [\text{cm}] \quad .$$

Hierbij zijn σ_k, σ_d, S_k en S_d hetzelfde gedefinieerd als bij het kansmodel van de gedigitaliseerde coördinaten van een analoge kaart.

9.4.6 Sterkteberekening

Voor de bepaling van de vervorming van een kaart hoeft geen sterkteberekening te worden uitgevoerd. De grootte van de fouten die gevonden kunnen worden met behulp van de toetsing is afhankelijk van de precisie van de coördinaten en het aantal en de ligging van de corresponderende punten. De grootte van de fouten kan eenvoudig worden geschat met de in § 4.7.7 gegeven formules voor grenswaarden bij de aansluiting.

9.4.7 Voorbewerking

Doel van de voorbewerking is de berekening van benaderde waarden en de opsporing van grove fouten (veelal digitaliseerfouten of fouten ten gevolge van een foute identificatie).
Bij de bepaling van de vervorming van een analoge kaart is het aan te bevelen de gedigitaliseerde coördinaten benaderd te schalen naar het stelsel van de ruitkruizen of de digitale kaart (meestal het RD-stelsel).

Bij de voorbewerking wordt bij voorkeur het model gebruikt van de overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie of de Helmert-transformatie, waarbij gebruik wordt gemaakt van *alle* aansluitingspunten. De berekening is beschreven in § 4.4.3.4. Als in een later stadium het model van de 2D-affiene transformatie wordt geprefereerd, kan een berekening van de benaderde waarden worden gebruikt op basis van het model van de overbepaalde affiene transformatie (zie § 4.4.4.4).

Voor de toetsing tijdens de voorbewerking kan de werkwijze van § 4.7.4 worden gevolgd. De toetsing is dan gebaseerd op de kleinste-kwadraten residuen volgend uit een vereffening op basis van het model van de Helmert-transformatie. Bij de voorbewerking is de keuze van het kansmodel en van de toetsingsparameters gericht op de opsporing van grove fouten. Dit geldt ondermeer voor de schaling van de eenheidsmatrices die gebruikt worden als variantiematrices voor de berekening van de benaderde waarden. Er wordt aangeraden gebruik te maken van een onbetrouwbaarheidsdrempel α van 0,001.

Na de constatering van een fout in een (coördinaat van een) aansluitingspunt wordt de fout hersteld of mag het betreffende punt niet meer als aansluitingspunt worden gebruikt. Vervolgens wordt de berekening van de benaderde waarden herhaald. In totaal mogen tijdens de voorbewerking niet meer dan 10% van de aansluitingspunten worden verwijderd.

9.4.8 Toetsing

De toetsing is de kern van de bepaling van de vervorming van een analoog kaartblad. Hierbij worden de analoge kaart en de ruitkruizen of de digitale kaart met elkaar geconfronteerd. De toetsing wordt uitgevoerd tijdens de voorbewerking en tijdens de vereffening van de aansluitingspunten en vertoont grote overeenkomsten met de toetsing bij de aansluiting (zie § 4.7).
De toetsing is gebaseerd op een *kleinste-kwadraten vereffening van de aansluitingspunten* voor de bepaling van de vervorming met behulp van een digitale kaart. Bij de bepaling van de vervorming met behulp van ruitkruizen is de toetsing gebaseerd op de *aansluiting met behulp van een overbepaalde transformatie.*

Voor de toetsing wordt verondersteld dat alle waarnemingsgrootheden normaal verdeeld zijn.

Modelfouten bij de bepaling van de vervorming van een analoge kaart

Bij de bepaling van de vervorming van een analoge kaart kunnen de volgende modelfouten worden onderscheiden:

- Fouten in de ruitkruizen. De ruitkruizen zijn niet goed aangebracht op de analoge kaart. Zulke fouten openbaren zich als fouten in een enkele coördinaat of een enkel punt.
- Een fout in een punt in de kaart. Een dergelijke fout kan zowel betrekking hebben op de analoge kaart als de digitale kaart, maar wordt toegerekend aan de analoge kaart.
- Fouten in de gedigitaliseerde coördinaten. Tijdens de digitalisering kunnen er fouten zijn gemaakt. Deze openbaren zich als een fout in een enkele coördinaat of een fout in een punt.

Een niet gemodelleerde vervorming zal zich manifesteren als een modelfout, waarbij de algemene toets van het model verworpen wordt, maar geen specifieke modelfout als duidelijke oorzaak kan worden aangewezen.

Toetsingsstrategie

De toetsingsstrategie bij de bepaling van de vervorming van een analoge kaart is er op gericht modelfouten op te sporen die een bepaling van de vervorming in de weg kunnen staan en vervolgens te elimineren. Daarom wordt het acceptabel geacht dat een aantal punten wordt verworpen bij de toetsing. De strategie van de toetsing vertoont grote overeenkomsten met die van de kaartverificatie (zie § 9.3.8). In tegenstelling tot de kaartverificatie wordt echter niet gewerkt met criteria in tabelvorm, maar is het totaal aantal verworpen punten maatgevend.

Bij aanvaarding van de algemene toets van het model is de analoge kaart niet vervormd. Als de algemene toets niet wordt aanvaard, moeten allereerst fouten in de afzonderlijke coördinaten en/of punten worden hersteld of verwijderd. Fouten worden één voor één hersteld of verwijderd. Wordt bij de toetsing meer dan 15% van de punten verwijderd, dan is een verdere bepaling van de vervorming niet zinvol. Wordt de algemene toets van het model niet aanvaard, dan kan expliciet op een affiene vervorming worden getoetst (zie § 4.7.5). Is een affiene vervorming waarschijnlijk, dan kan ter bepaling van de parameters van de affiene transformatie opnieuw een vereffening worden uitgevoerd op basis van dit model. Wordt de algemene toets van het model op basis van het model van de affiene transformatie ook niet aanvaard, dan is er wellicht sprake van een andere vervorming.

Bij de bepaling van de vervorming is de grafische ondersteuning van de toetsing een krachtig hulpmiddel (zie ook § 9.3.8). De tekeningen met vectoren van residuen kunnen nuttig zijn voor het inschatten van mogelijke vervormingen in de analoge kaart. Een niet of onjuist gemodelleerde vervorming resulteert in een patroon in de tekening van vectoren van residuen. Een tekening van vectoren kan niet worden gebruikt om de vervorming te kwantificeren.

Keuze van de toetsingsparameters

Als onbetrouwbaarheidsdrempel van de één-dimensionale toets wordt gekozen voor $\alpha_0 = 0{,}001$. Het onderscheidingsvermogen is voor alle toetsen $\gamma_0 = 0{,}80$. De onbetrouwbaarheidsdrempels voor de punttoetsen, de toets op affiene vervorming en de algemene toets van het model volgen uit de toepassing van de B-methode van toetsen.

9.4.9 Kwaliteitsbeschrijving

Na de toetsing kan een uitspraak worden gedaan over de eventuele vervorming van de analoge kaart. De volgende conclusies kunnen worden getrokken:

- De analoge kaart is niet vervormd. De algemene toets van het model wordt aanvaard na verwijdering van maximaal 20% van het aantal punten tijdens de voorbewerking en de toetsing.
- De analoge kaart is affien vervormd. De algemene toets van het model op basis van het model van de affiene transformatie wordt aanvaard, terwijl niet meer dan 20% van de punten tijdens de voorbewerking en toetsing zijn verwijderd. De parameters van de affiene vervorming volgen uit de aansluitingsvereffening.
- De vervorming van de kaart kan niet worden vastgesteld, omdat meer dan 20% van de punten moet worden verwijderd tijdens de voorbewerking en toetsing.
- De vervorming kan niet worden vastgesteld. Kenmerkend voor deze situatie is dat de algemene toets van het model wordt verworpen, terwijl niet een bepaalde modelfout als oorzaak kan worden aangewezen. Mogelijke oorzaken zijn dat de vervorming niet gemodelleerd kan worden, bijvoorbeeld omdat het een andere dan een affiene vervorming is, de vervorming binnen het kaartblad niet homogeen is, of het kansmodel onjuist gekozen is.

9.5 Kwaliteitsanalyse

Over de geometrische kwaliteit van bestaand kaartmateriaal, al dan niet in digitale vorm, zijn vaak geen of slechts summiere gegevens beschikbaar. Als overwogen wordt toch gebruik te maken van deze kaarten, dan zal eerst de kwaliteit van deze kaarten geanalyseerd moeten worden. Als onderdeel van een analyse wordt veelal ook de vervorming onderzocht (zie § 9.4). Tijdens de zogenaamde *kwaliteitsanalyse* wordt de geometrische kwaliteit gekwantificeerd. Bij de kwaliteitsanalyse worden geselecteerde punten van een kaart geconfronteerd met corresponderende punten van een ander puntenveld en is er derhalve een overeenkomst met de techniek van de kaartverificatie. Het andere puntenveld is in het terrein gemeten of wordt ontleend aan een andere digitale kaart van hetzelfde gebied.
De kwaliteitsanalyse is gericht op de bepaling van de geometrische kwaliteit van een kaart. Voordat de kwaliteit van de kaart bepaald kan worden moet eigenlijk eerst op fouten in het functiemodel of kansmodel worden getoetst. Hiervoor is echter ten minste een redelijk kansmodel van de punten van de te analyseren kaart noodzakelijk, maar dat is nu juist datgene wat ontbreekt. Dit is het dilemma van de kwaliteitsanalyse: de kwaliteit kan pas bepaald worden als er eerst getoetst is, maar voor de toetsing is een goed kansmodel nodig.
In deze paragraaf wordt een eenvoudige strategie voor de kwaliteitsanalyse besproken. Deze strategie is in hoge mate gebaseerd op de methodiek die bij de voorbewerking van de kaartverificatie wordt gebruikt (zie § 9.3.7). De kwaliteitsanalyse is gebaseerd op het eenvoudige model van de overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie.

9.5.1 Doelstelling en randvoorwaarden

Het *doel* van de kwaliteitsanalyse is het kwantificeren van de geometrische kwaliteit van een (digitale of gedigitaliseerde) kaart, waarvan men de kwaliteit niet kent. Hierbij moet een duidelijk onderscheid worden gemaakt met de kaartverificatie, waarbij men onder-

zoekt of een kaart aan bepaalde specificaties voldoet. Bij de kwaliteitsanalyse wordt de bepaalde kwaliteit in eerste instantie niet vergeleken met een vereiste kwaliteit, maar wordt juist de kwaliteit bepaald en wel in de vorm van de puntprecisie van de kaart.
Een belangrijke toepassing van de kwaliteitsanalyse is het onderzoek naar de kwaliteit van (digitale) kadastrale kaarten. Hoewel overal een kadastrale kaart beschikbaar is, bestaat in veel situaties onzekerheid over de kwaliteit van deze kaart. Dit is bijvoorbeeld het geval in de volgende situaties:

- men heeft slechts de beschikking over een niet-hermeten kaart;
- de kadastrale kaart is in het verleden vernieuwd met behulp van een kaartverbeteringsmethode, waarvan niet bekend is tot welke kwaliteit die verbetering heeft geleid;
- een kadastrale kaart kan als gevolg van een langdurig bijhoudingsproces zijn gedegenereerd.

Voor de ontwikkeling van een kadastraal kaartvernieuwingsbeleid kan de kwaliteitsanalyse een uitstekend hulpmiddel zijn. De kwaliteitsanalyse kan ook worden gebruikt bij de beoordeling van de kwaliteit van (grootschalige) topografische kaarten, waarvan de ontstaanswijze (en daarmee de kwaliteit) niet meer bekend is.

De kwaliteitsanalyse van (digitale) kaarten wordt gekenmerkt door de volgende eigenschappen:

- Het te controleren produkt wordt getoetst met behulp van onafhankelijk verkregen gegevens, namelijk metingen in het terrein of een andere digitale kaart.
- Er wordt een objectieve analyse uitgevoerd.
- Er wordt kwantitatieve informatie geleverd over de kwaliteit.
- Het is een steekproefsgewijze beoordeling van de kwaliteit. Er wordt wel een beeld verkregen van de algemene kwaliteit van de kaart, maar er komt geen informatie beschikbaar over de kwaliteit van alle afzonderlijke kaartelementen.

De methode van de kwaliteitsanalyse is goed bruikbaar voor die gevallen waar de kwaliteit van de te onderzoeken kaart weliswaar onbekend, maar wel homogeen is. De kwaliteitsanalyse zal vaak in samenhang met de bepaling van de vervorming worden uitgevoerd. Zolang de kwaliteit van de kaart niet bekend is, is de bepaling van de vervorming echter moeilijk.

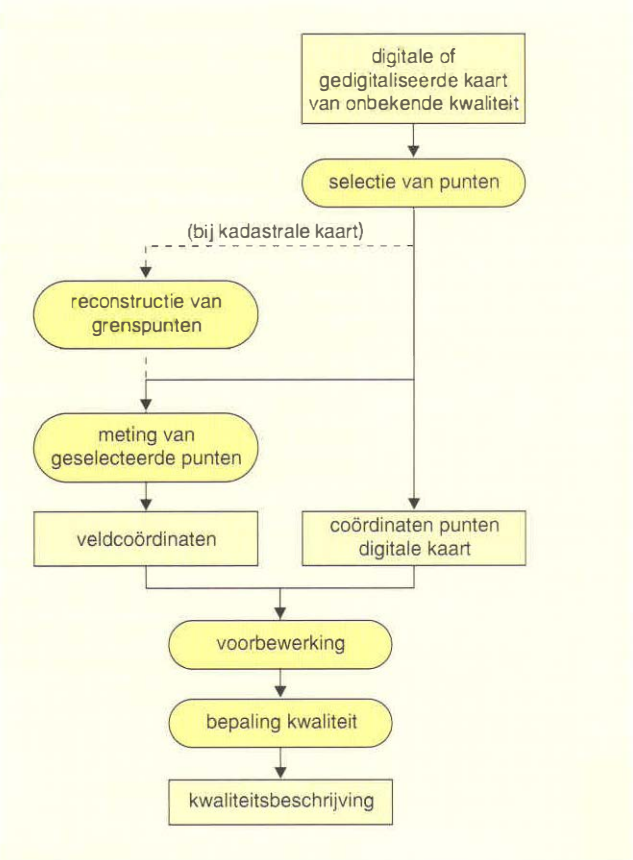
Een randvoorwaarde voor de kwaliteitsanalyse is dat er in de kaart voldoende punten geselecteerd kunnen worden die eenduidig zijn te identificeren in het terrein of in een andere digitale kaart van hetzelfde gebied.
Daarnaast moet ook de geometrische kwaliteit van de geselecteerde punten bekend *en* correct zijn. Van de punten van de detailmeting of de bestaande kaart moeten zowel de puntprecisie als de idealisatieprecisie zijn gegeven. Bij de detailmeting kan de idealisatieprecisie van een punt in het terrein worden vastgesteld en is de puntprecisie gebaseerd op het meetproces. Bij de vergelijking met een bestaande digitale kaart moeten de gegevens over de kwaliteit kunnen worden ontleend aan het bestand van de digitale kaart.
In deze paragraaf wordt als uitgangspunt gehanteerd dat de te analyseren kaart beschikbaar is in digitale vorm.

9.5.2 Procesbeschrijving

Bij de beschrijving van het proces van de kwaliteitsanalyse wordt een onderscheid gemaakt tussen de analyse, gebaseerd op de vergelijking met een puntenveld uit een detailmeting (zie figuur 9.9) en op een vergelijking met een puntenveld van een bestaande digitale kaart van hetzelfde gebied (zie figuur 9.10).

Kwaliteitsanalyse op basis van detailmeting

Vaak zal voor een gebied, waarvan men kaarten met een onbekende kwaliteit heeft, geen andere digitale kaart aanwezig zijn die geschikt is voor de kwaliteitsanalyse. In dat geval moet de kaart van onbekende kwaliteit geanalyseerd worden door middel van een vergelijking met een puntenveld uit een detailmeting (hiervoor wordt meestal een tachymetrische opname gebruikt). Ook in die gevallen waar men de kwaliteit van de gekarteerde kadastrale grenzen wil analyseren, zal veelal deze methode gebruikt worden, omdat het niet vanzelfsprekend is dat de kadastrale grenzen samenvallen met topografische elementen. Als de geselecteerde punten betrekking hebben op kadastrale grenzen dan worden deze punten uitgezet met behulp van reconstructiegegevens. Na de detailmeting worden de coördinaten in een lokaal stelsel berekend (de zogenaamde veldcoördinaten). De voorbewerking dient bij de kwaliteitsanalyse voornamelijk voor de opsporing van grove fouten en een eerste analyse van de kwaliteit. Na de eliminatie van de grootste fouten kan soms kwalitatief (bijvoorbeeld op basis van een tekening van de residuen) worden ingeschat of bepaling van de kwaliteit zinvol is. Vervolgens wordt kwantitatief de kwaliteit bepaald, door middel van toetsing op basis van het model van een aansluitingsvereffening. De kwaliteit van de te analyseren kaart wordt beschreven met een variantie voor de puntprecisie.



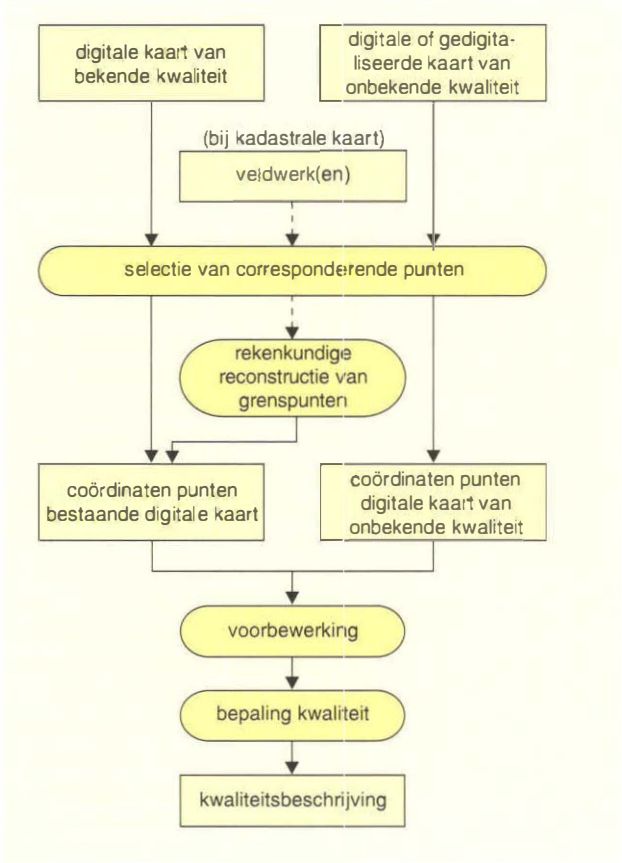
Figuur 9.9: Proces van de kwaliteitsanalyse op basis van detailmeting.

Het voordeel van deze methode is dat de puntprecisie van de digitale kaart goed bepaald kan worden, omdat de puntprecisie van de detailmeting naar verwachting een orde beter is dan die van de kaart. Een nadeel is dat de methode kostbaar is door de uitvoering van metingen in het terrein.

Kwaliteitsanalyse op basis van een (digitale) kaart

Als voor het gebied van de kaart van onbekende kwaliteit een andere digitale kaart beschikbaar is, dan kan de kwaliteitsanalyse op basis van een vergelijking van punten van beide kaarten plaatsvinden. Bij de analyse van kadastrale kaarten kunnen, uitgaande van de digitale kaart van bekende kwaliteit, de grenzen rekenkundig worden gereconstrueerd met de veldwerken uit het reconstructiearchief. Na de selectie van geschikte punten, worden grove fouten (veelal identificatiefouten) tijdens de voorbewerking opgespoord en verwijderd. Vervolgens wordt de bepaling van de kwaliteit op dezelfde manier uitgevoerd als bij de analyse op basis van detailmeting. De kwaliteit van de te analyseren kaart wordt beschreven met een variantie voor de puntprecisie.

Het voordeel van deze methode is dat de vergelijking efficiënt kan worden uitgevoerd. Een nadeel is dat de kwaliteit van de kaart die ter controle wordt gebruikt soms niet (veel) beter zal zijn dan die van de te analyseren kaart.



Figuur 9.10: Proces van de kwaliteitsanalyse op basis van een (overlappende) bestaande digitale kaart.

9.5.3 Meetontwerp

Het aantal en de verdeling van geselecteerde punten

De kwaliteitsanalyse vindt in principe steekproefsgewijs plaats. Indien verondersteld mag worden dat de kwaliteit van een serie kaarten homogeen is, dan is het voldoende als 20% van de kaartbladen wordt geselecteerd voor de kwaliteitsanalyse. Als het niet vaststaat dat een bepaalde serie kaarten homogeen is, moet in principe elke kaart afzonderlijk worden geanalyseerd.

Voor een gebied ter grootte van een kaartblad moeten ten minste 30 punten worden geselecteerd. De punten dienen eenduidig identificeerbaar te zijn in het terrein of in de bestaande digitale kaart.
Bij de analyse op basis van detailmeting moeten per tachymeteropstelling ten minste 10 punten worden aangemeten. De opstelpunten worden met elkaar verbonden. Voor de kwaliteitsanalyse moet zoveel mogelijk een homogene verdeling van de punten worden nagestreefd binnen één gebiedsklasse (bij een homogene verdeling ligt in elk kwadrant van een kaartblad minimaal 20% van het aantal punten).

Selectie van punten

De selectie van punten is afhankelijk van het feit of het kadastrale of topografische kaarten betreft. Voor kadastrale kaarten gelden de volgende uitgangspunten:

- Bij de zogenaamde niet-hermeten bladen worden alleen hoekpunten van gebouwen geselecteerd.
- Bij een kadastrale kaart die is vernieuwd met behulp van een kaartverbeteringsmethode, kunnen hoekpunten van gebouwen en grenspunten worden geselecteerd. De grenspunten moeten worden gereconstrueerd door gebruik te maken van de veldwerken uit het reconstructiebestand. Bij de kwaliteitsanalyse op basis van detailmeting gebeurt dit door grensuitzetting, bij de analyse op basis van een digitale kaart door rekenkundige reconstructie.
- Bij de analyse van kadastrale kaarten, waarvan vermoedt wordt dat deze zijn gedegenereerd als gevolg van het bijhoudingsproces, kunnen zowel hoekpunten van gebouwen als grenspunten worden geselecteerd. Ook in dit geval moeten de grenspunten eerst worden gereconstrueerd.

Voor (grootschalige) topografische kaarten geldt dat alleen goed identificeerbare punten worden geselecteerd. Dit betekent dat:

- er goed idealiseerbare punten moeten worden gebruikt (bijvoorbeeld hoeken van gebouwen);
- de punten in het terrein of de overlappende kaart goed te identificeren moeten zijn.

Voor zowel kadastrale als topografische kaarten geldt dat de punten van de steekproef betrekking moeten hebben op één gebiedsklasse (landelijk of bebouwd/stedelijk gebied). Een dergelijke selectie heeft tot gevolg dat een homogeen puntenveld wordt geanalyseerd en dat voor alle punten één waarde voor de idealisatieprecisie kan worden gehanteerd.

Vuistregels voor de detailmeting

De opstelpunten worden onderling verbonden. Voor de detailmeting zijn de richtlijnen voor de regionale kaartverificatie van toepassing (zie § 9.3.3). De coördinaten van de punten van het netwerk worden in één lokaal stelsel berekend.

Vuistregels voor de voorbewerking

Als de analyse betrekking heeft op gedigitaliseerde kaarten, verdient het aanbeveling de coördinaten zodanig te schalen, dat de coördinaten van deze punten bij benadering dezelfde schaal hebben als het RD-stelsel.

Doel van de voorbewerking is de opsporing van grove fouten en een eerste analyse van de kwaliteit van de kaart. De toetsing op grove fouten is gebaseerd op een vereffening met het model van een overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie, waarbij gebruik wordt gemaakt van *alle* aansluitingspunten. Bij deze toetsing wordt maximaal 10% van het aantal aansluitingspunten verworpen.

De kwaliteit van de te analyseren kaart kan worden beoordeeld met behulp van een tekening van de residuen in de aansluitingspunten. Als uit de grafische analyse van de residuen blijkt dat het waarschijnlijk is dat er nog grote modelfouten aanwezig zijn, dan is een verdere analyse weinig zinvol.

Vuistregels voor de modelkeuze

Het functiemodel van de kwaliteitsanalyse is gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie.

Voor de variantie van de idealisatieprecisie van alle geselecteerde punten wordt één waarde gekozen.

Richtlijnen voor de kwaliteitsanalyse
De kwaliteitsanalyse wordt uitgevoerd op basis van een aansluitingsvereffening met behulp van een overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie (zie schema 5 in § 4.6.4). Op basis van de uitkomst van de algemene toets van het model worden conclusies getrokken over de puntprecisie van de te analyseren kaart. Als maat voor de kwaliteit van de kaart wordt de variantie van de puntprecisie gebruikt. Op grond van de toetsingsresultaten kunnen nog aansluitingspunten worden verworpen. Het totaal aantal verworpen aansluitingspunten (in de voorbewerking en in de toetsing) is maximaal 15% van het totale aantal punten.
Omdat het kansmodel slechts deels bekend is, kan bij de toetsing voor alle toetsen worden gewerkt met een onbetrouwbaarheidsdrempel α van 0,05.

9.5.4 Functiemodel

Het functiemodel bij de kwaliteitsanalyse is gebaseerd op de 2D-gelijkvormigheidstransformatie en in het bijzonder op het model van de overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie of de Helmert-transformatie. De waarnemingsgrootheden zijn de coördinaten van de geselecteerde punten van de bestaande digitale kaart of de veldcoördinaten. De onbekenden zijn de 4 parameters van de gelijkvormigheidstransformatie.
Dit functiemodel ligt zowel ten grondslag aan de voorbewerking als aan de kwaliteitsanalyse.

9.5.5 Kansmodel

Het kansmodel wordt beschreven met een variantiematrix. Bij de kwaliteitsanalyse zijn de waarnemingsgrootheden van het model de coördinaten van de bestaande digitale kaart of de veldcoördinaten. De coördinaten van de te analyseren kaart zijn stochastisch, maar hun puntprecisie is onbekend. In de aansluitingsvereffening wordt de stochasticiteit van deze punten ondergebracht bij de waarnemingsgrootheden.

Kansmodel van de coördinaten van de punten van een bestaande digitale kaart
De variantiematrix van de kaartcoördinaten wordt beschreven met een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix. De varianties voor de puntprecisie en de idealisatieprecisie worden ontleend aan de digitale kaart. De standaardafwijking σ voor alle coördinaten van de bestaande kaart is:

$$\sigma = \sqrt{c_0 + \overline{d}^2} \quad [\text{cm}] \quad ,$$

met:

c_0 parameter voor de puntprecisie van de digitale kaart in [cm^2];
$\overline{d}$ de gemiddelde standaardafwijking van de idealisatie van alle punten in [cm].

Deze standaardafwijking geldt ook voor de grenspunten die, uitgaande van de digitale kaart rekenkundig zijn gereconstrueerd.

Kansmodel van de veldcoördinaten
Als variantiematrix van de veldcoördinaten wordt een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix gebruikt. De component voor de puntprecisie is voor alle punten gelijk en wordt overeenkomstig de kenmerkende kwaliteit van detailmeting gekozen met als parameter-

waarde $c_0 = 9\ cm^2$. De component voor de idealisatieprecisie wordt vastgesteld in het terrein. De standaardafwijking van alle veldcoördinaten is gegeven als:

$$\sigma = \sqrt{c_0 + \bar{d}^2} \quad [cm] \quad ,$$

waarbij $\bar{d}$ de gemiddelde standaardafwijking is van de idealisatie van alle punten.

Kansmodel van de coördinaten van de punten van de te analyseren kaart
De variantiematrix van de coördinaten van de te analyseren kaart wordt ook beschreven met een diagonaalmatrix als vervangingsmatrix. De gemiddelde idealisatieprecisie wordt ontleend aan de digitale kaart of het bestand van de veldcoördinaten. Voor alle coördinaten is de standaardafwijking:

$$\sigma = \sqrt{c_x + \bar{d}^2} \quad [cm] \quad ,$$

met c_x als de *onbekende* parameter voor de puntprecisie van de te analyseren kaart in $[cm^2]$.

9.5.6 Sterkteberekening

Het kansmodel is bij de kwaliteitsanalyse slechts ten dele bekend. Daarom kan er geen sterkteberekening worden uitgevoerd. Voor de schatting van parameters van het kansmodel is echter een grote overtalligheid gewenst. Hoe groter het aantal corresponderende punten, hoe beter de puntprecisie kan worden geschat.

9.5.7 Voorbewerking

Doel van de voorbewerking is de opsporing van grove fouten (veelal ten gevolge van een foute identificatie) en een eerste analyse van de kwaliteit van de kaart.

Als de analyse betrekking heeft op een gedigitaliseerde kaart, is het aan te bevelen de gedigitaliseerde coördinaten benaderd te schalen naar het RD-stelsel.

De voorbewerking is gebaseerd op een aansluitingsvereffening met het model van de overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie. Hierbij worden *alle* aansluitingspunten gebruikt. De berekening is beschreven in § 4.4.3.4.
Voor de toetsing tijdens de voorbewerking kunnen de toetsingsgrootheden van § 4.7.4 worden gebruikt. Tijdens de voorbewerking is de variantiematrix een geschaalde eenheidsmatrix. Voor de schaling moet een afschatting van de onbekende puntprecisie van de te analyseren kaart worden gemaakt. Voor kadastrale kaarten kan in eerste instantie gekozen worden voor $c_x = 10\ 000\ cm^2$ voor landelijk gebied en $c_x = 2500\ cm^2$ voor bebouwd/stedelijk gebied. Voor topografische kaarten moet de gebruiker zelf een keuze maken. De schalingsfactor van de eenheidsmatrix σ^2 moet zodanig worden gekozen dat $\sigma^2 \geq c_0 + c_x + 2\bar{d}^2$. Hierbij is c_0 de parameter voor de puntprecisie van de detailmeting of bestaande kaart, is c_x een grove schatting voor de puntprecisie van de te analyseren kaart en is $\bar{d}$ het gemiddelde van de standaardafwijking van de idealisatie van alle punten. In de praktijk zal de factor c_x meestal de grootste van de drie zijn.

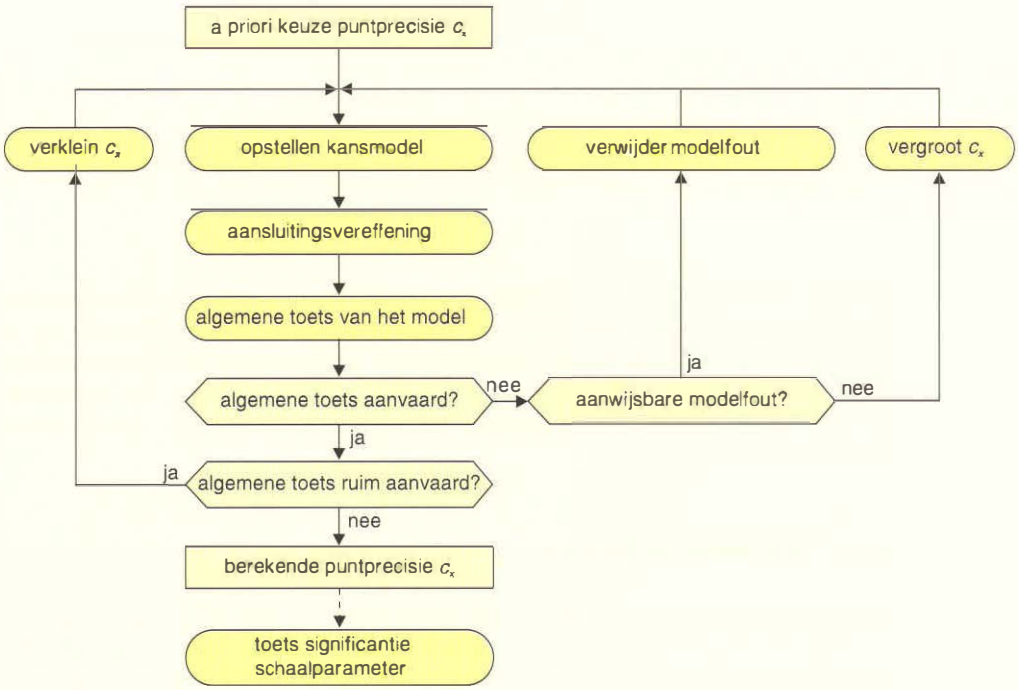
Er wordt aangeraden gebruik te maken van een onbetrouwbaarheidsdrempel α van 0,001. Na de constatering van een fout in een (coördinaat van een) aansluitingspunt wordt het betreffende punt als aansluitingspunt hersteld of verwijderd en wordt de berekening herhaald. In totaal mogen tijdens de voorbewerking niet meer dan 10% van de aansluitingspunten worden verwijderd.

Na de opsporing en verwijdering van de grootste fouten, kan worden beoordeeld of een verdere analyse zinvol is. Een belangrijk hulpmiddel hiervoor is de grafische weergave van de residuen van de coördinaten van de aansluitingspunten (zie § 9.3.8). De residuen geven een duidelijke aanwijzing of het puntenveld homogeen is. Dit is het geval als er in de vectoren van de residuen geen patroon is te herkennen en de lengte van alle vectoren van dezelfde orde van grootte is. Als bij de analyse van de residuen blijkt dat een vervorming van het puntenveld waarschijnlijk is, kan eventueel overwogen worden de vervorming te bepalen met de technieken beschreven in § 9.4. Omdat er echter geen goed kansmodel van de kaart beschikbaar is, zal een bepaling van een vervorming in de praktijk moeilijk zijn. In veel gevallen zal de conclusie dan ook moeten zijn dat van een verdere kwaliteitsanalyse wordt afgezien.

9.5.8 Toetsing

De kwaliteitsanalyse is gebaseerd op de toetsing tijdens de vereffening van de aansluitingspunten. De resultaten van de toetsing, in het bijzonder de algemene toets van het model, worden gebruikt om de puntprecisie van de kaart te bepalen. Daarnaast wordt de toetsing gebruikt om modelfouten op te sporen (veelal identificatiefouten). Fouten in de puntenvelden hebben invloed op de toetsingsresultaten en daarmee op de berekende puntprecisie. In de voorbewerkingsfase zullen niet altijd alle fouten kunnen worden geëlimineerd. Daarom wordt in de praktijk het proces van de kwaliteitsanalyse soms een aantal keren herhaald. Er wordt begonnen met een eerste berekening van de puntprecisie van de te analyseren kaart. Vervolgens wordt op basis van het verbeterde kansmodel een toetsing voor modelfouten uitgevoerd overeenkomstig § 4.7. Met de opgeschoonde puntenvelden wordt opnieuw een schatting berekend voor de puntprecisie. Dit proces wordt herhaald totdat de schatting van de puntprecisie niet meer sterk wijzigt. Het aantal verworpen aansluitingspunten ten gevolge van de voorbewerking en de analyse is maximaal 15% van het totale aantal punten.

In deze paragraaf wordt de berekening van de variantie van de puntprecisie in een enkele processtap beschreven. Het betreft een procedure, die nog kan variëren voor wat betreft de keuze van de startwaarde voor de variantie voor de puntprecisie van de te analyseren kaart. De startwaarde voor de puntprecisie c_x kan zeer groot gekozen worden (bijvoorbeeld c_x = 10 000 cm^2), of zeer klein (bijvoorbeeld c_x = 10 cm^2). Als ondergrens voor de berekende puntprecisie c_x wordt de bekende puntprecisie c_0 genomen. De procedure voor de berekening van de parameter c_x is weergegeven in figuur 9.11.



Figuur 9.11: Procedure voor de berekening van de puntprecisie.

De procedure begint met de keuze van een startwaarde voor de parameter c_x. De variantiematrix van de coördinaten is een geschaalde eenheidsmatrix $\sigma_0^2 I$ met als schalingsfactor $\sigma_0^2 = c_0 + c_x + 2\bar{d}^2$ (zie ook § 9.5.5). Op basis van dit kansmodel en het functiemodel uit § 9.5.4 wordt een aansluitingsvereffening met behulp van een overbepaalde transformatie uitgevoerd. De toetsingsgrootheid van de algemene toets van het model is:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{e}^T \hat{e}}{\sigma_0^2 (2n-4)} \quad ,$$

met:

- n het aantal aansluitingspunten;
- $\hat{e}$ de $2n \times 1$ vector van kleinste-kwadraten residuen van de coördinaten.

De toetsingsgrootheid is Chi-kwadraat verdeeld met $2n-4$ vrijheidsgraden. De algemene toets van het model wordt verworpen als de waarde van de toetsingsgrootheid groter is dan zijn kritieke waarde. Voor de onbetrouwbaarheidsdrempel wordt een waarde van $\alpha = 0{,}05$ gebruikt.

Bij verwerping van de algemene toets van het model wordt een grotere waarde voor de parameter c_x gekozen of berekend. Een nieuwe waarde voor de puntprecisie wordt als volgt berekend:

$$c_x^{(\text{nieuw})} = (\hat{\sigma}_0^2 - 1)\sigma_0^2 + c_x^{(\text{oud})} \quad .$$

Deze nieuwe waarde moet worden gebruikt om de variantiematrix te schalen met $\sigma_0^{2(\text{nieuw})} = c_x^{(\text{nieuw})} + c_0 + 2\bar{d}^2$. Vervolgens wordt de aansluitingsvereffening opnieuw uitgevoerd. Als de algemene toets wordt aanvaard, dan wordt eerst gekeken hoe ruim de toets wordt aanvaard. De algemene toets van het model wordt te ruim aanvaard als:

$$\frac{\hat{\sigma}_0^2}{k_\alpha} < 0{,}90 \quad ,$$

waarbij k_α de kritieke waarde van de toets is. In dat geval is de variantie voor de puntprecisie kennelijk te groot gekozen en wordt een kleinere waarde voor de parameter c_x

gekozen of berekend. De nieuwe (kleinere) waarde van c_x wordt berekend met de hierboven gegeven formule voor $c_x^{(nieuw)}$ (c_x mag echter niet kleiner worden dan c_0). Als de algemene toets niet te ruim wordt aanvaard, is de laatste waarde van de parameter c_x een goede beschrijving voor de puntprecisie van de te analyseren kaart. Wel moet nog worden gecontroleerd of de schaalparameter niet significant afwijkt van 1. De toets hiervoor is beschreven in § 4.7.

9.5.9 Kwaliteitsbeschrijving

De kwaliteitsbeschrijving is beperkt tot de parameter c_x voor de variantie van de puntprecisie. Het percentage verworpen aansluitingspunten is ook een goede indicatie voor de kwaliteit van de kaart. Als dit percentage groter is dan 5% is de kwaliteit niet meer dan redelijk. Als de kwaliteit van de kaart is vastgesteld terwijl in totaal 15% van de punten is verworpen, dan is de kwaliteit van de kaart slecht. Modelfouten die niet zijn verwijderd hebben een sterke invloed op de geschatte puntprecisie.

Appendix A - Datumtransformaties

Coördinaten zijn gedefinieerd in een referentiestelsel. De vastlegging van een referentiestelsel wordt datumdefinitie genoemd. Het is soms noodzakelijk de coördinaten, gegeven in het ene referentiestelsel, te transformeren naar een ander referentiestelsel. Een datumtransformatie is een coördinatentransformatie tussen twee referentiestelsels.
Een datumtransformatie is gebaseerd op een 3D-gelijkvormigheidstransformatie (zie ook § 4.4.6). De parameters van deze transformaties worden (regelmatig) in nationaal en internationaal verband bepaald. In Nederland is hiervoor de subcommissie NEREF van de Nederlandse Commissie voor Geodesie verantwoordelijk.

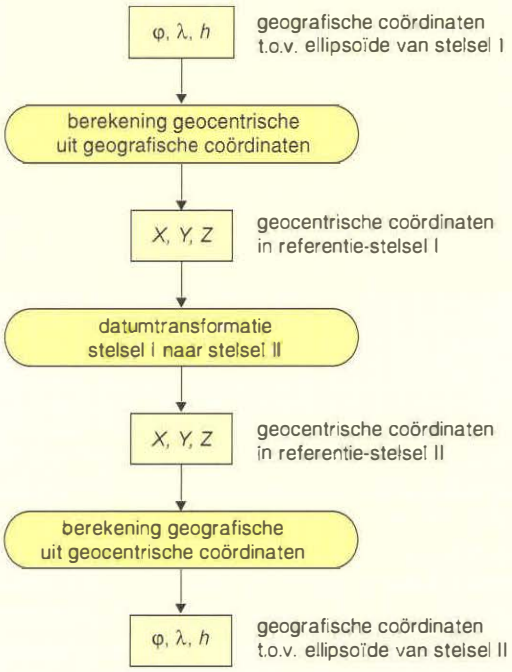
In de drie-dimensionale ruimte kunnen de coördinaten van een punt op verschillende manieren worden gerepresenteerd. De geografische coördinaten beschrijven de ligging van een punt ten opzichte van een ellipsoïde en worden aangeduid als φ (geografische breedte), λ (geografische lengte) en h (ellipsoïdische hoogte). Voor elk referentiestelsel is een zo goed mogelijk passende ellipsoïde gekozen.
Geocentrisch-cartesische, of kortweggeocentrische coördinaten worden gespecificeerd ten opzichte van het middelpunt van de gekozen ellipsoïde. Deze coördinaten worden aangeduid met de kernletters (X, Y, Z). Geocentrische coördinaten worden bijvoorbeeld gebruikt voor de coördinatentransformatie tussen twee referentiestelsels.

Een referentie-ellipsoïde kan aan de hand van twee van de volgende parameters worden gekarakteriseerd:

a	halve lange as (equator-as) van de ellipsoïde;
b	halve korte as (pool-as) van de ellipsoïde;
$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$	eerste excentriciteit van de ellipsoïde;
$f = \frac{a - b}{a}$	afplatting van de ellipsoïde.

In de praktijk gebruikt men doorgaans de parameters a en e^2 of a en $1/f$. De ligging en oriëntering van de ellipsoïde is per referentiestelsel vastgelegd. Als gevolg hiervan zijn de geografische en geocentrische coördinaten van een punt in twee referentiestelsels verschillend.

Bij de beschrijving van de datumtransformatie wordt uitgegaan van de geografische coördinaten (φ, λ, h) in stelsel I (bijvoorbeeld RD). Resultaat zijn de geografische coördinaten in stelsel II (bijvoorbeeld ETRS89). De procedure van de datumtransformatie is weergegeven in figuur A.1.



Figuur A.1: Procedure van de datumtransformatie van stelsel I naar stelsel II.

A.1 Relatie tussen geografische en geocentrische coördinaten

Van geografische (φ,λ,h) naar geocentrische coördinaten (X,Y,Z)
Geocentrische coördinaten worden als volgt uit geografische coördinaten berekend:

$$X = (N + h)\cos\varphi\cos\lambda$$
$$Y = (N + h)\cos\varphi\sin\lambda$$
$$Z = (N(1 - e^2) + h)\sin\varphi$$

met:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} \quad .$$

Van geocentrische (X,Y,Z) naar geografische coördinaten (φ,λ,h)
De berekening van geografische coördinaten uit geocentrische coördinaten wordt in drie stappen uitgevoerd:

1 Berekening van de geografische lengte:

$$\lambda = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \quad .$$

2 De geografische breedte wordt op een iteratieve manier berekend. In iteratiestap $i + 1$ wordt de geografische breedte berekend als:

$$\varphi^{(i+1)} = \arctan\left(\frac{Z}{r} + \frac{e^2N^{(i)}\sin\varphi^{(i)}}{r}\right) \quad .$$

Hierbij zijn:

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2}$$
$$N^{(i)} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi^{(i)}}} \quad .$$

De iteratie wordt gestopt als aan het stopcriterium $\varphi^{(i+1)} - \varphi^{(i)} < \varepsilon$ is voldaan. Het stopcriterium ε wordt gespecificeerd in radialen ($\varepsilon = 10^{-9}$ rad komt overeen met 6 mm op de ellipsoïde). Doorgaans zijn er vier iteraties nodig. Als beginwaarde in de eerste iteratiestap ($i = 1$) wordt gekozen voor $N^{(0)}\sin\varphi^{(0)} = Z$.

3 Tenslotte wordt de hoogte ten opzichte van de ellipsoïde berekend als:

$$h = \frac{r}{\cos\varphi} - N \quad .$$

A.2 Datumtransformatie van stelsel I naar stelsel II

De datumtransformatie wordt uitgevoerd op basis van een 3D-gelijkvormigheidstransformatie. De datumtransformatie houdt rekening met het verschil in schaal en het verschil in oriëntering tussen beide stelsels en de translatie tussen de oorsprongen van beide stelsels. De translatie wordt in de literatuur veelal 'datumshift' genoemd.
Bij datumtransformaties valt het punt waarom geroteerd wordt in de regel samen met het middelpunt van de ellipsoïde. Voor datumtransformaties die betrekking hebben op nationale stelsels wordt echter ook wel een rotatiepunt in het centrum van het puntenveld gekozen (bijvoorbeeld Amersfoort in Nederland). Het voordeel hiervan is dat kleine afwijkingen in de rotatiehoeken (bijvoorbeeld ten gevolge van het verwaarlozen van significante cijfers) weinig invloed hebben op (vooral de ligging van) de getransformeerde coördinaten. De keuze van het draaipunt heeft invloed op de translatieparameters. Men moet zich er dus rekenschap van geven op welke manier van transformeren de gepubliceerde transformatieparameters betrekking hebben.

Voor een punt i is de datumtransformatie van stelsel I naar stelsel II:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_{II} = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_{I} + \begin{pmatrix} \delta & +\gamma & -\beta \\ -\gamma & \delta & +\alpha \\ +\beta & -\alpha & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_{I} + \begin{pmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{pmatrix}_{I} .$$

Hierbij zijn α, β en γ de rotatiehoeken om respectievelijk de X-, Y- en Z-as en is δ het schaalverschil tussen beide stelsels. Het punt waar om geroteerd wordt, is het middelpunt van de ellipsoïde. Bij een rotatie om een centraal punt (X', Y', Z') is de datumtransformatie van stelsel I naar stelsel II:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_{II} = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_{I} + \begin{pmatrix} \delta & +\gamma & -\beta \\ -\gamma & \delta & +\alpha \\ +\beta & -\alpha & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i - X' \\ Y_i - Y' \\ Z_i - Z' \end{pmatrix}_{I} + \begin{pmatrix} t'_X \\ t'_Y \\ t'_Z \end{pmatrix}_{I} .$$

Appendix B - Terrestrische metingen

In deze appendix worden meettechnische aspecten behandeld van de terrestrische grondslag- en detailmetingen. Er wordt ingegaan op de correcties van metingen. Voor de meettechnieken zelf wordt verwezen naar leerboeken over landmeetkunde [Alberda, 1990; Kahmen 1993].
In deze appendix komen achtereenvolgens aan de orde:
- elektronische afstandsmeting;
- richtingsmeting.

Voor zowel de afstands- als richtingsmeting is het van belang dat de centrering op de standplaats en het richtpunt zorgvuldig wordt uitgevoerd. Om een goede centrering te waarborgen wordt aanbevolen het optisch lood van de stelschroevenblokken te controleren voor het begin van een meetproject. Ook dienen de doosniveaus van de loodstokken regelmatig te worden gecontroleerd.

B.1 Elektronische afstandsmeting

Met behulp van een afstandsmeter of tachymeter worden schuine afstanden gemeten van standplaats naar richtpunt. Voor de verwerking is het noodzakelijk dat de gemeten afstanden worden gecorrigeerd. Bij de correctie van gemeten schuine afstanden wordt een onderscheid gemaakt tussen afstanden gemeten als onderdeel van hoofdgrondslagnetten, detailgrondslagnetten en de detailmeting.

Bij terrestrische hoofdgrondslagnetten worden de (schuine) afstanden gecorrigeerd voor:
- meteorologische omstandigheden;
- optelconstante;
- verticale hoek;
- hoogte boven de ellipsoïde;
- lijnvergroting.

Bij terrestrische detailgrondslagnetten, veelhoeken en detailmeting moeten de schuine afstanden worden gecorrigeerd voor:
- optelconstante;
- verticale hoek.

De correcties voor de meteorologische omstandigheden en optelconstante betreffen instrumentele aspecten. De correcties voor de verticale hoek en de hoogte boven de ellipsoïde zijn geometrische correcties, die samenhangen met de reductie naar de ellipsoïde. De correctie voor lijnvergroting is een gevolg van de kaartprojectie.
Elke combinatie van afstandsmeter (of tachymeter) en reflector heeft een eigen optelconstante.

Om een indruk te geven van het belang van de verschillende correcties wordt kort een indicatie gegeven van de grootte van de correcties:
- De grootte van de correctie voor meteo is voornamelijk afhankelijk van de

afwijking van de standaard temperatuur en druk. Karakteristieke waarden voor de correcties zijn 1 ppm/°C en 1 ppm/3 hP.
- Optelconstanten liggen in het bereik van –5 cm tot +5 cm.
- De correctie voor de verticale hoek kan zeer significant zijn. Bij een gemeten afstand van 1 km en een hoogteverschil van 50 m is de correctie 1,25 m!
- De correctie voor de hoogte boven de ellipsoïde is vooral in de hoger gelegen gebieden van Nederland van belang en ligt in de orde van centimeters. Uitgaande van een hoogte van 300 m is de correctie 5 cm bij een gemeten afstand van 1 kilometer. In bijna alle gevallen is de correctie veel kleiner.
- De correctie voor lijnvergroting is afhankelijk van de afstand tot Amersfoort en bedraagt maximaal ongeveer 15 cm/km (op een afstand van 200 km van Amersfoort). Binnen een netwerk is de variatie in de lijnvergroting van verschillende afstanden niet groot. Bij grote kringnetten met een doorsnede van 20 km is de variatie van de lijnvergroting binnen het net maximaal 5 cm/km. In netwerken met een doorsnede tot enkele kilometers is de variatie in de lijnvergroting dermate klein dat de lijnvergroting constant beschouwd kan worden.

B.1.1 Instrumentele correcties

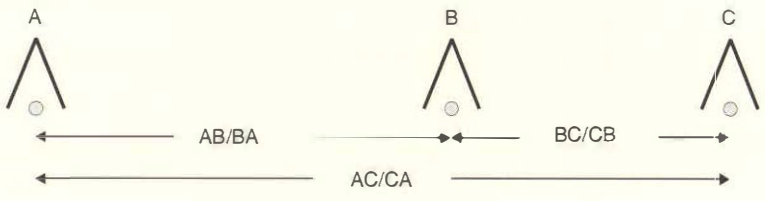
Meteo
De correcties voor de meteorologische omstandigheden kunnen het beste worden uitgevoerd overeenkomstig de voorschriften van de fabrikant. Voor het toepassen van de correcties is meting van temperatuur en druk noodzakelijk.

Frequentie van de afstandsmeter
Een fout in de frequentie van de afstandsmeter resulteert in een schaalfout van de afstandsmeting. Het verdient aanbeveling de frequentie van de afstandsmeter regelmatig te (laten) controleren (bijvoorbeeld door de leverancier).

Optelconstante
Als de optelconstante wordt aangeduid als o, dan is de correctie ten gevolge van de optelconstante:

$$s^{\text{gereduceerd}} = s + o \quad .$$

Bepaling van de optelconstante
De optelconstante kan, gebruikmakend van drie punten, eenvoudig bepaald worden. De optelconstante moet worden bepaald voor elke combinatie van afstandsmeter en reflector.



Figuur B.1: Opstelling voor de bepaling van de optelconstante.

Zoals in figuur B.1 is afgebeeld, wordt voor de bepaling van de optelconstante met dwangcentrering opgesteld op drie willekeurige punten op een lijn (aangeduid als A, B en C). Op alle punten wordt de verticale richting en afstand naar de andere twee punten gemeten, waarbij op de richtpunten hetzelfde type reflector moet worden gebruikt. Bij de verticale richtingsmeting wordt gericht op het midden van de reflector. De afstandsmetingen worden gecorrigeerd voor de verticale hoek en de meteo-correcties. De afstandsmeting mag in heen- en teruggang niet meer dan 3 mm verschillen. Vervolgens worden de afstanden gemiddeld. De optelconstante wordt berekend als:

$$o = \overline{AC} - \overline{AB} - \overline{BC} \quad ,$$

waarbij $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ en $\overline{BC}$ de gemiddelden zijn van de gecorrigeerde afstanden.

B.1.2 Geometrische correcties

De geometrische correcties bestaan uit twee onderdelen, namelijk een correctie van schuine afstand naar horizontale afstand en een correctie voor de hoogte boven de ellipsoïde. Deze laatste correctie hoeft alleen bij hoofdgrondslagnetten te worden uitgevoerd. In Nederland komt de hoogte boven de ellipsoïde overeen met de hoogte boven zeeniveau en kan de hoogte bijvoorbeeld worden ontleend aan de topografische kaart.

Als de hoogte op beide punten bekend is, kunnen beide correcties in één rekenstap worden uitgevoerd met behulp van de volgende formule (waarbij de eerste term de correctie is voor de verticale hoek en de tweede term de correctie voor de hoogte boven de ellipsoïde):

$$s_{12}^{\text{gereduceerd}} = \sqrt{s_{12}^2 - (h_1 - h_2)^2} \times (1 - \frac{(h_1 + h_2)}{2R}) \quad ,$$

met:

h_1 $= H_1 + N_1 + i_1$;
h_2 $= H_2 + N_2 + i_2$;
H_1 orthometrische hoogte van punt 1;
N_1 geoïdehoogte in punt 1;
i_1 instrumenthoogte in punt 1;
R gemiddelde aardstraal (= 6382644 m).

De orthometrische hoogten kunnen worden ontleend aan de topografische kaart (1 : 25 000). De geoïdehoogte kan in de praktijk worden verwaarloosd.

In de regel wordt de verticale hoek gemeten. De correctie van de afstand is dan:

$$s_{12}^{\text{gereduceerd}} = s_{12} \times \sin z \times \left(1 - \frac{h_1}{R} \right) ,$$

waarbij z de zenithhoek is. In de praktijk wordt bij hoofdgrondslagnetten veelal de correctie voor de hoogte boven de ellipsoïde niet toegepast. Als alle punten op ongeveer dezelfde hoogte liggen, is de invloed van de correctie voor de hoogte boven de ellipsoïde voor alle afstanden in het netwerk vrijwel gelijk. In de praktijk wordt deze correctie daarom niet vaak toegepast. Bij de tweede fase vereffening wordt een niet-toegepaste hoogtecorrectie geabsorbeerd in de schaalfactor van de afstanden.
Bij detailgrondslagnetten en veelhoeken hoeven de gemeten schuine afstanden alleen gecorrigeerd te worden voor de verticale hoek en is de gereduceerde afstand:

$$s_{12}^{\text{gereduceerd}} = s_{12} \times \sin z \quad .$$

B.1.3 Reductie naar het kaartvlak

De reductie van afstanden naar het kaartvlak komt voor bij terrestrische 2D-netwerken en wordt de correctie voor lijnvergroting genoemd. Omdat het projectievlak van de stereografische projectie de bol doorsnijdt, is de lijnvergroting in het midden van Nederland, binnen de snijcirkel van bol en vlak negatief (zie § 2.3.1). Dit betekent dat een gemeten afstand moet worden verkleind om in het kaartvlak gebracht te worden. Buiten deze cirkel is de lijnvergroting positief. De waarden van de lijnvergroting variëren van ongeveer –10 cm tot +10 cm per kilometer.
De correctie van horizontale afstanden voor lijnvergroting is gegeven als:

$$\Delta l = -92 + \frac{(x - 155)^2 + (y - 463)^2}{162{,}9} \quad [\text{mm/km}] \quad ,$$

waarbij x en y de gemiddelde coördinaten in km van de eindpunten in het RD-stelsel zijn.
De correctie voor lijnvergroting wordt vaak pas bij de tweede fase vereffening van het netwerk toegepast, omdat dan de RD-coördinaten van de eindpunten van de afstanden (benaderd) bekend zijn.
Bij hoofdgrondslagen wordt in de praktijk de correctie voor de lijnvergroting vaak achterwege gelaten. Immers, voor een klein netwerk (met een diameter tot enkele kilometers) is de lijnvergroting in het netwerk vrijwel constant. Een niet-toegepaste correctie voor lijnvergroting wordt dan geabsorbeerd in de schaalfactor van de afstanden bij de tweede fase vereffening.

B.2 Richtingsmeting

Voor richtingsmetingen bij hoofdgrondslagen worden meestal twee dubbelseries gemeten (volgens Bessel). In de vereffening worden dan niet de originele richtingsmetingen gebruikt, maar de herleide gemiddelde richtingen. De standaardafwijking van de gemiddelde richting wordt bepaald in een stationsvereffening. De procedure voor de richtingsmeting volgens Bessel en de stationsvereffening worden behandeld in [Alberda, 1990].

Voor de berekening in het kaartvlak krijgen ook de richtingsmetingen een correctie als gevolg van de overgang van boog naar koorde. Een rechte lijn wordt door de stereografische projectie als een cirkelboog afgebeeld in het platte vlak. De correctie voor de richtingen is afhankelijk van de afstand tussen de eindpunten en het argument. Als ψ het argument is van de raaklijn aan de boog tussen twee punten 1 en 2, dan is het argument voor de overeenkomstige koorde:

$$\psi' = \psi + \varepsilon$$

met:

$$\varepsilon = \frac{-(x_1 - 155)(y_2 - 463) + (x_2 - 155)(y_1 - 463)}{2560} \quad [\text{mgon}] \ ;$$

x, y RD-coördinaten van de punten in km.

In de praktijk is de correctie van boog naar koorde verwaarloosbaar voor horizontale richtingen (orde van grootte 0,1 mgon voor afstanden van 1 km).

Appendix C - Het Global Positioning System

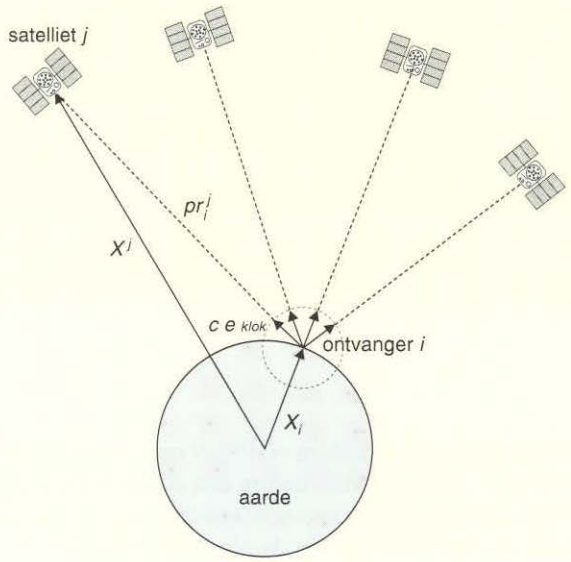
Het Global Positioning System (GPS) is een satelliet-plaatsbepalingssysteem dat zich in het afgelopen decennium een steeds belangrijker plaats binnen de landmeetkunde heeft verworven. Met name voor grondslagmeting is GPS als meettechniek niet meer weg te denken. Dit wordt veroorzaakt door de hoge meetprecisie en de efficiënte puntsbepaling die met GPS mogelijk is.
In deze appendix wordt ingegaan op de principes van GPS en enkele achtergronden van het gebruik van GPS in de landmeetkunde. Daarbij komen verschillende GPS-meettechnieken aan bod en zal worden ingegaan op de precisie- en betrouwbaarheidsaspecten van GPS-metingen.

C.1 Het principe van GPS

GPS is in de jaren zeventig en tachtig ontwikkeld door het Amerikaanse Ministerie van Defensie. Naast militair gebruik kent het systeem vele civiele toepassingen waarvan de landmeetkunde er één is. Doordat het beheer van GPS in handen is van het Amerikaanse Ministerie van Defensie is de beschikbaarheid van het systeem voor civiele toepassingen niet volledig gegarandeerd. Toch zijn er geen aanwijzingen die erop duiden dat de landmeetkundige toepassingen van GPS hierdoor in de toekomst zullen worden belemmerd.

Sinds enkele jaren bevinden zich 24 GPS-satellieten in een baan om de aarde op ongeveer 20 000 km hoogte. Het principe van de drie-dimensionale plaatsbepaling met GPS berust op afstandsmeting naar meerdere van deze satellieten. De afstandsmeting wordt verkregen met behulp van looptijdmetingen van signalen die door de satellieten worden uitgezonden. Deze signalen bevatten in gecodeerde vorm informatie over de identiteit van de satelliet die het signaal uitzendt, het tijdstip van uitzenden, zijn positie (baan om de aarde) en andere gegevens. Iedere satelliet bevat een zeer nauwkeurige klok. De klokken van de verschillende satellieten zijn onderling gesynchroniseerd. De resulterende tijd wordt de GPS-systeemtijd genoemd.

De signalen van meerdere satellieten kunnen gelijktijdig worden ontvangen en verwerkt door een voor dit doel ontworpen GPS-ontvanger. De klok in een dergelijke ontvanger is echter niet gesynchroniseerd met de GPS-systeemtijd. Hierdoor kunnen de afstanden tussen ontvanger en satellieten niet direct worden gemeten. De klokfout van de ontvanger introduceert een (grote) afwijking in de gemeten afstand. Men spreekt daarom van meting van een pseudo-afstand (*pseudo-range*). Zou men de feitelijke afstanden tussen ontvanger en satellieten kunnen meten, dan zouden drie afstandsmetingen voldoende zijn om de positie van de ontvanger ten opzichte van de satellieten te bepalen. De ontvanger bevindt zich op één van de twee snijpunten van de drie bollen gedefinieerd door de posities van de drie satellieten en de gemeten afstanden. Bij GPS zijn er vier pseudo-afstandsmetingen nodig voor een positiebepaling. Vier metingen zijn nodig om naast de drie positie-onbekenden ook de klokfout van de ontvanger te kunnen bepalen. De banen van de 24 satellieten zijn zo gekozen dat er 24 uur per dag bijna overal op aarde tenminste vier satellieten boven de horizon zijn.



Figuur C.1: Vier pseudo-afstanden voor een positiebepaling.

De waarnemingsvergelijking van een pseudo-afstand, gemeten tussen ontvanger i en satelliet j, heeft de volgende vorm (zie figuur C.1):

$$pr_i^j = |X^j - X_i| + c\,e_{klok} \quad ,$$

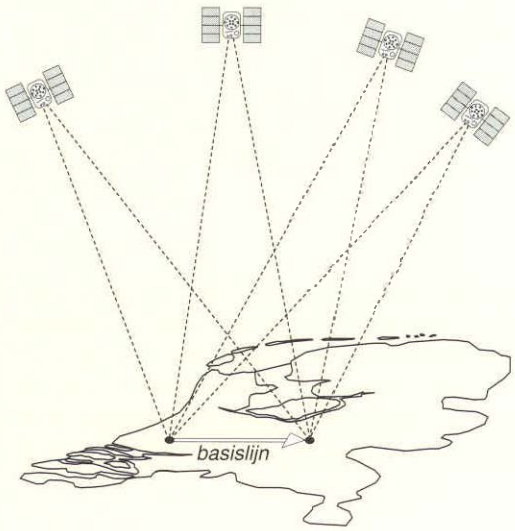
met:

pr_i^j	pseudo-afstand tussen ontvanger i en satelliet j;
X_i, X^j	positievector van ontvanger i respectievelijk satelliet j ten opzichte van het middelpunt van de aarde;
c	lichtsnelheid;
e_{klok}	klokfout van de ontvanger.

Pseudo-afstandsmetingen leiden tot een absolute positiebepaling van de ontvanger met een precisie van ongeveer 100 m. Speciale militaire ontvangers kunnen een hogere precisie bereiken. De beperking van de precisie voor civiele gebruikers wordt *Selective Availability* (SA) genoemd. Op absolute plaatsbepalingsmethoden met GPS zal in deze appendix niet verder worden ingegaan.

C.2 Relatieve plaatsbepaling

Bij gebruik van twee of meer GPS-ontvangers is het mogelijk om de geregistreerde fasemetingen van deze ontvangers te combineren en daaruit de relatieve positie van deze ontvangers af te leiden. Deze relatieve plaatsbepaling resulteert in de coördinaatverschillen tussen de ontvangers. De ruimtelijke vector tussen de ontvangers wordt een *basislijn* genoemd (zie figuur C.2). De driedimensionale coördinaatverschillen van de basislijn heten basislijncomponenten.
De precisie van de relatieve plaatsbepaling is aanzienlijk beter dan die van de absolute plaatsbepaling. De reden hiervoor is dat foutenbronnen worden geëlimineerd die voor beide ontvangers gelijk zijn. Dit is in hoge mate het geval over afstanden tot enkele tientallen kilometers. Dergelijke foutenbronnen zijn de invloeden van de ionosfeer, de onzekerheden in de troposfeer, de satellietbanen en de satellietklokken. Deze foutenbronnen spelen in de relatieve plaatsbepaling een ondergeschikte rol. Met relatieve plaatsbepaling, gecombineerd met fasemeting aan de draaggolf, is de voor geodetische toepassingen interessante precisie in de orde van 1 ppm mogelijk (1 ppm komt overeen met 1 mm per km).



Figuur C.2: Relatieve plaatsbepaling met GPS.

C.3 Code- en fasemeting

De door de satellieten uitgezonden signalen bestaan uit de volgende componenten:

- Twee draaggolven: L1 en L2 genaamd, met een golflengte van 19 respectievelijk 24 cm.
- Twee codes: de C/A-code en de P-code die op de draaggolven gemoduleerd worden. C/A-code betekent *Coarse/Acquisition code* en heeft een effectieve golflengte van 300 m. P-code betekent *Precision code* en heeft een effectieve golflengte van 30 m. De Y-code is de voor militaire doeleinden gebruikte code die ontstaat door een versleuteling van de P-code. Het versleutelen van de P-code wordt *Anti-Spoofing* genoemd en maakt precieze (absolute) plaatsbepaling met deze code onmogelijk voor civiele gebruikers die niet over de sleutel beschikken.
- Informatie over het systeem en de afzonderlijke satellieten. Het gaat bijvoorbeeld om de positie van de satelliet in zijn baan in de zogenaamde *navigation message*.

De P-code (Y-code) en de navigation message worden op beide draaggolven gemoduleerd, de C/A-code alleen op de draaggolf L1. De codes kunnen gezien worden als markeringen op de draaggolf van het tijdstip van uitzenden.

Om de door de GPS-satellieten uitgezonden signalen te kunnen ontvangen zijn speciale ontvangers en antennes nodig. De GPS-antenne ontvangt de signalen van alle 'zichtbare' satellieten. Het referentiepunt in de antenne is het zogenaamde fasecentrum dat kan afwijken van het geometrische centrum. De ligging van het fasecentrum is afhankelijk van het type antenne en van de richting van de ontvangen signalen (de stand van de satelliet ten opzichte van de antenne). Voor landmeetkundige toepassingen is een grote stabiliteit van het fasecentrum van belang. De grootste stabiliteit van het fasecentrum is te vinden bij GPS-antennes van het type *micro strip*.

Het signaalverwerkingsgedeelte van een GPS-ontvanger bepaalt de (pseudo-) looptijd van het signaal met behulp van de C/A-code of Y-code. Alleen militaire ontvangers kunnen gebruik maken van de Y-code. De ontvanger decodeert de navigation message en reconstrueert de draaggolf L1 en/of L2. Zogenaamde navigatie-ontvangers voor civiele gebruikers registreren alleen de C/A-code. De (relatieve) plaatsbepalingsprecisie die met dergelijke ontvangers mogelijk is, is beperkt als gevolg van de relatief lange golflengte van de codes (zie tabel

C.1). Daarom zijn voor landmeetkundige doeleinden ontvangers nodig die een fasemeting op de draaggolf kunnen uitvoeren. De golflengte van de draaggolf is aanzienlijk korter, maar de ontvanger meet alleen de fractionele fase. Daardoor is het geheel aantal golflengten tussen satelliet en ontvanger onbekend. Millimeter-meetprecisie is mogelijk wanneer het gehele aantal golflengten, ook wel de meerduidigheid (*ambiguity*) genoemd, bepaald kan worden.

C.4 GPS-ontvangers

Geodetische ontvangers zijn één- of twee-frequentie ontvangers, afhankelijk van de mogelijkheid om op één danwel twee frequenties de fase te meten. Voor fasemeting moet de draaggolf worden gereconstrueerd. Alle GPS-ontvangers beschikken over de C/A-code waarmee de L1-draaggolf kan worden gereconstrueerd en de navigation message kan worden gedecodeerd. Voor het reconstrueren van de L2-draaggolf is de Y-code nodig. Hierover beschikken alleen militaire ontvangers. In landmeetkundige ontvangers die met beide frequenties kunnen werken, worden echter speciale technieken toegepast om toch meting van de fase op L2 mogelijk te maken, zonder over de Y-code te beschikken.

meetgrootheid	golflengte	precisie
C/A-code	300 m	0,1 – 3 m
P-code	30 m	0,1 – 0,3 m
fase	19/24 cm	1 – 5 mm

Tabel C.1: Precisie van relatieve plaatsbepaling met GPS voor de verschillende meetgrootheden.

Het meten op twee frequenties heeft belangrijke voordelen. Ten eerste kunnen de meerduidigheden die optreden bij de fasemeting beter worden bepaald door de waarnemingen van beide frequenties te combineren. Hierdoor kan de benodigde meettijd met een twee-frequentie ontvanger korter zijn dan met een L1-ontvanger. Ten tweede maakt fasemeting op twee frequenties vergaande eliminatie van de invloed van de ionosfeer mogelijk. Deze invloed is één van de belangrijkste foutenbronnen van plaatsbepaling met GPS bij relatieve plaatsbepaling over afstanden groter dan ongeveer 10 km. In de ionosfeer hangt de voortplantingssnelheid af van de frequentie van het signaal. Beschikt men over metingen op twee frequenties, dan is eliminatie van het effect van deze afhankelijkheid op de plaatsbepaling mogelijk. De ionosfeer is bij relatieve plaatsbepaling over korte afstanden (in Nederland tot ongeveer 10 km) voor de meeste toepassingen een verwaarloosbare foutenbron doordat de signalen van de satelliet naar de ontvangers door nagenoeg hetzelfde deel van de ionosfeer bewegen. Daarom kan bij relatieve plaatsbepaling over korte afstanden worden volstaan met fasemeting op L1. De grootte van de fouten die de ionosfeer introduceert hangt sterk af van de plaats op aarde en het tijdstip van de dag. 's Nachts is de ionosfeer meestal aanmerkelijk 'rustiger' dan overdag. Verder volgt dit ver-

schijnsel een jaarlijkse en een 11-jaarlijkse cyclus die het gevolg is van de zonneactiviteit. Op grond van deze cyclus wordt in het jaar 2000 verwacht dat de ionosfeer de meest ongunstige toestand bereikt voor plaatsbepaling met GPS.

C.5 Basislijnberekening

De berekening van de basislijncomponenten vindt plaats op basis van door twee GPS-ontvangers gedurende dezelfde periode geregistreerde fasemetingen. Dit wordt de basislijnberekening genoemd. Deze berekening kan direct in het veld worden uitgevoerd wanneer de fasemetingen van de vast opgestelde GPS-ontvanger worden overgezonden naar een tweede ontvanger die zich op het te bepalen punt bevindt. Het alternatief voor deze *real-time* plaatsbepaling is de zogenaamde *postprocessing* waarbij de fasemetingen van de ontvangers pas worden gecombineerd na het uitvoeren van de metingen. Er bestaat geen fundamenteel verschil tussen het wiskundige model voor real-time basislijnberekening en postprocessing. Wel ligt de nadruk bij real-time plaatsbepaling op een bepaling van de meerduidigheden op basis van een zo kort mogelijke meettijd. In deze appendix wordt niet ingegaan op de algoritmen die voor deze snelle meerduidigheidsbepaling zijn ontwikkeld.

De basislijnberekening is gebaseerd op een gecompliceerd functiemodel waarin onder andere plaats *en* tijd een rol spelen. In deze appendix wordt alleen de grote lijn van de basislijnberekening geschetst. Bij gebruik van meer dan twee ontvangers bestaat de keus tussen de berekening van een integrale oplossing (netwerkoplossing) van alle basislijnen tussen de ontvangers en een berekening per basislijn. In het eerste geval kunnen de correlaties tussen basislijnen worden berekend. In de HTW wordt uitgegaan van een berekening per basislijn. Bij de berekening van een enkele basislijn kunnen eventuele fouten in de fasemetingen in het algemeen gemakkelijker worden gevonden. Voor de basislijnberekening zijn de volgende gegevens nodig:

- Gelijktijdige fasemetingen van twee GPS-ontvangers.
- Satellietbaangegevens. Deze zijn opgeslagen in de navigation message die eveneens door de ontvangers wordt geregistreerd.
- De benaderde positie van één van de ontvangers (in WGS84, precisie ongeveer 10 m). Deze positie kan worden berekend uit pseudo-afstandsmetingen van één van de ontvangers. Dan moeten metingen over een relatief lange periode beschikbaar zijn om coördinaten met de vereiste precisie te kunnen berekenen (in de orde van een uur of langer). Als benaderde positie, nodig voor de basislijnberekening, worden bij voorkeur bekende coördinaten van één van beide basislijnpunten gebruikt. Dit kunnen de coördinaten van een aansluitingspunt zijn. Voor niet-aansluitingspunten is het mogelijk om deze coördinaten te berekenen met behulp van reeds berekende basislijnen naar een aansluitingspunt.

De basislijnberekening bestaat uit twee stappen, voorafgegaan door een voorbewerkingsstap. Bij deze berekeningen spelen de volgende combinaties (verschillen) van de fasewaarnemingen een rol:

- *Single differences*: verschillen tussen fasen van twee ontvangers, betrekking hebbend op dezelfde satelliet.
- *Double differences*: verschillen tussen twee single differences, betrekking

hebbend op twee verschillende satellieten. De double differences, die dus betrekking hebben op twee ontvangers en twee satellieten, worden gebruikt voor de eigenlijke basislijnberekening.
- *Triple differences*: verschillen tussen double differences van verschillende tijdstippen.
  In de voorbewerkingsstap wordt de zogenaamde *triple difference* oplossing berekend. Deze oplossing wordt gebruikt voor het ontdekken van mogelijke *cycle slips*, maar heeft een geringe precisie.

De basislijnberekening bestaat uit de volgende twee stappen:
- Berekening van de *double difference float* oplossing. In deze oplossing worden de meerduidigheden als reële getallen opgelost.
- Berekening van de *double difference fixed* oplossing. Hier worden de meerduidigheden als gehele getallen behandeld. Deze oplossing heeft de beste precisie. Vaak wordt ook een alternatieve oplossing voor de meerduidigheden bepaald (de één na beste oplossing). Vergelijking tussen de beste en de één na beste oplossing maakt een uitspraak mogelijk over de betrouwbaarheid van de beste oplossing.

C.6 Statische en kinematische meetmethoden

Er wordt onderscheid gemaakt tussen statische en kinematische plaatsbepalingsmethoden. Bij de statische methoden meten twee of meer vast opgestelde ontvangers gedurende een bepaalde periode. Voor precieze relatieve plaatsbepaling moeten de meerduidigheden worden bepaald (dat wil zeggen dat het gehele aantal golflengten tussen satelliet en ontvanger moet worden bepaald; in het Engels wordt dit de *ambiguity resolution* genoemd). De benodigde meetduur hangt af van factoren als de lengte van de basislijn, het aantal waargenomen satellieten, de satellietgeometrie en de stand van de satellieten ten opzichte van de ontvanger. Afhankelijk van deze factoren is met speciaal hiervoor ontwikkelde algoritmen een snelle statische meetmethode mogelijk waarbij de meetduur korter is dan 20 minuten. De kortst mogelijke meettijden hangen vooral af van de lengte van de basislijn en liggen in de orde van grootte van 1 minuut. Deze methode wordt *kort-statisch* (*rapid-*, *fast-*, *short-* of *quick-static*) genoemd. De lengte van de basislijn is daarbij gewoonlijk beperkt tot 10 à 15 km.

Bij de relatieve kinematische meetmethoden is er minstens één mobiele ontvanger die maximaal enkele minuten op een te bepalen punt wordt opgesteld en minstens één ontvanger die langere tijd op één punt meet. De fasemeerduidigheid wordt voor het begin van de eigenlijke metingen bepaald, bijvoorbeeld door het (kort-)statisch meten van een basislijn. Dit wordt de initialisatie genoemd. Vervolgens worden met de mobiele ontvanger de te meten punten bezocht. Tijdens de verplaatsing dienen steeds minimaal vier satellieten onafgebroken gemeten te worden, zodat de eerder bepaalde meerduidigheden geldig blijven. Lukt het niet ook tijdens de verplaatsing de signalen van vier of meer satellieten te registreren, dan spreekt men van *loss of lock*. In dat geval moet de meerduidigheid opnieuw worden bepaald, wat kan door bijvoorbeeld opnieuw korte tijd op te stellen op het laatst gemeten punt.
De precisie die met kinematische methoden met fasemetingen mogelijk is, ligt op centimeter niveau.

De hiervoor beschreven kinematische meetmethode waarbij de mobiele ontvanger één tot twee minuten op een punt wordt opgesteld, wordt wel *semi-kinematisch* of *stop and go* genoemd. Voor navigatie worden volledig kinematische meetmethoden toegepast. Daarbij is de mobiele ontvanger steeds in beweging. In geval van *loss of lock* worden algoritmen toegepast waarbij de meerduidigheden in korte tijd kunnen worden opgelost, waarbij de ontvanger in beweging kan zijn. Deze techniek wordt *on-the-fly ambiguity resolution* genoemd. Wordt de positie van de mobiele ontvanger (vrijwel) op het moment van meten berekend, dan spreekt men van *real-time kinematic*. Bij relatieve plaatsbepaling is daarvoor communicatie tussen de mobiele en de vaste ontvanger noodzakelijk. De registraties van de vaste ontvanger moeten immers naar de mobiele ontvanger worden gezonden en worden daar direct tot relatieve posities worden verwerkt. Wordt real-time relatieve plaatsbepaling met code-waarnemingen uitgevoerd, dan is meter-precisie mogelijk en spreekt men van DGPS. DGPS wordt bijvoorbeeld gebruikt voor de navigatie tijdens de fotovlucht.

In tabel C.2 is een overzicht opgenomen van de verschillende GPS-meetmethoden voor de landmeetkunde.

meetmethode	precisie (orde van grootte)	karakteristieken
statisch	0,1 tot 1 ppm	lange meettijd (ca. 1 uur) basislijnlengte vrijwel onbegrensd
kort-statisch	1 ppm	korte meettijd (1 tot 20 min.) basislijnlengte < 10 km
semi-kinematisch real-time-kinematisch	1 tot 10 ppm	korte meettijd (tot enkele minuten) initialisatie nodig (bepaling fasemeerduidigheden) continue ontvangst van minstens 4 satellieten

Tabel C.2: Overzicht van de GPS-meetmethoden.

C.7 Precisie en betrouwbaarheid

Zoals uit de tabellen C.1 en C.2 blijkt, kunnen GPS-waarnemingen een zeer hoge precisie hebben. De hoge precisie van de waarnemingen is echter nog geen garantie voor een hoge precisie van de gezochte (relatieve) positie. Deze precisie is namelijk mede afhankelijk van de plaats van de satellieten ten opzichte van de ontvanger. De verhouding tussen de standaardafwijking van een uit de waarnemingen berekende grootheid (σ) en de standaardafwijking van de waarnemingen (σ_0) wordt DOP (*Dilution Of Precision*) genoemd:

$$\sigma = \mathrm{DOP} \times \sigma_0 \quad .$$

Er zijn verschillende soorten DOP's gedefinieerd:

- GDOP Geometric DOP (positie en tijd);
- PDOP Position DOP (alleen positie);
- RDOP Relative DOP (relatieve positie);

- TDOP Time DOP (tijd);
- HDOP Horizontal DOP (horizontale positie);
- VDOP Vertical DOP (hoogte).

De DOP die in de landmeetkunde het meest gebruikt wordt is de PDOP. De PDOP is als volgt gedefinieerd:

$$\mathrm{PDOP} = \frac{\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2}}{\sigma_0} \quad ,$$

met σ_X, σ_Y en σ_Z de standaardafwijkingen van de coördinaten van de positie. Aangezien in de landmeetkunde relatieve plaatsbepaling met GPS gebruikelijker is, ligt het gebruik van de RDOP meer voor de hand:

$$\mathrm{RDOP} = \frac{\sqrt{\sigma_{\Delta X}^2 + \sigma_{\Delta Y}^2 + \sigma_{\Delta Z}^2}}{\sigma_0} \quad ,$$

met $\sigma_{\Delta X}$, $\sigma_{\Delta Y}$, $\sigma_{\Delta Z}$ de standaardafwijkingen van de coördinaatverschillen van een basislijn.

Hoewel de PDOP voor absolute plaatsbepaling (navigatie) is bedoeld kan deze kwaliteitsindicator met enige voorzichtigheid in de landmeetkunde worden gebruikt. Aan de PDOP worden beperkingen opgelegd zodat de mogelijke precisie van de (relatieve) plaatsbepaling niet onder een bepaald niveau zal zakken. De maximale PDOP kan bijvoorbeeld op 6 worden gesteld. In de praktijk komt het er op neer dat op bepaalde tijden van de dag langer gemeten moet worden. Deze periodes zijn van tevoren te berekenen doordat de posities van de satellieten op ieder moment (bij benadering) bekend zijn. Om inzicht te krijgen in het verloop van de PDOP wordt een planningsprogramma gebruikt. Sinds in 1993 alle 24 geplande GPS-satellieten actief werden, zijn er nog maar weinig periodes waarin de PDOP te groot is voor landmeetkundige toepassingen van GPS. Aangezien de meetduur zo kort is geworden dat deze periodes niet altijd worden overbrugd, blijft het van belang om de PDOP als kwaliteitsindicator in de gaten te houden, om zo de feitelijk benodigde meetduur te kunnen bepalen.

Betrouwbaarheid van positiebepaling met GPS kent twee aspecten. Ten eerste de betrouwbaarheid van de GPS-waarneming, dat wil zeggen de fasemeting en de daaruit afgeleide basislijn. Ten tweede de betrouwbaarheid van de op basis van deze waarnemingen bepaalde coördinaten. Fouten in de waarnemingen kunnen worden ontdekt door de fasemetingen van meer dan vier satellieten te combineren en door per satelliet meerdere fasemetingen te gebruiken voor de berekening van de basislijncomponenten. Voor de betrouwbaarheid in deze fase is men afhankelijk van de toetsing zoals die in de programmatuur voor de basislijnberekening is geïmplementeerd. Door de automatisering en de grote overtalligheid is er meestal sprake van een goede betrouwbaarheid.

Veel foutenbronnen die bij fasemeting optreden, worden grotendeels geëlimineerd wanneer relatief gemeten wordt over korte afstanden. Dergelijke foutenbronnen zijn bijvoorbeeld de invloed van de atmosfeer en onnauwkeurigheden in de baangegevens die door de satellieten worden uitgezonden. De foutenbronnen die niet geëlimineerd worden zijn fasesprongen (*cycle slips*) en *multi-*

path effecten. Een fasesprong kan optreden als gevolg van een (korte) onderbreking van het signaal. De meerduidigheid heeft voor en na de sprong een andere waarde. In het algemeen is de programmatuur voor de verwerking van de metingen in staat een fasesprong te detecteren en vaak ook te 'repareren' (*cycle slip fixing*).
Multi-path effecten ontstaan door reflectie van de GPS-signalen in de omgeving van de ontvanger, waardoor een GPS-signaal de ontvanger langs meerdere wegen bereikt. Reflectie kan bijvoorbeeld optreden op een metalen vlak, een hekwerk of de grond rond de ontvanger. Multi-path dient te worden vermeden door een opstelpunt te kiezen in een reflectie-arme omgeving en door gebruik te maken van een antenne met grondplaat. In landmeetkundige toepassingen kunnen de fouten als gevolg van multi-path oplopen tot ongeveer 5 cm. Multi-path kan moeilijker worden ontdekt naarmate korter gemeten is. Een veranderende satellietgeometrie leidt tot andere reflecties of het uitblijven daarvan.

De betrouwbaarheid van de coördinaten van grondslagpunten die met GPS zijn gemeten, wordt gewaarborgd door toetsing tijdens de vereffening van het vrije netwerk van basislijnen. Of een dergelijk netwerk voldoende betrouwbaarheid biedt, kan worden geverifieerd met behulp van een sterkteberekening voordat de meting plaats heeft.

Appendix D - Digitaliseren van grafische informatie

D.1 Inleiding

Door het digitaliseren van grafische informatie op kaarten, foto's en andere beelddragers wordt deze analoge informatie geconverteerd ofwel omgezet in een digitale vorm.
In deze appendix wordt nader ingegaan op de apparatuur voor het digitaliseren en op de verschillende werkprocessen. Hierbij komen met name de geometrische kwaliteitsaspecten aan de orde.

D.2 Apparatuur en werkprocessen

Afhankelijk van de wijze waarop de ligging van een afbeelding wordt bepaald en vastgelegd kan voor het digitaliseren van grafische informatie een onderscheid worden gemaakt in de navolgende drie soorten apparatuur:

- *Coördinatenlezers*
  Hierbij worden karakteristieke punten van een afbeelding door een operateur geselecteerd en handmatig met een meetmerk ingesteld waarna coördinaten van dit punt automatisch worden gemeten en geregistreerd. Een coördinatenlezer wordt ook wel digitaliseertafel, 'digitizer' of 'tablet' genoemd.
- De zogenaamde *line-followers*
  Hierbij stelt een operateur een sensor globaal in boven een lijn. Vervolgens wordt automatisch het verloop van een lijn afgetast en worden coördinaten van het midden van de lijn geregistreerd.
- *Scanners*
  Met een scanner wordt de gehele beelddrager volledig automatisch afgetast waarbij per beeldelement (ofwel 'pixel') een waarde voor de zwarting wordt bepaald en geregistreerd in een rasterbestand.

In de meeste situaties zal tijdens of na het digitaliseren nog informatie moeten worden toegevoegd voor het specificeren en relateren van geometrische primitieven zoals punten, lijnen en pixels. Zo zal bijvoorbeeld de soort en de vorm van een verbinding tussen punten moeten worden benoemd of zullen objecten moeten worden gedefinieerd met inbegrip van de aan dat object gerelateerde gegevens. Daarnaast zullen vaak ook rekenkundige bewerkingen moeten worden uitgevoerd. Met de bestaande systemen kunnen relaties en rekenkundige bewerkingen eenvoudiger worden toegepast in een bestand met punten en lijnen dan in een rasterbestand met pixels. Om die reden wordt een rasterbestand van een lijnenkaart vaak *gevectoriseerd* voordat er verdere bewerkingen mee worden uitgevoerd. Bij het vectoriseren worden coördinaten van afzonderlijke markante punten afgeleid uit de ligging van beeldelementen en opgenomen in een nieuw bestand. De identificatie van punten, lijnen en begrenzingen van vlakken wordt hierbij gebaseerd op de onderlinge ligging van aansluitende beeldelementen met een vergelijkbare zwarting.

Voor het vectoriseren van een rasterbestand kunnen drie methoden worden onderscheiden:

- een handmatige selectie en instelling van markante punten in het rasterbeeld op een beeldscherm waarna coördinaten van het ingestelde punt worden bepaald (handmatig vectoriseren, ook wel digitaliseren vanaf het beeldscherm of 'heads-up digitizing' genaamd);
- een globale sturing van een meetmerk door een operateur in het rasterbeeld en een automatische instelling van punten per lijnelement (semi-automatisch of interactief vectoriseren);
- geheel automatisch vectoriseren zonder ingrijpen van een operateur.

Samenvattend kunnen de navolgende werkprocessen worden onderscheiden:

- handmatig digitaliseren met een coördinatenlezer;
- semi-automatisch digitaliseren met een line-follower;
- scannen;
- automatisch vectoriseren;
- handmatig vectoriseren;
- semi-automatisch vectoriseren.

In de hierna volgende paragrafen worden deze werkprocessen in de aangegeven volgorde behandeld.

D.3 Handmatig digitaliseren

D.3.1 Meetproces

Bij het handmatig digitaliseren wordt de beelddrager op het tafelblad van een coördinatenlezer bevestigd en worden de te digitaliseren punten en lijnen aangewezen met een meetmerk (ook wel cursor of meetloep genoemd) of een pen. Hierbij kan een nader onderscheid worden gemaakt tussen het zogenaamde *blind* digitaliseren en het *interactief* digitaliseren. Bij het interactief digitaliseren worden de resultaten direct getoond op een beeldscherm en kunnen de zichtbare fouten en gebreken direct worden hersteld. Een nadeel hierbij is dat de operateur zijn aandacht afwisselend moet richten op het digitaliseren en op het beeldscherm. Bij het blind digitaliseren moet een operateur zelf bijhouden wat al gedigitaliseerd is en moeten fouten achteraf worden hersteld. De operateur kan zich echter volledig concentreren op het digitaliseren.

Voor de keuze van de te digitaliseren punten bestaan verschillende opties. De knikpunten van rechte lijnen of de karakteristieke punten van een gebogen lijn kunnen worden geregistreerd op initiatief van de operateur nadat deze het meetmerk op een punt heeft ingesteld. Punten op gebogen lijnen kunnen ook automatisch worden geregistreerd na verloop van een instelbaar tijdsinterval of een afstandsinterval. Bij veel systemen bestaat ook de mogelijkheid om de registratie bij verloop van een tijdsinterval alleen uit te voeren als op dat moment ook het meetmerk verplaatst is over een grotere afstand dan het ingestelde afstandsinterval. Bij een automatische registratie moet een operateur continu het midden van de lijn volgen. Dit vereist een grote concentratie. Naarmate een lijn sterker gebogen is worden meer punten geregistreerd door, bij instelling van een tijdsinterval, de lijn langzamer te volgen of door vooraf een kleiner afstandsinterval in te stellen.

Een belangrijke optie tijdens het digitaliseren is de zogenaamde 'snap'-functie. Een operateur kan hiermee, als begin- of als eindpunt van een lijn, een knooppunt aanwijzen dat al eerder is gedigitaliseerd zodat voor een dergelijk punt in de verschillende lijnen identieke coördinaten worden geregistreerd.

D.3.2 Aanvullende gegevens en bewerkingen

Tijdens het handmatig digitaliseren kan een operateur coderingen toevoegen voor de nadere beschrijving van punten, lijnen en andere daaruit samengestelde objecten. Deze activiteit kan echter ook geheel of voor een deel in een latere fase worden uitgevoerd. Hierdoor wordt het digitaliseerproces ontlast en wordt de extra tijd voor de toevoeging van gegevens pas gespendeerd nadat eerst het resultaat van de digitalisering is beoordeeld en zonodig gecorrigeerd.

Daarnaast bestaan vaak diverse mogelijkheden om tijdens het digitaliseren correcties toe te passen op de coördinaten. Zo kan bijvoorbeeld de omtrek van gebouwen rechthoekig worden gemaakt of kunnen meerdere punten op één rechte lijn worden gebracht. Vaak zal het gedigitaliseerde resultaat nog verder moeten worden bewerkt, bijvoorbeeld getransformeerd of afgestemd op de inhoud van een andere kaart. In dat geval is het beter om dergelijke vormcorrecties niet tijdens het digitaliseren uit te voeren maar bij de latere bewerking, om een herhaling van correcties te voorkomen. Overigens zal een vormcorrectie alleen tot een verbetering van de onderlinge ligging van de betrokken punten leiden als de correctie gebaseerd is op feitenkennis of correcte aannames; zo zal het rechthoekig maken van een correct gedigitaliseerd scheef gebouw het resultaat niet verbeteren maar verslechteren.

D.3.3 Precisie van het digitaliseren

Bij het handmatig digitaliseren treedt er een verlies op van de precisie van de afbeelding door verschillende oorzaken. Deze oorzaken, de haalbare precisie en de mogelijkheden om de invloed van foutenbronnen te onderzoeken, te verminderen of te elimineren worden hierna beschreven.

Instelprecisie
Een operateur kan de ligging van een punt niet foutloos aanwijzen. De precisie van de aanwijzing is niet alleen afhankelijk van persoonlijke kwaliteiten maar ook van de constructie van het meetmerk en van de idealisatie van het punt in de afbeelding. Voor een parallaxvrije instelling moeten het meetmerk en de te digitaliseren afbeelding scherp en in één beeldvlak worden waargenomen. Hierbij wordt bij voorkeur een loep met een 2- tot 5-voudige vergroting toegepast. Onder ideale omstandigheden is een standaardafwijking in de aanwijzing van een punt haalbaar van 0,02 tot 0,03 mm voor een enkele coördinaat-richting. Bij slecht idealiseerbare punten (bijvoorbeeld ter plaatse van een scherpe snijding van twee lijnen) loopt deze standaardafwijking op tot 0,05 tot 0,07 mm. Bij een minder zorgvuldige instelling neemt de standaardafwijking toe tot 0,1 mm of meer. Bij een automatische registratie van coördinaten neemt de standaardafwijking voor de instelprecisie voor een enkele coördinaat-richting eveneens toe en wordt 0,06 tot 0,1 mm of meer, afhankelijk van de snelheid waarmee de lijn wordt gevolgd.

Voor het bereiken van goede resultaten is het gebruik van een pen voor de aanwijzing van punten ongeschikt.

Centrering van het meetmerk
Een verlies van precisie kan verder worden veroorzaakt doordat het meetmerk niet exact samenvalt met het elektronische meetpunt, meestal het middelpunt van een magneetspoel. Door het roteren van het meetmerk kan een punt in verschillende standen worden ingesteld. In een diametrale stand mogen de verschillen tussen de geregistreerde coördinaten van eenzelfde punt niet groter zijn dan de verschillen die optreden bij een herhaling van de registratie in dezelfde stand (zie ook hierna bij de reproduceerbaarheid). Dit is eenvoudig te controleren door hetzelfde punt in verschillende standen van het meetmerk te digitaliseren. Een excentriciteit van het meetmerk blijkt nu uit significante verschillen bij een diametrale stand van het meetmerk. In dit geval moet het meetmerk worden vervangen of eventueel gejusteerd.

Precisie van de coördinatenlezer
Een derde belangrijke oorzaak voor het verlies van precisie is de niet foutloze elektronische bepaling van de ligging van het meetpunt. Het coördinatenstelsel van een coördinatenlezer wordt gerepresenteerd door een rechthoekig dradenpatroon in het tafelblad. De positie van het meetpunt tussen twee evenwijdige draden wordt elektronisch geïnterpoleerd. De precisie van de coördinaten is hierdoor afhankelijk van de precisie van de ligging van de draden en de precisie waarmee de ligging van het meetpunt tussen twee draden wordt geïnterpoleerd. Het scheidend vermogen, ook wel de *resolutie*, van een coördinatenlezer komt overeen met het quotiënt van de afstand tussen twee draden en het aantal punten dat tussen twee draden kan worden geïnterpoleerd. De *registratie-eenheid* waarin de coördinaten worden geregistreerd komt vaak overeen met de resolutie. Maar bij een resolutie van bijvoorbeeld 0,001 inch kan ook een registratie plaatsvinden in eenheden van 0,01 of 0,02 mm. De resolutie en de registratie-eenheid zijn per definitie geen maat voor de standaardafwijking van een coördinaat. Voor een optimaal resultaat moeten zowel de resolutie als de registratie-eenheid niet groter zijn dan 0,02 mm, omdat onder optimale omstandigheden een punt instelbaar is met een standaardafwijking van 0,02 mm.

De precisie waarmee de coördinaten van de positie van het meetpunt worden bepaald kan worden onderzocht. Hierbij kunnen een aantal aspecten afzonderlijk worden geanalyseerd.

- De *reproduceerbaarheid* kan worden gedefinieerd als de standaardafwijking van de coördinaatverschillen voor een enkele coördinaat-richting ten opzichte van het gemiddelde wanneer eenzelfde punt bij herhaling wordt gedigitaliseerd. Hiertoe kunnen bijvoorbeeld twee maatlatten of tekenhaken op het tafelblad worden bevestigd waarna de behuizing van het meetmerk bij herhaling en in eenzelfde stand hier tegenaan wordt geschoven en de positie van het meetmerk wordt geregistreerd. De reproduceerbaarheid wordt vooral bepaald door de precisie waarmee de positie van het meetpunt wordt geïnterpoleerd. Het verdient aanbeveling om de metingen te herhalen op verschillende plaatsen, met name aan de buitenzijde van het tafelblad. Dit onderzoek moet ook worden uitgevoerd als bijzondere beelddragers worden verwerkt omdat de dikte en materiaalsoort van invloed kunnen zijn op de reproduceerbaarheid.
  Een acceptabele waarde voor de reproduceerbaarheid is 0,03 mm.

- De *stabiliteit* kan worden gedefinieerd als de standaardafwijking van de coördinaatverschillen wanneer eenzelfde punt bij herhaling wordt gedigitaliseerd na verloop van enkele uren en op verschillende dagen. De stabiliteit is dus de reproduceerbaarheid op langere termijn. Hierbij geldt verder hetzelfde als hiervoor is gesteld bij de reproduceerbaarheid.
- De *precisie van de coördinatenlezer* is de resultante van de precisie van de ligging van het dradenpatroon, de precisie van de interpolatie, de reproduceerbaarheid en de stabiliteit. De precisie kan worden onderzocht door een zeer nauwkeurig aangebracht puntenveld (standaardafwijking kleiner dan 0,02 mm) op een maatvaste beelddrager na te meten. Dit puntenveld moet regelmatig verdeeld zijn over het gehele werkoppervlak en de afzonderlijke x- en y-coördinaten moeten regelmatig verdeeld zijn langs de coördinaatassen van de coördinatenlezer. De gedigitaliseerde coördinaten (in het W-puntenveld) moeten worden vergeleken met de gegeven coördinaten (in het Z-puntenveld). Hiervoor wordt een aansluitingsvereffening op basis van de Helmert-transformatie uitgevoerd. Hierbij worden de gegeven coördinaten van het testbeeld (het Z-puntenveld) niet stochastisch verondersteld (zie § 4.4.3). Een schatting van de variantie van de residuen van de coördinaten na vereffening wordt nu bepaald uit:

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}((u_i - \hat{u}_i)^2 + (v_i - \hat{v}_i)^2)}{2n - 4} \quad ,$$

met:

n het aantal gedigitaliseerde punten;
u_i, v_i de gedigitaliseerde coördinaten van punt i;
$\hat{u}_i, \hat{v}_i$ de vereffende coördinaten van punt i in het w-stelsel.

De residuen na vereffening ($u_i - \hat{u}_i$ en $v_i - \hat{v}_i$) zijn niet alleen afhankelijk van de precisie van de coördinatenlezer (σ_D) maar ook van de instelprecisie (σ_I) en de precisie van het gegeven puntenveld (σ_Z). De variantie $\hat{\sigma}_e^2$ is nu een goede schatting voor de som van de varianties $\sigma_D^2 + \sigma_I^2 + \sigma_Z^2$ zodat de standaardafwijking van de coördinatenlezer σ_D volgt uit:

$$\sigma_D = \sqrt{\hat{\sigma}_e^2 - \sigma_I^2 - \sigma_Z^2} \quad .$$

De instelprecisie kan worden bepaald door de standaardafwijking σ_{I+R} te bepalen van de coördinaatverschillen bij een herhaalde handmatige instelling van eenzelfde punt en vervolgens de invloed van de reproduceerbaarheid (σ_R, bepaald als hiervoor is beschreven) te elimineren. De standaardafwijking voor de instelprecisie σ_I volgt nu uit:

$$\sigma_I = \sqrt{\sigma_{I+R}^2 - \sigma_R^2} \quad .$$

De residuen na de vereffening op basis van de Helmert-transformatie worden getoetst. Hierbij wordt tevens nagegaan of er een significant verschil in precisie bestaat in de afzonderlijke coördinaatrichtingen en of er een significante schaalafwijking of een affiene vervorming aanwezig is (schaalverschil tussen de assen en/of een afwijking van de loodrechte stand van de coördinaatassen). Uit een grafische presentatie van de residuen kan verder een sys-

tematische samenhang blijken die kan wijzen op plaatselijke afwijkingen in de ligging van het dradenpatroon of periodieke afwijkingen als gevolg van systematische fouten bij de elektronische interpolatie van het meetmerk (zie ook § 4.7).
Wanneer de precisie van het gegeven puntenveld onvoldoende of onbekend is, kan het puntenveld ook tweemaal worden nagemeten waarbij voor de tweede meting de beelddrager een kwartslag wordt gedraaid. De Helmert-transformatie wordt nu uitgevoerd met de coördinaten van de twee metingen als afzonderlijke puntenvelden waarbij één van de puntenvelden als niet stochastisch wordt beschouwd. De residuen zijn in dit geval de resultante van de dubbele invloed van stochastische afwijkingen. Bij deze controle-methode worden wel affiene vervormingen opgespoord (schaalverschil tussen de assen en het niet onderling loodrecht zijn van de coördinaatassen) maar bijvoorbeeld geen absoluut schaalverschil of een symmetrische kussen- of tonvormige vervorming. Na het elimineren van de invloed van affiene vervormingen op de residuen wordt $\hat{\sigma}_e^2$ bepaald als hiervoor is aangegeven en volgt de standaardafwijking van de coördinatenlezer σ_D uit:

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{2}\hat{\sigma}_e^2 - \sigma_I^2} \quad .$$

Er zal nu voor σ_D in het algemeen een iets te optimistische waarde worden verkregen. Daarom verdient het de voorkeur om de controle van de precisie uit te voeren aan de hand van een puntenveld met nauwkeurig bekende coördinaten zoals hiervoor is beschreven.

De precisie van een coördinatenlezer dient regelmatig, bijvoorbeeld eens per kwartaal, te worden gecontroleerd. De systematische, niet-stochastische afwijkingen kunnen soms geheel of voor een deel door de leverancier worden geëlimineerd door het justeren van de elektronica of door het corrigeren van de tafelcoördinaten op basis van kalibratie-gegevens. Bij een significante afwijking van de door de leverancier gespecificeerde precisie dient de coördinatenlezer te worden gereviseerd of vervangen.

Rek en krimp

Een laatste oorzaak voor het verlies van precisie is de rek en krimp van de beelddrager als gevolg van veranderingen in temperatuur en vochtigheid tijdens het digitaliseren, met name wanneer dit meerdere uren duurt. In een goed geconditioneerde werkruimte kan dit effect worden geminimaliseerd. Bij beelddragers die gevoelig zijn voor rek en krimp moeten vóór, ná en tijdens het digitaliseren ten minste 4 controlepunten worden gedigitaliseerd en vergeleken met voorgaande resultaten. De punten worden gekozen rondom de te digitaliseren afbeelding en kunnen bijvoorbeeld samenvallen met aansluitingspunten. Bij een significante verandering van de coördinaten worden transformatieparameters voor een affiene transformatie berekend. De gedigitaliseerde coördinaten worden nu gecorrigeerd door het uitvoeren van een affiene transformatie met transformatieparameters die evenredig met het tijdsverloop worden geïnterpoleerd.

D.3.4 Precisie van gedigitaliseerde coördinaten

De standaardafwijking van een gedigitaliseerde coördinaat van een punt i is (zie § 9.4.5):

$$\sigma_i = \sqrt{c_0 + (\sigma_d \times S_d)^2 + \bar{d}_i^2} \quad [\text{cm}] \quad ,$$

met:

c_0 parameter voor de puntprecisie van de analoge kaart in [cm^2];
σ_d de standaardafwijking van de digitalisering in [cm];
S_d het schaalgetal van het gedigitaliseerde kaartblad;
$\bar{d}_i$ de standaardafwijking voor de idealisatieprecisie van punt i in [cm].

Bij het handmatig digitaliseren met een coördinatenlezer wordt de standaardafwijking van de digitalisering in hoofdzaak bepaald door de precisie waarmee de punten worden ingesteld (σ_I) en de precisie van de coördinatenlezer (σ_D) zodat de standaardafwijking van de digitalisering is:

$$\sigma_d = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_D^2} \quad .$$

Een kwalitatief hoogwaardige en goed gejusteerde coördinatenlezer heeft (huidige stand van zaken) een standaardafwijking van 0,04 mm. De precisie van een dergelijke coördinatenlezer is in de meeste situaties verwaarloosbaar ten opzichte van de precisie van de oorspronkelijke afbeelding (bijvoorbeeld 0,15 mm of meer) en ook gering in vergelijking met de standaardafwijking voor de instelprecisie (±0,05 mm maar méér wanneer minder zorgvuldig wordt gewerkt). Bij het handmatig digitaliseren is de vermindering van de precisie daardoor meestal voor het grootste deel afhankelijk van de zorgvuldigheid waarmee punten worden ingesteld door een operateur.

D.4 Semi-automatisch digitaliseren

Bij het semi-automatisch digitaliseren wordt gebruik gemaakt van een door de operateur gecontroleerde lijnvolging. De beelddrager bevindt zich ook hier op een tafel of tablet. Er bestaan twee principes voor de methode van lijnvolging:

- De operateur beweegt het meetmerk grof over een lijn (een rechte of een kromme). Sensoren in het meetmerk meten de zwarting van de lijn en het midden van de lijn wordt automatisch bepaald.
- Het meetmerk is mechanisch beweegbaar langs de beweegbare as van een horizontaal opgestelde digitaliseertafel. Nadat een operateur het meetmerk heeft ingesteld op een lijn wordt automatisch het midden van de lijn gevolgd met behulp van sensoren die twee servo-motoren aansturen voor de juiste beweging van het meetmerk.

Bij het semi-automatisch digitaliseren kunnen knooppunten van lijnen worden herkend en kan het systeem zelf aangeven in welke knooppunten nog lijnen moeten worden gedigitaliseerd. Er worden coördinaten geregistreerd van alle knooppunten en verder van tussenliggende punten na verloop van een instelbaar tijdsinterval of een afstandsinterval. In een vervolgproces kunnen overbodige punten op een rechte lijn worden geëlimineerd.

Bij scherpe hoeken in een veelhoek (< 75°), bij een snijding van lijnen onder een kleine hoek (< 15°) en bij een geringe afstand tussen lijnen (< 0,05 mm) kan de automatische lijnvolging worden verstoord en zal een operateur fouten moeten herstellen en moet de lijnvolging opnieuw worden ingesteld. De precisie van dergelijke systemen is vergelijkbaar met die van kwalitatief hoogwaardige coördinatenlezers (0,04 mm). De instelprecisie is niet afhankelijk van de zorgvuldigheid van de operateur maar van de gevoeligheid van de sensoren en de snelheid waarmee een lijn wordt afgetast. Deze standaardafwijking voor de instelprecisie (in dit geval ook wel de 'dynamische' precisie genoemd), kan bij een aftastsnelheid van 1 m/minuut oplopen tot 0,1 mm. Bij lage snelheden is echter een betere precisie haalbaar dan bij het handmatig digitaliseren. Vanwege de relatief hoge kostprijs en de doorlopend vereiste intensieve aandacht van een operateur wordt de semi-automatische digitalisering slechts beperkt toegepast in specifieke situaties, meest industriële toepassingen, waarbij een hoge precisie is vereist. Afgezien van de precisie biedt deze methode echter geen voordelen in vergelijking met andere methoden voor het digitaliseren van een kaart. Daarom wordt deze methode hier niet verder behandeld.

D.5 Scannen

D.5.1 Meetprincipe

Bij het scannen van een analoge afbeelding wordt de beelddrager afgetast met behulp van een sensor. Als sensoren worden meestal CCD's (Charge-Coupled Devices) toegepast. Een CCD-sensor bestaat uit een groot aantal lichtgevoelige cellen. Als gevolg van de lichtinval wordt door de sensor een elektrisch signaal opgewekt waarvan de sterkte afhankelijk is van de gemiddelde zwarting van het beeld. Dit signaal wordt versterkt en omgezet in een digitale waarde voor de zwarting. Op basis van een keuzemodel voor de relatie tussen de mate van zwarting en grijswaarden ('look-up'-tabel) wordt vervolgens een grijswaarde gekwantificeerd. Deze grijswaarde wordt per beeldelement (ofwel 'pixel') opgeslagen in een rasterbestand. Een rasterbestand kan worden beschouwd als een matrix waarin voor ieder element de grijswaarde is vastgelegd. De beeldelementen beslaan gezamenlijk een ononderbroken naadloos rasterbeeld.
Voor elk beeldelement wordt een bepaald deel van de afbeelding afgetast om te komen tot representatieve grijswaarden. De begrenzing van de aftasting moet globaal overeen komen met de begrenzing van het beeldelement. Aftasting van een te groot deel van de afbeelding kan onscherpte en contrastvermindering veroorzaken in het rasterbeeld; bij aftasting van een te klein deel ontstaat het risico dat informatie verloren gaat. Bij geringe symmetrische afwijkingen tussen beide begrenzingen is er echter geen storende invloed op de kwaliteit van het rasterbeeld.

Om geen informatie verloren te laten gaan, zal de afmeting van een beeldelement klein genoeg moeten zijn om alle details en de dunste lijnen nog afzonderlijk te kunnen onderscheiden. Met bepaalde sensoren kunnen gelijktijdig meerdere beeldelementen worden gescand maar dit is in het algemeen niet voldoende om een gehele afbeelding in één belichting te kunnen scannen. Daarom wordt in die situatie een sensor langs de beelddrager bewogen of de beelddrager langs de sensor. De sensor en beelddrager kunnen ook beide ten opzichte van

elkaar worden bewogen in twee loodrecht op elkaar staande richtingen. Hierdoor wordt de afbeelding stapsgewijs gescand. De verplaatsing in elke stap dient te corresponderen met het aantal beeldelementen dat gelijktijdig wordt gescand zodanig dat een naadloos eindresultaat ontstaat. Afwijkingen in de positie van de sensor zullen hierbij geometrische vervormingen veroorzaken in het rasterbeeld.

Bij scanners wordt onderscheid gemaakt in de geometrische precisie en de radiometrische precisie.
De geometrische precisie van een scanner is afhankelijk van:
- de geometrische resolutie, in dit geval de afmeting van een beeldelement;
- de precisie van de positie van de sensor tijdens het scannen;
- de relatieve precisie van de ligging van beeldelementen voor zover deze gelijktijdig worden gescand.

De radiometrische precisie is voornamelijk afhankelijk van:
- de gevoeligheid van de sensor ofwel de radiometrische resolutie;
- het aantal bits dat voor de registratie van een grijswaarde wordt toegepast.

D.5.2 Resoluties en rasterbestanden

De geometrische resolutie van scanners varieert van ±200 dpi (dots per inch) tot ±5000 dpi. Dit komt ongeveer overeen met 8 tot 200 beeldelementen per mm ofwel een resolutie van ruim 100 μm tot ±5 μm. Bij veel scanners is de resolutie instelbaar. Deze resolutie moet zodanig worden gekozen dat de te scannen details in het rasterbestand afzonderlijk herkenbaar zijn. Dit kan worden bereikt met een resolutie waarbij de afmeting van een beeldelement ten minste tweemaal zo klein is als de afmeting van het kleinste detail van de te scannen afbeelding.
Met het menselijk oog kunnen 50 tot 60 grijswaarden worden onderscheiden. Met een goede scanner moet een dergelijke radiometrische resolutie ook haalbaar zijn. Bij veel scanners wordt de grijswaarde vastgelegd in 8 bits (256 mogelijke grijswaarden).
Een afbeelding in kleur wordt gescand door voor elk beeldelement de zwarting te meten per kleurband voor de basiskleuren rood, groen en blauw. Per beeldelement worden dan meestal 24 bits (3 × 8 bits) benut voor de registratie van grijswaarden. Bij bepaalde toepassingen (bijvoorbeeld drukwerk) worden per beeldelement soms grijswaarden voor vier kleurbanden bepaald.

Afhankelijk van de wijze waarop grijswaarden worden vastgelegd kunnen nu drie types rasterbestanden worden onderscheiden.
- Een grijswaarden-bestand als resultaat van een grijswaarden-scan. Hierbij wordt een relatief groot aantal grijswaarden onderscheiden. Een dergelijk bestand kan bijvoorbeeld worden aangemaakt bij het scannen van een halftoon-beeld, zoals een foto.
- Een kleuren-bestand als resultaat van een kleuren-scan. Een kleurenbestand is een bijzondere vorm van een grijswaarden-bestand waarbij per beeldelement grijswaarden worden bepaald voor elke te onderscheiden kleurband.
- Een zwart/wit-bestand als resultaat van een zwart/wit-scan ofwel een binaire scan. Per beeldelement worden nu slechts twee mogelijke grijswaarden

onderscheiden, een '0' of een '1' (respectievelijk voor wit en voor zwart of omgekeerd).

D.5.3 Apparatuur

Sensoren voorscanners kunnen worden onderscheiden in de navolgende typen:
- typen met één beeldelement, ofwel een puntsensor;
- typen met een lijn-sensor (array-sensor) waarbij gelijktijdig meerdere op een rij gelegen beeldelementen worden gescand;
- typen met een vlak-sensor (area-sensor); dit is een CCD-chip waarmee gelijktijdig alle beeldelementen in een rechthoekig vlak worden gescand.

Een indeling van apparatuur kan verder worden gemaakt naar de wijze van aftasting:
- Bij drum-scanners wordt de beelddrager op een cilinder bevestigd. De afbeelding wordt in de richting loodrecht op de as van de cilinder afgetast door het ronddraaien van de cilinder langs de sensor terwijl de aftasting in de richting evenwijdig aan de as wordt gerealiseerd door een mechanische verplaatsing van de sensor langs de cilinder. De maximale afmeting van de beelddrager wordt bepaald door de lengte en de omtrek van de cilinder.
- Bij flatbed-scanners wordt de beelddrager op een vlakke plaat gelegd. Bij geringe afmetingen wordt de beelddrager soms met een vlak-sensor in één belichting gescand (bijvoorbeeld bij het scannen van micro-fiches) maar bij grotere afmetingen worden de sensor en de beelddrager mechanisch ten opzichte van elkaar verplaatst. De maximale afmeting van de beelddrager wordt hierbij bepaald door de afmeting van de plaat.
- Bij wals-scanners wordt de beelddrager mechanisch via een wals over de volledige breedte langs een lijnsensor verplaatst. De maximale breedte van de beelddrager wordt bepaald door de lengte van de wals; de maximale lengte van de beelddrager is in principe onbeperkt.
- Bij hand-scanners is een lijnsensor verbonden aan een roller die handmatig in één richting over de beelddrager wordt verplaatst; deze scanners hebben een beperkte precisie en kunnen alleen afbeeldingen met een beperkte breedte (10 tot 20 cm) scannen.

Voor het nauwkeurig scannen van kaarten en foto's wordt meestal een drum-scanner toegepast.

D.5.4 Scan-proces en bewerking van de gegevens

Afhankelijk van de doelstelling en de vereiste precisie en afhankelijk van de inhoud en kwaliteit van de afbeelding moeten voorafgaand aan het scannen specificaties worden vastgesteld voor de gewenste geometrische resolutie en voor het kwantificeren en vastleggen van grijswaarden.
Tijdens of na het scannen kunnen verdere bewerkingen worden uitgevoerd met betrekking tot de radiometrie, de geometrie en de opslag van gegevens.

Specificaties voor het scannen
Voor het scannen van luchtfoto's zijn in § 7.2.3 vuistregels, controles en verdere bewerkingen met betrekking tot de geometrie en de radiometrie gespecificeerd.

Voor het scannen van een lijnenbeeld moet de afmeting van een beeldelement ongeveer driemaal kleiner zijn dan de dikte van de dunste lijnen. Bij een lijndikte van 0,15 mm is bijvoorbeeld een scanner met een resolutie van 400 tot 800 dpi vereist (±30 tot 60 μm). Hierdoor zullen ter plaatse van een lijn ten minste twee aansluitende beeldelementen een maximale grijswaarde hebben. Voor zover de resolutie niet instelbaar is moet een scanner worden gebruikt met een resolutie die voldoet aan of beter is dan de vereiste resolutie.

Naast de geometrische resolutie is met name de precisie van de positionering van de sensor bepalend voor de geometrische kwaliteit. Doorgaans zal de vermindering van de precisie als gevolg van het scannen moeten worden beperkt. Voor een goed resultaat zal de toegestane maximale afwijking in de positie van een lijn bijvoorbeeld kleiner moeten blijven dan de dikte van de dunste lijnen. In dat geval is bij een lijndikte van 0,15 mm een geometrische precisie vereist van 50 μm of beter. Wanneer de geometrische precisie en de volledigheid van het resultaat geen rol spelen kunnen uiteraard minder hoge eisen worden gesteld.

De radiometrische precisie van de scanner is met name bij een binaire scan van een lijnenkaart minder kritisch. In die situatie wordt elke grijswaarde vergeleken met een drempelwaarde (threshold). Alle grijswaarden boven de drempelwaarde worden als '1' geregistreerd, de overige als '0'. Een belangrijke optie is de mogelijkheid om de frequentieverdeling van grijswaarden weer te geven in een histogram. Bij een binaire scan kan de drempelwaarde aan de hand van een dergelijk histogram worden gekozen. Sommige scanners bieden de mogelijkheid om een drempelwaarde automatisch te kiezen of om bij contrastverschillen (verschillen in belichting of vlekken in de afbeelding) voor deelgebieden afzonderlijke drempelwaarden te bepalen ('adaptive thresholding', ook wel dynamische drempelwaarde).

Bij het scannen van een kleurenkaart met een beperkt aantal discrete kleuren kan eveneens met een beperkte radiometrische resolutie worden gewerkt.
Wanneer contrasten en kleuren in het rasterbeeld niet zichtbaar mogen verslechteren of slechts minimaal mogen afwijken van de oorspronkelijke afbeelding moet een scanner worden toegepast waarmee (per kleurband) ten minste 100 verschillende grijswaarden kunnen worden onderscheiden.

Controles en beeldbewerking
Na het scannen kan het resultaat worden gepresenteerd op een beeldscherm en kan een visuele beoordeling plaatsvinden van het rasterbeeld waarbij met name de volledigheid, het contrast en de aanwezigheid van ruis worden nagegaan.
Alle details, met name de dunste lijnen moeten herkenbaar zijn en moeten in doorsnee per coördinaatrichting als regel minimaal twee beeldelementen omvatten met een maximale grijswaarde. In het rasterbeeld mogen geen strepen, banden of vlekken aanwezig zijn. Wanneer dergelijke afwijkingen de pixelstructuur volgen kan dit wijzen op fouten in de radiometrie of op systematische afwijkingen in de geometrie.
Het contrast in het rasterbeeld van een grijswaarden-scan kan worden verbeterd door het grijswaardebereik te vergroten (lineaire grijswaardetransformatie). Er bestaan voorts mogelijkheden om het contrast lokaal te corrigeren. Hierbij wordt in donkere delen van het beeld het grijswaardebereik vergroot door de lichtere delen in die omgeving lichter af te beelden met een lagere grijs-

waarde en in lichte delen wordt het grijswaardebereik vergroot door in de donkere delen een hogere grijswaarde toe te passen (Wallis filter).
Ruis is vaak herkenbaar aan de niet significante verschillen in grijswaarde van aansluitende beeldelementen met eenzelfde zwarting of aan enkele losse beeldelementen met een afwijkende grijswaarde. Geringe verschillen tussen grijswaarden kunnen deels worden geëlimineerd door het reduceren van het aantal te onderscheiden grijswaarden ('density slicing'). De ruis kan ook worden verminderd door de grijswaarde van de betreffende beeldelementen te vervangen door een grijswaarde die wordt afgeleid uit de grijswaarden van omliggende beeldelementen. Hiervoor bestaan diverse algoritmen (o.a. het Gauss-filter).
Bedacht moet worden dat door de correctie van grijswaarden de radiometrische informatie kan worden verminkt of dat informatie verloren kan gaan.

Geometrische correctie en transformatie
Bij scanners waar de sensor en de afbeelding ten opzichte van elkaar worden verplaatst kunnen geometrische afwijkingen ontstaan in het rasterbeeld. Wanneer de stapgrootte in één van de coördinaatrichtingen bijvoorbeeld niet exact overeenkomt met de afmeting van het aantal beeldelementen dat in die richting gelijktijdig wordt gescand zal het rasterbeeld affien worden vervormd. Wanneer met een sensor gelijktijdig meerdere beeldelementen worden gescand moet bovendien de onderlinge positie van de betreffende elementen in de sensor overeenkomen met de onderlinge positie van beeldelementen.
In § D.5.5 worden richtlijnen gegeven voor de opsporing van geometrische afwijkingen in het rasterbeeld. Voor het corrigeren van de geometrie bestaan in principe twee mogelijkheden: een mechanisch/optische kalibratie van de apparatuur en een correctie van de gescande gegevens met behulp van specifieke rekenmodules. De kalibratie van de apparatuur wordt doorgaans uitgevoerd door de fabrikant of leverancier. Programmatuur voor de correctie van gescande gegevens is niet altijd leverbaar.

Bij een geometrische correctie of bij een transformatie wordt het rasterbeeld in andere beeldelementen opgesplitst. De grijswaarden van deze beeldelementen moeten hierbij opnieuw worden bepaald. Dit proces heet herbemonstering of wordt aangeduid met de Engelse term 'resampling'. Omdat beeldelementen in het oorspronkelijke en het gecorrigeerde rasterbeeld niet samenvallen moeten nieuwe grijswaarden worden afgeleid uit de grijswaarden van omliggende beeldelementen. Hiervoor bestaan diverse interpolatiemethoden. Sommige methoden (de eenvoudigste en daardoor de snelste) kunnen onnauwkeurigheden veroorzaken in de ligging van de gecorrigeerde beeldelementen van maximaal een halve pixel.
Voor het bereiken van een bruikbaar resultaat kan het van belang zijn dat het rasterbeeld wordt getransformeerd of (zo mogelijk) aangesloten aan punten of elementen waarvan de positie bekend is in een gegeven coördinatenstelsel. Ook hierbij zal naast een transformatie voor de ligging van de beeldelementen een herziening van de grijswaarden moeten plaatsvinden. Wanneer verschillende rasterbestanden op elkaar moeten aansluiten is het daarnaast van belang dat gebruik kan worden gemaakt van een zogenaamde 'raster-editor' waarmee beeldelementen kunnen worden toegevoegd en verwijderd en waarmee grijswaarden kunnen worden aangepast voor het bereiken van een naadloos resultaat.

Wanneer het rasterbestand in een volgende fase wordt gevectoriseerd kan de geometrische correctie en transformatie of aansluiting efficiënter worden uitgevoerd met de coördinaten uit het gevectoriseerde bestand.

Compressie van gegevens

Het rasterbestand van een binaire scan van een kaartblad van 70 × 100 cm met een resolutie van bijvoorbeeld 40 µm heeft een omvang van ±55 Mb. Voor elke grijswaarde wordt hierbij slechts één bit gebruikt. Wanneer voor het vastleggen van een grijswaarde 8 bits worden gebruikt of 24 bits bij een grijswaarde per kleurband zal de omvang van een dergelijk bestand aanmerkelijk toenemen. Voor een efficiënte opslag en uitwisseling van gegevens wordt een rasterbestand daarom vaak gecomprimeerd.

Bij een lineaire of één-dimensionale compressie wordt een grijswaarde van beeldelementen in eenzelfde rij alleen geregistreerd als deze afwijkt van de grijswaarde van het voorgaande element in de rij. Bij binaire bestanden van lijnenkaarten in zwart/wit kan dit bij benadering een tienvoudige vermindering opleveren van de bestandsgrootte. Een verdere compressie per rij is mogelijk door het gebruik van coderingen voor de registratie van bepaalde vaste patronen van opeenvolgende grijswaarden.

Een twee-dimensionale compressie wordt bereikt door naast een compressie per rij in de opeenvolgende rijen alleen de verschillen met de voorgaande rij te registreren. Bij lijnenkaarten in zwart/wit kan dit leiden tot een 80-voudige vermindering van de bestandsgrootte. Een gecomprimeerd rasterbestand kan hierdoor soms kleiner zijn dan een vectorbestand van dezelfde afbeelding.

Bij de één- en twee-dimensionale compressie is er geen informatieverlies.

Bij afbeeldingen in kleur en bij halftoon-rasters is het aantal wisselingen in de grijswaarde van aansluitende beeldelementen groot waardoor een effectieve compressie alleen kan worden bereikt met technieken waarbij informatie wordt gewijzigd. Zo kan de omvang van een kleurenbestand soms worden verkleind door het classificeren van een kleurencode per beeldelement op basis van de grijswaarden voor de afzonderlijke basiskleuren. Ook worden soms geringe verschillen in grijswaarde tussen opeenvolgende beeldelementen geëlimineerd waarna een compressie wordt uitgevoerd.

Voor de presentatie en bewerking moeten gecomprimeerde gegevens doorgaans eerst worden gedecomprimeerd. Compressie en decompressie worden uitgevoerd met behulp van computerprogramma's of soms ook met behulp van specifieke hardware-modules in de betreffende werkstations waardoor deze processen aanzienlijk versneld kunnen worden.

Als gevolg van de vele compressietechnieken zijn in de praktijk een groot aantal standaard-formaten ontwikkeld. Omdat computersystemen met slechts één of een beperkt aantal formaten kan werken verloopt de uitwisseling van gegevens tussen verschillende systemen niet altijd probleemloos.

D.5.5 Geometrische precisie

Bij het scannen van een afbeelding ontstaat er een vermindering van de geometrische precisie als gevolg van meerdere oorzaken. Hierna worden enige richtlijnen beschreven voor het onderzoeken en analyseren van de geometrische precisie van scanners.
De geometrische precisie wordt in de eerste plaats bepaald door de geometrische resolutie en is daarnaast afhankelijk van de precisie waarmee de sensor en de afbeelding tijdens het scannen ten opzichte van elkaar worden verplaatst. Wanneer met een sensor gelijktijdig meerdere beeldelementen worden gescand moet bovendien de onderlinge positie van de betreffende elementen in de sensor overeenkomen met de onderlingepositie van beeldelementen. Omdat bij de fabricatie de elementen in een sensor met een zeer hoge precisie kunnen worden gepositioneerd zijn geometrische afwijkingen in de onderlinge positie van de gelijktijdig gescande beeldelementen doorgaans verwaarloosbaar.

De geometrische precisie dient regelmatig te worden gecontroleerd. Dit kan in principe op dezelfde wijze gebeuren als hiervoor in § D.3.3 is aangegeven voor digitizers. In dit geval worden punten (of puntsymbolen) gescand. Wanneer een markant punt met een diameter ter grootte van 3 tot 5 beeldelementen wordt gescand, kunnen vervolgens in het rasterbeeld coördinaten van het zwaartepunt van de betreffende beeldelementen worden bepaald met een precisie van 20 tot 50% van de geometrische resolutie (of zelfs 10 tot 20% bij een automatische instelling van het zwaartepunt door middel van beeldvergelijking).

Naast de resolutie kunnen ook bij een scanner de reproduceerbaarheid, de stabiliteit en de precisie worden onderscheiden. De stabiliteit speelt geen rol als het scannen van een afzonderlijke afbeelding binnen een zeer kort tijdsbestek verloopt. Wanneer echter bijvoorbeeld eenzelfde beelddrager meerdere keren met een gewijzigde inhoud wordt gescand zal ook een goede stabiliteit van de scanner van belang zijn.
De reproduceerbaarheid en de stabiliteit kunnen nu worden onderzocht door een aantal verspreid gelegen punten op een beelddrager met maximale afmetingen bij herhaling (bijvoorbeeld 5 keer 20 punten) te scannen in dezelfde stand van de beelddrager. Per punt worden vervolgens in elke scan de zwaartepunten bepaald waarna per coördinaat-richting een standaardafwijking (σ_{I+R}) wordt berekend van de verschillen ten opzichte van de gemiddelde ligging van de zwaartepunten. De standaardafwijking van de reproduceerbaarheid σ_R volgt nu uit:

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_{I+R}^2 - \sigma_I^2} \quad .$$

Hierbij is σ_I de standaardafwijking van de instelprecisie(10 tot 50% van de geometrische resolutie). Voor een betrouwbare bepaling van de waarde van de reproduceerbaarheid dient σ_I klein te zijn in vergelijking met σ_R.

De precisie van een scanner wordt bepaald door de standaardafwijking van de positie van de gescande beeldelementen per coördinaat-richting. Deze standaardafwijking is de resultante van alle systematische en toevallige fouten binnen het totale bereik van de scanner met inbegrip van de reproduceerbaarheid. De precisie kan worden onderzocht op een vergelijkbare wijze als beschreven

voor coördinatenlezers. In dit geval wordt een zeer nauwkeurig aangebracht puntenveld op een maatvaste beelddrager ter grootte van het meetbereik van de scanner gescand. Het resultaat van de scan moet worden vergeleken met de gegeven coördinaten van het puntenveld. Daartoe worden voor elk punt coördinaten van het zwaartepunt van de betreffende beeldelementen bepaald waarna een Helmert-transformatie wordt uitgevoerd (zie § 4.4.3). Overeenkomstig het gestelde in § D.3.3 is de standaardafwijking van de scanner σ_D voor elke coördinaat-richting:

$$\sigma_D = \sqrt{\hat{\sigma}_e^2 - \sigma_I^2 - \sigma_Z^2} \quad .$$

met:

- σ_I standaardafwijking voor de instelprecisie;
- σ_Z standaardafwijking van een coördinaat van het gegeven puntenveld (testbeeld);
- $\hat{\sigma}_e^2$ schatting van de variantie van de residuen van de coördinaten na een Helmert-transformatie.

Voor een juiste bepaling van σ_D moeten σ_I en σ_Z klein zijn ten opzichte van σ_D. De residuen na de vereffening worden ook hier getoetst waarbij wordt nagegaan of er een significant verschil in precisie bestaat in de afzonderlijke coördinaatrichtingen en of er een significante schaalafwijking of een affiene vervorming aanwezig is. Uit een grafische presentatie van de residuen kan verder een systematische samenhang blijken die kan wijzen op plaatselijke of periodieke afwijkingen in de positie van de beeldelementen.
Wanneer de precisie van het gegeven puntenveld onvoldoende of onbekend is, kan hetzelfde puntenveld ook tweemaal worden nagemeten in verschillende standen van de beelddrager. De verdere analyse wordt uitgevoerd op de wijze als beschreven in § D.3.3. Bij voorkeur wordt de precisie echter bepaald aan de hand van een puntenveld met nauwkeurig gegeven coördinaten.
Bij een significante afwijking van de door de leverancier gespecificeerde precisie dient de scanner te worden gereviseerd of vervangen.

D.6 Automatisch vectoriseren

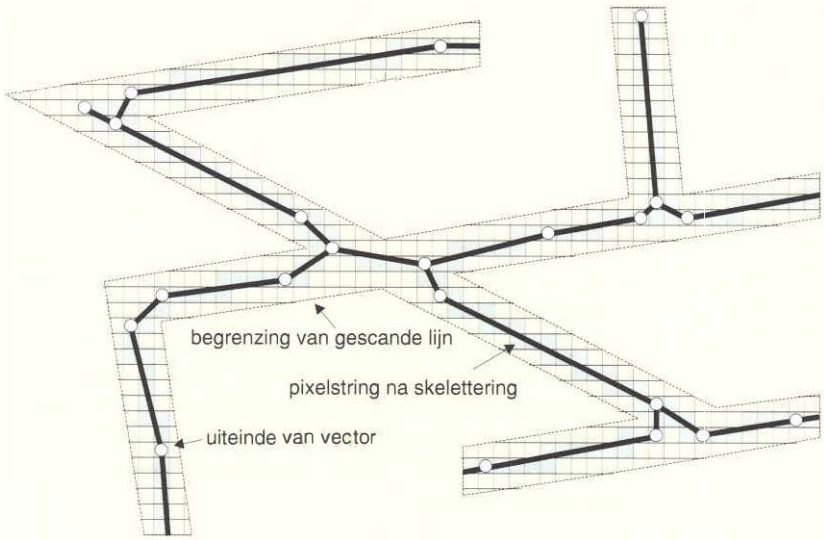
D.6.1 Werkproces

Het rasterbestand van een lijnenkaart kan, afhankelijk van de complexiteit van het kaartbeeld, grotendeels automatisch worden gevectoriseerd. Na het scannen van een afbeelding worden hierbij doorgaans de navolgende stappen doorlopen:

- het lokaliseren van rasterlijnen of -contouren;
- het identificeren van vectoren;
- het generaliseren van de opgebouwde vectorlijnen;
- een patroonherkenning voor de interpretatie van teksten en symbolen;
- de controle, aanvulling en wijziging van het eindresultaat.

Met uitzondering van de laatstgenoemde stap verloopt dit proces geheel automatisch, zonder ingrijpen van een operateur.

Voor het lokaliseren van rasterlijnen bestaan verschillende methoden. Het meest gangbare algoritme hiervoor is het skeletteren ofwel pellen. Hierbij wor-

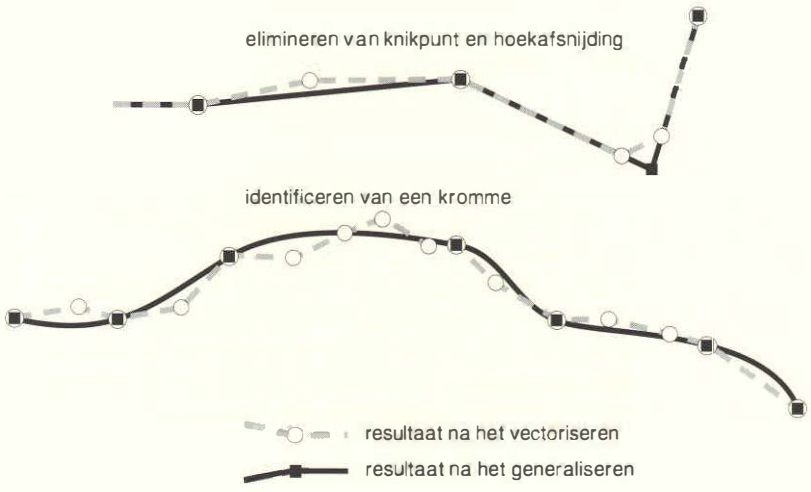


Figuur D.1: Vertekening na het vectoriseren.

den stapsgewijs grijswaarden van beeldelementen aan de buitenzijden van een lijn geëlimineerd totdat een string van enkelvoudig aansluitende beeldelementen is ontstaan. Hierbij kunnen lijnen met verschillende kleuren en verschillende lijndiktes worden onderscheiden. Op basis hiervan kunnen verschillende attribuutwaarden worden toegekend. Vervolgens wordt nagegaan in hoeverre de beeldelementen van een rasterlijn binnen een vooraf in te stellen marge op een rechte zijn gelegen en deel uitmaken van eenzelfde vector. Uitgaande van de positie van de beeldelementen aan het begin en einde van een vector worden coördinaten van knikpunten en uiteinden van veelhoeken bepaald en opgenomen in een bestand. Om de precisie geen geweld aan te doen zullen de meeste veelhoeken meer knikpunten bevatten dan strikt nodig. Bovendien zullen hoeken worden afgeschuind en zullen T-splitsingen worden vervormd (zie figuur D.1).

Voor het corrigeren van deze afwijkingen wordt vervolgens een generalisatieproces uitgevoerd. De belangrijkste correcties betreffen:

- Het elimineren van een knikpunt als de afstand tot de verbindingslijn tussen een vorig en een volgend punt binnen een vooraf in te stellen tolerantie valt (collineariteit, zie figuur D.2).



Figuur D.2: Generaliseren.

- Het elimineren van een lijnstuk wanneer de lengte hiervan korter is dan een vooraf in te stellen tolerantie als tevens het voorgaande en volgende lijnstuk binnen een bepaalde (ruime) tolerantie haaks op elkaar staan. In dit geval worden het voorgaande en volgende lijnstuk verlengd tot hun snijpunt (hierdoor wordt een hoekafsnijding gecorrigeerd, zie figuur D.2).
- Het verbinden van veelhoeken als de uiteinden of knikpunten van verschillende veelhoeken binnen een bepaalde tolerantie (snap-afstand) van elkaar verwijderd zijn (verlengen van veelhoeken en vormen van knooppunten).
- Het identificeren van cirkels of hogere-graads krommen wanneer een groot aantal opeenvolgende lijnstukken korter is dan een in te stellen tolerantie. Knikpunten kunnen in deze situatie worden vervangen door een beperkt aantal steunpunten wanneer de afstand van een knikpunt tot de geïdentificeerde kromme korter is dan een in te stellen tolerantie (zie figuur D.2).

Het verschil in werkingvan de verschillende programma-systemen en de keuzemogelijkheden voor de instelling van toleranties impliceren dat geen eenduidige resultaten verwacht kunnen worden. De uiteindelijke precisie van de punten zal mede afhankelijk zijn van de wijze en mate van generaliseren.

Voor zover daartoe de behoefte en de mogelijkheden bestaan, kunnen na het generaliseren teksten en eenvoudige symbolen automatisch worden opgespoord en geïnterpreteerd met behulp van programmatuur voor patroonherkenning. Acceptabele resultaten zijn doorgaans alleen te verwachten met goede, vaak voor een bepaalde kaartsoort speciliek ontwikkelde programmatuur. Met name wanneer lijnen, teksten en symbolen elkaar overlappen, wordt een automatische herkenning vrijwel onmogelijk.

Na alle voorgaande stappen bestaat de uitvoer, behalve uit een bestand met coördinaten van vectoren (het vectorbestand), meestal uit een rasterbestand met daarin de niet geïnterpreteerde gegevens. Dit resterende rasterbestand moet door tussenkomst van een operateur worden beoordeeld op de aanwezigheid van elementen die tot de inhoud van de afbeelding behoren, waarna het vectorbestand zonodig moet worden aangevuld.
Voor een goed resultaat zal het zo ontstane bestand in zijn geheel door een operateur moeten worden vergeleken met de oorspronkelijke afbeelding en gecontroleerd op volledigheid en een correcte topologie. Voorts zullen attribuutwaarden moeten worden aangevuld, gecontroleerd en zonodig hersteld. Bovendien zullen relaties tussen de verschillende elementen van een afbeelding meestal niet automatisch herkenbaar zijn, waardoor ook met betrekking tot dit punt aanvullingen en wijzigingen door tussenkomst van een operateur wenselijk zullen zijn.

D.6.2 Resultaten

Bij afbeeldingen met een eenvoudige structuur kunnen door automatische veetorisering en het gebruik van kwalitatief hoogwaardige programmatuur goede resultaten worden bereikt voorzover geen gecompliceerde eisen worden gesteld aan de toekenning van attribuutwaarden. Bij kadastrale kaarten en vooral topografische kaarten zijn aan dit proces echter zoveel praktische tekortkomingen verbonden dat de benodigde tijd voorhet corrigeren en aanvullen van het vector-

bestand meestal niet opweegt tegen de tijd die nodig is voor het handmatig digitaliseren met behulp van een coördinatenlezer of het handmatig vectoriseren.

De standaardafwijking van een gedigitaliseerde coördinaat van een punt i is (zie § D.3.4):

$$\sigma_i = \sqrt{c_0 + (\sigma_d \times S_d)^2 + \bar{d}_i^2} \quad [\text{cm}] \quad ,$$

met:

- c_0 parameter voor de puntprecisie van de analoge kaart in [cm²];
- σ_d de standaardafwijking van de digitalisering in [cm], in dit geval de resultante van de precisie waarmee wordt gescand, gevectoriseerd en gegeneraliseerd;
- S_d het schaalgetal van het gescande kaartblad;
- $\bar{d}_i$ de standaardafwijking voor de idealisatieprecisie van punt i in [cm].

De standaardafwijking van de digitalisering σ_d kan nader worden gespecificeerd met:

$$\sigma_d = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_D^2} \quad ,$$

met in dit geval:

- σ_I de standaardafwijking van de ligging van gegeneraliseerde punten van een vector ten opzichte van het midden van de doorsnede van de beeldelementen van een gescande lijn;
- σ_D de standaardafwijking van de scanner of wel de precisie van de positie van de beeldelementen (zie § D.5.5).

Afhankelijk van de gebruikte programmatuur kan σ_I worden gesteld op een waarde van ±20 tot 50% van de geometrische resolutie van de scanner. Een verhoging van de resolutie tot meer dan 3 beeldelementen voor de dunste lijnen resulteert echter niet in een verbetering van het eindresultaat. Lijnen met een groter aantal beeldelementen en dikkere lijnen worden meer beïnvloed door vervormingen die ontstaan door het pel-algoritme. Bij scanners die geschikt zijn voor het verwerken van relatief grote beelddragers (groter dan A2-formaat) zal σ_I doorgaans verwaarloosbaar klein zijn ten opzichte van σ_D. De vermindering van de precisie van de oorspronkelijke afbeelding zal zich dan hoofdzakelijk beperken tot de precisie van de scanner.

D.7 Handmatig vectoriseren

D.7.1 Werkproces

Met de huidige programmatuur is een gelijktijdige verwerking mogelijk van raster- en vectorbestanden op PC's en werkstations. Hierdoor kan de inhoud van deze bestanden gelijktijdig op één beeldscherm worden gepresenteerd en bewerkt. Een rasterbestand van een lijnenkaart kan nu worden gevectoriseerd door in het rasterbeeld punten aan te wijzen waarvan vervolgens coördinaten worden bepaald en geregistreerd in een vectorbestand. Dit proces wordt ook

wel 'heads-up' digitaliseren genoemd. De punten worden aangewezen met een door een muis bestuurbaar meetmerk. Het meetmerk kan automatisch worden ingesteld op het hart van een gescande lijn (snap-functie) of is handmatig instelbaar. Bij voorkeur wordt gebruik gemaakt van de snap-functie omdat hiermee een nauwkeurige instelling wordt gewaarborgd met een minimale inspanning van de operateur. De precisie van de aanwijzing van het zwaartepunt van de beeldelementen is bij een handmatige instelling van het meetmerk met name afhankelijk van de schaal waarop de afbeelding wordt gepresenteerd. Enerzijds moet een operateur een ruim overzicht hebben over de te digitaliseren elementen, anderzijds is voor een maximale nauwkeurigheid een maximale vergroting van het beeld wenselijk. Een goede oplossing kan worden bereikt wanneer naast een kleinschalige weergave op hetzelfde beeldscherm automatisch een tweede afbeelding op een grote schaal wordt gepresenteerd van de directe omgeving van het meetmerk. Hierdoor wordt voorkomen dat voortdurend 'in-' en 'uitgezoomd' moet worden.
Op vergelijkbare wijze als bij het digitaliseren van een analoge afbeelding met behulp van een coördinatenlezer kan een operateur bij het aanwijzen van punten ook codes toevoegen voor het specificeren van lijnen en krommen en voor het toevoegen van attribuutwaarden en relaties tussen kaartelementen. Het resultaat kan direct worden afgebeeld op het beeldscherm zodat de ligging en de volledigheid van de vectoren voortdurend zichtbaar zijn ten opzichte van het rasterbeeld. Dit is een voordeel in vergelijking met het interactief digitaliseren (§ D.3.1) waarbij een operateur zijn aandacht moet verdelen tussen afwisselend de analoge beelddrager en het beeldscherm waar alleen de resultaten worden gepresenteerd.

D.7.2 Resultaten

Vooral bij afbeeldingen met een gecompliceerde structuur kunnen met deze werkwijze uitstekende resultaten worden bereikt. De operateur bepaalt welke elementen worden gevectoriseerd en voert in wezen een generalisatie uit. Teksten en symbolen kunnen visueel worden herkend en gecodeerd. Al werkend wordt het eindresultaat gecontroleerd. Deze werkwijze vergt meestal minder tijd dan het digitaliseren van een analoge afbeelding met een coördinatenlezer. Door het vermijden van een afzonderlijk correctieproces kunnen met name de meer gecompliceerde afbeeldingen per saldo ook in minder tijd worden gevectoriseerd dan bij het automatisch vectoriseren.

Voor de standaardafwijking van een gedigitaliseerde coördinaat σ_i van een punt i geldt hetzelfde verband als hiervoor is aangegeven bij het digitaliseren (§ D.3.4) en het automatisch vectoriseren (§ D.6.2).
De standaardafwijking σ_d van het digitaliseren kan nader worden gespecificeerd met:

$$\sigma_d = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_D^2} \quad ,$$

met in dit geval:

- σ_I de standaardafwijking waarmee een punt wordt bepaald ten opzichte van het midden van de doorsnede van de beeldelementen van een gescande lijn;
- σ_D de standaardafwijking van de scanner.

Bij een automatische instelling van het hart van een lijn zijn afwijkingen te verwachten van maximaal de helft van de afmeting van een beeldelement. Daarnaast is σ_l afhankelijk van de mate waarin en de wijze waarop generalisaties worden toegepast. Bij een automatische instelling zal σ_l doorgaans verwaarloosbaar zijn ten opzichte van σ_D. Bij een handmatige instelling is σ_l vooral afhankelijk van de zorgvuldigheid waarmee een operateur punten instelt. Bij een optimale vergroting van de afbeelding is een σ_l haalbaar die kleiner is dan de helft van een beeldelement; bij een minder zorgvuldige instelling zal σ_l oplopen tot een waarde van ±1 tot 1,5 maal de lijndikte.

D.8 Semi-automatisch vectoriseren

D.8.1 Werkproces

Bij het semi-automatisch vectoriseren ofwel het interactief vectoriseren van een rasterbestand worden de voordelen van het automatisch vectoriseren en het handmatig vectoriseren gecombineerd.
De operateur wijst nu bij benadering het beginpunt van een veelhoek aan. Vervolgens bepaalt het systeem ter plaatse het zwaartepunt van de betrokken beeldelementen met behulp van het hiervoor beschreven algoritme voor het skeletteren of een vergelijkbaar algoritme. De veelhoek wordt nu automatisch gevolgd in een vooraf aangegeven richting totdat een eindpunt van een lijn of het beginpunt van een gesloten veelhoek wordt bereikt of totdat bijvoorbeeld een knooppunt wordt bereikt waar het systeem niet automatisch een keuze kan maken. Hier kan de operateur ingrijpen en een vervolgrichting aangeven of een andere actie initiëren. Als een veelhoek volledig is afgetast wordt deze gevectoriseerd en kan een generalisatie worden toegepast op de wijze als beschreven bij het automatisch vectoriseren. Hierbij wordt tevens nagegaan of punten binnen een in te stellen tolerantie samenvallen met punten van een nabij gelegen veelhoek. Door een gebruiker kunnen soms zelf macro's worden ontwikkeld waarmee de automatisch te nemen beslissingen tijdens het opbouwen van het vectorbestand kunnen worden genuanceerd en uitgebreid en waarmee de functionaliteit kan worden afgestemd op specifieke eisen. Ook hier worden het rasterbeeld en de vectoren op hetzelfde beeldscherm gepresenteerd.

Zonodig worden attribuutgegevens toegevoegd door de operateur, waarna deze het resultaat kan beoordelen op het beeldscherm. De eventuele resterende fouten, bijvoorbeeld als gevolg van een onterechte generalisatie of het missen van een knooppunt, worden alsnog hersteld door het muteren van het vectorbestand. Hierna wordt de volgende veelhoek aangewezen totdat alle veelhoeken zijn gevectoriseerd. Tenslotte worden zonodig verdere relaties tussen elementen toegevoegd en teksten en symbolen gedigitaliseerd op dezelfde wijze als bij het handmatig vectoriseren.

D.8.2 Resultaten

Deze methode levert de grootste voordelen op in situaties waar lange veelhoeken uit veel punten bestaan terwijl er weinig snijdende en overlappende elementen voorkomen, bijvoorbeeld bij een hoogtelijnenkaart. In die situatie is voor het vectoriseren minder tijd nodig dan bij het handmatig vectoriseren. Door het vermijden van een afzonderlijk correctieproces is dit proces meestal ook sneller uitvoerbaar dan het automatisch vectoriseren.
Bij afbeeldingen met veel korte en elkaar snijdende veelhoeken en veel verschillende lijnsoorten zijn minder goede resultaten te verwachten, omdat dan frequent door een operateur moet worden ingegrepen en foutieve beslissingen van het systeem moeten worden hersteld.
Het proces wordt volledig gecontroleerd door de operateur maar vergt minder inspanning dan het handmatig vectoriseren omdat de meeste punten automatisch worden ingesteld. Bovendien wordt hierbij een constante geometrische precisie bereikt. De standaardafwijking σ_d van de digitalisering en de vermindering van de precisie ten opzichte van de oorspronkelijke afbeelding komen overeen met de resultaten van het automatisch vectoriseren (zie § D.6.2).

Literatuur

Alberda, J.E. (1990). Inleiding landmeetkunde, 4e druk. Delftse Uitgevers Maatschappij, Delft.

Albertz, J., W. Kreiling (1992). Photogrammetrisches Taschenbuch (4. Auflage). Wichmann Verlag, Karlsruhe.

American Society of Photogrammetry (1980). Manual of Photogrammetry (4th Edition). American Society of Photogrammetry, Falls Church, Va.

Anneveld, J.C. (1984). Zekerheid omtrent eigendomsgrenzen van onroerend goed. Rijkscommissie voor Geodesie, Delft.

Baarda, W., F. Harkink, D. de Groot (1956). Handleiding voor de technische werkzaamheden van het kadaster. Ministerie van Financiën, Den Haag.

Baarda, W. (1968). A testing procedure for use in geodetic networks. Netherlands Geodetic Commission, New Series, Vol.2(5), Delft.

Baarda, W. (1973). S-Transformations and criterion matrices. Netherlands Geodetic Commission, New Series, Vol.5(1), Delft.

Bähr, H.P. (1991). Digitale Bildverarbeitung; Anwendungen in Photogrammetrie, Kartographie und Fernerkundung (2. Auflage). Wichmann Verlag, Karlsruhe.

Brouwer, F.J.J., J. van Buren, B.H.W. van Gelder, G.J. Husti, C.D. de Jong, G. de Jong, J.C. de Munck, H.J.W. van der Vegt (1989). GPS; Navigatie en puntsbepaling met het Global Positioning System. Delftse Universitaire Pers, Delft.

Buiten, H.J. (1975). Inpassing door vereffening. NGT, Vol.5(10), pp.181-191.

Buren, J. van (1994). Het GPS-kernnet: schakel tussen RD en GPS. NGT Geodesia, Vol.94(6), pp. 262-264.

Cooper, M.A.R. (1987). Control Surveys in Civil Engineering. Collins professional and technical books, London.

Drummond, J. (red.) (1990). Automatic digitizing – A report submitted by a working group of commission D (photogrammetry and cartography). OEEPE official publication No.23.

Ebner, H., D. Fritsch, C. Heipke (red.) (1992). Digital Photogrammetric Systems. Wichmann Verlag, Karlsruhe.

Hofman, M. (1995). Actief GPS Referentie Systeem voor Nederland. NGT Geodesia, Vol.95(5), pp.227-230.

Hofmann-Wellenhof, B., H. Lichtenegger, J. Collins (1994). GPS theory and practice, third revised edition. Springer-Verlag, Wien.

Kadaster (1989). Handleiding Landmeetkundige Veldwerkzaamheden (HLV). Interne instructie voor de velddienst. Kadaster, Apeldoorn.

Kahmen, H. (1993). Vermessungskunde (18. Auflage). Walter de Gruyter, Berlin.

Konecny, G., G. Lehmann (1984). Photogrammetrie (4. Auflage). Walter de Gruyter, Berlin.

Kraus, K. (1982). Photogrammetrie; Band 1: Grundlagen und Standardverfahren, Dümmler Verlag, Bonn.

Kraus, K. (1984). Photogrammetrie; Band 2: Theorie und Praxis der Auswertesysteme, Dümmler Verlag, Bonn.

Kröll, F.S. (1980). Zur Orthogonalisierung photogrammetrisch bestimmter Gebäude Kartierungen. Allgemeine Vermessungsnachrichten, pp.246-257.

Laboratorium voor Geodetische Rekentechniek (1982). The Delft approach for the design and computation of geodetic networks, in: Forty Years of Thought, feestbundel ter gelegenheid van de 65e verjaardag van prof. Baarda. Faculteit der Geodesie, Delft.

Lammerts van Bueren, G.M. (1993). Scannen + vectoriseren of digitaliseren? Een vergelijking. NGT Geodesia, Vol.93(3), pp.114-118.

Leick, A. (1995). GPS satellite surveying (2nd edition). John Wiley and Sons, New York.

Min, E. de (1996). De geoïde voor Nederland. Nederlandse Commissie voor Geodesie, Publikatie no.34, Delft.

Minister van Justitie (1991). Kadasterwet. Staatsblad van het Koninkrijk der Nederlanden. No.570.

Osch, G.M. van (1985). Een geautomatiseerde routine om bij het digitaliseren gebouwen rechthoekig te maken. NGT Geodesia, Vol.85(5), pp.168-171.

Projektgroep BOCO-onderzoek (1980). Precisie en betrouwbaarheid. Projektgroep BOCO-onderzoek, deelgroep precisie en betrouwbaarheid.

SSVI (1983). Naar een nieuwe HTW. Publikatie 1983/4, Stichting Studiecentrum voor Vastgoedinformatie, Delft.

Strang van Hees, G.L. (1994). Globale en lokale geodetische systemen, 2e herziene druk. Nederlandse Commissie voor Geodesie, Publikatie no.30, Delft.

Teunissen, P.J.G. (1991). Kwaliteitszorg in geodetisch perspectief. NGT Geodesia, Vol.91(12), pp.526-530.

Wiens, H. (1986). Flurkartenerneuerung mittels Digitalisierung und numerischer Bearbeitung unter besonderer Berücksichtigung des Zusammenschlusses von Inselkarten zu einem homogenen Rahmenkartenwerk. Schriftenreihe des Instituts für Kartographie und Topographie der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Kirschbaum Verlag, Bonn.

Verklarende woordenlijst

In de verklarende woordenlijst wordt een korte omschrijving gegeven voor kernbegrippen uit de HTW. De met [F] en [G] gekenmerkte begrippen hebben betrekking op respectievelijk de fotogrammetrie en GPS.

A

Aansluiting Proces waarin de coördinaten van twee of meer puntenvelden gecombineerd worden zodanig dat na aansluiting alle coördinaten in één coördinatenstelsel zijn gegeven en tegenspraken tussen coördinaten van de aansluitingspunten van de verschillende puntenvelden zijn geëlimineerd. (zie *inpassing*)

Aansluitingselement Een geometrisch element voor de aansluiting van puntenvelden. Als aansluitingselement worden onderscheiden: aansluitingspunten, aansluitingsrelaties en vrije punten die betrokken zijn bij een aansluitingsrelatie.

Aansluitingsmethode De manier waarop in een aansluitingsvereffening de vorm van de puntenvelden mag veranderen. (vgl. *kleinste-kwadraten, pseudo kleinste-kwadraten*)

Aansluitingsmodel Wiskundig model dat ten grondslag ligt aan een aansluitingsvereffening.

Aansluitingsprocedure Rekengang (volgorde van de berekeningen) van de aansluitingsvereffening.

Aansluitingspunt Een punt dat bij een aansluiting in meer dan één puntenveld voorkomt. (zie *aansluitingselement, vrij punt*)

Aansluitingsrelatie Een geometrische relatie of maat (bijvoorbeeld een hoek of een afstand) tussen punten uit verschillende puntenvelden, die wordt benut voor de aansluiting van puntenvelden.

Aansluitingsvereffening Berekening waarbij de tegenspraken tussen de coördinaten van de aansluitingspunten worden vereffend en de coördinaten in één coördinatenstelsel worden berekend. (zie *tweede fase (vereffening), vereffening*)

Absolute oriëmering Bepaling van de relatie tussen het coördinatenstelsel van een fotogrammetrisch model en het terreinstelsel. (vgl. *inwendige oriëntering, relatieve oriëntering, uitwendige oriëmering*) [F]

A-D conversie Omzetting van analoge gegevens naar een digitale vorm. (zie *digitaliseren*)

Affiene transformatie Een transformatie waarbij naast een translatie, rotatie, en schaalverandering ook de schaling langs de coördinaatassen kan variëren en de coördinaatassen niet onderling loodrecht hoeven te zijn. Bij deze transformatie treedt vervorming op, maar blijven rechte lijnen recht en blijven parallelle lijnen parallel. (zie *gelijkvormigheidstransformatie*)

Afstemming Het geometrisch identiek verklaren van elementen afkomstig van verschillende kaarten als onderdeel van de kaartverbetering.

Aktepostmeting Detailmeting die wordt uitgevoerd om een gewijzigde kadastrale situatie vast te leggen. (zie *bijhouding*)

Algemene toets van het model Toets waarbij op basis van alle waarnemingen wordt onderzocht of het wiskundige model onder de nulhypothese juist is, zonder dat een specifieke fout wordt verondersteld. (Wordt ook algemene modeltoets of modeltoets genoemd). (zie *toetsing, puntoets, w-toets*)

Alternatieve hypothese Modelbeschrijving waarin afwijkingen (alternatieven) ten opzichte van de nulhypothese worden beschreven. Bij de conventionele alternatieve hypothese wordt een fout in één waarnemingsgrootheid verondersteld. (zie *modelfout, wiskundig model*)

Analoge kaart Grafische presentatie op papier of tekeningdrager van de geometrie van een puntenveld. (vgl. *digitale kaart*)

B

B-methode van toetsen Een toetsingsprocedure waarin het onderscheidingsvermogen van toetsen van verschillende dimensies, betrekking hebbend op een bepaalde modelfout, gelijk is.

Basislijn Een paar opstelpunten waar gelijktijdig GPS-waarnemingen zijn verricht. (zie *GPS-net*) [G]

Basislijncomponent Uit een meting van een GPS-basislijn afgeleid coördinaatverschil. [G]

Bestek Omschrijving van een uit te voeren werk met alle specificaties omtrent de uitvoering ervan. (vgl. *meetopzet, meetontwerp*)

Betrouwbaarheid De gevoeligheid van het meetontwerp voor modelfouten. De betrouwbaarheid wordt beschreven door de mate waarin modelfouten kunnen worden opgespoord en hun invloed op de resultaten. De inwendige betrouwbaarheid beschrijft de grootte van modelfouten, die met een gekozen toetsingsstrategie gevonden kunnen worden (grenswaarden). De uitwendige betrouwbaarheid beschrijft het effect van onontdekte fouten, ter grootte van de grenswaarde, op de berekende onbekenden. (zie *kwaliteit, nauwkeurigheid, overtalligheid, verstoringsfactor*)

Bijhouding De metingen en de verwerking daarvan teneinde een wijziging in de kadastrale of topografische situatie vast te leggen. (vgl. *aktepostmeting*)

Blok- en relatiemaat Meting bestaande uit afstanden en/of (gestrekte en haakse) hoeken aan en tussen terreinelementen. Metingen aan terreinelementen heten blokmaten, metingen tussen terreinelementen relatiematen. Indien de afstanden en/of hoeken in een serie worden gemeten spreekt men ook wel van een matenserie. (zie *detailmeting*)

Blokvereffening Vereffening van een fotogrammetrisch blok. In het geval van een bundelblok is de blokvereffening een tweede fase vereffening met als waarnemingsgrootheden paspunts- en fotocoördinaten. In het geval van een blok met (onafhankelijke) modellen is de blokvereffening een aansluitingsvereffening. [F]

Bundel Zie *stralenbundel*. [F]

Bundelblok Netwerk gevormd door de stralenbundels die behoren tot een fotogrammetrische opname. (zie *fotogrammetrisch blok*) [F]

C

Cartesisch coördinatenstelsel Coördinatenstelsel met onderling loodrechte assen met een gemeenschappelijke oorsprong, waarbij de schaal langs alle assen gelijk is.

Centreren Het plaatsen van een instrument op of boven een terreinpunt.

Centreringsprecisie Precisie waarmee een centrering wordt uitgevoerd. (zie *meetprecisie*)

Classificatie Indeling van begrippen op grond van gekozen indelingscriteria. (zie *classificeren, klasseren*)

Classificeren Het opzetten van een classificatie. (zie *classificatie, klasseren*)

Consistentie
1 Een functiemodel heet consistent wanneer het aantal waarnemingsgrootheden juist voldoende is om de onbekenden te berekenen.
2 Een oplossing is consistent als er geen tegenspraken optreden bij het invullen van de vereffende of berekende waarden in het model waarmee de oplossing is vereffend of berekend.

Coördinaat Kengetal waarmee de ligging van een punt in een coördinatenstelsel wordt aangegeven.

Coördinaatdefinitie Vastlegging van de oorsprong, oriëntering en schaal van een coördinatenstelsel. (zie *stelsel*)

Coördinatenstelsel Stelsel met coördinaatdefinitie waarin de relatieve ligging van punten met behulp van coördinaten kan worden beschreven (zie *coördinaatdefinitie*, *referentiestelsel*)

Coördinaten-transformatie Zie *transformatie*.

Correctie Een grootheid die wordt toegepast op een bepaalde waarde zodanig dat de resulterende waarde in overeenstemming is met het gebruikte model.

Correlatie De mate waarin een stochastische grootheid kan worden uitgedrukt als functie van een andere stochastische grootheid. (zie *precisie*)

Criteriummatrix Kunstmatrix die gebruikt wordt als criterium (bovengrens) voor de variantiematrix van coördinaten van puntenvelden.

D

Datasnooping Speciale vorm van foutopsporing, waarbij per waarneming wordt getoetst of deze met een modelfout behept is (d.w.z. toetsing voor alle conventionele alternatieve hypothesen). (zie *betrouwbaarheid*, *toetsing*, *w-toets*)

Datum Een verzameling constanten die een referentiestelsel definiëren.

Datumtransformatie Een transformatie tussen twee referentiestelsels.

Delimitatie Het opnieuw vaststellen van een kadastrale grens waarvan de reconstructiegegevens onvolledig zijn. (vgl. *limitatie*)

Detailgrondslag Tijdelijk puntenveld dat als basis dient voor de terrestrische opname van detailpunten. (zie *grondslag*)

Detailgrondslagnet Netwerk van metingen ten behoeve van de detailgrondslag.

Detailmeting Meting waarbij terrestrisch of fotogrammetrisch de relatieve ligging van punten, verband houdend met de topografie en kadastrale situatie, wordt bepaald. (zie *puntsbepaling*, *blok- en relatiemaat*, *geometrische relatie*, *voerstraalmeting*, *fotogrammetrie*)

Detailpunt Punt, betrekking hebbende op de topografie of kadastrale situatie, dat in een detailmeting of fotogrammetrische uitwerking wordt aangemeten. (zie *detailmeting*, *fotogrammetrie*)

Digitale fotogrammetrie Dat deel van de fotogrammetrie dat gebaseerd is op digitale beelden. [F]

Digitale kaart Een in digitale vorm opgeslagen beschrijving van de geometrie van een puntenveld. (zie *analoge kaart*)

Digitaliseren Het omzetten van analoge grafische informatie in digitale vorm. (vgl. *scannen*, *vectoriseren*)

Dumpen Het toevoegen van een puntenveld aan een bestaand puntenveld zonder aansluitingsvereffening (vgl. *aansluiting*, *inpassing*)

Dwarsoverlap Percentage dat aangeeft in hoeverre twee foto's in opeenvolgende vliegstroken elkaar overlappen. (vgl. *langsoverlap*) [F]

E

Eerste fase vereffening Vereffening van een vrij net. (Wordt ook de berekening van een lokaal stelsel genoemd.) (zie *tweede fase vereffening*)

Eigenmaat Maat tussen twee detailpunten. (zie *blok- en relatiemaat*, *detailmeting*)

F

Fotocoördinaten Coördinaten gegeven in het coördinatenstelsel gedefinieerd door de randmerken op de foto. [F]

Fotogrammetrie Puntsbepalingsmethode waarbij met behulp van (digitale) luchtfoto's de (onderlinge) ligging van punten en van terreinelementen wordt bepaald. (zie *puntsbepaling*) [F]

Fotogrammetrisch blok Totaal van alle (onafhankelijke) fotogrammetrische modellen of stralenbundels die behoren tot een fotogrammetrische opname. (Wordt vaak kortweg blok genoemd.) (zie *bundelblok*) [F]

Fotogrammetrisch model Een paar relatief georiënteerde stralenbundels. (Wordt ook stereo-model of kortweg model genoemd.) (zie *relatieve oriëntering, stralenbundel, absolute oriëntering*) [F]

Foutopsporing Onderdeel van de toetsing waarin naar de meest waarschijnlijke modelfout (beschreven met een alternatieve hypothese) wordt gezocht. (Wordt ook wel identificatie genoemd.) (zie *datasnooping*)

Functiemodel Het model dat het verband tussen de waarnemingsgrootheden in een wiskundig model beschrijft. Indien dit verband met behulp van onbekenden (parameters) wordt beschreven spreekt men van een model van waarnemingsvergelijkingen. Indien het verband wordt uitgedrukt in de relaties tussen de waarnemingsgrootheden, spreekt men van een model van voorwaardevergelijkingen.

G

Gecorreleerde grootheid Grootheid die door een functioneel of stochastisch verband is gerelateerd aan andere waarnemingsgrootheden. Als gecorreleerde grootheden worden onderscheiden samenstellende grootheden, afgeleide grootheden en vrije grootheden.

Gelijkvormigheidstransformatie Transformatie tussen twee cartesische coördinatenstelsels, waarbij geen vervorming optreedt. De transformatie bestaat uit (een) translatie(s), rotatie(s) en een schaalverandering. (zie *affiene transformatie, orthogonale transformatie*)

Genormaliseerde grenswaarde Maat voor de inwendige betrouwbaarheid. Bij ongecorreleerde waarnemingen gelijk aan de grenswaarde gedeeld door de standaardafwijking van de betreffende waarnemingsgrootheid.

Geodetische rekentechniek Het totaal van de toepassing van de vereffeningstheorie, toetsingstheorie en de methodieken voor de kwaliteitsbeschrijving van meetprocessen en meetresultaten. (Ook wel waarnemingsrekening genoemd.) (zie *mathematische geodesie*)

Geoïde Niveauvlak op gemiddeld zeeniveau.

Geoïdehoogte Hoogte van de geoïde boven de referentie-ellipsoïde in een bepaald punt. (zie *orthometrische hoogte*)

Geoïdemodel Model dat de geoïdehoogte beschrijft als functie van de ligging van een punt.

Geometrie Ligging van punten en objecten en hun onderlinge relaties.

Geometrische kwaliteit Beschrijving van de precisie en betrouwbaarheid van de onderlinge ligging van punten in een puntenveld. (zie *kwaliteit*)

Geometrische kwaliteitsbeheersing Het stellen van regels die er toe moeten leiden dat de geometrische kwaliteit aan de gestelde eisen voldoet.

Geometrische relatie Meting die is gebaseerd op een aanname betreffende de haaksheid, collineariteit of evenwijdigheid van terreinelementen. (zie *detailmeting*)

GPS-kernnet Primair geodetisch netwerk voor de plaatsbepaling. Een door de RD met behulp van GPS-metingen opgezet netwerk dat gerelateerd is aan zowel het RD-stelsel als het Europese referentiestelsel. Het GPS-kernnet is een GPS-net. (zie *RD-net*) [G]

GPS-net Grondslagnet dat met behulp van GPS-meettechnieken is gemeten. (zie *kringnet*) [G]

Grafische kaartverbetering Methode van kaartverbetering waarbij de grafisch afgebeelde elementen van een andere, kwalitatief betere, kaart worden overgenomen of benut voor de aansluiting (of inpassing) van de te verbeteren kaart.

Grafische precisie Precisie van coördinaten die gespecificeerd is ten opzichte van de karteringsschaal.

Grensuitzetting Reconstructie van een kadastrale grens, die vroeger door het Kadaster is opgemeten, in het terrein. (Wordt ook wel realisatie genoemd.)

Grenswaarde Grootte van een modelfout die met behulp van een bepaalde toets met een kans gelijk aan het gegeven onderscheidingsvermogen kan worden gevonden. (zie *genormaliseerde grenswaarde, (inwendige) betrouwbaarheid, toetsing, B-methode*)

Grondslag Puntenveld dat dient als basis voor andere landmeetkundige werkzaamheden. (zie *grondslagnet, verdichting*)

Grondslagelement Geselecteerd punt van de harde topografie dat als aansluitingspunt dient bij de kaartconversie of bij de bijhouding van een digitale kaart. De coördinaten van een grondslagelement zijn gegeven in het RD-stelsel. Er wordt een onderscheid gemaakt in terrestrische en grafische grondslagelementen. (zie *grondslag, RD-coördinaten*)

- Een terrestrisch grondslagelement ontstaat door de verdichting van het RD-puntenveld overeenkomstig het meetontwerp van grondslagmetingen.
- Een grafisch grondslagelement is een in de digitale kaart geselecteerd punt.

Grondslagnet Netwerk van metingen ten behoeve van de grondslag. (zie *kringnet, RD-net, GPS-kernnet, GPS-net*)

Grondslagpunt Punt van de grondslag.

Grootschalige basiskaart van Nederland (GBKN) Een in de grondslag van het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting vervaardigde digitale kaart op grote schaal met een zodanige topografische inhoud, dat deze de basis kan zijn voor aanvullingen die worden gewenst door degenen die de kaart gebruiken voor de uitvoering van hun werkzaamheden. (zie *kadastrale kaart*)

Grootte De omvang van een perceel uitgedrukt in een oppervlakte-eenheid. (zie *kadastrale grootte, grootteberekening*)

Grootteberekening De berekening van de grootte uit meetcijfers of omtrekscoördinaten.

H

Hoofdpunt
1 RD-punt dat geen deel uitmaakt van het driehoeksnet, maar in een latere fase is toegevoegd als een verdichting van het driehoeksnet.
2 Loodrechte projectie van de ligging van het opnamecentrum op de luchtfoto. [F]

Hypothese Veronderstelling betreffende het wiskundig model. (zie *alternatieve hypothese, nulhypothese*)

I

Idealisatie Keuze van een wiskundig model (bijvoorbeeld punt of lijn) voor de beschrijving van een terreinelement.

Idealisatieprecisie Precisie waarmee in het terrein een terreinelement als punt of lijn gedefinieerd (aangewezen) kan worden. (zie *puntprecisie*)

Inpassing Aansluitingsvereffening waarbij de coördinaten van een puntenveld aan de coördinaten van een bestaand puntenveld worden aangesloten zodanig dat de coördinaten van het bestaande puntenveld geen correcties krijgen. (zie *pseudo kleinste-kwadraten*, vgl. *aansluiting*, *dumpen*)

Inschakeling model De processtap waarin het meetontwerp en de metingen worden vertaald in een wiskundig model (bestaande uit het functie- en kansmodel).

Inspiegeling De afbeelding (d.m.v. superimpositie) van een (deel van) een digitale kaart in een fotogrammetrisch model. [F]

Inwendige oriëntering Reconstructie van een enkele stralenbundel zoals die bestond tijdens de fotogrammetrische opname. (vgl. *relatieve oriëntering*, *absolute oriëntering*) [F]

Iteratie Het herhalen van de vereffeningsberekening bij een niet-lineair functiemodel voor het verkrijgen van betere benaderde waarden voor de linearisatie.

K

Kaart Visuele presentatie van de geometrie van een puntenveld. (zie *analoge kaart*, *digitale kaart*) (In de HTW wordt een beperkte omschrijving van het algemene begrip kaart gehanteerd dat in het Nederlands is gedefinieerd als: Blad met een schematische, verkleinde voorstelling van de aarde of een deel daarvan.)

Kaartconversie Een analoge kaart, geheel of ten dele, omzetten in digitale vorm, waarbij de digitale kaart verder kan worden bewerkt en aangevuld. (zie *A-D conversie*, *digitaliseren*)

Kaartprojectie Een-eenduidige afbeelding (wiskundige relatie) van de coördinaten van punten op een gekromd oppervlak naar een plat vlak.

Kaartverbetering Structurele verbetering van de geometrische kwaliteit van een kaart. (vgl. *kaartconversie*, zie *kaartvernieuwing*)

Kaartverificatie Onderzoek naar de geometrische precisie van een kaart (of puntenveld), waarbij wordt onderzocht of de kaart aan de specificaties voldoet.

Kaartvernieuwing Een bestaande kaart, geheel of ten dele, vervangen door een nieuw produkt. Hierbij kan zowel kaartconversie als kaartverbetering worden toegepast. (vgl. *kadastrale vernieuwing*)

Kadastrale grootte De grootte van een perceel vermeld in de kadastrale registratie.

Kadastrale kaart Analoge of digitale kaart waarin de geometrie van de kadastrale rechtstoestand is neergelegd. (zie *grootschalige basiskaart van Nederland*)
Art.49-2 Kadasterwet: Een kaart die bevat de perceelsgewijze indeling van een deel van het Nederlandse grondgebied, een voorstelling van de omtrek van door Onze Minister vast te stellen opstallen die daarop zijn gesticht, de nummers van de percelen, en gegevens omtrent de terreintoestand.

Kadastrale vernieuwing Het vernieuwen van de gegevens van de kadastrale registratie, de kadastrale kaarten en de daaraan ten grondslag liggende meetgegevens op grond van een onderzoek conform art. 74 van de Kadasterwet. (vgl. *kaartvernieuwing*)

Kalibratie Controle en bepaling van instrumentele parameters teneinde bij de meting of de verwerking daarvoor te kunnen corrigeren. (zie *ijking*)

Kansmodel Het model dat het stochastisch karakter van de waarnemingsgrootheden beschrijft. Het kansmodel wordt doorgaans met behulp van een variantiematrix beschreven. (zie *wiskundig model*)

Karteergids Onderdeel van een bestek voor fotogrammetrische detailmeting waarin de te karteren elementen zijn opgenomen. [F]

Kernnetpunt RD-punt dat tevens onderdeel is van het GPS-kernnet. [G]

Klasseren Het gebruik maken van een classificatie door middel van het toekennen van objectcoderingen. (zie *classificeren*)

Kleinste-kwadraten Optimalisatiecriterium voor de vereffening waarbij de kwadraatsom van de residuen van de waarnemingen wordt geminimaliseerd. (zie *pseudo kleinste-kwadraten, vereffening*)

Kleinste-kwadraten residu Het verschil tussen een waargenomen waarde en de in een kleinste-kwadraten vereffening berekende waarde van een grootheid. (zie *residu*, vgl. *correctie*).

Kringnet Terrestrisch bepaald grondslagnet bestaande uit gesloten veelhoeken. (zie *grondslag*)

Kritieke waarde Beslissingsdrempel waarmee de waarde van de toetsingsgrootheid wordt vergeleken bij de toetsing. (zie *onbetrouwbaarheidsdrempel, tolerantie*)

Kunstmatrix Een variantiematrix met een kunstmatige, door de gebruiker gespecificeerde structuur. (zie *precisie, criteriummatrix, vervangingsmatrix*)

Kwaliteit De kwantificering van de betrouwbaarheid en precisie van een produkt of proces. (zie *nauwkeurigheid, geometrische kwaliteit*)

Kwaliteitsbeheersing Het stellen van regels die er toe moeten leiden dat het gehele proces van meetontwerp, meting, verwerking en resultaatbeschrijving van puntsbepalingswerkzaamheden of operaties op puntenvelden aan de gestelde eisen voldoet.

Kwaliteitsbeschrijving Kwantificering van de kwaliteit (met behulp van maten voor de inwendige en uitwendige betrouwbaarheid en de precisie) van een landmeetkundig proces of een landmeetkundig produkt. (zie *kwaliteitsbeheersing*)

Kwaliteitsmodel Een modelmatige beschrijving van de geometrische kwaliteit van puntenvelden.

L

Langsoverlap Percentage dat aangeeft in hoeverre twee opeenvolgende foto's in één vliegstrook elkaar overlappen. (vgl. *dwarsoverlap*) [F]

Limitatie Het vaststellen door welke terreinelementen een kadastrale grens wordt vastgelegd. (vgl. *delimitatie*)

Linearisatie Het opstellen van een lineaire eerste-orde benadering van een niet-lineair functiemodel. (zie *iteratie*)

Lokaal stelsel Puntenveld waarvan de (in principe willekeurige) coördinaatdefinitie zodanig is gekozen dat juist voldoende informatie voor de coördinaatberekening beschikbaar is. (zie *eerste fase vereffening, vrij net*)

M

Matenserie Zie *blok- en relatiemaat.*

Mathematische geodesie Het vakgebied dat de kwaliteitsbeheersing en de kwaliteitsbeschrijving van geodetische werkzaamheden omvat. (zie *geodetische rekentechniek*)

Meetlijn Meting waarbij de relatieve ligging van twee of meer punten wordt vastgelegd door afstanden te meten over een lijn of loodrecht daarop. (zie *detailmeting*)

Meetontwerp De planning en het ontwerp van een meetopzet bij de uitvoering van werkzaamheden in de puntsbepaling rekening houdend met de gestelde eisen, de terreinomstandigheden en het beschikbare instrumentarium. (zie *sterkteberekening, terreinverkenning*)

Meetopzet De specificatie van de uit te voeren metingen en het te gebruiken instrumentarium. (zie *meetontwerp*)

Meetprecisie Precisie waarmee een bepaalde grootheid gemeten kan worden. De meetprecisie omvat de precisie van het instrumentarium en de waarnemer, en de centreringsprecisie.

Meetprocedure Specificatie van de wijze waarop een meting moet worden uitgevoerd.

Meetproces Volgorde van handelingen bij het uitvoeren van metingen.

Meten Het doen van waarnemingen met de bijbehorende registratie. (zie *meting, waarneming, meetopzet*)

Meting Samenhangende groep van waarnemingen verkregen met één meetmethode en/of meetinstrument. (zie *meten, netwerk*)

Model Zie *wiskundig model* of *fotogrammetrisch model*.

Modelcoördinaten Coördinaten die gemeten worden in een fotogrammetrisch model. [F]

Modelfout Afwijking van de nulhypothese. (zie *alternatieve hypothese*)

Monoplotting Fotogrammetrische detailmeting in een enkele foto. [F]

N

Nabijheidsrelatie Samenhang tussen punten en objecten op grond van hun fysieke kenmerken en/of hun onderlinge ligging in het terrein.

Nauwkeurigheid Het totaal van precisie en betrouwbaarheid. (zie *kwaliteit*)

Naverkenning Het door middel van terrestrische metingen aanvullen en controleren van de fotogrammetrische detailmeting.

Netwerk Samenhangende groep van metingen. (zie *vrij net*)

Norm Een door een daartoe gerechtigde instelling beschreven richtlijn.

Nulhypothese Aanname dat het gekozen wiskundige model (functie- en kansmodel) correct is.

O

Objectcodering Tijdens de klassering aan een object toegekende codering op basis van de classificatie.

Onbekende Variabele waarvan men de waarde wil schatten. (Wordt in de wiskunde meestal parameter genoemd.) (zie *functiemodel, waarnemingsvergelijking*)

Onbetrouwbaarheidsdrempel Kans op het bij toetsing ten onrechte verwerpen van de nulhypothese. (zie *kritieke waarde*)

Onderscheidingsvermogen De kans dat men met een bepaalde toets de nulhypothese terecht verwerpt, indien een alternatieve hypothese geldig is.

Ontwerpregels Vuistregels voor het meetontwerp.

Orthogonale transformatie Transformatie tussen twee cartesische coördinatenstelsels zonder schaalverschil, waarbij geen vervorming optreedt. De transformatie bestaat uit (een) translatie(s) en rotatie(s). (zie *affiene transformatie, gelijkvormigheidstransformatie*)

Orthometrische hoogte Hoogte van een punt boven de geoïde (wordt traditioneel met waterpassing bepaald; NAP-hoogten zijn orthometrische hoogten). (zie *geoïde, geoïdehoogte*)

Overtalligheid Het aantal onafhankelijke voorwaarden in een functiemodel. Bij modellen zonder rangdefect is dit gelijk aan het verschil tussen het aantal waarnemingen en het aantal onbekenden.

P

Parameter Zie *onbekende*.

Paspunt Een aansluitingspunt bij de aansluiting van een fotogrammetrisch aan een terrestrisch bepaald puntenveld. [F]

Pixel Beeldelement in een rasterbestand, waaraan zowel ruimtelijke als attribuutkenmerken zijn gekoppeld.

Planning De logistieke organisatie voor de realisatie van een meetopzet. (zie *meetomwerp*)

Precisie De spreiding van een stochastische grootheid ten opzichte van haar gemiddelde. Een maat voor de precisie van een enkele grootheid is de standaardafwijking; een maat voor de precisie van een aantal grootheden is de variantiematrix. (zie *nauwkeurigheid*)

Pseudo kleinste-kwadraten Kleinste-kwadraten criterium waarbij gespecificeerde waarnemingsgrootheden geen correctie krijgen.

Punt Een geïdealiseerde voorstelling van een terreinelement waarvan de ligging in een coördinatenstelsel met één coördinatenpaar beschreven kan worden. (zie *idealisatie, puntenveld*)

Puntenveld Verzameling van punten waarvan de coördinaten in één coördinatenstelsel bekend zijn.

Puntprecisie De relatieve precisie van punten als resultaat van het meet- en verwerkingsproces. (zie *idealisatieprecisie*)

Puntsbepaling Totaal aan landmeetkundige en fotogrammetrische methoden, die worden gebruikt om te komen tot een beschrijving van de (onderlinge) ligging van punten in de vorm van coördinaten.

Puntsoverdracht Het op overlappende foto's aangeven van de ligging van corresponderende verbindings punten. (zie *triangulatie*) [F]

Puntstandaardellips Standaardellips voor een punt. (zie *standaardellips*)

Punttoets Toets voor een fout in een (aansluitings-)punt. (zie *w-toets*)

R

Rangdefect Het ontbreken van de nodige en voldoende restricties (vrijheidsgraden) dat nodig is om de onbekenden te kunnen schatten. (Het aantal ontbrekende restricties wordt ook wel het rangdefect genoemd.)

Rasterbestand Verzameling van geometrische gegevens die zijn opgeslagen als een serie beeldelementen (pixels), waarbij de ruimtelijke positie impliciet gegeven is door de volgorde van de beeldelementen. (zie *pixel, vectorbestand*)

RD-coördinaten In de stereografische kaartprojectie gegeven coördinaten van de punten van het RD-net of van daarvan afgeleide punten. (zie *RD-stelsel*)

RD-net Primair geodetisch netwerk voor de plaatsbepaling. Het RD-net is terrestrisch bepaald. Het RD-net is een grondslagnet. (zie *GPS-kernnet*).
Art.52-1 Kadasterwet: Er is een net van coördinaatpunten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting bestaande uit punten van de eerste, tweede en derde orde, alsmede uit hoofdpunten.

RD-punt Punt van het RD-net. RD-punten zijn eerste-, tweede- en derde-orde punten, hoofdpunten en punten van het GPS-kernnet.

RD-stelsel Nederlands referentiestelsel voor de plaatsbepaling. Het RD-stelsel is een coördinatenstelsel.

Reconstructiebestand Verzameling van reconstructiegegevens. (Wordt ook wel veldwerkarchief genoemd.)

Reconstructiegegevens Metingen of daarvan afgeleide coördinaten in een lokaal stelsel waarmee in het terrein de kadastrale perceelsgrenzen kunnen worden uitgezet (gereconstrueerd). (zie *reconstructiebestand*)

Reconstructiepunt Punt ten opzichte waarvan een kadastrale grens in het terrein kan worden gereconstrueerd.

Redres Verbetering van gegevens in de kadastrale registratie.

Reductie Aanpassing van landmeetkundige waarnemingen, zodanig dat deze direct in het gewenste coördinatenstelsel verwerkt kunnen worden.

Referentie-ellipsoïde Wiskundig oppervlak dat gebruikt wordt als basis voor de kaartprojectie. (zie *geoïde, geoïdehoogte*)

Referentiestelsel Coördinatenstelsel met minimaal nationale reikwijdte (zie *RD-stelsel, ETRS89, WGS84, NAP*)

Registratie Het noteren van gegevens die voor de interpretatie en verwerking van de waarnemingen van belang kunnen zijn. (zie *meten*)

Rekenbasis De vastlegging van die (functies van de) onbekenden waarmee het rangdefect van het functiemodel wordt opgeheven.

Rekentechniek Zie *geodetische rekentechniek.*

Relatieve oriëntering Het bepalen van de stand van een stralenbundel ten opzichte van een naastliggende (overlappende) bundel, zodanig dat corresponderende stralen (dat wil zeggen stralen uit twee bundels die betrekking hebben op hetzelfde terreinpunt) elkaar snijden. (zie *fotogrammetrisch model*, vgl. *inwendige oriëntering, absolute oriëntering*) [F]

Relatiemaat Zie *blok- en relatiemaat.*

Relatieve standaardellips Standaardellips voor de relatieve ligging van twee punten. (zie *standaardellips*)

Residu Het verschil tussen een waargenomen waarde en een berekende waarde van een grootheid. (zie *kleinste-kwadraten residu*)

Resolutie Scheidend vermogen.

Restrictie Voorwaarde ten aanzien van de onbekenden in een model van waarnemingsvergelijkingen.

S

Scannen Het langs automatische weg omzetten van een analoge kaart of halftoonbeeld (foto) naar een rasterbestand. (vgl. *digitaliseren, vectoriseren*)

Schatbare grootheid Een (functie van de) variabele(n) heet schatbaar indien de variabele invariant is voor de keuze van de rekenbasis. Dat wil zeggen dat de keuze van de rekenbasis geen invloed heeft op de numerieke waarde en de stochastische eigenschappen van de variabele.

Schatten Het berekenen van getalwaarden voor de schatters van de onbekenden, gebruikmakend van de waarnemingen. De kleinste-kwadraten vereffening is de meest gebruikte methode van schatten. (zie *vereffenen*)

Schatter Stochastische grootheid die een functie is van de waarnemingsgrootheden en die wordt gebruikt om de schatting te berekenen. (zie *schatting*)

Schatting (Doorgaans in een vereffening) Berekende waarde van een schatter. De schatting is een functie van de waarnemingen.

Schranking Zie *schrankings-transformatie.*

Schrankingsstelsel Coördinatenstelsel waar de rekenbasis (gedefinieerd met nodig en voldoende informatie) deel van uitmaakt. (In een schrankingsstelsel zijn de coördinaten van het puntenveld in feite coördinaten ten opzichte van de rekenbasis.) (Wordt ook wel S-stelsel genoemd.) (zie *rekenbasis*)

Schrankings-transformatie Coördinatentransformatie tussen verschillende schrankingsstelsels. (Wordt ook wel S-transformatie genoemd.) (zie *transformatie*)

Signaliseringsplan Kaart met daarop aangegeven de grenzen van het fotogrammetrische blok, de vliegstroken en de paspunten. (vgl. *vliegplan*) [F]

Sluitterm Tegenspraak die resulteert indien de waarnemingen in de voorwaardevergelijkingen worden ingevuld.

Standaardafwijking Maat voor de spreiding van een stochastische grootheid. Het kwadraat van de standaardafwijking is de variantie van een stochastische grootheid. (zie *precisie, variantiematrix*)

Standaardellips Twee-dimensionaal (±39.4%-)betrouwbaarheidsgebied. Een standaardellips wordt beschreven met de lengte van de lange halve as van de ellips, de lengte van de halve korte as en de oriëntering van de halve lange as.

Stelsel Een systeem dat de oorsprong, oriëntering en schaal van een coördinatenstelsel vastlegt. (zie *coördinaatdefinitie*)

Stereo-model Zie *fotogrammetrisch model.* [F]

Sterkteberekening Rekenkundige analyse van de geometrische kwaliteit (precisie en betrouwbaarheid) van een meetontwerp. (Wordt soms ook verkenning genoemd.) (zie *planning, meetopzet, meetontwerp*)

Stochastische grootheid Variabele waarvan de waarde niet met zekerheid voorspeld kan worden maar waarvan wel de kansverdeling bekend is. (Wordt ook wel stochastische variabele genoemd.)

Straal Rechte lijn waarlangs via de centraal projectieve transformatie de afbeelding van een terreinpunt naar een beeldpunt op de (digitale) foto geschiedt. [F]

Stralenbundel De verzameling stralen die betrekking heeft op één foto. [F]

T

Terreinverkenning Het ontwerp en de optimalisatie van een meetopzet met betrekking tot de terreinomstandigheden. (Wordt soms ook verkenning genoemd.) (zie *meetopzet, meetontwerp, sterkteberekening*)

Toets Beslissingsregel waarbij men op grond van de waarnemingen kan concluderen of de nulhypothese wel of niet verworpen moet worden. (zie *algemene toets van het model, punttoets, w-toets*)

Toetsing Rekenstap waarin de modelaannamen worden gecontroleerd door het vergelijken van de toetsingsgrootheid met de kritieke waarde. Beoordeeld wordt of de waarnemingen voldoen aan het model van de waarnemingsgrootheden onder de nulhypothese. Toetsing omvat de opsporing van modelfouten. (zie *foutopsporing*)

Toetsingsgrootheid Stochastische grootheid die als beslissingscriterium in de toetsing wordt gebruikt.

Toetsingsquotiënt Verhouding van de waarde van een toetsingsgrootheid en de bijbehorende kritieke waarde.

Tolerantie Beslissingsdrempel die niet aan het uitvoeren van de toetsing is gekoppeld. (vgl. *kritieke waarde*)

Topografie De kenmerken van het aardoppervlak en de totale verzameling van terreinelementen op, in of onder het aardoppervlak in een bepaald gebied. Gebouwen en kunstwerken met een permanent karakter worden harde topografie genoemd. Sloten, wegkanten, heggen e.d. worden zachte topografie genoemd.

Transformatie Omzetting van coördinaten van een puntenveld naar een ander coördinatenstelsel. (zie *gelijkvormigheidstransformatie*, *affiene transformatie*, *orthogonale transformatie*, *schrankingstransformatie*)

Triangulatie
1 Puntsbepalingsmethode gebaseerd op terrestrische richtingsmeting.
2 Meting in de foto van pas- en verbindingspunten ten behoeve van de blokvereffening. De triangulatie omvat de puntsoverdracht. [F]

Tweede fase vereffening Vereffening waarbij de waarnemingen uit een vrij netwerk direct worden aangesloten aan de coördinaten van een puntenveld. (zie *eerste fase vereffening*, *aansluiting*, *vrij net*).

U

Uitgifteschaal Schaal waarop de inhoud van (delen van) een digitaal coördinatenbestand grafisch gepresenteerd wordt.

Uitschakeling model De processtap waarbij de resultaten van de geodetische rekentechniek worden vertaald in een operationele coördinaatbeschrijving en de bijbehorende kwaliteitsbeschrijving.

Uitwendige oriëntering Bepaling van de stand en positie van een stralenbundel zoals die bestond tijdens de opname in het coördinatenstelsel van de paspunten. (vgl. *inwendige oriëntering*, *relatieve oriëntering*, *absolute oriëntering*) [F]

Uitzetten Het in het terrein zichtbaar maken van uitgepaste of berekende (nieuwe) meetgegevens. (zie *reconstructiegegevens*)

V

Variantie Maat voor de precisie van een stochastische grootheid. De variantie is het kwadraat van de standaardafwijking. (zie *variantiematrix*)

Variantiematrix Matrix die de precisie van meerdere stochastische grootheden beschrijft. De diagonaal van een variantiematrix bevat de varianties van grootheden. De niet-diagonaal elementen zijn een maat voor de covariantie van de grootheden. Een variantiematrix is symmetrisch en altijd positief (semi-)definiet. (Wordt ook wel covariantiematrix genoemd.)

Vectorbestand Verzameling van geometrische gegevens, die objectsgewijs (als punten, lijnen en vlakken) zijn opgeslagen. De ruimtelijke positie wordt met coördinaten vastgelegd. Aan de objecten kunnen attribuutwaarden worden gekoppeld. (zie *rasterbestand*)

Vectoriseren De omzetting van een rasterbestand naar een vectorbestand. (vgl. *digitaliseren*, *scannen*)

Veldboek Opslagmedium voor het vastleggen van de waarnemingen in digitale vorm bij terreinopnamen. (vgl. *veldwerk*)

Veldwerk Een document waarop de landmeter een relaas van zijn bevindingen noteert inzake de aanwijzing van de nieuwe grens, dat mede door meting verkregen gegevens bevat. Als het document bestaat uit een veldschets waarop de volledige maatvoering is aangegeven wordt in de HTW gesproken van een analoog veldwerk. Als het document bestaat uit een veldschets met een coördinatenbestand of een coördinatenlijst van de opgenomen punten bevat wordt gesproken van een digitaal veldwerk. (vgl. *veldboek*)

Veldwerkarchief Zie *reconstructiebestand*.

Verbindingspunt 1 Een punt dat gebruikt wordt om vrije opstellingen onderling te verbinden. Op een verbindingspunt wordt niet opgesteld.
2 Een punt dat op meerdere foto's voorkomt en als aansluitingspunt voor de relatieve oriëntering wordt gebruikt. (vgl. *paspunt*, zie *puntsoverdracht*) [F]

Verdichting Bepaling van grondslagpunten uitgaande van een al bestaande grondslag.

Vereffening Rekenstap waarin de tegenspraken tussen de waarnemingsgrootheden worden weggewerkt (vereffend) en de onbekenden worden berekend (geschat). (zie *rekentechniek, kleinste-kwadraten, schatten*)

Verkenning Zie *terreinverkenning* of *sterkteberekening*.

Verstoringsfactor Maat voor de uitwendige betrouwbaarheid, die de invloed op de onbekenden beschrijft van een fout in een waarnemingsgrootheid ter grootte van een grenswaarde.

Vervangingsmatrix Kunstmatrix die wordt gebruikt als vervanging van de variantiematrix van coördinaten van een puntenveld.

Verzekering De fysieke markering van punten in het terrein.

Vliegplan Kaart met daarop aangegeven de vliegstroken en het begin- en eindpunt van elke strook. (vgl. *signaliseringsplan*) [F]

Voerstraalmeting Meting bestaande uit richtingen en afstanden m.b.v. een tachymeter vanuit een opstelpunt naar twee of meer richtpunten. (zie *detailmeting, vrije opstelling*)

Voorwaardevergelijking Vergelijking die in het functiemodel de onderlinge relaties beschrijft waaraan de waarnemingsgrootheden moeten voldoen.

Vorm Het patroon dat de onderlinge ligging van punten beschrijft.

Vormgrootheid Grootheid die onafhankelijk is van de definitie van de rekenbasis en invariant is onder een gelijkvormigheidstransformatie.

Vrij net Netwerk waarvan de coördinaatdefinitie niet is gegeven en willekeurig kan worden gekozen, zodanig dat juist voldoende informatie voor de coördinaatberekening gegeven is. (zie *eerste fase vereffening, lokaal stelsel, netwerk*)

Vrij punt Een punt dat bij een aansluiting in slechts één puntenveld voorkomt. (zie *aansluitingspunt*)

Vrije opstelling Voerstraalmeting waarbij het opstelpunt een hulppunt is en de verbinding met andere opstelpunten door middel van verbindingspunten wordt gelegd. (Wordt ook wel vrije standplaats genoemd.)

W

Waarneming Waarde die door meting aan de waarnemingsgrootheid wordt toegekend. (zie *meting, registratie*)

Waarnemingsgrootheid Een stochastische variabele die in het wiskundig model de waarnemingen beschrijft.

Waarnemingsvergelijking Vergelijking die in het functiemodel het verband tussen de waarnemingsgrootheden en de onbekenden legt. (Wordt ook wel correctievergelijking genoemd.)

Wiskundig model Modelmatige beschrijving het geheel van functionele en stochastische relaties tussen waarnemingsgrootheden en onbekenden (zie *functiemodel*, *kansmodel*)

w-Toets Toets voor een fout in een enkele waarneming. (Wordt ook wel waarnemingstoets genoemd.)

IJ

IJking Het controleren of instrumenten aan gestelde eisen voldoen. Indien het instrument aan de eisen beantwoordt, wordt dit in een certificaat vastgelegd. (zie *kalibratie*)

Z

Zelfkalibratie Het schatten van de elementen van de inwendige oriëntering (inclusief de lensvertekening) als onderdeel van een blokvereffening. [F]

Lijst van afkortingen

AGRS	Actief GPS Referentie Systeem
ALP-compressie	Adaptive Laplacian Pyramid beeldcompressie-techniek
BNR	Bias to Noise Ratio (Nederlands: verstoringsfactor)
CCD	Charge-Coupled Device (sensor in digitale camera en scanner)
CEN	Comité Européen de Normalisation (European Committee for Standardization)
DGPS	Differential GPS (zie *GPS*)
DHM	Digitaal Hoogte Model
DTM	Digitaal Terrein Model
DUF	Digitaal Uitwisselingsformaat
ED50	European Datum 1950 (Europees referentiestelsel)
ETRS89	European Terrestrial Reference System 1989 (Europees referentiestelsel)
EUREF	European Reference Frame (Europees referentiestelsel)
FIG	Fédération Internationale des Géomètres
FMC	Forward Motion Compensation
GBK	Grootschalige Basiskaart
GBKN	Grootschalige Basiskaart van Nederland (zie woordenlijst)
GPS	Global Positioning System
GRS80	Geodetic Reference System 1980 (mondiaal referentiestelsel)
HLV	Handleiding Landmeetkundige Veldwerkzaamheden van het Kadaster
HTW	Handleiding voor de Technische Werkzaamheden van het Kadaster
IAG	International Association of Geodesy
IMC	Image Motion Compensation
ISO	International Standard Organisation
JPEG-compressie	Joint Photographic Experts Group beeldcompressie-techniek
LGR	Laboratorium voor Geodetische Rekentechniek (TUD)
LKI	Landmeetkundig Kartografisch Informatiesysteem
MD-RWS	Meetkundige Dienst van de Rijkswaterstaat
MDB	Minimal Detectable Bias (Nederlands: grenswaarde)
NAP	Normaal Amsterdams Peil (Nederlands referentiestelsel voor de hoogte)
NCG	Nederlandse Commissie voor Geodesie
NEN	Nederlandse Norm
NEREF	Netherlands Reference Frame (Nederlands referentiesysteem)
NNI	Nederlands Normalisatie Instituut
OEEPE	Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Expérimentales (European Organization for Experimental Photogrammetric Research)
PDOP	Precision Dilution of Precision (maat voor de kwaliteit van de GPS-plaatsbepaling)
PIB	Precisie, Idealisatie, Betrouwbaarheid
RD	Rijksdriehoeksmeting
RETrig	Réseau Européenne Trigonometrique
RINEX-formaat	Receiver INdependent EXchange-formaat (uitwisselingsformaat voor GPS-waarnemingen)
SUF	Standaard Uitwisselingsformaat
TUD	Technische Universiteit Delft
WGS84	World Geodetic System 1984 (mondiaal referentiestelsel met geoïdemodel)

Register

De met ‡ gekenmerkte begrippen zijn ook opgenomen in de verklarende woordenlijst.

A

aansluiting 151 ‡
  kleinste-kwadraten *159*, 165, 205
  overbepaalde transformatie (m.b.v.) *159*, 166, 205
  pseudo kleinste-kwadraten *159*, 166, 205
aansluitingselement *496*, 522, 543 ‡
  vereffening (van)512, 522
aansluitingsmethode 153, 158, 165 ‡
aansluitingsmodel 206 ‡
aansluitingsprocedure 153, 158, 161, 167, *208* ‡
aansluitingspunt 152, 496, 516 ‡
  toetsing van 18, 29, 242, 272, 282, 379, 464
  vereffening van 158, 208, 536
aansluitingsrelatie 496 ‡
  vereffening met 543
aansluitingsvereffening 158, 205, *211* ‡
  gefaseerde 167, *208*
  integrale 167, *208*
  rekenschema's 213
absolute oriëntering 421, 430, *432* ‡
actualiteit 19, 575
A-D conversie 496 ‡
affiene transformatie 183 ‡
  overbepaalde 188
  relatie met gelijkvormigheidstransformatie 189
afgeleide grootheid 111
afplatting (ellipsoïde) 613
afscherming 317
afsluitingsrichting 267, 344
afsnijdingsconstructie 270
afstandsmeting, elektronische 617
afstemming 497, 514, 569 ‡
afwijking
  stochastische 66
  toevallige 66, 135, 136
AGRS *22*, 249
aktepostmeting 324, 326, *336* ‡
  voorbeeld 352-353
algemene toets van het model 114, 123, *130* ‡
alternatieve hypothese 113, *117*
  conventionele *129*, 145
  ruimere 124
ambiguity (GPS) *626*, 628
analoge kaart 595 ‡
antennehoogte, GPS- 297, 307
anti-spoofing (AS) 625
a-posteriori variantie 132
axioma 87

B

Baarda-Alberda matrix 45, 139
basislijn 239, 249, 286, *624* ‡
  kansmodel 301
basislijnberekening 290, 297, 392, *627*
basislijncomponent 286, *624* ‡
basislijnmeting 294, 393
basislijntoets 308
basismeting 20
beeld, digitaal 418, 426
beeldbewerking 643
beeldcompressie 436, 645
beeldcoördinaten 426
beeldcorrelatie 439
beelddrager 633
beeldelement 426, 633, 640
beeldinspiegeling 469
beeldmiddenoverzicht 453
beeldpunt 424
beeldstelsel 426
benaderde waarde 94
  berekening van 18, 96, 175, 355
Bessel-ellipsoïde 23, 35
Besselmeting 265, 274, 621
bestek 470, 575 ‡
betrouwbaarheid 16, 40, 135, *143* ‡
  inwendige 135, *144*
  uitwendige 135, *147*
betrouwbaarheidsbeschrijving 42, 135
betrouwbaarheidsellips 82, 84
betrouwbaarheidsinterval 84
betrouwbaarheidsstrook 404, 414
betrouwbaarheidsvector, uitwendige 147
bijcodering 372

bijhouding 31, 325, 326, 422, 475 ‡
bijhoudingsmeting 155, 321
binnenkring 263
blok, fotogrammetrisch 253, 421, *429*
blok- en relatiemaat 348 ‡
blokmaat 348, 349
blokvereffening 199, 254, 421, 430, *453* ‡
blunder 66
B-methode van toetsen 114, *123* ‡
bogensnijpunt *350*, 358
brongegevens 575, 576
buitenkring 263
buitenpunt 266, 317
bundelblok 429 ‡

C

cameraconstante 424
cameracoördinaat 426
camerakalibratie 425
camerastelsel 425, 459
cartesisch coördinatenstelsel 175, 191 ‡
CCD 640
centrale projectie 424
centreren ‡
centrering 258, 265, 344, 617
  meetmerk 636
centreringsprecisie 273, 364 ‡
certificatie 577
classificatie ‡
classificeren ‡
code (GPS)
  C/A- 625
  P- 625
  Y- 625
coëfficiëntenmatrix 93, 105
collineariteit *351*, 361, 546, 560, 648
collineariteitsbetrekking 427, 460
compressiefactor 437
compressietechniek 437
consistentie 87, 90, 96, 575 ‡
constructiemaat 331
controle, visuele 582
controlemaat 350
controlemeting 580
controlepunt 581
conventionele alternatieve hypothese *129*, 145
convergentie 102
convergentiecriterium 102
conversie 495
  A-A- 495
  A-D- 496
  D-D- 496
coördinaat ‡
  als eindprodukt 19
  geocentrisch-cartesisch 246, *613*
  geografische 24, 246, *613*
  lokaal-cartesisch 246, 305
  operationele definitie van 43
  precisiebeschrijving 43, 202
coördinaatberekening 18, 29
coördinaatdefinitie *43*, 135, 139 ‡
coördinaattoets 230
coördinatenlezer *633*, 636
coördinatenstelsel 152 ‡
  2D-affien 183
  2D-cartesisch 175
  3D-cartesisch 191
coördinatentransformatie 152 ‡
  2D-affiene 157, *183*
  2D-gelijkvormigheids- 157, *175*
  2D-orthogonale 157, *177*
  3D-gelijkvormigheids- 157, *191*
correctie 91, 116 ‡
  afstandsmetingen 619
  richtingen 621
  voor excentrisch richtpunt 356
correlatie 71 ‡
correlatiecoëfficiënt 71
covariantie 71, 72
covariantiefunctie 233
covariantiematrix 73
criteriumcirkel 142, 143
criteriummatrix 45, 139 ‡
cycle slip (fasesprong) 628, 630

D

dakoverstek 483, 484
dakoverstekmeter 484
datasnooping 128 ‡
datum ‡
datumdefinitie 613
datumshift 615
datumtransformatie 34, 157, 191, 613 ‡
degeneratie 49, 238
delimitatie 405, 414 ‡
densiteit 435
density slicing 644
detailgrondslag 26, *240*, 244, 254, 259, 312, 345 ‡
detailgrondslagnet 256 ‡
  vereiste kwaliteit 58

detailmeting 321 ‡
  fotogrammetrisch 59, 322, 334, *417*
  GPS 322, 334, *388*
  terrestrisch 59, 321, 333, *334*
detailpunt 347 ‡
detailpuntenveld 41
  kwaliteit 58
  precisiebeschrijving 47, 49
DGPS 445, 629
DHM 461, 479
diagonaalmatrix (kunstmatrix) 45-46, 140
differences (single-, double-, triple-; GPS) 627
digitaal beeld 417, 426
digitale fotogrammetrie 418 ‡
digitale kaart 7, 59, 325, 584 ‡
digitaliseertafel 633
digitaliseren 633 ‡
  handmatig 634
  heads-up 634, *651*
  semi-automatisch 639
digitalisering, kenmerkende kwaliteit van 59, 600
digitizer 633
dispersie 69
domein 67
DOP 629
draaggolf (GPS) 625
draaipunt 193, 615
  GPS-netwerk 293
driehoeksmeting 20
driehoeksnet 20
driftparameter 458
dubbelprojectie 23
dubbelpunt 432
dubbelserie 258, 621
dumping 488 ‡
dwarsoverlap 429 ‡
dwarsparallax 429
dwarsstrook 445

E

ED50 34
eerste fase vereffening 153 ‡
eigenmaat 349 ‡
eigenvector 83, 84
eigenwaarde 83, 84
eigenwaarde-analyse 140
ellips
  betrouwbaarheids- 82, 84
  grenswaarde- 145
  puntstandaard- 141
  standaard- *82*, 142
ellipsoïde 613
  Bessel- 23, 35
  grenswaarde- 145
  GRS80- 35
  hyper- 84
  referentie- 36, 613
  standaard- 84
ellipsoïdische hoogte 36-37, 247, 617
enkelbeeld-uitwerking 417, 422, 426, 476
ETRS89 22, 34
EUREF 34
evenwijdigheid *351*, 361, 483, 546
excentriciteit
  ellipsoïde 613
  GPS-antenne 446, 459
  meetmerk 636
  richtpunt 347
excentrische opstelling 265, 292
experiment 12

F

fasecentrum GPS-antenne 625
fasemeting 249, 624, *625*
fasesprong (cycle slip) 628, 630
fast-static (GPS) 289, 628
filmvervorming 431
FMC 445
fotocoördinaat 425, 438 ‡
fotogrammetrie 417 ‡
  analytische 418
  digitale 418
fotogrammetrisch blok 253, 421, *429* ‡
fotogrammetrisch model 421 ‡
fotoschaal 417, 443
fotostelsel 459
fotovlucht 440, 443
fout *66*, 116
  grootte van 120
  grove 66, 116
  systematische 66, 116
  van de eerste soort 122
  van de tweede soort 122
  voortplantingswet van 74
foutopsporing 18, 62, 114 ‡
foutschatting 120
frequentie
  afstandsmeter 618

GPS-draaggolf 626
relatieve 67
statistisch 67
F-toets 132
functiemodel 11, 16, 61, 87, 88 ‡
F-verdeling 81
niet-centrale 81

G

GBKN 55
norm- 55
nuts- 55
gebiedsklasse 584
gecombineerd netwerk 251, *312*
gecorreleerde grootheid 110 ‡
gelijkvormigheidstransformatie ‡
overbepaalde 178
2D- 157, *175*
3D- 157, *191*, 613
gemengd model 90
gemiddelde 69
genormaliseerde grenswaarde 146 ‡
geocentrisch-cartesisch coördinaat 246, *613*
geodetische rekentechniek 13, 17 ‡
geografische coördinaat 24, 246, *613*
transformatie naar RD-coördinaten 25
geoïde 36 ‡
geoïdehoogte 36-38, 247 ‡
geoïdemodel ‡
geometrie 8 ‡
geometrische kwaliteit 3-4, 26, 40, 51, 134 ‡
geometrische kwaliteitsbeheersing 4, 7, 9, 26, 40, 61, 135 ‡
geometrische kwaliteitsbeschrijving 13, 19, 40, 134
geometrische kwaliteitscontrole 19, *575*
geometrische precisie (scannen) 435, 641, *646*
geometrische relatie *351*, 483, 488, 509, 556, 559 ‡
gesignaliseerd paspunt 420, 441, 447
gewicht 72
gewichtscoëfficiënt 72, 73
gewichtscoëfficiëntenmatrix 73
gewichtsmatrix 73
GPS 22, 286, *623*
detailmeting 322, 334, *388*
fotovlucht 418, 440
grondslagmeting 239, *286*
GPS-antenne 294
GPS-antennehoogte 297, 307
GPS-kernnet 22 ‡
GPS-meetmethode 294
kinematisch 628
kort-statisch 289, 294, 628
real-time 629
semi-kinematisch 629
GPS-meting 295-297, 393
GPS-netwerk 251 ‡
GPS-ontvanger 294, 623, *626*
GPS-signaal 625
grafische kaartverbetering 500 ‡
grafische precisie 53, 55, 328, 336 ‡
grens, kadastrale 52, 54, 322, 328, 330, 404
grensaanwijzing 54, *405*
grensmarkering 405, 406, 414
grensreconstructie 330, 404, 407, 412
grensuitzetting 330, *404* ‡
grenswaarde 124, *144* ‡
genormaliseerde 146 ‡
grenswaarde-ellips 145
grenswaarde-ellipsoïde 145
grenswaardevector 144
grijswaarde 435, 640, 641
grijswaardebereik 435
grondslag 41, 239 ‡
levensduur 28
precisiebeschrijving 46, 49
vereiste kwaliteit 57
grondslagelement 26, *30-33*, 337 ‡
grafisch 29, *30*, 53, 55
selectie 32
terrestrisch 29, *30*, 56, 57
grondslagmeting 239
fotogrammetrisch 239, 417
gecombineerde 239, *312*
GPS- 239, *286*
terrestrisch 239, *254*
grondslagnet 239 ‡
vereiste kwaliteit 58
grondslagpunt 28, 58, 242
grootheid
afgeleide 111
gecorreleerde 110
samenstellende 111
stochastische 67
vrije 111
grootschalige basiskaart van Nederland (GBKN) 55 ‡
grootte 54, 396 ‡
berekende 55, 396
kadastrale 55, 396
groottebepaling 337, *396*

grootteberekening ‡
GRS80 35

H

haaksheid *351*, 361, 483
Helmert-transformatie 177
herbemonstering 437, 644
herberekening 580
herkartering 498
hervereffening 580
histogram 67-68
HLV 348
homogeniteit van puntenveld 27
homogeniteit van puntprecisie 45
homogeniseren 498
hoofdgrondslag 26, *240*, 244, 254, 258, 287, 312
hoofdgrondslagnet 254, 287
hoofdpunt ‡
  foto 425
  RD-punt 21, 26, 57
hoogte
  bepaling met GPS 251
  ellipsoïdische 36-37, 247, 617
  geoïde- 36-38, 247
  NAP- 36-38, 251
  orthometrische 247, 619
  precisiebeschrijving 49
hoogteketting 448
hoogtepaspunt 448
HTW'56 1-2
hulppunt 263, 265, 271
hyperellipsoïde 84
hypothese 113 ‡
  alternatieve 113, *117*
  conventionele alternatieve *129*, 145
  nul- 113, *117*
  ruimere alternatieve 124

I

idealisatie 44, 67, 88 ‡
idealisatieprecisie *44*, 50 ‡
  klasse-indeling 50
identiekverklaring 164, 373
identificatiefout 212, 222, *227*, 517-518
identificatietoets 225
IMC 445
inhomogeniteit van puntenveld 27, 30, 519
inhomogeniteit van (punt)precisie 49, 50, 162
inpassing 18, 29, 496 ‡
  grafische 500
inschakeling model 13, 86 ‡
insnijding 264
inspiegeling 422, 469 ‡
instelprecisie 635
instrumenthoogte 248
interpolatie 166, 233
  bilinaire 437
  kleinste-kwadraten 166
  vrije punten (van) 166, 233, 513, 524, 552
interpolatiemethode 233, 513
interpolatietechniek 232
interval 67
inwendige betrouwbaarheid 135, *144*
inwendige oriëntering 430, *431* ‡
inwinning 321
ionosfeer 295, 626
isomorfie 88
iteratie *101*, 219 ‡
iteratieprocedure 102
iteratiestap 101-102

K

kaart ‡
  analoge 595
  digitale 7, 59, 325, 584
  GBKN 55
  kadastrale 52, 326
  niet-hermeten (kadastrale) 52, 59, 500
  topografische 326
kaartblad 584
kaartconversie 495 ‡
kaartcoördinaat 585
kaartinhoud 52, 55
kaartprojectie 23 ‡
kaartschaal 52
kaartverbetering 495, *497* ‡
  grafische 500
  lokale 505, 513, 525, *556*
kaartverificatie 579, *583* ‡
kaartvernieuwing 326, 336, *493*, 495 ‡
kaartvervaardiging 325, 326
kaartvlak 23, 245, 620
kadasterdriehoekje 265
Kadasterwet 51, 54, 498
kadastraal veldwerk 54
kadastrale grens 52, 54, 322, 328, 330, 404

kadastrale grootte 54, 396 ‡
kadastrale kaart 52, 326 ‡
  niet-hermeten 52, 59, 500
kadastrale vernieuwing 498 ‡
kalibratie 578 ‡
  meetcamera 425, 439
  scanner 435, 644
kans 67
kansdichtheid 69
kansdichtheidsfunctie 69
kansmodel 12, 16, 61, *87*, 116, 136 ‡
kansverdeling 69
  marginale 70
  simultane 70
karteergids 469, 470 ‡
kartering, fotogrammetrisch 322, 417, 420, *467*
karteringsprecisie 600
kavel 330, 405, 411, 415
kavelgrens 330, 405, 410, 414
kernnet, GPS- 22
kernnetpunt 22, 26, 57 ‡
kinematische GPS-meetmethode 628
klasseren ‡
kleinste-kwadraten ‡
  aansluiting *159*, 165, 205
  interpolatie 166
  methode van de 61, *88*, 91
  residu 94, 106, 120 ‡
  vereffening 91
kleurenscan 437, 641
kortgesloten maat 351
kort-statische GPS-meetmethode 289, 294, 628
kosten 10
krimp 638
kringgrootte 263
kringnet 240, 256, 287, 292 ‡
kringnetstructuur 286
kritieke waarde 114, 121 ‡
  berekening van 126
kunstmatrix 44, 139 ‡
  Baarda-Alberda matrix 45, 139
  diagonaalmatrix 45-46, 140
kwaliteit ‡
  geometrische 3-4, 26, 40, 51, 134
  vereiste 51
kwaliteitsanalyse 603
kwaliteitsbeheersing 7, 40 ‡
  geometrische 4, 7, 9, 26, 40, 61, 135
  proces 7, 135
  produkt 7
  puntenveld 28
kwaliteitsbeoordeling 41
kwaliteitsbeschrijving 13, 19, 40, 62, 134 ‡
  geometrische 13, 19, 40, 134
  objectgerichte 41
kwaliteitscontrole 13, 19, 62, *575*
  meet- en rekenproces 113, 576
  produkten (van) 577, *578*
kwaliteitsmodel 39-51 ‡
  parameters van 48
kwaliteitsverbetering puntenveld 27

L

Lagrange-multiplicatoren 109
landinrichtingsproject 330, 405
landmeetkundig proces 12
  structurering van 12-13
langsoverlap 429 ‡
langsparallax 429
leiding 327, 331
lensvertekening 425
ligging, relatieve 26
lijnelement 361, 545-546, 585
lijnvergroting 24, 617, *620*
lijnvolging 639
limitatie ‡
linearisatie 94
line-follower 633
lokaal-cartesische coördinaat 246, 305
lokaal stelsel 43 ‡
  kenmerkende kwaliteit 59
lokale kaartverbetering 505, 513, 525, *556*
loodlijn 349
loodlijnafstand 357
loss of lock (GPS) 628
luchtfoto 423
luchtfotogrammetrie 417

M

maat, kortgesloten 351
matching 439
matenplan 331
matenserie 360 ‡
mathematische geodesie 14, *61* ‡
matrix 63
meerduidigheid (fase) 294, 393, 446, *626*, 628
meetbandafstand *348*, 361
meetcamera 420, 439

meetconstructie 355
meetlijn *348*, 357 ‡
meetlijnmethode *348*, 357
meetmerk 428, 633, 636, 651
meetontwerp 15 ‡
meetopzet ‡
meetprecisie 273, 364 ‡
meetprocedure 15 ‡
meetproces 11, 13 ‡
meetsessie (GPS) 289
meridiaanconvergentie 24
meten 66 ‡
meting 12 ‡
  terrestrische 617
midwaarde 69
misslag 66
model 67 ‡
  fotogrammetrisch 421
  gelineariseerd 94
  gemengd 90
  inschakeling 13, 86
  uitschakeling 13, 86, 136
  van voorwaardevergelijkingen 88, *104*
  van waarnemingsvergelijkingen 88, *92*
  van waarnemingsvergelijkingen met restricties 90, *108*
  wiskundig 11, 84, *86*
modelbegrip 61, *84*
modelcoördinaat 437 ‡
modelfout 67, *116*, 135
modellering 13, *16*
modelmatrix 93, 105
modelmeting 437
modeltoets (algemene) 131
monoplotting 476 ‡
multi-path (GPS) 291, 631

N

nabewerking 165, 514, 526, 568
nabijheidsrelatie 31, 41, 232, 325, 510, 513 ‡
nameting 474, *580*
NAP-hoogte 36-38
NAP-stelsel 8, 35, 239
natuurlijk paspunt 420, 441, 448
nauwkeurigheid 135 ‡
naverkenning 337, 422, *479* ‡
navigatie fotovlucht 445
negatiefvlak 424
NEREF 35
netwerk ‡
  fotogrammetrisch 253
  gecombineerd 251, *312*
  GPS- 249, *286*
  terrestrisch 247, *254*
netvereffening 239
niet-centraliteitsparameter 80, 125, 144
norm ‡
norm-GBKN 55
normaalmatrix 97
normale verdeling 75
  bivariate 78
  multivariate 77
  standaard- 76
nulhypothese 113, *117*
nuts-GBKN 55

O

objectclassificatie 51
objectcodering 335, 583 ‡
objectgerichte kwaliteitsbeschrijving 41
objectvorming 334
offsetparameter 458
omtrekscoördinaat 397
omtrekspolygoon 399, *401*
omvalling 426
onafhankelijk (stochastisch) 70
onafhankelijke-modellen-methode 199, 454
onbekende 61, *84*, 92 ‡
onbetrouwbaarheidsdrempel 122 ‡
onderscheidingsvermogen 125 ‡
on-the-fly (GPS) 629
ontschranken 433, 475
ontschrankingsparameter 433
ontstaansveldwerk 412
ontwerpregel 16 ‡
opdrachtspecificatie 575
operationele definitie van coördinaten 43
operationele probleembeschrijving 13, *14*
operationele resultaatbeschrijving 13, *19*, 136
opname, fotogrammetrische 440
opnamecentrum 424
oppervlakteberekening 399, *401*
opstelfout 306
opstelling
  excentrische 265, 292
  vrije 344, 413 ‡
optelconstante 617, 618

oriëntering
absolute 421, 430, *432*
halve lange as van ellips 82
inwendige 430, *431*
relatieve 421, 430, *431*
uitwendige 430, *433*
oriënteringselement 433, 458, 469
oriënteringshoek 428
oriënteringsonbekende 272
oriënteringsrichting 269, 291
orthogonaalmethode *349*, 357
orthogonale transformatie 177 ‡
orthometrische hoogte 247, 619 ‡
overbepaalde affiene transformatie 188
overbepaalde gelijkvormigheidstransformatie 178
overbepaaldheid 85
overschrijdingsgebied 122
overtalligheid 61, 85, 90, 97

P

parallax 429
parameter 84 ‡
parametrisering 174
geometrische 174
lineaire 174
paspunt 58, 420, 429, *446* ‡
gesignaliseerd 420, 441, 447
hoogte- 448
natuurlijk 420, 441, 448
paspuntsbepaling 244
PDOP 295, 630
pellen 647
pixel 426, 633, 640 ‡
planning 10-11 ‡
plotter, analytische 439
polygoon 257
rechthoekige *349*, 357
positiefvlak 424
precisie 16, 40, 134, *136* ‡
geometrische (scannen)435, 641, *646*
grafische 53, 55, 328, 336
radiometrische 435, 641, 643
relatieve 40, 135
terrestrische 56, 328, 336
precisiebeschrijving 43, *138*
coördinaten (van) 43, 202
detailpuntenvelden 47, *49*
grondslag 46, *49*
hoogte 49
parameter voor 48
probleembeschrijving, operationele 13, *14*
procesbeschrijving 15
produktspecificatie *51*, 576
projectie
centrale 424
stereografische 23
projectiecentrum 254, *424*
projectievlak 23
pseudo-afstand 623
pseudo kleinste kwadraten 159 ‡
pseudo kleinste-kwadraten aansluiting *159*, 166, 205
pseudo-range (GPS) 623
punt ‡
puntenveld 26-30, *39*, 58, 152, 515 ‡
puntprecisie *44* ‡
bepaling van 610
klasse-indeling 50
puntsbepaling 2 ‡
puntsoverdracht 429, 430, 454 ‡
puntstandaardcirkel 45
puntstandaardellips 141 ‡
punttoets 114, *130* ‡

R

radiometrische precisie 435, 641, 643
randmerk 424
randvoorwaarde 14-15
rangdefect 219 ‡
rapid-static (GPS) 289, 628
rasterbestand 633, *640*, 641 ‡
RD 20, 34
RD-coördinaten 20 ‡
publikatie van 21
transformatie naar geografische coördinaten 24
RD-net ‡
RD-punt 21, 56 ‡
RD-puntenveld 21, 56
RD-stelsel 8, 20, 34 ‡
realisatie van een grens 404
realisatie van een variabele 62
rechthoekigheid 471, 483, 635
reconstructie, van grenzen 330, 404, 407, 412
reconstructiebestand 52, 54, 326, 330, 418, 500 ‡
reconstructiedoelstelling 54, 330, 406
reconstructiegegevens 500 ‡
reconstructiepunt 328, 343, 412 ‡
rectificatie van akte 396, 398
redresberekening 55
redressering 55, 396, 398 ‡

reductie 245, 620 ‡
reeksontwikkeling van Taylor 101
referentie-afstand 524, 554
referentie-ellipsoïde 36, 613 ‡
referentie-ontvanger (GPS) 388, 394
referentiepunt (GPS) 22
referentiestation (GPS) 22, 249
referentiestelsel *34*, 613 ‡
referentiesysteem (GPS) 22, 249
refractie
  fotogrammetrie 424, 457
  landmeetkunde 274
registratie 12 ‡
rek 638
rekenbasis 43, 139 ‡
rekenmodel 61, 84
rekentechniek, geodetische 13, *17* ‡
relatie, geometrische *351*, 483, 488, 509, 556, 559
relatiemaat 348, 351 ‡
relatieve ligging 26
relatieve oriëntering 421, 430, *431* ‡
relatieve precisie 40, 135
relatieve standaardellips *82*, 142 ‡
remote sensing 7
reproduceerbaarheid *636*, 646
resampling 437, 644
residu 94 ‡
  kleinste-kwadraten 94, 106, 120
  reciproque 120
residuvector 228, 518-519
resolutie *636*, 641, 646 ‡
restperceel 403
restrictie 90, 108 ‡
restvector 228
resultaatbeschrijving, operationele 13, *19*, 136
richtingscorrectie 621
richtingsmeting 617, 621
Rijksdriehoeksmeting 20
RINEX 295
rotatiematrix *191*, 460
rover (GPS) 388
ruis 66

S

samenstellende grootheid 111
satellietconfiguratie (GPS) 295
satellietstelsel 459
scannen ‡
  kaarten 640
  luchtfoto's 426, *434*
scanner 434, 633, 642
scanoppervlak 435
schaalfactor 272, 359, 428
  significantie 228
schatbare grootheid ‡
schatten ‡
schatter 62 ‡
schatting 62 ‡
  van grootte van fouten 120
scheidend vermogen 636
schranking ‡
schrankingsbasis 43, 219, 246
schrankingsstelsel 43 ‡
schrankings-transformatie 211 ‡
selective availability (SA) 624
sessie (GPS) 289
signaliseringsplan 420, 442, *450* ‡
significantietoets *133*, 227
skeletteren 647
sluitfout 280, 305
sluitterm 89, 104, 105 ‡
snijpunt 358
somcontrole 403
spreiding 69
squaring 471, 485
stabiliteit *637*, 646
standaardafwijking 69-70, 141 ‡
standaardcirkel, relatieve 45, 46
standaardellips *82*, 142 ‡
  relatieve *82*, 142
standaardellipsoïde 84
standaardisatie kwaliteitsbeschrijving 40
standaardvraagstuk
  eerste 89
  tweede 89
stationsvereffening 621
statistiek 61, *66*
stelsel ‡
stelsel, lokaal 43, 59
stereografische projectie 23
stereo-model 421, 437 ‡
stereo-paar 421
stereo-uitwerking 417, 428, 468
stereoscopisch
  meten 421
  zien 428
sterkteberekening 16-17, 136, *150* ‡
  voorbeeld 230, 277, 370, 462
stermeting 583
sternet 240, 287, 292
sternetstructuur 286

stochastische grootheid 67 ‡
stochastische variabele 67
stochastische vector 70
straal 458 ‡
stralenbundel 424 ‡
strook 420
strookvorming 458
superimpositie 469

T

tachymetrie 335
tegenspraak 89, 105
terreinstelsel 426, 459
terreinverkenning 15, 260 ‡
terrestrische metingen 617
terrestrische precisie 56, 328, 336
toeslag 99
toets 114 ‡
  algemene toets van het model 114, 123, *130*
  drie-dimensionale 129
  F- 132
  punt- 114, *130*
  significantie- *133*, 227
  twee-dimensionale 129
  waarnemings- (w-) 114, 124, *127*
  $\hat{\sigma}^2$-toets 132
toetsing 12, 18, 62, *113* ‡
  aansluitingspunten 18, 29, 242, 272, 282, 379, 464
  vrije net (van) 18, 281, 309, 376, 464
toetsingscriterium 121
toetsingsgrootheid 114, *120*
toetsingsprocedure 114-115, 124
toetsingsquotiënt 114, *123* ‡
toetsingsstrategie 114
tolerantie 398, 571 ‡
topografie 328, 342 ‡
transformatie 152 ‡
  Helmert- 177
  inverse 174
  orthogonale 177
  projectieve 433
  van geografische naar RD-coördinaten 25
  van RD- naar geografische coördinaten 24
  vrije punten (van de) 159, 209, 513
  2D-affiene 157, *183*
  2D-gelijkvormigheids- 157, *175*
  2D-orthogonale 157, *177*
  3D-gelijkvormigheids- 157, *191*, 613
transformatieparameters 35, 154, 167
  ETRS89 naar RD 38-39
  RD naar ETRS89 36-37
triangulatie ‡
  fotogrammetrie 421, 430, *453*
  terrestrisch (driehoeksmeting) 20
tweede fase vereffening 108, 153 ‡

U

uitbesteding 3
uitbreidingsplan 331, 405
uitbuiging *262*, 292
uitgifteschaal 52, 55 ‡
uitschakeling model 13, 86, 136 ‡
uitwendige betrouwbaarheid 135, *147*
uitwendige oriëntering 430, *433* ‡
uitwerkingsinstrument, fotogrammetrisch 439
uitzetbestand 415
uitzetgegevens 411
uitzetten 321, 329, *404* ‡

V

variabele 67
  stochastische 67
variantie 69, 71, 72 ‡
  a-posteriori 132
  voortplantingswet van 74
variantiecomponentenschatting 132
variantiefactor 73, 132
  a-posteriori 132
variantiematrix 72 ‡
  berekening (van) 103, 108, 137
vector 63
  stochastische 70
vectorbestand 649 ‡
vectoriseren 634 ‡
  automatisch 647
  handmatig 650
  interactief 652
  semi-automatisch 652
veelhoek 240, 257, 270
veldboek ‡
veldcoördinaat 585
veldwerk ‡
  analoog 404, *408*
  digitaal 404, *408*
  kadastraal 54
veldwerkarchief 328 ‡
verbindingspunt ‡
  fotogrammetrisch 421, 430

terrestrisch 256, 258, *268*
vrije opstelling 344
verdeling
centrale χ^2- 80
F- 81
Gauss-Laplace 75
niet-centrale F- 81
niet-centrale χ^2- 80
normale 75
standaardnormale 76
χ^2- 78
verdelingsfunctie (cumulatieve) 76
verdichting 26, 239, 454 ‡
verdichtingsafstand 263
vereffening 12, 61, *92* ‡
aansluitings- 158, 205, *211*
aansluitingselementen (van) 512, 522
aansluitingspunten (van de) 158, 208, 536
aansluitingsrelaties (met) 543
blok- 199, 254, 421, 430, *453*
coördinaatverschillen (van) 216
eerste fase 153
integrale 353
kleinste-kwadraten 91
onafhankelijke modellen 199, 454
tweede fase 108, 153
vormverschillen (van) 153, 210
vrije net 29, 243
vrije punten (van de) 158, 209
vereffeningsprocedure grondslagmetingen 242
verkenning 15 ‡
verlengde 350
vernieuwing, van de kadastrale kaart 326, 498
verstevigingsstrook 444
verstoringsfactor 148 ‡
verticale hoek 246, 617, 619
vervangingsmatrix 44-45, 139 ‡
vervorming 518-519
affiene 183
analoge kaarten (van) 595
verwachtingswaarde 63, *69*
verzekering van punten 56, 240 ‡
visuele controle 582
vlieghoogte 424, 443
vliegplan 420, 443, *450* ‡
vliegschijf 420, 447
vliegstrook 420
voerstraalmeting 343, 355 ‡
voetpunt 349
voetpuntsafstand 357
voetpuntsmaat 357
volledigheid 19, 575
volledigheidscontrole 582
Von Gruber lokatie 432
voorbewerking 18
voortplantingswet 74
voorwaarde 104
voorwaardevergelijking 89, 104 ‡
voorwaartse insijding 264
vorm ‡
vormcorrectie 635
vormgrootheid 136 ‡
vormverschil 153
vrij net 43 ‡
toetsing van 18, 281, 309, 376, 464
vereffening van 29, 243
vrij punt 152, 496 ‡
interpolatie van 166, 233, 513, 524, 552
transformatie van 159, 209, 513
vereffening van 158, 209
vrije grootheid 111
vrije opstelling 344, 413 ‡
vrijheidsgraad 78, 121
vuistregel 16

W

waarneming 62, 84 ‡
waarnemingsgrootheid 61, 84 ‡
waarnemingsrekening 61
waarnemingstoets 114, 124, *127*
waarnemingsvergelijking 89, 92 ‡
waarschijnlijkheid 67
warping 477
waterpassing 20, 37, 239, 246
werkstation 439
WGS8434
wiskundig model 11, 84, *86* ‡
w-toets 114, 124, *127* ‡

IJ

ijking ‡

Z

zelfkalibratie 457 ‡
zelfstandige kartering 500
zijdelengte 257, 263, 264