

Rente-/marktwaardeberekening voor verschillende soorten leningen

In het kader van schatkistbankieren verstrekt het ministerie van Financiën, onder voorwaarden, leningen. Hieronder staat beschreven voor welke soorten leningen een rentepercentage berekend dient te worden en de basis van de renteberekening:

- Het rentemodel moet in staat zijn om de rente te berekenen voor 3 verschillende soorten leningen, te weten:
 - o Lineaire leningen;
 - o Annuïtaire leningen;
 - o Bullet leningen.
- Het rentemodel moet in staat zijn om de rente te berekenen op de verschillende soorten leningen met verschillende periodieke aflossingen, te weten:
 - o Lineaire leningen:
 - Jaarlijkse aflossingen;
 - Aflossen per kwartaal;
 - Maandelijkse aflossingen;
 - o Annuïtaire leningen:
 - Jaarlijkse aflossingen.
- Het rentemodel moet om kunnen gaan met meerdere opnames. De laatste opname mag maximaal 2 jaar na de eerste opname liggen.
- Het rentemodel moet om kunnen gaan met een forward periode van maximaal 2 jaar vanaf het moment van aanvragen.
- Het rentemodel moet in staat zijn om de eerste rentevervaldatum op elke dag binnen een periode tot maximaal 1 jaar na de eerste opname plaats te laten vinden.
- Het rentemodel moet om kunnen gaan met het feit dat de rentevervaldatum en de aflossingsdatum niet aan elkaar gelijk zijn.
- Het rentemodel moet om kunnen gaan met leningen met een looptijd van minimaal 1 jaar en maximaal 30 jaar. Deze looptijd is exclusief de forward periode en de periode voor opnames. Leningen kunnen daardoor een maximale looptijd hebben van 34 jaar.
- Het rentemodel moet om kunnen gaan met leningen waar sprake is van een rentevaste periode die korter is dan de totale looptijd van de lening. De manier waarop dit berekend wordt is als volgt: de lening lost af alsof de rentevaste periode gelijk is aan de looptijd, maar op het moment dat de rentevaste periode stopt wordt net gedaan alsof de lening in zijn geheel op die dag wordt afgelost. Daarna wordt via de normale rente berekeningsmethode de nieuwe rente voor de lening bepaald.
- De datum conventie welke wordt gebruikt is de ACTUAL/ACTUAL methode.
- Voor het berekenen van de verdisconteringsfactoren dienen de volgende formules gebruikt te worden:
 - o Voor looptijden korter dan 1 jaar: $1/(1+r*t)$;
 - o Voor looptijden langer dan 1 jaar: $1/(1+r)^t$.
- Het rentemodel moet de marktwaarde van een bestaande lening op elke willekeurige dag binnen de looptijd van de lening kunnen berekenen. Ook voor leningen met rentevaste periode welke korter is dan de looptijd.
- Het rentemodel moet de mogelijkheid geven aan de gebruiker om datums en bedragen handmatig aan te passen. Dit kan bijvoorbeeld voorkomen als een aangepast schema is overeengekomen met de klant.

Berekening van de marktwaarde

Formule

Vervroegde aflossing van een lening of vervroegde opname van een deposito (indien noodzakelijk voor de bedrijfsvoering) is toegestaan. Financiën brengt géén kosten en/of boetes in rekening. De vervroegde aflossing of opname is gelijk aan de marktwaarde van de lening of het deposito. **De formule om de marktwaarde te berekenen is: $\sum \text{CASHFLOWS} * df$**

Cashflows = alle toekomstige kasstromen zoals rente en aflossing

df = disconteringsfactor (een factor waarmee een toekomstige kasstroom vermenigvuldigd dient te worden, om de huidige waarde van deze kasstroom te berekenen) waarbij:

- voor kasstromen met een resterende looptijd (rl) ≤ 1 jaar geldt: **$df_{rl} = 1/(1+\text{zero-rate}_{rl} * rl)$**
- voor kasstromen met een resterende looptijd (rl) > 1 jaar geldt: **$df_{rl} = 1/(1+\text{zero-rate}_{rl})^{rl}$**

We gebruiken de zero-rates van de GMB-rentetarieven en niet de GMB-rentetarieven¹ zelf, omdat:

- De GMB-tarieven ≤ 1 jaar gelijk zijn aan de DTC-tarieven en dus een renteconventie hebben van actual/360 in plaats van de benodigde actual/actual.
- De GMB-tarieven > 1 jaar bepaald worden op basis van de effectieve rendementen op de Staatsleningen, waarbij er jaarlijkse rentebetalingen zijn en waarvoor dus gecorrigeerd dient te worden. Het GMB-tarief van bijvoorbeeld 3 jaar is gebaseerd op een rentebetaling per jaar, terwijl een zero-rate van 3 jaar géén jaarlijkse rentebetalingen kent.

Toelichting berekening zero-rate en disconteringsfactor resterende looptijd ≤ 1 jaar

Om de zero-rate te bepalen van de GMB-rentetarieven ≤ 1 jaar, dienen deze vermenigvuldigd te worden met actual/360. Voorbeeld²: De zero-rate op 2-5-2005 behorende bij een 5 maands GMB-tarief van 2,14% is:

$2,14\% \cdot 365/360 = 2,170\%$. De bijbehorende df is $1 / (1 + 2,170\% \cdot 153/365) = 0,9910$ (153 is het aantal dagen vanaf 2-5-2005 tot 2-10-2005).

Toelichting berekening zero-rate en disconteringsfactor resterende looptijd > 1 jaar

De zero-rates > 1 jaar worden aan de hand van de bootstrapping methode bepaald. Bootstrappen is feitelijk niet meer dan een onbekende oplossen in de formule. Deze formule is recursief en dat wil zeggen dat de df van ieder jaar wordt berekend met de df van voorgaande jaren. Heb je de df van een jaar dan kun je via een formule ook de zero-rate van dat jaar berekenen. De formule om de df van een jaar n te berekenen is:

$$df_n = 1 - \sum (df_x \cdot r_n) / (1 + r_n) \quad \text{voor } x = 1 \text{ t/m } n-1 ; r_n = \text{het rentetarief voor } n \text{ jaar}$$

Nu de df voor jaar n berekend is, kan de zero-rate voor jaar n berekend worden. Hiervoor wordt de volgende formule gebruikt:

$$\text{zero-rate}_n = (1/df_n)^{1/n} - 1 \quad (\text{dit is in feite de inverse van } df_n = 1/(1 + \text{zero-rate}_n)^n ; \text{waarbij } n = n)$$

Stappenplan berekening marktwaarde

Samenvattend is het stappenplan van het berekenen van de marktwaarde als volgt:

1. Bepalen resterende looptijd cashflows.
2. Berekening zero-rates en df van de GMB-tarieven tot na de langste resterende looptijd.
3. Berekening zero-rates cashflows d.m.v. lineaire interpolatie.
4. Berekening df op basis van geïnterpoleerde zero-rates en vervolgens per cashflow de marktwaarde.

Voorbeeld vervroegde aflossing lening

Hieronder volgt een voorbeeld waarin volgens het stappenplan de marktwaarde bepaald zal worden.

Modaliteiten

Een lening met een looptijd van 4 jaar en een hoofdsom van 10 miljoen tegen een rente van 2,94%. De lening werd verstrekt op 19-11-2004 en loopt af op 19-11-2008. Er zijn 4 aflossingen:

- 21-11-2005 2,5 miljoen
- 20-11-2006 1,5 miljoen
- 19-11-2007 1 miljoen
- 19-11-2008 5 miljoen

Op 2 mei 2005 wordt de lening vervroegd afgelost.

Marktwaarde

- *Stap 1: Bepaling resterende looptijd cashflows*

¹ Let op interpoleren gebeurt alleen tussen zero-rates.

² Voor de leesbaarheid van alle formules zijn in alle voorbeelden de zero-rates afgerond op 3 decimalen en de df op 4 decimalen. Voor de uiteindelijke berekening zijn de niet-afgeronde cijfers gebruikt.

Datum	Cashflow	Bedrag	Resterende looptijd (rl)
21-11-2005	Rente	€ 295.610,96	2-5-2005 tot 21-11-2005 = 203/365 jaar
21-11-2005	Aflossing	€ 2.500.000,00	2-5-2005 tot 21-11-2005 = 203/365 jaar
20-11-2006	Rente	€ 219.895,89	2-5-2005 tot 20-11-2006 = 1 + 202/365 jaar
20-11-2006	Aflossing	€ 1.500.000,00	2-5-2005 tot 20-11-2006 = 1 + 202/365 jaar
19-11-2007	Rente	€ 175.916,71	2-5-2005 tot 19-11-2007 = 2 + 201/366 jaar ³
19-11-2007	Aflossing	€ 1.000.000,00	2-5-2005 tot 19-11-2007 = 2 + 201/366 jaar ²
19-11-2008	Rente	€ 147.000,00	2-5-2005 tot 19-11-2008 = 3 + 201/365 jaar
19-11-2008	Aflossing	€ 5.000.000,00	2-5-2005 tot 19-11-2008 = 3 + 201/365 jaar

- *Stap 2: Berekening zero-rates en disconteringsfactoren van 2 mei 2005*

De zero-rates en disconteringsfactoren van 2 mei 2005 tot na de langste resterende looptijd (3 en 201/365 jaar) van de cashflows worden als volgt bepaald.

Looptijd	Tarief GMB (g)	Disconterings-factor (df)	Formule df $rl \leq 1 \text{ jaar: } 1/(1+\text{zero-rate} * rl)$ $rl > 1 \text{ jaar: } 1 - \sum (df_n * r_n) / (1 + r_n)$	Zero-rate	Formule zero-rate $rl \leq 1 \text{ jaar: } g * \text{act}/360$ $rl > 1 \text{ jaar: } (1/df_n)^{1/n} - 1$
1 week	2,09%	0,9996	$1 / (1+2,119\% * (7/365))$	2,119%	$2,09\% * 365/360$
2 weken	2,09%	0,9992	$1 / (1+2,119\% * (14/365))$	2,119%	$2,09\% * 365/360$
3 weken	2,10%	0,9988	$1 / (1+2,129\% * (21/365))$	2,129%	$2,10\% * 365/360$
1 mnd	2,11%	0,9982	$1 / (1+2,139\% * (31/365))$	2,139%	$2,11\% * 365/360$
2 mnd	2,12%	0,9964	$1 / (1+2,149\% * (61/365))$	2,149%	$2,12\% * 365/360$
3 mnd	2,13%	0,9946	$1 / (1+2,160\% * (92/365))$	2,160%	$2,13\% * 365/360$
4 mnd	2,13%	0,9929	$1 / (1+2,160\% * (123/365))$	2,160%	$2,13\% * 365/360$
5 mnd	2,14%	0,9910	$1 / (1+2,170\% * (153/365))$	2,170%	$2,14\% * 365/360$
6 mnd	2,15%	0,9892	$1 / (1+2,180\% * (184/365))$	2,180%	$2,15\% * 365/360$
7 mnd	2,15%	0,9874	$1 / (1+2,180\% * (214/365))$	2,180%	$2,15\% * 365/360$
8 mnd	2,16%	0,9856	$1 / (1+2,190\% * (245/365))$	2,190%	$2,16\% * 365/360$
9 mnd	2,17%	0,9838	$1 / (1+2,200\% * (276/365))$	2,200%	$2,17\% * 365/360$
10 mnd	2,18%	0,9819	$1 / (1+2,210\% * (304/365))$	2,210%	$2,18\% * 365/360$
11 mnd	2,19%	0,9801	$1 / (1+2,220\% * (335/365))$	2,220%	$2,19\% * 365/360$
1 jaar	2,20%	0,9782	$1 / (1+2,231\% * (365/365))$	2,231%	$2,20\% * 365/360$
2 jaar	2,27%	0,9561	$(1-(0,9782 * 2,27\%)/(1+2,27\%))$	2,270%	$(1/0,9561)^{1/2} - 1$
3 jaar	2,46%	0,9295	$(1-0,9782 * 2,46\%+0,9561 * 2,46\%) / (1+2,46\%)$	2,465%	$(1/0,9295)^{1/3} - 1$
4 jaar	2,63%	0,9010	$(1-(0,9782 * 2,63\%+0,9561 * 2,63\%+0,9295 * 2,63\%) / (1+2,63\%))$	2,641%	$(1/0,9010)^{1/4} - 1$

- *Stap 3: Berekening zero-rates cashflows*

Nu de zero-rates van 2 mei 2005 bekend zijn kunnen d.m.v. lineaire interpolatie de zero-rates van de cashflows berekend worden.

Datum	Cashflow	Bedrag	Zero-rate	Uitwerking lineaire interpolatie zero-rate
21-11-2005	Rente	€ 295.610,96	2,180%	$2,180\% + (21 \text{ nov } 2005 - 2 \text{ mei } 2005) / (2 \text{ dec } 2005 - 2 \text{ mei } 2005) *$
21-11-2005	Aflossing	€ 2.500.000,00	2,180%	$(2,180\%-2,180\%) = 2,180\% + 19 / 30 * 0 = 2,180\%$
20-11-2006	Rente	€ 219.895,89	2,253%	$2,231\% + (20 \text{ nov } 2006 - 2 \text{ mei } 2006) / (2 \text{ mei } 2007 - 2 \text{ mei } 2006) *$
20-11-2006	Aflossing	€ 1.500.000,00	2,253%	$(2,270\%-2,231\%) = 2,231\% + 202 / 365 * 0,039 = 2,253\%$
19-11-2007	Rente	€ 175.916,71	2,377%	$2,270\% + (19 \text{ nov } 2007 - 2 \text{ mei } 2007) / (2 \text{ mei } 2008 - 2 \text{ mei } 2007) *$
19-11-2007	Aflossing	€ 1.000.000,00	2,377%	$(2,465\%-2,270\%) = 2,270\% + 201 / 366 * 0,195 = 2,377\%$
19-11-2008	Rente	€ 147.000,00	2,562%	$2,465\% + (19 \text{ nov } 2008 - 2 \text{ mei } 2008) / (2 \text{ mei } 2009 - 2 \text{ mei } 2008) *$
19-11-2008	Aflossing	€ 5.000.000,00	2,562%	$(2,641\%-2,465\%) = 2,465\% + 201 / 365 * 0,176 = 2,562\%$

- *Stap 4: Berekening disconteringsfactor en marktwaarde cashflows*

Aan de hand van de zero-rate van de cashflows kan de disconteringsfactor (df) en vervolgens de marktwaarde berekend worden.

Datum	Cashflow	Bedrag	df	Formule df	Marktwaarde	Formule marktwaarde Cashflow * df
21-11-2005	Rente	€ 295.610,96	0,9880	1 / (1+2,180% * (203/365))	€ 292.070,02	€ 295.610,96 * 0,9880
21-11-2005	Aflossing	€ 2.500.000,00	0,9880		€ 2.470.054,03	€ 2.500.000,00 * 0,9880
20-11-2006	Rente	€ 219.895,89	0,9660	1 / (1+2,253%) ^(1 + 202/365)	€ 212.416,63	€ 219.895,89 * 0,9660
20-11-2006	Aflossing	€ 1.500.000,00	0,9660		€ 1.448.980,87	€ 1.500.000,00 * 0,9660
19-11-2007	Rente	€ 175.916,71	0,9419	1 / (1+2,377%) ^(2 + 201/366)	€ 165.689,84	€ 175.916,71 * 0,9419
19-11-2007	Aflossing	€ 1.000.000,00	0,9419		€ 941.865,29	€ 1.000.000,00 * 0,9419
19-11-2008	Rente	€ 147.000,00	0,9141	1 / (1+2,562%) ^(3 + 201/365)	€ 134.372,16	€ 147.000,00 * 0,9141
19-11-2008	Aflossing	€ 5.000.000,00	0,9141		€ 4.570.481,68	€ 5.000.000,00 * 0,9141
				Totaal Σ Cashflows * df	€ 10.235.930,52	

Voorbeeld vervroegde opname deposito

In geval van een vervroegde opname van een deposito zal een gestegen rente de marktwaarde verlagen en een gedaalde rente de marktwaarde verhogen. In de praktijk kan het dus voorkomen dat een instelling meer terugontvangt dan de initiële storting + de opgelopen rente van een deposito. Onderstaand zal een voorbeeld van dit scenario worden uitgewerkt.

Modaliteiten

Een deposito met een looptijd van 1 jaar en een hoofdsom van 1 miljoen tegen een rente van 2,29%. Het deposito is op 19-10-2004 geplaatst. Op 19-4-2005 wordt het deposito vervroegd opgenomen. Stel dat de rente flink is gedaald en dat het 6 maands tarief op 19-4-2005 1,79% bedraagt.

Marktwaarde

- *Stap 1: Bepaling resterende looptijd cashflows*

Datum	Cashflow	Bedrag	Resterende looptijd (rl)
19-10-2005	Rente	€ 23.218,06	19-4-2005 tot 19-10-2005 = 183/365 jaar
19-10-2005	Aflossing	€ 1.000.000,00	19-4-2005 tot 19-10-2005 = 183/365 jaar

- *Stap 2: Berekening zero-rate en disconteringsfactor van 19 april 2005*

De zero-rate en de disconteringsfactor van 19 april 2005 wordt als volgt bepaald.

Looptijd	Tarief GMB (g)	Zero-rate $g * act/360$	Disconteringsfactor (df) $1/(1 + zero-rate * rl)$
6 mnd	1,79%	$1,79\% * 365/360 = 1,815\%$	$1 / (1 + 1,815\% * (183/365)) = 0,9910$

- *Stap 3: Berekening zero-rate cashflows*

Aangezien de resterende looptijd van de cashflows gelijk is aan 6 maanden (dus gelijk aan 6-maands GMB-tarief), is het niet nodig om de zero-rate van de cashflow d.m.v. lineaire interpolatie te

³ De periode 2-5-2005 tot 19-11-2007 bevat 2 hele jaren en een gebroken jaar, namelijk van 2-5-2007 tot 19-11-2007. Dit gebroken jaar maakt onderdeel uit van het jaar 2-5-2007 tot 2-5-2008, welke een schrikkeljaar (29-2-2008) bevat. Dit betekent dat voor het gebroken jaar het jaar op 366 wordt gesteld.

berekenen. De zero-rate (en de df) van de cashflow is gelijk aan de zero-rate (en de df) van het 6-maands GMB-tarief.

- *Stap 4: Berekening marktwaarde cashflows*

Datum	Cashflow	Bedrag	df	Marktwaarde ($\sum \text{Cashflow} * df$)
19-10-2005	Rente	€ 23.218,06	0,9910	€ 23.218,06 * 0,9910 = € 23.008,68
19-10-2005	Aflossing	€ 1.000.000,00	0,9910	€ 1.000.000,00 * 0,9910 = € 990.982,20
				Totaal € 1.013.990,88

De marktwaarde van het vervroegd opgenomen deposito bedraagt € 1.013.990,88. De initiële waarde (€ 1.000.000,00) + de opgelopen rente ($182/365 * € 23.218,06 = € 11.577,22$) bedraagt € 1.011.577,22. In dit voorbeeld bedraagt het voordelige resultaat voor de instelling dus € 2.413,66.